

6. fejezet

Struktúráképződés és a kozmológia alapjai

Ebben a fejezetben a nagy léptékű struktúrák kialakulásába, valamint az Univerzum fejlődésébe és szerkezetébe nyerünk betekintést.

A galaxisok megfigyelt egymástól való távolodása a gravitáció legpontosabb elmélete, az általános relativitáselmélet szerint azt jelenti, hogy a Világmindenség egy ősi szingularitásból, az ősrobbanásból (Big Bang) alakult ki 13,7 milliárd évvel ezelőtt. A kezdeti hipergyors, inflációnak nevezett tágulási szakasz után lassulva ugyan, de töretlenül növekedett. Korai, igen forró állapotában anyag és sugárzás töltötte ki, az utóbbi a tágulás miatt napjainkra kihűlt és majdnem tökéletesen izotrop, mikrohullámú háttérsugárzásként (Cosmic Microwave Background, CMB) ismerjük. Ez a kozmikus hőmérő manapság mindössze 2,7 Kelvint jelez, de a távoli múltban, amikor a sugárzás és az anyag kölcsönhatásban álltak, 3000 kelvint mutatott. Ezt követően a sugárzás és az anyag külön fejlődtek. A Nap-Föld rendszer L_2 Lagrange-pontja (a Nappal átellenes oldalon található) környezetében Lissajous-pályákon keringő WMAP (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe) és Planck űrszondák mérései a háttérsugárzásban fellelhető olyan parányi irányfüggő eltérésekről adnak pontos képet, amelyek anyagi megfelelői időközben galaxisokká fejlődtek. Fontos kozmológiai megfigyelések még a gravitációs lencsézés, a távoli Ia típusú szupernóvák és a galaxisok eloszlásának feltérképezése, amelyet legnagyobb részletességgel az SDSS (Sloan Digital Sky Survey) program keretében végeztek el.

Az Univerzum jövőbeli sorsa a benne található anyagmennyiségtől függ. A három közismert forgatókönyv szerint a tágulás

- a) örökösen folytatódik (és a tér egy 3 dimenziós hiperboloid, a világ pedig nyílt),
- b) éppen megáll végtelen idő elteltével (a tér nem görbült),
- c) véges idő elteltével kifulladás, megtorpan a Világegyetem, majd összehúzódik és a vége, akár az eleje egy végtelen sűrűségű, nyomású és hőmérsékletű szingularitás lesz, amelyet nagy reccs (Big Crunch) néven aposztrofálnak (ebben az esetben a tér egy 3-dimenziós gömb, azaz véges, de határtalan, a világ pedig zárt).

A felvázolt 3 lehetőség azonban már nem felel meg korszerű ismereteinknek, az Univerzum jövőbeli sorsa a sötét energia függvénye, amelyről igen keveset tudunk, mindössze annyit, mint amikor egy függvénynek csak egy adott pontbeli behelyettesítési értéke (ez a kozmológiai állandó) ismert.

A fejezetben $c = k_B = 1$ egységeket használunk, ahol c a fénysebességet és k_B a Boltzmann-állandót jelöli.

Szükséges előismeretek, kompetenciák: differenciál- és integrálszámítás, tenzoralgebra és -analízis, perturbációszámítás, általános relativitáselmélet alapfogalmai, atommag- és részecskefizika alapfogalmai.

Kulcsszavak: Hubble-törvény, Friedmann-egyenlet, Raychaudhuri-egyenlet, kozmológiai állandó, sötét anyag, sötét energia, infláció, nukleoszintézis, nagyléptékű struktúrák, sűrűségperturbáció, akusztikus barionoszilláció, kozmikus mikrohullámú háttérsugárzás.

6.1. A standard kozmológiai modell

A kozmológia a világegyetem fejlődésének tudománya. Mivel a négy kölcsönhatás közül csupán kettő, a gravitációs és az elektromágneses nagy hatótávolságú, azonban a kétféle elektromos töltés miatt a testek semlegesek, az Univerzum arculatát egyedül a gravitáció alakítja ki. Az általános relativitáselmélet a gravitációt téridőgörbületeként kezeli, amelynek forrása az összes fellelhető energiaforma. A dinamikát az előző fejezetben már ismertetett

$$G_{ab} = 8\pi G T_{ab} \quad (6.1)$$

Einstein egyenlet alakítja, az Univerzum anyagát pedig a

$$T_{ab} = (\rho + p) u_a u_b + p g_{ab}$$

energia-impulzusú ideális folyadékként modellezzük (ρ az energiasűrűsége, p az izotrop nyomása, u^a a négysebessége, az indexek föl-lehúzásához használt g_{ab} pedig a metrikus tenzor). Az Einstein-egyenlet (tulajdonképpen tíz másodrendű csatolt parciális differenciálegyenlet rendszere tíz négyváltozós ismeretlenben) megoldása nehéz feladat, de szimmetriák létezése nagymértékben egyszerűsíti a problémát. Felmerül a kérdés, milyen szimmetriák jellemzik az Univerzumot?

6.1.1. Kozmográfia

Mivel a Föld (gravitációs szempontból) nem különleges a Naprendszerben, a Napunk sem különleges csillag a galaxisban, sőt még a galaxisunk sem különleges a létező galaxisok sokasága között (kopernikuszi elv), feltehetjük, hogy a világegyetem mindenütt hasonló az általunk megfigyelttel. Innen már csak egy lépés az Univerzum nagyléptékű homogenitásának (transzlációs szimmetria) és izotrópiájának (rotációs szimmetria) feltevése. Ezeket együtt kozmológiai szimmetriáknak nevezzük, ilyen szimmetriájú a Friedmann–Lemaître–Robertson–Walker (FLRW) téridő. Ívelemnégyszete

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t) \left[\frac{dr^2}{1 - Kr^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2) \right], \quad (6.2)$$

ahol t a kozmológiai idő, r, θ, φ pedig a szokásos gömbi koordináták, az együtthatók pedig a g_{ab} metrikus tenzor komponensei. A $K = 0, \pm 1$ értékeket felvevő görbületi index mellett az egyetlen másik változó az $a(t)$ skálafaktor. A FLRW-téridő t = állandó metszetei

maximálisan szimmetrikusak, a szögletes zárójelben található 3-dimenziós metrika görbülete pedig állandó. A $K = -1$ esetben nyílt, 3-dimenziós hiperboloid felületek, $K = 0$ esetén nulla görbületűek a térmetszetek, míg $K = 1$ térmetszetei zárt, 3-dimenziós gömbök, mint ahogyan azt az $r = \sin \chi$ ($K = 1$ esetben), illetve $r = \sinh \chi$ ($K = -1$ esetben) transzformációkból rögtön látszik. A szimmetriákhoz tartozó Killing-vektorok algebrája $so(1, 3)$, ha $K = -1$; $e(3)$ ha $K = 0$; és $so(4)$, ha $K = 1$.

6.1.2. A dinamikai egyenletek

A (6.2) metrikát az ideális folyadék¹ forrású Einstein-egyenletekbe helyettesítve összesen két független egyenletet kapunk. Ezek az

$$\frac{\dot{a}^2 + K}{a^2} = \frac{8\pi G}{3}\rho \quad (6.3)$$

Friedmann-egyenlet és az

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p) \quad (6.4)$$

Raychaudhuri-egyenlet. A Friedmann-egyenlet időderiváltját a Raychaudhuri-egyenlettel kombinálva a

$$\dot{\rho} + 3\frac{\dot{a}}{a}(\rho + p) = 0 \quad (6.5)$$

folytonossági egyenlethez jutunk. A Friedmann-, Raychaudhuri- és folytonossági egyenletek közül bármely kettő meghatározza a harmadikat. Az egyenletek felírhatók a

$$H = \frac{\dot{a}}{a} \quad (6.6)$$

Hubble-paraméter segítségével is. A Hubble-paraméter inverze idő jellegű, és mivel $c = 1$, egyben távolság jellegű is. H^{-1} a Hubble-skála, az ennél sokkal nagyobb távolságok jelzője szuper-Hubble, a sokkal kisebbeké szub-Hubble. Szokás a Hubble-paraméter helyett a

$$H = 100h \frac{\text{km}}{\text{s Mpc}} \quad (6.7)$$

paraméterezést is használni.

Az egyenletek gyors elemzése a következőket mutatja. Amennyiben $\rho + 3p > 0$ (az ismert anyagformák teljesítik ezt a feltételt) a skálafaktor második deriváltja negatív. Az Univerzum vagy lassulva tágul, vagy gyorsulva húzódik össze. A galaxisok Hubble-tágulásának megfigyelése az első változatot támogatja. Mivel a lassulva tágulás az Univerzum egész történetére érvényes, a múltban lennie kellett egy nulla skálafaktorú, végtelen sűrűségű és nyomású pontnak, ez az ősrobbanás. Nincs értelme annak a kérdésnek, hogy mi volt előtte: az egyenletek szingulárisak, a fejlődés nem terjeszthető az ősrobbanáson át egy távolabbi múltba.

¹A folyadék négyessebessége a kozmológiai szimmetriáknak köszönhetően $u^a = (\partial/\partial t)^a$. Itt t a folyadék sajátideje.

A Hubble-tágulás miatt a távolabbi galaxisok gyorsabban távolodnak, fényük a vörös felé tolódik el. A megfigyelt λ_0 hullámhossz és a kibocsátási λ hullámhossz $z = (\lambda_0 - \lambda) / \lambda$ vöröseltolódása kifejezhető a skálafaktor segítségével is

$$z + 1 = \frac{a_0}{a} , \quad (6.8)$$

itt a_0 a skálafaktor jelenlegi értéke.² A fenti képlet azon alapszik, hogy mint minden távolság, a hullámhosszak is a skálafaktorral arányosan növekednek. Az ősrobbanáskor tehát $z \rightarrow \infty$, itt és most $z = 0$, míg végtelen ideig folytatódó tágulás esetén $z \rightarrow -1$.

6.1.3. Por- és sugárzásdominált univerzumok

Az ősrobbanást követő forró Univerzumban a sugárzás a domináns energiaforma. A sugárzás állapotegyenlete

$$p = \frac{\rho}{3} . \quad (6.9)$$

Behelyettesítve ezt a folytonossági egyenletbe, a sugárzás energiasűrűségére

$$\rho \propto a^{-4} \quad (6.10)$$

adódik, a Friedmann-egyenlet értelmében pedig $K = 0$ esetben

$$a \propto t^{1/2} \quad (6.11)$$

következik, így $\rho \propto t^{-2}$.

Az Univerzum hőmérsékletét a benne lévő sugárzás hőmérsékletével azonosítjuk. Mivel a sugárzás energiasűrűsége egyrészt $\propto a^{-4}$, másrészt termikus sugárzás jellegénél fogva feketetest-sugárzás, így a Stefan–Boltzmann-törvény szerint $\rho \propto T^4$, az Univerzum hőmérséklete fordítottan arányos a skálafaktorral:

$$T \propto \frac{1}{a} . \quad (6.12)$$

A tágulás miatt kihűlő Univerzumban a „tipikus folyadékrészecskék” ütközéseinek száma jelentősen csökkent, még végül ez a fajta kölcsönhatás elhanyagolhatóvá válik. Az ilyen folyadékot pornak nevezik, állapotegyenlete

$$p = 0 . \quad (6.13)$$

A sugárzás esetében alkalmazott gondolatmenetet követve

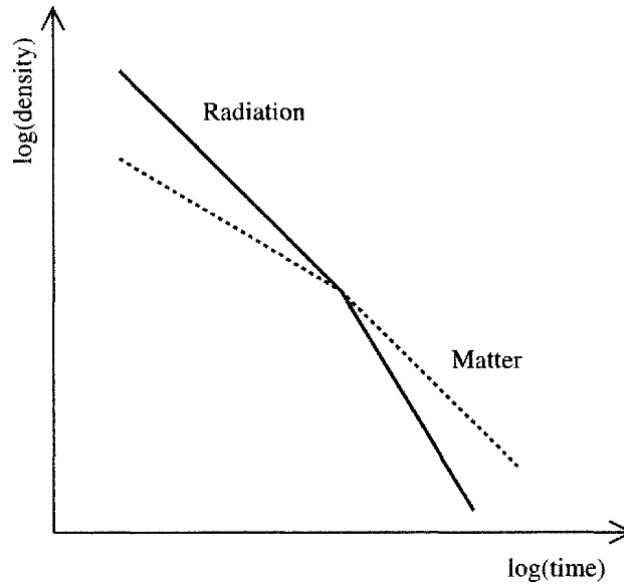
$$\rho \propto a^{-3} \quad (6.14)$$

és $K = 0$ esetben

$$a \propto t^{2/3} , \quad (6.15)$$

így $\rho \propto t^{-2}$, ugyanaz, mint a sugárzásdominált Univerzumban.

²Általában a kozmológiában a nulla index a mennyiség jelenlegi értékét jelöli. A Hubble-paraméter jelenlegi értékét Hubble-állandónak is nevezik.



6.1. ábra. A sugárzás (folytonos vonal) és por (pontosított vonal) energiasűrűségének időfejlődése log-log skálán a sugárzás (törésponttól balra), illetve por (törésponttól jobbra) által dominált Univerzumban. [1].

Mind a tágulás üteme, mind az energiasűrűség időfüggése különbözik. Azonban a por- és a sugárzásdominált Univerzumok közös jellemzője, hogy

$$H \propto \frac{1}{t}, \quad (6.16)$$

a tágulás üteme tehát mindkét esetben aszimptotikusan nullára csökken.

Könnyű levezetni a por energiasűrűségének időfejlődését a sugárzás által dominált Univerzumban ($\rho \propto t^{-3/2}$), illetve a sugárzás energiasűrűségének időfejlődését a por által dominált Univerzumban ($\rho \propto t^{-8/3}$). A 6.1 ábra mutatja a sugárzás és por anyagkomponensek időfejlődését a sugárzás, illetve por által dominált Univerzumokban.

6.1.4. A kozmológiai állandó által dominált univerzum

Az ideális folyadék energiasűrűségének és nyomásának

$$\begin{aligned} \rho &= \rho_1 + \frac{\Lambda}{8\pi G}, \\ p &= p_1 - \frac{\Lambda}{8\pi G} \end{aligned} \quad (6.17)$$

transzformációi után a folyadék energia-impulzus tenzora

$$T^{ab} = T_1^{ab} - \frac{\Lambda}{8\pi G} g^{ab} \quad (6.18)$$

lesz, ahol T_1^{ab} a (ρ_1, p_1) által jellemzett folyadék energia-impulzus tenzora, Λ pedig az ún. kozmológiai állandó. Amennyiben az Univerzumban található anyagot a (ρ_1, p_1) jellemzi, a

kozmológiai állandó is jelen lehet az egyenletekben. Eredetileg Einstein azért vezette be a kozmológiai állandót, hogy az Univerzum sztatikus lehessen (Einstein-univerzum), a Hubble-tágulás felfedezése után azonban ezt tévedésként értékelte. Természetesen a kozmológiai állandó előjelétől és értékétől függ, hogy éppen sztatikus lesz-e az Univerzum, vagy más, például gyorsulva táguló. A standard (standardizálható) gyertyaként is ismert Ia típusú szupernóvák abszolút fényessége jól meghatározható, így a látszó fényesség egy távolságbecslést ad. A spektrum vöröseltolódása az univerzális tágulás ismeretében egy másik távolságbecslést ad. A két becslés összevetéséből meghatározható, hogy a szupernóva-robbanás óta eltelt idő alatt miként fejlődött az Univerzum. A 2011-es Nobel-díj nyertesei (Saul Perlmutter, Brian P. Schmidt, Adam G. Riess) a múlt évezred végén publikálták azon elemzéseiket, amelyek segítségével a távoli³ szupernóvák megfigyeléséből arra következtettek, hogy az Univerzum tágulása lassulás helyett gyorsul! Egy elég nagy pozitív kozmológiai állandó pont ilyen gyorsuló tágulást idéz elő. Általában a gyorsuló tágulást előidéző anyagformákat sötét energiának nevezik, a sötét energia legegyszerűbb modelje pedig éppen a kozmológiai állandó.

A kozmológiai állandó felfogható egy olyan ideális folyadékként, amelynek energiasűrűsége $\rho = \Lambda$ és nyomása $p = -\Lambda$, azaz a barotropikus index $w = p/\rho = -1$. Ez egy furcsa energiaforma, hiszen a táguló Univerzumban a térfogatok növekednek, az energiasűrűsége mégis állandó, így az általa képviselt összenergia folyamatosan növekszik! Könnyen belátható, hogy az időben csökkenő energiasűrűségű por és sugárzás rövid időn belül elhanyagolhatóvá válik, és az Univerzum fejlődését kizárólag Λ határozza meg. A Friedmann-egyenletből ($K = 0$ esetén) az következik, hogy a skálafaktor fejlődése exponenciálissá válik

$$a \propto \exp \left(\sqrt{\frac{\Lambda}{3}} t \right) . \quad (6.19)$$

A távolságok exponenciálisan (a fénysebességet jóval meghaladó sebességgel) végtelenné növekszenek, a csillagok eltűnnek az égről, ún. de Sitter-univerzum alakul ki.

6.1.5. Az anyag és kozmológiai állandó együttese

Napjainkban a sugárzás elhanyagolható mértékben van jelen, a por és a sötét energia azonban az Univerzum összemérhető energiájú komponensei. Osszuk le a kozmológiai állandóval kiegészített Friedmann-egyenletet H^2 -tel, és vezessük be a következő jelöléseket

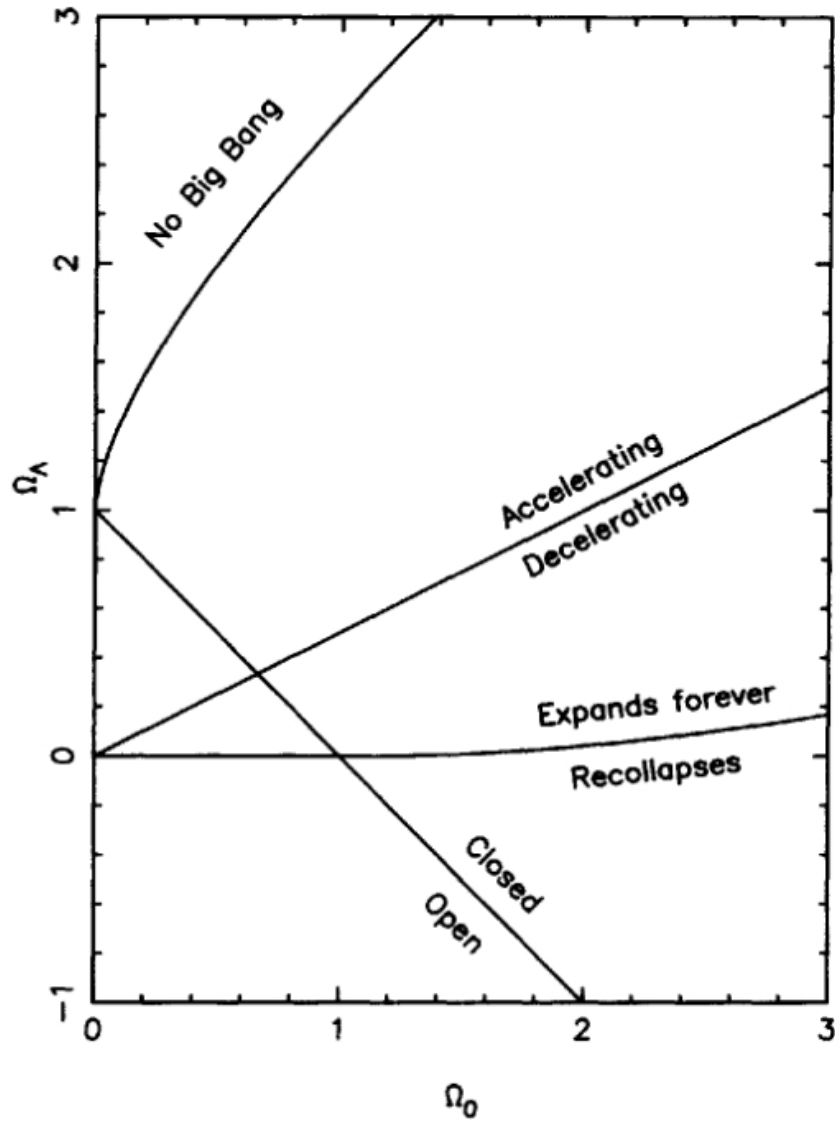
$$\Omega_\Lambda = \frac{\Lambda}{3H^2} , \quad \Omega_M = \frac{8\pi G}{3H^2} \rho , \quad \Omega_K = -\frac{K}{H^2 a^2} , \quad (6.20)$$

ahol Ω_M mind a sugárzást, mind a port tartalmazza. A Friedmann-egyenlet ekkor

$$\Omega_\Lambda + \Omega_M + \Omega_K = 1 . \quad (6.21)$$

Az Ω_Λ és Ω_M kozmológiai paraméterek 6.2 ábrán bemutatott síkja elméletileg lehetséges univerzumokat tartalmaz. A balról jobbra átlósan lefelé tartó vonal felel meg $K = 0$ -nak;

³A „távoli” jelző $z = 2$ -nél kisebb vöröseltolódású szupernóvákat jelöl. Ezek megfigyelési szempontból távol vannak, azonban a kozmikus távolságokhoz képest eltörpülnek ezek a távolságok, így lényegében csak a nagyon késői Univerzum szupernóva-robbanásairól vannak adataink.



6.2. ábra. Az Ω_Λ és Ω_M (az ábrán Ω_0) kozmológiai paraméterek síkja elméletileg lehetséges univerzumokat tartalmaz. A balról jobbra átlósan lefelé tartó vonal felel meg $K = 0$ -nak; fölötté zárt, alatta nyílt világok vannak. Az $\Omega_\Lambda = 0$ értéktől vízszintesen jobbra induló, enyhén emelkedő görbe alatt a tágulási szakaszt követően összehúzódó, fölötté örökösen táguló világok helyezkednek el. Az $\Omega_\Lambda = 0$ értéktől meredeken emelkedő görbe alatt lassulva, fölötté gyorsulva táguló világok vannak. Végül az $\Omega_\Lambda = 1$ értéktől meredeken emelkedő görbe fölött olyan világok helyezkednek el, amelyekben nem volt ősrobbanás [1].

fölötte zárt, alatta nyílt világok vannak. Az $\Omega_\Lambda = 0$ értéktől vízszintesen jobbra induló, enyhén emelkedő görbe alatt a tágulási szakaszt követően összehúzódó, fölötte örökösen táguló világok helyezkednek el. Az $\Omega_\Lambda = 0$ értéktől meredeken emelkedő görbe alatt lassulva, fölötte gyorsulva táguló világok vannak. Végül az $\Omega_\Lambda = 1$ értéktől meredeken emelkedő görbe fölött olyan világok helyezkednek el, amelyekben nem volt ősrobbanás. Mint látjuk, a kozmológiai állandó bevezetése gyökeresen megváltoztatja a korábban kialakult képet. Léteznek például zárt, mégis örökösen gyorsulva táguló; vagy éppen nyílt, mégis összehúzódó világok is.

Mi több, az Univerzum fejlődése során vándorol a 6.2 ábrán. Ősrobbanáskor közelítőleg az ($\Omega_M = 1$ és $\Omega_\Lambda = 0$) pontban volt, míg a Λ CDM modell⁴ szerint a távoli jövőben az ($\Omega_M = 0$ és $\Omega_\Lambda = 1$) pontban lesz.

6.1.6. Kozmológiai megfigyelések

A Λ CDM modell jelenlegi paramétereit a rendelkezésre álló megfigyelésekből lehet meghatározni. A kozmikus háttérsugárzás, az akusztikus barionoszpilláció (Baryon Acoustic Oscillations, BAO) csúcsok és az Ia típusú szupernóvák pontos megfigyelésének eredményeképp (6.3 ábra) a kozmológiai paraméterek

$$\begin{aligned}\Omega_{K,0} &= -0.004 \pm 0,006, \\ \Omega_{M,0} &= 0,278 \pm 0,014, \\ \Omega_{\Lambda,0} &= 0.726 \pm 0,020\end{aligned}\tag{6.22}$$

értékűnek adódnak (lásd [2] 10. táblázatát; itt $\Omega_{\Lambda,0}$ értéke (6.21) egyenletből következik). A fenti adatok a dimenziótlan Hubble-állandó

$$h_0 = 0,742 \pm 0,036\tag{6.23}$$

értéke [3] esetén érvényesek, melyet Ia típusú szupernóvák segítségével állapítottak meg.

A h_0 pontos meghatározását célzó újabb vizsgálat szerint [4]:

$$h_0 = 0,738 \pm 0,024.\tag{6.24}$$

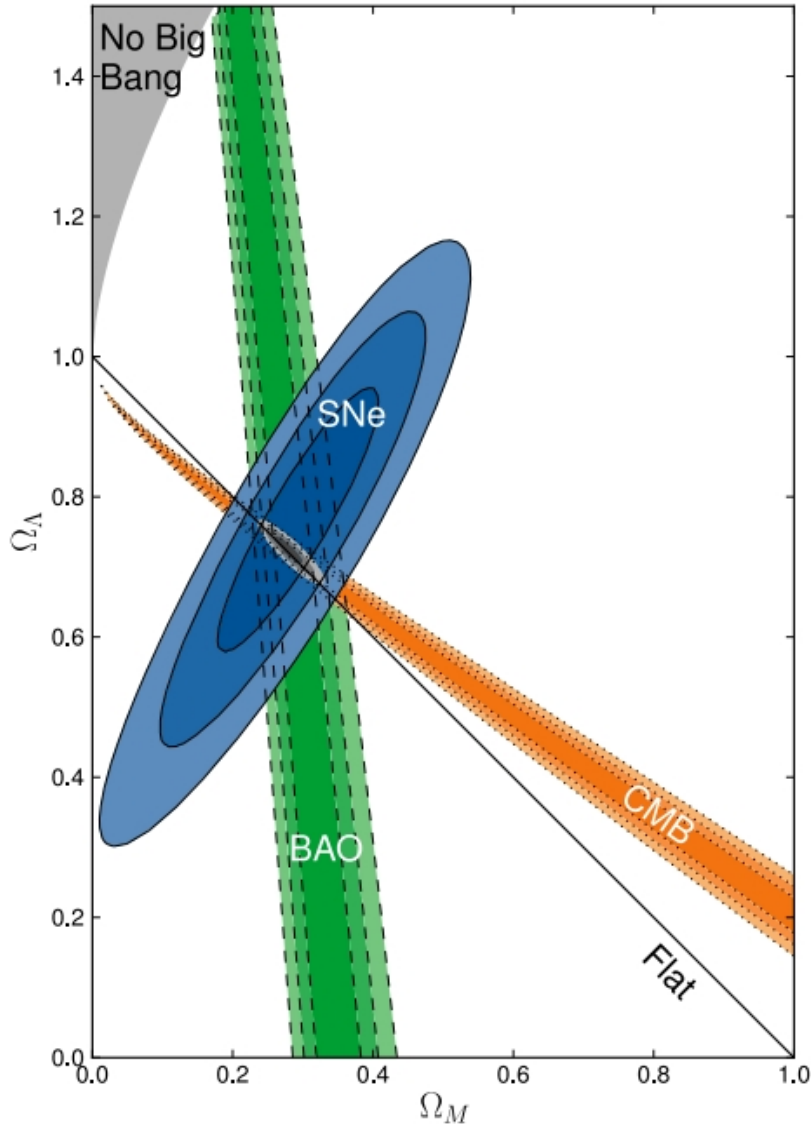
Ebben a vizsgálatban a Hubble-úrtávcső segítségével 8 közelmúltban megfigyelt Ia típusú szupernóva galaxisaiban 600 cefeidát elemeztek infravörös és látható tartományban, melyek segítségével 254 Ia típusú szupernóva luminozítás-vöröselölódás összefüggését kalibrálták.

A dimenziótlan Hubble-állandóra a kisebb

$$h_0 = 0,6932 \pm 0,0080\tag{6.25}$$

érték adódik amennyiben egyéb megfigyeléseket is számításba veszünk [5]. Ezt az értéket a kozmikus háttérsugárzás anizotrópiáit vizsgáló WMAP űrszonda 9 évig tartó méréseinek, a BAO megfigyelések [6]-[9] és az Ia típusú szupernóvákból a h_0 -ra kapott [4] statisztikai korlátokkal való kombinációja adja.

⁴A Λ kozmológiai állandó és a *hideg sötét anyag* (Cold Dark Matter = CDM) fő komponensekből álló Univerzum-modell.



6.3. ábra. A kozmikus háttérsugárzás (CMB), a barionikus akusztikus csúcsok (BAO) és az Ia típusú szupernóvák (SNe) megfigyelése kijelöli az Ω_Λ és Ω_M kozmológiai paraméterek jelenlegi értékét a Λ CDM modellben ($w = -1$ sötét energia állapotegyenlet feltevés mellett). A szaggatott vonalak a 68,3%, 95,4% és 99,7% konfidenciatartományokat jelölik ki [2]. Látható, hogy a háttérsugárzás által preferált paraméter tartomány közel esik a $K = 0$ sík (Flat) univerzumhoz.

A szintén a kozmikus háttérsugárzást vizsgáló Planck űrszonda első 15 hónapjának és a WMAP polarizációs mérései alapján

$$h_0 = 0.673 \pm 0,012, \quad (6.26)$$

$$\begin{aligned} \Omega_{M,0} &= 0,315^{+0,016}_{-0,018}, \\ \Omega_{\Lambda,0} &= 0.685^{+0,018}_{-0,016} \end{aligned} \quad (6.27)$$

kozmológiai paraméterek adódnak sík Λ CDM modellre [10].

Látható, hogy a kozmológiai értelemben közeli megfigyelések (szupernóvák és cefeidák) és a háttérsugárzásból kapott eredmények között eltérés van, ennek okai egyelőre nem tisztázottak.

6.1.7. A sötét anyag

A megfigyelésből származtatott Ω_M érték mintegy tízszer több anyagot mutat az Univerzumban, mint ahogyan azt a világító (barionikus) anyagformák megfigyeléséből gondolnánk. A csupán gravitációs kölcsönhatásban részt vevő ismeretlen anyagkomponens a sötét anyag. Mibenléte nem ismert, bár egzotikusabbnál egzotikusabb jelöltekben nincs hiány.

A leggyakoribb CDM-jelöltek az ún. MACHO-k (Massive Compact Halo Object) és WIMP-ek (Weakly Interacting Massive Particles). A MACHO-k barionikus összetételű sötét, vagy csak gyengén világító makroszkopikus testek (barna és fehér törpék, kísérő nélküli neutroncsillagok és fekete lyukak). Mikrolencsézési megfigyelésekből azonban felső korlátot állapítottak meg ezek előfordulására, ami lehetetlenné teszi, hogy a teljes sötét anyag magyarázatául szolgáljanak. A WIMP-ek csupán a gyenge és a gravitációs kölcsönhatásban vesznek részt, az erős és az elektromágneses kölcsönhatásban nem. Ide sorolják a legkisebb tömegű szuperszimmetrikus részecskéket, az önmaga antirészecskéjeként ismert Majorana fermiont és hasonló, eddig még ki nem mutatott részecskéket.

A *langyos sötét anyag* (Warm Dark Matter = WDM) jelöltek a részecskefizikai standard modell kölcsönhatásaiban részt nem vevő steril neutrínók és a gravitációs kölcsönhatást hordozó részecskék szuperszimmetrikus partnerei, a gravitínók. A nem termikus WIMP-ek szintén ide sorolhatók.

A *forró sötét anyag* relativisztikus sebességű részecskékből, például neutrínókból áll.

A sötét anyag pontos természetrajza továbbra sem ismert, ezért új magyarázatok is elképzelhetők.

A kozmológiai standard modellben a sötét anyag főként a hideg komponensből áll.

6.1.8. A standard kozmológiai modell problémái

A horizont problémája

Az információ legfeljebb fénysebességgel terjed, a fénysebesség véges, az Univerzum pedig szintén véges ideje keletkezett az ősrobbanásban, ráadásul távoli részei fénysebességnél nagyobb látszólagos sebességgel távolodnak egymástól a kozmikus tágulás miatt. A rendelkezésre álló idő alatt az Univerzumnak csak véges kiterjedésű része kerülhetett olyan egyensúlyba, amely homogenitásként és izotrópiaként nyilvánul meg, márpedig ezeket a tulajdonságokat a kauzálisan szeparált Univerzum-tartományok között is megfigyeljük.

A síkság problémája

A Friedmann-egyenlet értelmében ha Ω_K csak egy kicsit is eltér nullától, a kozmikus tágulás során ez az eltérés óriásira növekedett volna. Mivel jelenleg Ω_K mért értéke nullához igen közel áll, a múltban csak meglehetősen pontosan nullához finomhangolt értéke lehetett, amelynek a valószínűsége igen csekély.

A mágneses monopólusok problémája

A nagy egyesített elméletek (Grand Unified Theories; GUT) szerint a korai Univerzumra jellemző nagy hőmérsékleten mágneses monopólusok serege keletkezett, ezeket azonban valamiért nem észleljük.

6.1.9. Az Univerzum vázlatos története

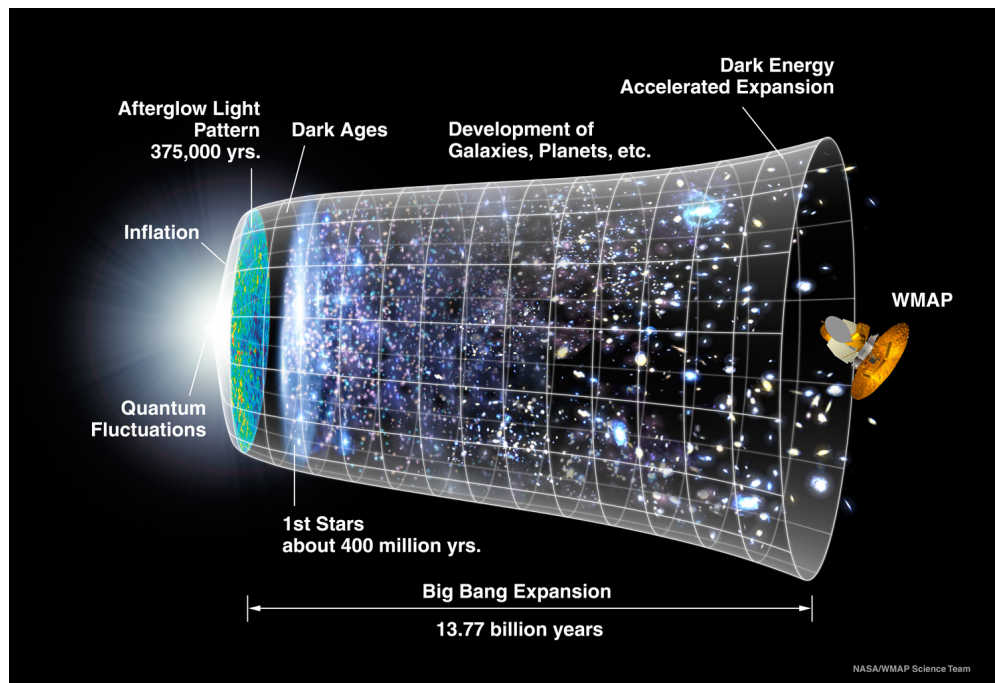
Az Univerzum fejlődésének vázlatos történetét a 6.4 ábra és 6.1 táblázat mutatják be. Az ősrobbanás után az ún. *Planck-korszak* következett, leírására a kvantumgravitáció lenne alkalmas, ez az elmélet azonban még nem ismert. Szokás ezt a hiányzó elméletet a Mindenség elméletének (Theory of Everything; TOE) is nevezni, ez összes változatában egyesíti a négy kölcsönhatást. Elsőként a gravitáció „szakad le”, az erős és elektromgyenge kölcsönhatások egyesített leírását a (megfigyelésekkel egyelőre meg nem erősített) nagy egyesített elméletek kísérelik meg.

A standard kozmológiai modell problémáit az infláció korszaka oldja fel. Ennek során az Univerzum a fénynél sebesebben tágul, miközben nagysága megtöbbszöröződik. Az inflációs korszak során, 10^{12} TeV energián az erős kölcsönhatás leválik az elektromgyengéről. A fénynél gyorsabb tágulást az inflaton tér hozza létre. Az inflációs korszak az inflatonok bomlásával ér véget, a bomlástermékek a részecskefizikai standard modell elemi részecskéi (leptonok, kvarkok, mérték bozonok), valamint esetleg még nem ismert részecskék. A részecske-antirészecske aszimmetria létrejött, viszont kialakulási mechanizmusa nem ismert.

A $T \approx 10^{15}$ K (100 GeV) hőmérséklettől⁵ kezdve kialakult az Univerzum domináns anyag-tartalma: elektronok, kvarkok, fotonok és neutrínók hatnak kölcsön egymással plazma állapotban. A kvarkok $T \approx 10^{12}$ K (0,1 GeV) hőmérsékleten tömörülnek protonokba és neutronokba, a kialakult nukleonok pedig 10^{10} K hőmérsékleten egyszerű atommagokba. A sugárzás (fotonok) energiasűrűsége nagyobb a részecskékénél, azonban 10000 K-nél a két energiasűrűség megegyezik (a tömeges részecskék termikus mozgásából származó sebessége addigra már nemrelativisztikus; $p \ll \rho$ por közelítés lép érvénybe). Ezt követően már por-dominált az Univerzum.

Az atomok 3000 K-nél alakulnak ki, ez a rekombináció korszaka. A korábban az elektronokkal kölcsönható sugárzás számára az Univerzum átlátszóvá válik (lecsatolódás). Kvalitatív vizsgálatok céljából a fotonok anyagról történő lecsatolódását pillanatszerűnek tekintjük. Ebben a közelítésben az összes foton azonos időpontban szóródott utoljára, az *utolsó szóródási felületen* (surface of last scattering; SLS).

⁵A Boltzmann-konstans egységnyiinek választása azt jelenti, hogy a hőmérséklet és az energia dimenziója megegyezik, a kelvin és az elektronvolt közötti váltószám pedig: $1 \text{ K} = 8,617385 \times 10^{-5} \text{ eV}$.



6.4. ábra. Az Univerzum 13,77 milliárd éves története vázlatosan a Planck-korszaktól (kvantumfluktuációk), infláción, lecsatolódási és sötét korszakokon át, a struktúra kialakulásán keresztül, a sötét energia által dominált jelenig. [http://map.gsfc.nasa.gov/media/060915/060915_CMB_Timeline150.jpg]

A lecsatolózott sugárzás függetlenül fejlődik és hűl tovább, amint tágul az Univerzum, ez a kozmikus mikrohullámú háttérsugárzás. A háttérsugárzás intenzitásának frekvenciafüggése a Planck-eloszlást követi, amely meghatározza mindenkor hőmérsékletét. Lecsatolódáskor ez a sugárzás még nem volt mikrohullámú, ez csupán a napjainkban észlelhető 2,725 K hőmérsékletét jellemzi (az intenzitásmaximum a mikrohullámú tartományban található).

A lecsatolódás után a „sötét korszak” kezdődött, amikor a részecskék gravitációs kollapszusa még nem hozott létre világító égitesteket, a háttérsugárzás pedig már nem volt a látható tartományban.

A struktúráképződés a galaxisok és galaxishalmazok kialakulását jelenti. Ez egy hosszú folyamat, amelyet a gravitációs vonzás szabályoz, modellezését pedig a perturbációk struktúrákhoz vezető növekedése miatt szükségessé váló nemlineáris fejlődés igen megnehezíti. Részletei erősen függenek a sötét anyag és barionikus anyag arányától.

A késői Univerzumban mind a sugárzás, mind a por energiasűrűsége igen lecsökkent, és a sötét energia taszító hatása vált dominánssá. A tágulás dinamikája a kozmológiai közelmúltban ($z < 2$) a sötét energia által okozott gyorsulást mutatja.

Az Univerzum további sorsa a sötét energia természetének függvénye. Exponenciális tágulástól a gyorsuló tágulás megtorpanásáig és újabb szingularitásba való összehúzódásig sokféle forgatókönyv kompatibilis a jelenleg rendelkezésre álló megfigyelésekkel.

6.2. Inflációs korszak

6.2.1. Inflációs modellek

Az Univerzum legkorábbi, jelenlegi elméleteinkkel még leírható korszaka az ún. inflációs korszak. Ennek során az Univerzum mintegy 10^{78} -szorosára sokszorozta meg méretét, miközben exponenciálisan tágult és hőmérséklete mintegy milliomod részére csökkent.

Az exponenciális tágulást a sötét energiához igen hasonló inflációs mező (inflaton) uralta, amely negatív nyomású, a $\rho + 3p < 0$ feltételt teljesítő ideális folyadékként is elképzelhető. A folyadék legegyszerűbben egy skalármezővel modellezhető. A skalármező elbomlásával véget ér az infláció. A bomlástermékek a részecskefizikai standard modell részecskéivé és elektromágneses sugárzássá bomlanak, ennek hatására az Univerzum visszanyeri infláció előtti hőmérsékletét (újrafelfűtődés; reheating). A folyamatról kevés információ áll rendelkezésre, de többnyire parametrikus rezonancia segítségével modellezik [11].

Mint azt korábban láttuk, a kozmológiai állandó is képes exponenciális tágulást okozni, azonban nem teszi lehetővé az infláció befejezését.

Az infláció megoldja a standard kozmológiai modell korábban említett problémáit. A horizontproblémát azzal, hogy az exponenciális tágulás alatt váltak kauzálisan szeparálttá az Univerzum inflációt megelőzően termalizálódott részei. A síkság problémáját azzal, hogy az infláció „kisimítja” az Univerzumot, így az általunk jelenleg észlelt tartománya hasonló egy igen nagy gömbfelület igen kicsi darabjához, amit akár síknak is gondolhatunk. Más szóval az Ω_K ma mért nullához közeli értéke annak a következménye, hogy az infláció Ω_K értékét igen lecsökkentette. A mágneses monopólusok problémájára az infláció azt a választ adja, hogy sűrűségük igen lecsökkent, ezzel együtt detektálási valószínűségük is.

A korai inflációs modellek Alan Guth és Andrei Starobinsky nevéhez kapcsolódnak. Ezek,

6.1. táblázat. Az Univerzum fejlődésének fontosabb momentumai.

korszak (energia)	idő / hőmérséklet / vöröseltolódás	jellemzők
Planck-korszak		kvantumgravitáció
infláció (> 86 GeV)	$< 10^{-10}$ s $> 10^{15}$ K $> 3,7 \times 10^{14}$	az Univerzum nagysága rövid idő alatt megsokszorozódik
kvarc-plazma ($86 \text{ MeV} \div 86 \text{ GeV}$)	$10^{-10} \div 10^{-4}$ s $10^{12} \div 10^{15}$ K $3,7 \times (10^{11} \div 10^{14})$	sugárzás (fotonok) és anyag (kvarc, elektron, neutrínó) kölcsönhatnak
nukleon-plazma ($0,86 \div 86 \text{ MeV}$)	$10^{-4} \div 1$ s $10^{10} \div 10^{12}$ K $3,7 \times (10^9 \div 10^{11})$	protonok és neutronok kialakulása; sugárzás és anyag kölcsönhat
sugárzás-dominált plazma ($0,78 \text{ eV} \div 0,86 \text{ MeV}$)	$1 \div 10^{12}$ s $9000 \div 10^{10}$ K $3280 \div 3,7 \times 10^9$	atommagok kialakulása (nukleoszintézis); neutrínók kölcsönhatása elhanyagolható; sugárzás anyaggal kölcsönhat
por-dominált plazma ($0,26 \div 0,78 \text{ eV}$)	$10^{12} \div 10^{13}$ s $3000 \div 9000$ K $1100 \div 3280$	sugárzás és anyag kölcsönhat
struktúra-képződés ($2 \times 10^{-4} \div 0,26 \text{ eV}$)	10^{13} s $\div$ napjaink $2,72 \div 3000$ K $0 \div 1100$	atomok kialakulása (rekombináció); lecsatolódás; a CMB független fejlődése; struktúra kialakulása
a jövő	a sötét energia jellege határozza meg	

a *régi inflációnak* nevezett modellek ugyan megoldották a standard kozmológiai modell problémáit, azonban nem voltak képesek az infláció leállítását megfelelően modellezni (*kecses leállás*: „graceful exit” probléma). Andrei Linde, Andreas Albrecht és Paul Steinhardt vezették be az *új infláció* modelljét (*lassú gördülés*; slow-roll modell), amelyben az infláció egy skalármezőnek egy potenciáldombról való „legördülésével” függ össze. Amikor a legördülés sebessége kisebb az Univerzum tágulási sebességénél, infláció van; amikor a lejtő „dőlésszöge” megnő, az infláció véget ér.

Ismert még a *hibrid infláció* modellje is, amelyben több skalármező szerepel, ezek közül az egyik az inflációért felelős, a másik leállításáért. Az *örökös infláció* (eternal inflation) elméletei szerint az Univerzumnak vannak napjainkig is inflációban részt vevő részei, de folyamatosan szakadnak le róla olyan tartományok, ahol az infláció véget ér. Ezek a tartományok új világegyetemeket hoznak létre és létrejön a multiverzum. Inflációhoz igen hasonló folyamatokat a húr-kozmológia és a hurok-kvantumgravitáció elméletei is jósolnak.

6.2.2. Infláció egy skalármezővel

Az infláció feltétele a gyorsuló tágulás, amely a Raychaudhuri-egyenlet értelmében $\rho + 3p < 0$. Az Univerzum anyagát az inflaton dominálja, így a hatásfüggvény:

$$\begin{aligned} S &= S_G + S_\phi, \\ S_G &= \int dx^4 \sqrt{-g} R, \\ S_\phi &= \int dx^4 \sqrt{-g} L_\phi. \end{aligned} \quad (6.28)$$

A hatásfüggvény S_G gravitációs részének (Einstein–Hilbert-hatás) a funkcionális deriváltja éppen az Einstein-tenzor:

$$\frac{\delta S_G}{\delta g_{ab}} = -\frac{\sqrt{-g}}{2} \left(R^{ab} - \frac{1}{2} R g^{ab} \right) = -\frac{\sqrt{-g}}{2} G^{ab}. \quad (6.29)$$

Itt R_{ab} a Ricci-tenzor, R ennek a spúrja, a görbületi skalár és G_{ab} az Einstein-tenzor, míg g a metrikus tenzor determinánsa. Az első egyenlőség levezetéséhez felhasználtuk a

$$\delta \sqrt{-g} = \frac{\sqrt{-g}}{2} g^{ab} \delta g_{ab}, \quad (6.30)$$

$$\delta g^{cd} = -g^{ac} g^{bd} \delta g_{ab} \quad (6.31)$$

összefüggéseket. Az S_ϕ anyagi hatás g_{ab} szerinti funkcionális deriváltja definíció szerint az energia-impulzus tenzor:

$$T_{ab} = -\frac{1}{4\pi G \sqrt{-g}} \frac{\delta S_\phi}{\delta g_{ab}}. \quad (6.32)$$

A g_{ab} szerinti variálással így a (6.1) Einstein-egyenletekhez jutunk.

Az energia-impulzus tenzor pontos alakját a skalármezőt jellemző $L_\phi \sqrt{-g}$ Lagrange-sűrűség határozza meg. Egy V potenciáltérben mozgó nemrelativisztikus részecske Lagrange-függvényének klasszikus térelméleti általánosítása:

$$L_\phi = 8\pi G \left[\frac{1}{2} g^{ab} \partial_a \phi \partial_b \phi - V(\phi) \right] \quad (6.33)$$

a következő energiampulzus tenzorhoz vezet:⁶

$$T_{ab} = -g_{ab} \left[\frac{1}{2} g^{cd} \partial_c \phi \partial_d \phi + V(\phi) \right] + \partial_a \phi \partial_b \phi . \quad (6.34)$$

FLRW-téridőben feltehetjük, hogy ϕ is homogén és izotrop, így csupán az időnek függvénye. Ekkor T_{ab} ideális folyadék típusúvá válik, amelyben

$$\rho = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + V(\phi) , \quad p = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 - V(\phi) . \quad (6.35)$$

Az infláció feltétele

$$\rho + 3p = 2 \left[\dot{\phi}^2 - V(\phi) \right] < 0 , \quad (6.36)$$

vagyis

$$\dot{\phi}^2 < V(\phi) . \quad (6.37)$$

A hatás ϕ szerinti variálása a

$$0 = \frac{1}{8\pi G} \frac{\delta S}{\delta \phi} = \sqrt{-g} \frac{dV}{d\phi} - \partial_a (\sqrt{-g} g^{ab} \partial_b \phi) \quad (6.38)$$

Euler–Lagrange-egyenlethez vezet. Felhasználva hogy ϕ csak időtől függ, és $\sqrt{-g} = a^3 r \sin \theta$, valamint vesszővel jelölve a továbbiakban a ϕ szerinti deriválást, a kapott Euler–Lagrange-egyenlet:

$$0 = V' + \frac{\partial_0 (\sqrt{-g} \dot{\phi})}{\sqrt{-g}} = V' + \ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} . \quad (6.39)$$

Ez a sűrűdési taggal ($3H\dot{\phi}$) kiegészített Klein–Gordon-egyenlet olyan speciális esete, amikor a ϕ skalármező csak az időtől függ. A gravitáció fejlődésegyenletei a Friedmann- és a Raychaudhuri-egyenletek, míg a skalármezőé a sűrűdással kiegészített Klein–Gordon-egyenlet.

Végül megjegyezzük, hogy a skalármező energiasűrűségére és nyomására felírt

$$0 = \dot{\phi} \ddot{\phi} + V' \dot{\phi} + 3 \frac{\dot{a}}{a} \dot{\phi}^2 . \quad (6.40)$$

folytonossági egyenlet ugyancsak megadja a skalármező fejlődésegyenletét, amennyiben $\dot{\phi} \neq 0$.

6.2.3. A lassú gördülés modellje

Lassú gördülés akkor áll fenn, ha a skalármező változási sebességének négyzete kicsi a potenciálhoz képest, vagyis

$$\dot{\phi}^2 \ll V . \quad (6.41)$$

Ekkor $\rho \approx V$ és a Friedmann-egyenlet

$$H^2 \approx \frac{8\pi G}{3} V . \quad (6.42)$$

⁶Megjegyezzük, hogy a (6.33) skalármező Lagrange-sűrűségében a ϕ^2 dimenziója a G gravitációs állandó inverzének dimenziójával egyezik, ez a gravitációs $R\sqrt{-g}$ Lagrange-sűrűséggel való összevetésből látszik.

Lassú gördüléskor továbbá $p \approx -\rho$, ami a kozmológiai konstans állapotegyenlete. A folytonossági egyenletből ekkor ρ közel állandó, így a Friedmann-egyenlet miatt H is. Már láttuk, hogy ilyenkor a kozmológiai fejlődés exponenciális táguláshoz vezet.

A lassú gördülés másik,

$$\left| \ddot{\phi} \right| \ll \left| V' + 3H\dot{\phi} \right| \quad (6.43)$$

feltételének értelmében a skalármező egyenlete

$$3H\dot{\phi} \approx -V' \quad (6.44)$$

alakra egyszerűsödik.

A lassú gördülés kis paraméterei

Vezessük be az alábbi (dimenziótlan) paramétereket:

$$\varepsilon(\phi) = (16\pi G)^{-1} \left(\frac{V'}{V} \right)^2, \quad \eta(\phi) = (8\pi G)^{-1} \frac{V''}{V}, \quad (6.45)$$

A következőkben belátjuk, hogy a lassú gördülési inflációhoz szükséges, hogy mind ε , mind η kicsi legyen.

A (6.44) egyenlet négyzetét elosztva a (6.42) egyenlet V -szeresével kapjuk, hogy

$$\varepsilon \approx \frac{3}{2} \frac{\dot{\phi}^2}{V} \ll \frac{3}{2}. \quad (6.46)$$

A Friedmann- és Raychaudhuri-egyenletek különbségét képezve (6.37) közelítésben kapjuk, hogy $\dot{H} \approx 0$, tehát H közelítőleg állandó a lassú gördülés közben. Ezt felhasználva, (6.44) időderiváltja adja, hogy:

$$3H\ddot{\phi} \approx -V''\dot{\phi}. \quad (6.47)$$

Amiből következik, hogy:

$$\begin{aligned} |\eta| &= (8\pi G)^{-1} \left| \frac{V''}{V} \right| \approx \frac{3}{8\pi G} \left| \frac{H\ddot{\phi}}{V\dot{\phi}} \right| \\ &\ll \frac{3}{8\pi G} \left| \frac{HV' + 3H^2\dot{\phi}}{V\dot{\phi}} \right| \approx 3 \left| 1 + \frac{H}{8\pi G\dot{\phi}} \frac{V'}{V} \right|. \end{aligned} \quad (6.48)$$

A (6.44) egyenlet értelmében viszont

$$\frac{H}{8\pi G\dot{\phi}} \frac{V'}{V} \approx -\frac{1}{8\pi G} \frac{3H^2}{V} \approx 1,$$

így

$$|\eta| \ll 3. \quad (6.49)$$

Egyszerű lassú gördüléssel inflációs modell

A potenciál ismeretéből az ε és η paraméterek közvetlenül meghatározhatók, ezek időfejlődése meghatározza a lassú gördüléssel infláció végét. A legegyszerűbb $V \propto \phi^2$ potenciál esetén $\varepsilon = \eta = (4\pi G\phi^2)^{-1}$. A lassú gördüléssel infláció szükséges feltétele ekkor $\phi^2 \gg (4\pi G)^{-1}$; addig tart, amíg ϕ megközelíti ezt az alsó határt.

A Friedmann-egyenlet értelmében $H \propto \dot{\phi}$, így $\dot{\phi} \approx \text{állandó}$. Amennyiben ϕ csökkenni kezd, V is csökken; mivel azonban $\dot{\phi}$ állandó, ezért egy idő után sérül a $V > \dot{\phi}^2$ feltétel, és véget ér a lassú gördüléssel infláció.

Az infláció mértéke

Az inflációt szokás az

$$N = \ln \frac{a(t_f)}{a(t_i)}, \quad (6.50)$$

ún. *e-szereződési* (*e-folding*) számmal is jellemezni. Itt t_f az infláció végének, t_i az infláció kezdetének időpontja. A síkság és a horizont problémák feloldásához $N \geq 70$ szükséges.

Mivel az ősrobbanás hozzávetőleg 13,7 milliárd éve történt, a jelenleg látható Univerzum mérete $\approx 1,3 \times 10^{26}$ m. Az $N = 70$ azt jelenti, hogy a teljes ma látható Univerzum az infláció során egy $\approx 5 \times 10^{-5}$ m sugarú mikroszkópikus foltból kialakulhatott volna.

Valójában az infláció vége $z = a_0/a - 1 \approx 10^{14}$ körül már bekövetkezett, azaz csak $a/a_0 \approx 10^{-14}$ -szer kisebb tartományt kellett létrehoznia az inflációnak ahhoz, hogy a hátralévő kozmológiai fejlődés ezt a teljes látható Univerzumunkká alakítsa. Ez a tartomány viszont már egy 5×10^{-19} m nagyságú, az atommag méreténél is ezerszer kisebb tartományból létrejöhetett!

6.3. A kvarkoktól az atomokig

6.3.1. A kvarkok és leptonok kialakulása

A $T \approx 10^{15}$ K hőmérséklet (100 GeV) elérésekor az elektromágneses és a gyenge kölcsönhatások szétválnak; a Higgs-mechanizmuson keresztül pedig tömeget nyernek a gyenge kölcsönhatást közvetítő W és Z bozonok, a kvarkok (up, down, charm, strange, top, bottom), a leptonok (elektron, müon, τ -részecske, a nekik megfelelő típusú neutrínók) és antirészecskéik. A top kvarkok antirészecskéikkel annihilálódva bottom kvarkokat, valamint az erős, az elektromágneses és a gyenge kölcsönhatásokat közvetítő részecskéket hoznak létre (gluonok, fotonok, W és Z bozonok). A W és Z bozonok annihilációja során fotonok, kvarkok és leptonok keletkeznek. Ezt követően a bottom kvarkok antirészecskéikkel annihilálódva fotonokat, gluonokat és könnyebb kvarkokat produkálnak. Hasonló annihiláció következik a charm kvark és τ -részecske esetén.

6.3.2. A barionok és mezonok kialakulása

A $T \approx 3,5 \times 10^{12}$ K (300 MeV) hőmérsékleten létrejönnek a barionok és mezonok. Az erős kölcsönhatás a kvarkokat up és down kvarkokból álló kvark-antikvark párokba (mezonok,

túlnyomórészt pionok), vagy hármas csoportokba (barionok: proton, neutron) zárja. A barionok és antibarionok nagy része annihilálódik, azonban a korai Univerzumban fennálló (eddig még megfelelően meg nem értett eredetű) részecske-antirészecske aszimmetria következtében a protonok és neutronok kis része megmarad.

Az elektromosan töltött $\pi^\pm$ pionok bomlásai: $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$ és $\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$ (itt μ^- müion, μ^+ antimüion, ν_μ müionneutrínó, $\bar{\nu}_\mu$ anti-müionneutrínó), illetve sokkal kevésbé valószínű folyamatok: $\pi^+ \rightarrow e^+ + \nu_e$, $\pi^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e$ (itt e^- elektron, e^+ pozitron, ν_e elektronneutrínó, $\bar{\nu}_e$ anti-elektronneutrínó); $\pi^+ \rightarrow \pi^0 + e^+ + \nu_e$, $\pi^+ \rightarrow \pi^0 + e^- + \bar{\nu}_e$. Az elektromosan semleges π^0 pion bomlásai: $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ (itt γ foton), illetve a sokkal kevésbé valószínű: $\pi^0 \rightarrow \gamma + e^+ + e^-$. Az Univerzum $T \approx 1,5 \times 10^{12}$ K (130 MeV) hőmérsékletének elérésekor a pionok többsége már elbomlott.

A $T \approx 2,3 \times 10^{12}$ K (200 MeV) alatti hőmérsékleten a fotonok már nem tudnak müion-antimüion párokat kelteni, hiszen a $2\gamma \rightarrow \mu^+ + \mu^-$ folyamat az energiamegmaradás következtében csak $T \approx 2m_\mu \approx 210$ MeV felett hatásos. Így a müionok antirészecskéikkel annihilációja válik hatásossá. Hasonlóan a strange kvarkok is annihilálódnak antirészecskéikkel.

Az Univerzum anyagát $T \approx 1,2 \times 10^{12}$ K (100 MeV) alatti hőmérsékleten protonok, neutronok, fotonok, elektronok és neutrínók alkotják.

6.3.3. Neutrínó lecsatolódás

A neutrínók a

$$\gamma \leftrightarrow e^+ + e^- \leftrightarrow \nu_i + \bar{\nu}_i, \quad (6.51)$$

$$\nu_i + e^\pm \leftrightarrow \nu_i + e^\pm, \quad (6.52)$$

$$\bar{\nu}_i + e^\pm \leftrightarrow \bar{\nu}_i + e^\pm, \quad (6.53)$$

folyamatok segítségével (ahol $i = \{e, \mu, \tau\}$) létesítettek termikus egyensúlyt az Univerzumot kitöltő kozmikus plazmával. Mindegyik folyamat hatáskeresztmetszete a

$$\sigma_F \approx G_F^2 T^2, \quad (6.54)$$

kifejezés nagyságrendjébe esik. Itt G_F a Fermi-konstans, amelynek értéke $(293 \text{ GeV})^{-2}$. A hőmérséklet csökkenésével a folyamatok hatáskeresztmetszete is csökken. Az n_e elektron- és n_ν neutrínó-számsűrűségek egyaránt T^3 arányosak. A reakcióütemek nagyságrendileg:

$$\Gamma_F = \langle \sigma_F v \rangle n \approx G_F^2 T^5, \quad (6.55)$$

a tágulás üteme pedig (a Friedmann-egyenlet és a Stefan–Boltzmann-törvény felhasználásával):

$$H \approx \sqrt{G\rho} \approx \sqrt{GT^2}, \quad (6.56)$$

amelyekből

$$\frac{\Gamma_F}{H} \approx \frac{G_F^2}{\sqrt{G}} T^3 \approx \left(\frac{T}{1 \text{ MeV}} \right)^3 \quad (6.57)$$

következik.

A Γ_F reciproka a szóródások közötti átlagos időt adja meg, míg H^{-1} nagyságrendileg az Univerzum mindenkor korát jellemzi. A reakciók megtörténtének feltétele tehát, hogy a reakcióütem lényegesen nagyobb legyen a Hubble-paraméternél. Mivel a reakció üteme meredekebben csökken T -vel, mint a tágulás üteme, ezért egy idő után előáll az ún. *Gamov-feltétel*:

$$\Gamma_F \approx H . \quad (6.58)$$

Ez hozzávetőleg 1 MeV környékén következik be. Ezt követően $\Gamma_F < H$, ezért a részecske-szóródások valószínűsége kicsi, így a neutrínók lecsatolódnak a többi relativisztikus részecskéről. Lecsatolódáskor a neutrínóeloszlás hőmérséklete megegyezik a fotonéval, és mindkét komponens hőmérséklete továbbra is fordítottan arányos a skálafaktorral.

Ezt követően a komponensek eltérő módon hűlnek tovább, mivel az $m_e \approx 0.5$ MeV energiának megfelelő $5,8 \times 10^9$ K hőmérséklet alatt az elektron-pozitron annihilációt már nem tudja kompenzálni a $2\gamma \rightarrow e^- + e^+$ folyamat. A keletkező többletsugárzás miatt a fotonok hőmérséklete lassabban csökken, mint a neutrínóké. Feltéve, hogy az annihiláció termikus egyensúlyban megy végbe és az entrópia megmarad a folyamat során, belátható [12], hogy az annihiláció végére:

$$\frac{T_\nu}{T_\gamma} = \left(\frac{4}{11} \right)^{1/3} . \quad (6.59)$$

A fotoneloszlás hőmérséklete az elektron-pozitron annihilációt követően magasabb a neutrínókénál. Ezt követően a két komponens hőmérséklete ismét a skálafaktor inverzével csökken.

6.3.4. Neutronhányad

A neutronok és protonok az

$$\begin{aligned} n + e^+ &\leftrightarrow p + \bar{\nu}_e + 1,8 \text{ MeV} , \\ n + \nu_e &\leftrightarrow p + e^- + 0,8 \text{ MeV} , \\ n &\leftrightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e + 0,8 \text{ MeV} \end{aligned} \quad (6.60)$$

folyamatokon keresztül alakulnak egymásba. Az egyes reakciók addig tekinthetők reverzibilisnek, ameddig a fotonok energiája elég nagy az energiafelvétellel járó folyamatok energiaszükségletének fedezésére. Amikor az Univerzum hőmérséklete 0,8 MeV energia skálának megfelelő $9,3 \times 10^9$ K hőmérséklet alá csökken, a fenti folyamatok balról jobbra nagyobb valószínűséggel mennek végbe, így a neutronok száma csökken a protonokéhoz képest.

Az első két energiatermelő folyamathoz szükséges, hogy az $n + e^+$ és $n + \nu_e$ szóródások valószínűsége nagy legyen, vagyis a reakcióütemek a Hubble paraméter értékét meghaladják. A 0,5 MeV-nek megfelelő $5,8 \times 10^9$ K hőmérséklet alatt a (6.60) első két energiatermelő reakciója már nem hatásos.

A neutronbomlás a deuteron és más könnyű elemek kilakulásának kezdetéig tart. Az atommagok képződésére rendelkezésre álló neutronok hányada az Univerzum fejlődésétől függ. Az Univerzum lassú hűlése esetén kevesebb, míg gyors hűlése esetén több neutron marad meg és vehet később részt a nukleoszintézisben.

A deuteron és más könnyű elemek keletkezése $T \approx 8,1 \times 10^8$ K (0,07 MeV) hőmérsékleten indul be. Az

$$X_n \equiv \frac{n_n}{n_n + n_p} \quad (6.61)$$

neutronhányadra vonatkozó Boltzmann-egyenlet numerikus integrálásából

$$X_n(0.07\text{MeV}) \approx 0.11 \quad (6.62)$$

érték adódik.

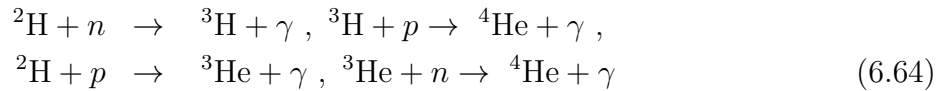
6.3.5. Elsődleges nukleoszintézis

Amikor az Univerzum a deuteronok kötési energiájának megfelelő hőmérséklet alá hűl, stabil deuteron-atommagok alakulnak ki. (A kötési energiák nagyságrendjébe eső hőmérsékleteken kialakuló atommagokat a magas energiájú fotonok még lerombolják.) Az alacsony [12]

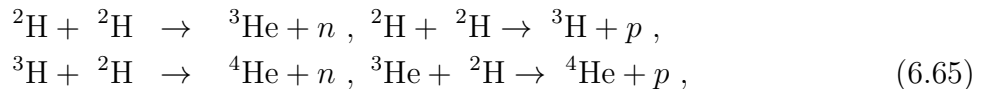
$$\eta_b \sim 10^{-9} \quad (6.63)$$

barion/foton arány miatt csak $T \approx 8,1 \times 10^8$ K (0,07 MeV) hőmérsékleten indul be a deuteronok (2H) szintézise. Mivel az egy barionra eső kötési energia a vasatommag esetén a legkisebb, energetikailag ennek a kialakulása lenne a legkedvezőbb, azonban az Univerzum folyamatos lehűlése ezt megakadályozza.

A deuteronok létrejöttével megindul a triton- és a héliumatommagok képződése a



fotoemisszióval járó és a



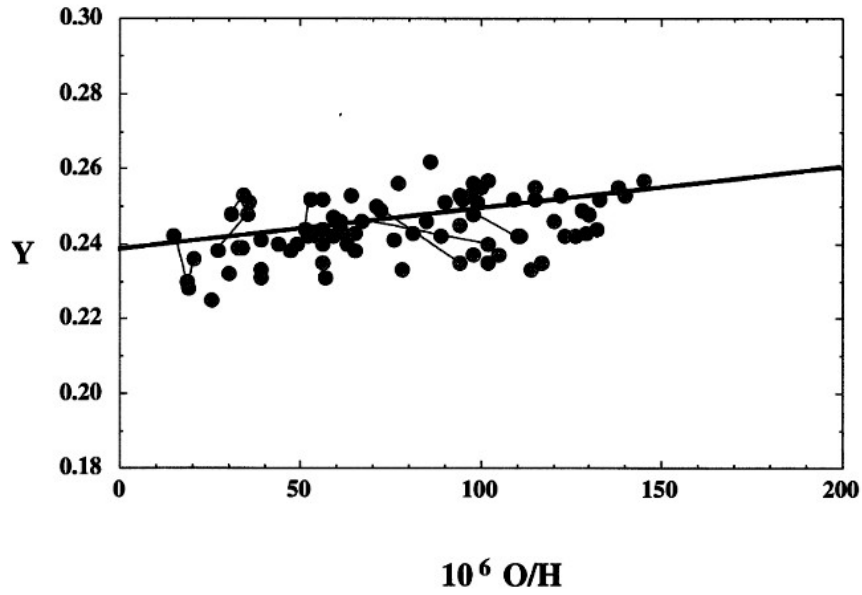
fotoemisszió-mentes folyamatokon keresztül. A $T \approx 5,8 \times 10^8$ K hőmérsékletnél (0,05 MeV) a



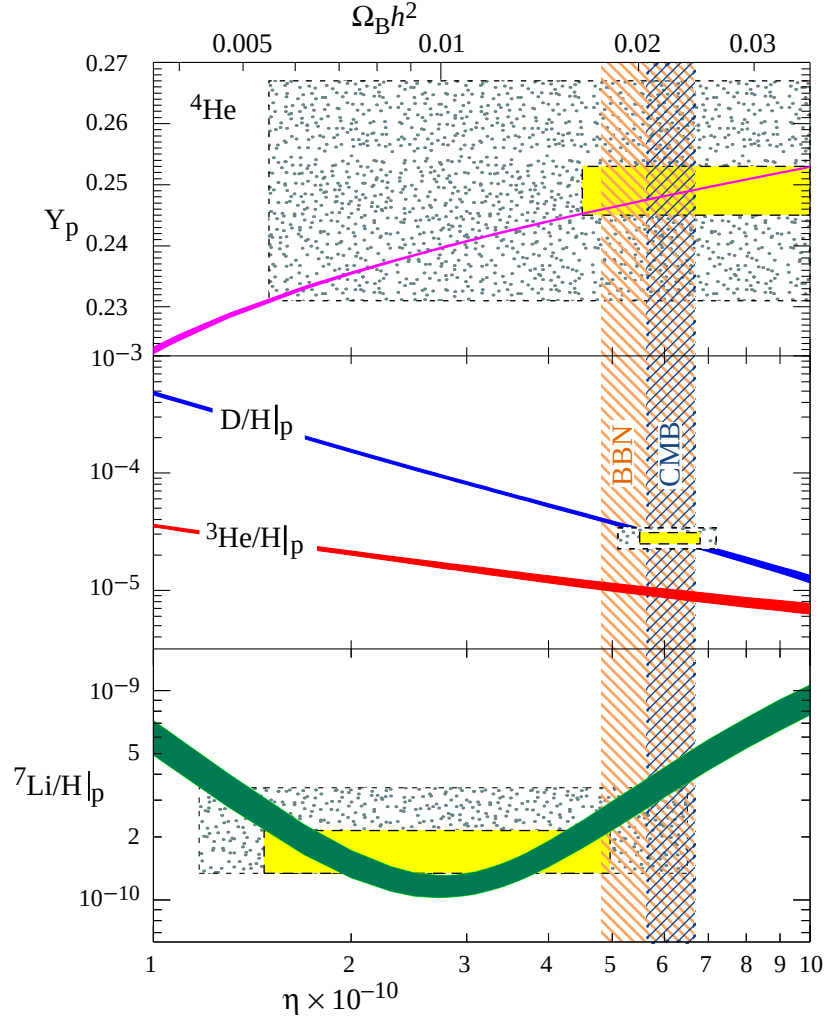
folyamat is megjelenik. A 4He kötési energiája nagyobb, mint a deuteroné, ezért a héliumatommagra vonatkozó Boltzmann-egyenlet azt adja, hogy amint képződésük be tud indulni az említett kétrészecske szórásokon keresztül, arányuk gyorsan nő a deuteronéhoz képest. Feltéve, hogy az összes neutron héliumatommagokba tömörül, a héliumatommagok száma a neutronok felével lesz egyenlő. A barionikus anyag héliumhányada tehát:

$$\begin{aligned} Y_p &\equiv \frac{M_{He}}{M_b} \approx \frac{n_{4He} m_{4He}}{n_b m_H} \approx \frac{4n_{4He}}{n_b} \\ &\approx 2X_n(0,07 \text{ MeV}) = 0,22. \end{aligned} \quad (6.67)$$

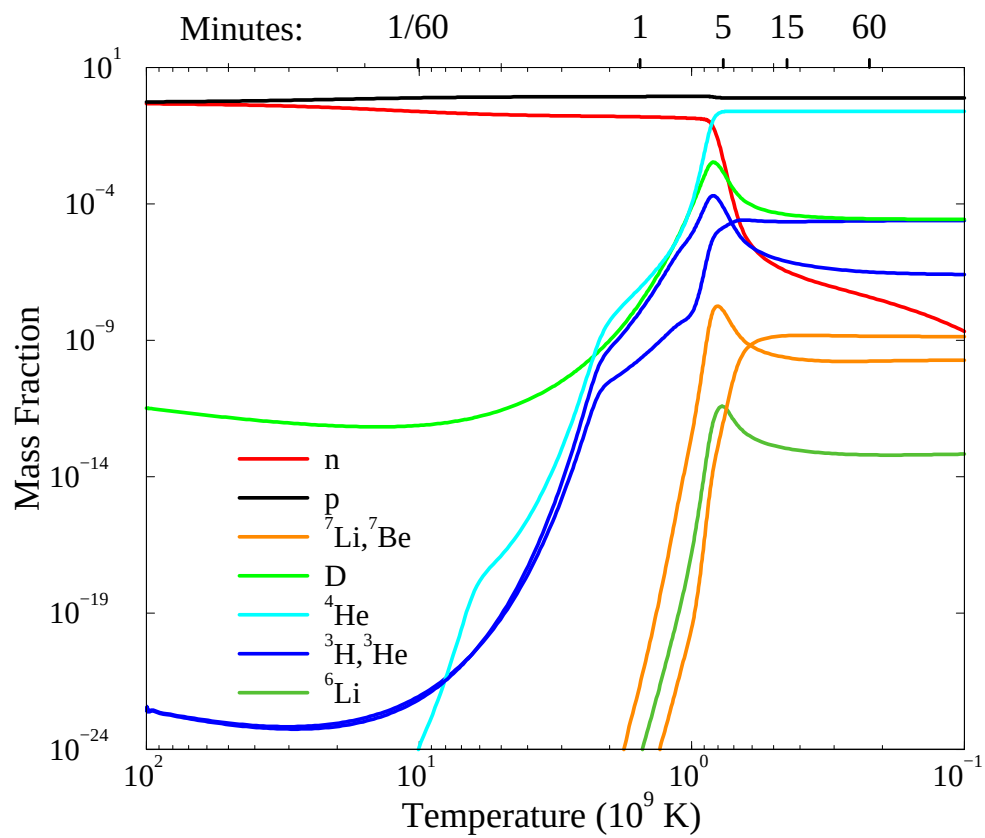
ahol M_{He} a héliumatommagok és M_b a barionok össztömegét jelenti. A második sorban (6.61) és (6.62) egyenleteket használtuk. A 6.5 ábra mutatja, hogy a megfigyelési adatok szerint a



6.5. ábra. Az $Y \equiv Y_p$ héliumhányad az oxigén/hidrogén arány függvényében. Az alacsonyabb oxigéntartalmú rendszerek kevesebb (oxigénhez vezető) folyamaton estek át, így a bennük megfigyelt héliumhányad közelebb áll a nukleoszintézis kori értékhez. Az illesztés, amely szerint a kezdeti hányad $Y_p = 0.238$, [13]-ból származik, az adatok pedig [14], [15], [16] és [17]-ből. A különböző csoportok által megfigyelt azonos rendszerekre kapott adatpontokat vonalak kötik össze. Az ábrát [12]-ből vettük.



6.6. ábra. Az elsődleges nukleoszintézis során keletkezett ^2He ($\equiv \text{D}$), ^3He és ^7Li atommagok számának hidrogénhez viszonyított aránya, illetve a ^4He tömeghányad az $\eta \equiv \eta_b$ (alsó vízszintes tengely), illetve $\Omega_b h^2$ (felső vízszintes tengely) paraméterek függvényében. A négyzetek az arányokra vonatkozó megfigyelésekkel való illeszkedést mutatják (kisebb négyzetek a nem-szimmetrikus 95%-os, a nagyobbak a szimmetrikus 95%-os konfidencia-szinten). A vastagabb függőleges sávok a könnyű elemek megfigyelt hányadával, a vékonyabbak a kozmikus mikrohullámú háttérsugárzás anizotrópiáinak méréseiből származó adatokkal kompatibilis barionsűrűséget mutatják. A két sáv átfed. Az ábrát [18]-ből vettük.



6.7. ábra. Az egyes atommaghányadok evolúciója $\eta_b = 0,51$ esetén [19].

kezdeti héliumhányad 0,22 és 0,25 között van.

A deuteront más atommagokba konvertáló folyamatok hatékonysága a barionok mennyiségétől függ. Ha a barionsűrűség alacsony, akkor a deuteronok más atommagokkal történő találkozása kevésbé valószínű. Alacsony barionsűrűség esetén több deuteron marad a nukleoszintézis végére, mint magas barionsűrűség esetén. A 6.6 ábrán látható, hogy a nukleoszintézis végére megmaradt deuteron-hányad érzékenyen függ a barion mennyiségtől. A deutérium/hidrogén arány távoli rendszerekben történő megfigyeléséből jól lehet következtetni a barionmennyiségre.

A kezdeti deutérium/hidrogén arány mérhető olyan gázokban, amelyeken a távoli ($z \approx 3$) kvazárok fénye áthatol. Az arányra a kvazár fényének gáz által okozott abszorpciójából lehet következtetni. Négy rendszerben megfigyelt deutériummennyiségből a deutérium/hidrogén arányra:

$$D/H = 3.0 \pm 0.4 \times 10^{-5} \quad (6.68)$$

értéket kapták, amely a barionokat jellemző Ω_b kozmológiai paraméterre (ez Ω_M barionikus része) az

$$\Omega_b h^2 = 0.0205 \pm 0.0018 \quad (6.69)$$

értéket adja [20].

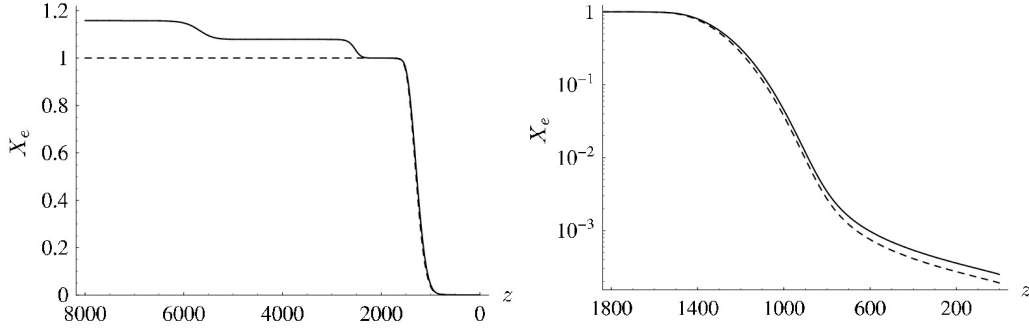
A hélium kialakulását követően megindul a nehezebb atommagok keletkezése is. Az atommagok Boltzmann-egyenletei integrálásának eredményét a 6.6 ábra mutatja. Az ábrán a η_b paraméter függvényében látható az elsődleges nukleoszintézis során keletkezett atommagok számának hidrogénhez viszonyított aránya ^2H , ^3He és ^7Li -re, illetve az Y_p héliumhányad. A 6.7 ábrán az egyes barion komponens-hányadok fejlődései láthatók rögzített η_b -re a hőmérséklet függvényében. A nukleoszintézis alapvetően azért áll le, mert a nukleonok képződését eredményező reakciók ütemei a Hubble-paraméter alá csökkennek, így azok csak igen kis valószínűséggel folytatódhatnak a továbbiakban.

Távoli gázfelhőkben az elsődleges nukleoszintézis végére keletkezett egyes könnyű elemek hidrogénéhez viszonyított arányára a gázon keresztül haladó fény abszorpciójának megfigyeléséből következtethetünk. E kezdeti arányok rendkívül érzékenyek az Univerzum korai, sugárzásdominált korszaka evolúciójának részleteire. Az előző alfejezetben láttuk, hogy az Univerzum lassú hűlése esetén kevesebb, míg gyors hűlése esetén több neutron marad. A gondolat folytatható. Több neutron esetén több deuteron képződhet. Az Univerzum lassú hűlése esetén (6.64)-(6.66) reakciókon keresztül több hélium képződik, ami nagyobb Y_p értéket és kisebb deutérium/hidrogén arányt ad, mint gyors hűlés esetén. Az atommagok keletkezése nem áll le a héliumatommagok létrejöttével. Lassúbb hűléskor a nukleoszintézis végére a nehezebb atommagok aránya több lesz a hidrogénéhez képest. Ha a reakciók ütemei sosem kerülnének a Hubble-paraméter alá, akkor az energetikailag legkedvezőbb vasatommagokba tömörülne az összes neutron.

A por és sugárzás energiasűrűsége $z \approx 3280$ vöröseltolódásnál, $T \approx 9000$ K hőmérséklet körüli értéken lesz egyenlő, ezt követően az Univerzum a pordominált korszakba lép.

6.3.6. Rekombináció

A nukleoszintézist követően az Univerzum barionkomponensét nagyjából 75% hidrogén- és 25% hélium atommag alkotja. Más típusú atommagok ezekhez képest elhanyagolható mértékben vannak jelen. Az eV nagyságrendű energiákat jellemző hőmérsékleteken a Compton-szóródáson



6.8. ábra. Az X_e függvény vöröselölődés-függése látható $Y_p = 0,24$ (folytonos vonal) és $Y_p = 0$ esetén (szaggatott vonal). A bal oldali ábrán folytonos vonalnál látható első két lépcsős csökkenés a hélium rekombinációja miatt jelenik meg. A $\text{He}^{++} \rightarrow \text{He}^+$ első elektronbefogás $z \approx 6000$ körül történik, míg a második $\text{He}^+ \rightarrow \text{He}$ $z \approx 2500$ környékén. A korai $z \gtrsim 6000$ tartományban a hélium kétszeresen ionizált, így $X_e \approx (1 - Y_p/2) / (1 - Y_p) = 1,1579$, míg $2500 \lesssim z \lesssim 6000$ intervallumban egyszeresen ionizált, ezért $X_e \approx (1 - 3Y_p/4) / (1 - Y_p) = 1,0789$. Az ábra a Λ CDM modell alapján készült, a következő kozmológiai paraméter értékekre: $h_0 = 0,7$, $\Omega_b = 0,046$, $\Omega_{\text{dm}} = 0,224$, $\Omega_r = 5,042 \times 10^{-5}$, $\Omega_\Lambda = 1 - (\Omega_b + \Omega_{\text{dm}} + \Omega_r)$ [21].

keresztül a fotonok szorosan csatolódnak az elektron-atommag plazmához. Mivel a Compton-szóródás hatáskeresztmetszete fordítottan arányos a szóró részecske tömegének négyzetével, ezért a domináns folyamat a fotonok elektronon történő szóródása. Az ionok a Coulomb-kölcsönhatás révén csatolódnak az elektronokhoz. A Coulomb-kölcsönhatás következtében az elektronok szóródási vagy befogódási folyamatai játszódhatnak le. Az utóbbi során jönnek létre a semleges hidrogén- és héliumatomok. Az elektron alapállapotbeli kötési energiája a héliumban 24,6 eV, míg hidrogénben 13,6 eV. Amikor a fotonok átlagos energiája a kötési energiák alá esik, a létrejövő atomok számához képest még sok foton energiája elegendő az ionizációhoz, mivel $\eta_b \ll 1$. Az atomok kialakulása ezért „késleltetve”, a kötési energiák alatti skálákon megy végbe. Mivel a héliumatomokban az elektronok kötési energiája nagyobb, a héliumatomok a hidrogénatomoknál hamarabb alakulnak ki. A hidrogén rekombinációs korszakában már az összes hélium semlegesnek tekinthető. A héliumatomok jelenlétének a szabad elektronszám redukciójában van jelentősége a hidrogénatomok kialakulása során.⁷ Mivel alapállapotú hidrogénatomok kialakulása esetén az elektronbefogódás során keletkező foton energiája egy szomszédos hidrogénatom ionizálására képes, a hidrogénatomok kialakulása gerjesztett energiaállapotban hatékony.

⁷A kozmikus mikrohullámú háttérugárzás anizotrópiáinak kialakulásában fontos szerepet játszik a kozmikus fotonok rekombináció alatt végbemenő szabad elektronokon történő Compton-szóródása. Ezért a foton hőmérsékleti fluktuációinak elméleti származtatásához szükséges a szabad elektronok számsűrűsége időfejlődésének ismerete. A hidrogén- és ^4He atommagokon túlmenően a nukleoszintézis során keletkezett (^2H , ^3He , Li , ...) könnyű atommagoknak a rekombinációhoz adott járuléka csak mintegy 10^{-5} rendű korrekciót okoz a kozmikus mikrohullámú háttérugárzás teljesítményspektrumában [22].

A 6.8 ábra mutatja a szabad elektronok hidrogénatommagokhoz viszonyított

$$X_e = \frac{n_e}{n_H} \quad (6.70)$$

számsűrűségének időfejlődését. Itt n_e és n_H a szabad elektronok, illetve a hidrogénatommagok számsűrűsége. Utóbbi az Y_p héliumhányad és a barionok (proton, neutron) n_b számsűrűségével a következőképpen fejezhető ki:

$$n_H = \left(1 - \frac{n_{\text{He}}}{n_b}\right) n_b = (1 - Y_p) n_b . \quad (6.71)$$

A 6.8 ábrán a szaggatott vonal a héliumatommagok hiányában ($Y_p = 0$), a folytonos vonal pedig jelenlétükben ($Y_p = 0.24$) ábrázolja a rekombináció fokát jellemző X_e számsűrűséget a vöröseltolódás függvényeként.

6.4. Lineáris struktúraképződés

Ebben az alfejezetben lineáris közelítésben tárgyaljuk a struktúra képződését, a perturbációs számítás módszereit alkalmazva. Míg az itt ismertetett eredmények analitikusan vezethetők le, nem-lineáris rendben már csak a numerikus módszerek működnek.

A tökéletesen homogén és izotrop világegyetemben nincs struktúra. A struktúra kialakulásának tanulmányozásához a kozmológiai szimmetriákat csak közelítő érvényűeknek fogadjuk el. A kozmológiai szimmetriáktól kis eltéréseket engedve meg, a téridő geometriáját a perturbált FLRW-metrika írja le:

$$g_{ab} = g_{ab}^{\text{FLRW}} + \epsilon h_{ab} . \quad (6.72)$$

Itt g_{ab}^{FLRW} a FLRW-metrika, $\epsilon \ll 1$ és ϵh_{ab} jelenti a perturbációt. A fejezetben felteszük, hogy $K = 0 = \Lambda$. Utóbbi feltevés azért jogos, mert a sötét energia energiasűrűsége a struktúra kialakulásakor elhanyagolható volt.

6.4.1. Kozmológiai perturbációs számítás

A perturbációs számításban az alapprobléma a perturbált téridő (6.72) metrikájának meghatározása, a háttér-téridő (esetünkben a FLRW-téridő) ismeretében. A perturbációk skalár, vektor és tenzor jellegűek. Az osztályozás kétféle felbontáson alapul. Az első a téridő 3+1 (téridő) felbontása, amelynek nyomán egy 4-dimenziós tenzorból egy 3-dimenziós tenzor, egy 3-dimenziós vektor és egy skalár áll elő. A második a vektorok *Helmholtz*-féle felbontási tételét (euklideszi tereken bármely vektor egy additív konstans erejéig egyértelműen bontható fel egy rotáció- és egy divergenciamentes részre) általánosítja konstans görbületű terekre. Nevezetesen, a 3-dimenziós vektorok rotációmentes része egy skalárral fejezhető ki, míg divergenciamentes része egy 2-dimenziós vektor. A 3-dimenziós tenzorok pedig szétválaszthatók a spurra és a spurmentes részre, amely tovább bontható egy újabb skalárra, 2-dimenziós vektorra és spurmentes 2-dimenziós tenzorra [23]. A különböző típusú perturbációk egyenletei egymásról lecsatolódnak.

Mértékinvariancia

A háttér-téridő koordináta rendszere ismert (kozmológiai szimmetriákhoz adaptált), a perturbált téridő azonban bármilyen lehet, nem tüntet ki hasonlóan koordináta-rendszert. Végtelen sok „egymáshoz közeli” koordináta-rendszer létezik, amelyben a perturbált metrika (6.72) alakú (azaz a perturbáció hiányában az alapmetrikával egyezik).

Belátható, hogy az $x^a \rightarrow x^{a'} = x^a - \epsilon y^a$ infinitezimális koordináta-transzformációkra tetszőleges (k,l) típusú,

$$S = S^{(0)} + \epsilon S^{(1)} \quad (6.73)$$

alakú tenzorban a perturbáció transzformációja:

$$S^{(1)'}(x') = S^{(1)}(x) + \epsilon \mathcal{L}_{\partial/\partial y^a} S^{(0)}(x) . \quad (6.74)$$

Itt $\mathcal{L}_{\partial/\partial y^a}$ a $\partial/\partial y^a$ irányú Lie-deriváltat jelöli. Ezt mérték- (gauge) transzformációnak is nevezik. Adott koordináta-rendszer megválasztása pedig mértékrögzítésnek felel meg.

Mivel minden $\partial/\partial y^a$ vektor generál egy mértéktranszformációt, így csak azon tenzor-mezők perturbációi lesznek mértékinvariánsak, amelyekre $\mathcal{L}_{\partial/\partial y^a} S^{(0)} = 0$ teljesül, tetszőleges $\partial/\partial y^a$ -ra. Tehát csak a háttéren konstans $S^{(0)}$ tenzorok perturbációi mértékinvariánsak, ez a *Stewart–Walker-lemma* [24]. Törekedni érdemes tehát a FLRW háttéren állandó tenzorok használatára. A FLRW téridőt jellemző tenzorok azonban valamennyien a skálafaktor függvényei.

A FLRW-téridő szimmetriái miatt egy általános téridőt jellemző tenzorok egy része eltűnik, ezek perturbációi mértékinvariánsak. A nullára rendezett $S^{(0)} = 0$ alakú tenzoregyenletek $S^{(1)}$ perturbációi szintén mértékinvariánsak.

A perturbációs egyenleteket mindig ki lehet fejezni mértékinvariáns változókból [25].

Skalárperturbációk

A struktúraképződés az Univerzumot kitöltő anyag komponensek helytől függő sűrűsödés-ritkulását jelenti. Az energiasűrűség-perturbáció skalár típusú, a metrika perturbációi pedig két mértékinvariáns mennyiséggel jellemezhetők, a *Bardeen-potenciálokkal*. A Bardeen-potenciálok segítségével a téridő perturbációi mértékinvariánsan tárgyalhatók, azonban a potenciálok interpretációja nehézkes. Könnyen interpretálhatók viszont az ún. newtoni (longitudinális vagy nyírásmentes) mértékben⁸. Newtoni mértékben a Ψ és Φ Bardeen-potenciálok következőképpen jelennek meg a perturbált metrikában:

$$\begin{aligned} g_{00} &= -1 - 2\Psi(x^a) , \\ g_{\alpha 0} &= g_{0\alpha} = 0 , \\ g_{\alpha\beta} &= a^2 [1 + 2\Phi(x^a)] \gamma_{\alpha\beta} . \end{aligned} \quad (6.75)$$

Itt Ψ a newtoni potenciál, Φ pedig a térbeli görbület-perturbációt jellemzi.

⁸A háttér-téridőn az $u = \partial/\partial t$ vektormező integrálgörbe-serege nyírásmentes. Newtoni mértékben az u görbeseregnek megfelelő perturbált görbeseregnek nincs skalárperturbációkból származó nyírása (lehet azonban tenzor-perturbációkból származó nyírása).

Az anyagi komponenseket energia-impulzus tenzoruk jellemzi. Feltesszük, hogy az egyes anyagkomponensek csak gravitációsan hatnak kölcsön és azt, hogy a perturbált folyadék $p = p(\rho)$ állapotegyenlete is barotropikus. Bevezetjük továbbá a

$$c_s^2 \equiv \frac{dp}{d\rho} \quad (6.76)$$

hangsebességnégyzetet.

Az univerzumot kitöltő anyagkomponensek együttese alkotja a *kozmosz folyadékot*. A kozmosz folyadék energia-impulzus tenzorának skalár típusú perturbációi négy mennyiséggel paramétrezhetők. Ezek megfelelnek a energiasűrűség, folyadéksebesség, izotrop nyomás és anizotrop nyomástenzor perturbációinak. Ezek közül egyedül az anizotrop nyomástenzor perturbációból képezett Π skalár mértékinvariáns. Az energiasűrűség és izotrop nyomásperturbáció kombinációjából származtatható egy Γ mértékinvariáns mennyiség, amely a perturbációk entrópiafluxusának divergenciájával arányos (lásd pl. [26] A függelékét). Az izotrop nyomásperturbáció helyett a Γ -t használják. További mértékinvariáns mennyiségek a metrika perturbációkkal képezett kombinációkból származtathatók. A δ relatív energiasűrűség-perturbáció helyett általában egy Δ -val jelölt mértékinvariáns mennyiséget használnak, azonban newtoni mértékben $\Delta = \delta$. Hasonlóan a v sebesség-perturbáció helyett egy V -vel jelölt mértékinvariáns változót vezetnek be, de newtoni mértékben a kettő megegyezik.

Bardeen-formalizmus

A felvázolt mértékinvariáns mennyiségeket Bardeen vezette be elsőként [25]. E mennyiségeket alkalmazó lineáris perturbációszámítást Bardeen-formalizmusnak nevezik. A Ψ , Φ Bardeen-potenciálok és a Δ , V , Γ , Π kozmosz folyadék perturbációk fejlődését az Einstein-egyenletek adják meg. Közönséges differenciálegyenleteket nyerünk, ha a térbeli függést harmonikusok szerinti kifejtéssel leválasztjuk az időbeli függéstől. A harmonikusok a $(\Delta + k^2)Q^{(S)} = 0$ Laplace–Beltrami-egyenlet megoldásai (Δ az állandó görbületű 3-dimenziós tér Laplace-operátora, k a hullámszám).

Az alábbiakban a sík ($K = 0$) Friedmann-téridő perturbációjával foglalkozunk. A harmonikusok szerinti kifejtés ekkor a szokásos Fourier-transzformációt jelenti:

$$\begin{aligned} \Phi &= \int \tilde{\Phi} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} , \quad \Psi = \int \tilde{\Psi} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} , \\ \Delta &= \int \tilde{\Delta} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} , \quad \Gamma = \int \tilde{\Gamma} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} , \\ V &= - \int \frac{\tilde{V}}{k} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} , \quad \Pi = \int \frac{\tilde{\Pi}}{k^2} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} , \end{aligned} \quad (6.77)$$

ahol az integrálási mérték $d^3k/(2\pi)^3$, az i a képzetes egység, $\mathbf{k}$ az együttmozgó hullámszámvektor, a szorzatpont két vektor skalárszorzatát jelöli a 3-dimenziós euklideszi térben és $k = |\mathbf{k}|$ az együttmozgó hullámszám. Mivel az Univerzummal együttmozgó rendszerben a távolságokat $|a\mathbf{x}|$ adja, így a fizikai hullámszám k/a . A perturbatív mennyiségek Fourier-transzformáltjait hullámvonal jelöli.

Az egyenletek egyszerűbb alakot öltenek, ha áttérünk az η konformis idő szerinti⁹ deriváltra a

$$d\eta = a^{-1}dt \quad (6.78)$$

reláción keresztül és bevezetjük a

$$\mathcal{H} = \frac{1}{a} \frac{da}{d\eta} \quad (6.79)$$

konformis Hubble-paramétert (ez megegyezik a korábban használt $\dot{a}$ mennyiséggel). Az η konformis idő és a t kozmológiai idő közötti összefüggés a sugárzás, por, illetve kozmológiai állandó által dominált univerzumokban:

$$\begin{aligned} \eta &\propto t^{1/2}, \text{ sugárzás} \\ \eta &\propto t^{1/3}, \text{ por} \\ \eta &\propto 1 - \exp\left(-\sqrt{\frac{\Lambda}{3}}t\right), \text{ kozmológiai állandó.} \end{aligned} \quad (6.80)$$

A folytonossági és Friedmann-egyenletekből általános w és $K = 0$ esetén levezethető, hogy

$$a \propto \eta^{2/(1+3w)}. \quad (6.81)$$

A mértékinvariáns perturbációs változókra az Einstein-egyenletek a következőket adják [26]:¹⁰

$$3\mathcal{H}\left(\frac{d\tilde{\Phi}}{d\eta} - \mathcal{H}\tilde{\Psi}\right) + k^2\tilde{\Phi} = 4\pi G a^2 \rho \tilde{\Delta}, \quad (6.82)$$

$$k\left(\frac{d\tilde{\Phi}}{d\eta} - \mathcal{H}\tilde{\Psi}\right) = -4\pi G a^2 \rho (1+w) \tilde{V}, \quad (6.83)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2\tilde{\Phi}}{d\eta^2} + \mathcal{H}\frac{d}{d\eta}(2\tilde{\Phi} - \tilde{\Psi}) - \left(\frac{2}{a}\frac{d^2a}{d\eta^2} - \mathcal{H}^2\right)\tilde{\Psi} \\ + \frac{k^2}{3}(\tilde{\Psi} + \tilde{\Phi}) = -4\pi G \rho a^2 (c_s^2 \tilde{\Delta} + w\tilde{\Gamma}), \end{aligned} \quad (6.84)$$

$$k^2(\tilde{\Phi} + \tilde{\Psi}) = -8\pi G a^2 p \tilde{\Pi}, \quad (6.85)$$

az energia-impulzus tenzor divergenciamentességének idő- és térkomponensei pedig:

$$\frac{d\tilde{\Delta}}{d\eta} - 3\mathcal{H}w\left(1 - \frac{c_s^2}{w}\right)\tilde{\Delta} = -3\mathcal{H}w\tilde{\Gamma} - (1+w)\left(3\frac{d\tilde{\Phi}}{d\eta} + k\tilde{V}\right), \quad (6.86)$$

$$\frac{d\tilde{V}}{d\eta} + \mathcal{H}(1 - 3c_s^2)\tilde{V} = k\left[\tilde{\Psi} + \frac{c_s^2}{1+w}\tilde{\Delta} + \frac{w}{1+w}\left(\tilde{\Gamma} - \frac{2}{3}\tilde{\Pi}\right)\right]. \quad (6.87)$$

⁹Az η bevezetésével a Friedmann-tér-idő csak egy konformis szorzóban különbözik a Minkowski-tér-időtől. A konformis szorzó a skálafaktor négyzete.

¹⁰Megjegyezzük, hogy az itt használt Φ Bardeen-potenciál előjelben különbözik [26] azonos jelű potenciáljától.

Utóbbiak nem függetlenek az Einstein-egyenletektől, azonban sok esetben a (6.83) és (6.84) Einstein-egyenletek helyett a (6.86) és (6.87) divergenciaegyenletek alkalmazása a célszerűbb. A fenti egyenletek adják meg a perturbációk dinamikáját, így szerepük a struktúra kialakulásában lényeges.

6.4.2. Perturbációk a sugárzás- és pordominált Univerzumban

Ebben az alfejezetben megvizsgáljuk, hogy az Univerzum fejlődése során a különböző korszakokban milyenek voltak a vezető rendű perturbációk. Egykomponensű kozmikus folyadékot vizsgálunk, így a sugárzásdominált korszakban a sugárzás perturbációit, míg a pordominált korszakban a por perturbációit tárgyaljuk. Megköveteljük továbbá, hogy a perturbált kozmológiai folyadéknak ugyanaz legyen az állapotegyenlete, mint a háttér-téridőben, az anizotrop nyomásperturbációk pedig legyenek nullák.

A Bardeen-potenciál

Az anizotrop nyomásperturbációk elhanyagolása után a (6.85) Einstein-egyenlet a Bardeen-potenciálok $\tilde{\Phi} = -\tilde{\Psi}$ kapcsolatát adja. A $p = p(\rho)$ alakú állapotegyenlet arra vezet, hogy nincs az anyagnak belső entrópiaperturbációja, így $\Gamma = 0$. A perturbációk fejlődési egyenleteiből a $\tilde{\Psi}$ Bardeen-potenciálra az alábbi homogén, csillapított hullámgörbe egyenlet származtatható [26]:

$$\frac{d^2 \tilde{\Psi}}{d\eta^2} + 3(1 + c_s^2) \mathcal{H} \frac{d\tilde{\Psi}}{d\eta} + [3(c_s^2 - w) \mathcal{H}^2 + c_s^2 k^2] \tilde{\Psi} = 0 . \quad (6.88)$$

Továbbá, ha w konstans, érvényes (6.81), így

$$\mathcal{H} = \frac{2}{(1 + 3w) \eta} , \quad (6.89)$$

és

$$\frac{d^2 \tilde{\Psi}}{d\eta^2} + \frac{1 + w}{1 + 3w} \frac{6}{\eta} \frac{d\tilde{\Psi}}{d\eta} + w k^2 \tilde{\Psi} = 0 . \quad (6.90)$$

Az Einstein-egyenletek megoldását két határesetben tárgyaljuk. A határesetek az úgynevezett szuper- és szub-Hubble skálákhoz kötődnek. Szuper-Hubble-skálákon a

$$k\eta \ll 1 \Leftrightarrow k/\mathcal{H} \gg 1 \Leftrightarrow \lambda \gg \mathcal{H}^{-1} \quad (6.91)$$

relációk teljesülését értjük. Vagyis olyan perturbációkat tekintünk, amelyek hullámhossza lényegesen meghaladja a konformis Hubble-paraméter reciprokát. Szub-Hubble-skála alatt a fenti relációk ellentettjeit értjük:

$$k\eta \gg 1 \Leftrightarrow k/\mathcal{H} \ll 1 \Leftrightarrow \lambda \ll \mathcal{H}^{-1} . \quad (6.92)$$

Ekkor olyan perturbációkat tekintünk, amelyek hullámhossza lényegesen kisebb a konformis Hubble-paraméter reciprokánál.

A (6.90) egyenletnek van egzakt partikuláris megoldása, amely $w > 0$ esetben [26]:

$$a\tilde{\Psi} = \tilde{A}_{j_q}(\sqrt{w}k\eta) + \tilde{B}_{y_q}(\sqrt{w}k\eta) , \quad (6.93)$$

ahol j_q és y_q jelölik a q -adik ($q = 2/(1+3w)$) rendű szférikus Bessel-függvényeket. Amikor $\sqrt{wk}\eta \ll 1$ (szuper-Hubble skála), $j_q(x) \propto x^q \propto a$ és $y_q(x) \propto x^{-q-1} \propto (a\eta)^{-1}$. Ezért és (6.89) miatt $\tilde{\Psi}$ mennyiség $\tilde{A}$ -módusa konstans, míg a $\tilde{B}$ -módus csökkenő $\propto (a^2\eta)^{-1}$. Eredetileg összemérhető amplitúdójú módusok esetén is a $\tilde{B}$ -módus csökkenése gyors, így mindig elhanyagolható. Ha $\sqrt{wk}\eta \gg 1$ (szub-Hubble-skála) a megoldás $\sqrt{wk}$ frekvenciával oszcillál, amplitúdója $1/(a\eta)$ szerint csökken:

$$\tilde{\Psi} = \frac{\tilde{A}}{a\sqrt{wk}\eta} \sin\left(\sqrt{wk}\eta - \frac{q}{2}\pi\right). \quad (6.94)$$

A $w = 0$ esetben (6.90) megoldása [26]:

$$\tilde{\Psi} = \tilde{A} + \frac{\tilde{B}}{\eta^5}. \quad (6.95)$$

Mivel a $\tilde{B}$ -módus csökkenő, a gravitációs potenciál perturbációja időfüggetlen a pordominált korszakban.¹¹ Tehát a pordominált, lecsatolódás utáni Univerzumban a perturbációknak mindkét skálán létezik konstans járuléka.

A széles körben elfogadott inflációs modellek szerint a sugárzásdominált időszakra a kezdeti

$$P_{\Psi_i}(k) = \left\langle |\tilde{\Psi}_i|^2 \right\rangle \quad (6.96)$$

spektrum a következő egyenletet teljesíti:

$$k^3 P_{\Psi_i}(k) = A_S \left(\frac{k}{H_0} \right)^{n_s-1}. \quad (6.97)$$

Az n_s spektrális index $n_s = 1$ értékére a $P_{\Psi}(k)$ spektrumot a 6.9 ábra mutatja. Ez egy olyan sík Friedmann-univerzum késői pordominált korszakára vonatkozik, amelynek a sugárzásdominált kezdeti korszakában a spektrum (6.97) volt.

Sűrűségperturbációk

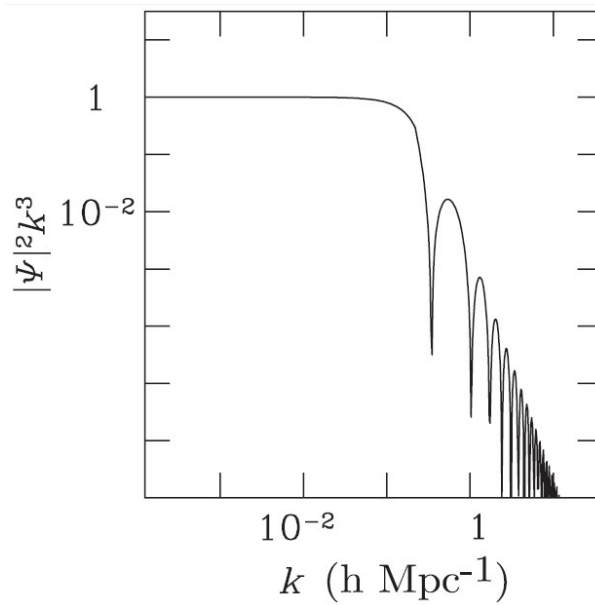
A mértékinvariáns $\tilde{\Delta}$ sűrűségperturbáció helyett célszerű bevezetni a

$$\tilde{\Delta}_P = \tilde{\Delta} + \frac{3\mathcal{H}}{k} (1+w) \tilde{V} \quad (6.98)$$

kombinációt. Az Einstein-egyenletekből megmutatható, hogy $\tilde{\Delta}_P$ -t előjeltől eltekintve ugyanolyan Poisson-egyenlet kapcsolja a $\tilde{\Phi}$ Bardeen-potenciálhoz, mint a newtoni folyadékok mechanikájában a δ relatatív sűrűségperturbációt a newtoni gravitációs potenciálhoz. Anizotrop nyomásmentes közegen

$$\tilde{\Delta}_P = -\frac{2}{3} \left(\frac{k}{\mathcal{H}} \right)^2 \tilde{\Psi}. \quad (6.99)$$

¹¹Ezt azt eredményezi, hogy pordominált korszakban nincs integrális Sachs–Wolfe-effektus, az ugyanis a Bardeen-potenciálok időderiváltjaival áll kapcsolatban.



6.9. ábra. A Ψ Bardeen-potenciál $P_\Psi \equiv |\tilde{\Psi}|^2$ spektrumából képezett $k^3 P_\Psi$ a hullámszám függvényében az Univerzum késői, pordominált korszakában [26]. (Az ábrán $\tilde{\Psi}$ -t Ψ jelöli.)

A $\tilde{\Delta}_P$ definíciójából látható, hogy kis hullámhosszú (szub-Hubble-) fluktuációkra:

$$\tilde{\Delta} \approx \tilde{\Delta}_P \quad (k\eta \approx k/\mathcal{H} \gg 1) \quad (6.100)$$

adódik.

A sugárzásra, illetve porra (6.89)-ből

$$\tilde{\Delta}_P = -\frac{(k\eta)^2}{3} \tilde{\Psi} \times \begin{cases} 2 & \text{sugárzás} \\ 1/2 & \text{por} \end{cases} \quad (6.101)$$

adódik. Por esetén (6.81) és (6.101) összefüggésekből $\tilde{\Delta}_P \propto a \propto t^{1/2}$, akárcsak a newtoni mechanikában a δ relatív sűrűség-perturbációra. A Fourier-transzformált sűrűség-perturbáció időben növekvő amplitúdója a háromdimenziós térben periodikus sűrűsödéseket-ritkulásokat jelent, amelyek a struktúra képződéséhez vezetnek.

Hosszú és rövid hullámhosszú sugárzásperturbációk a sugárzásdominált korszakban

Sugárzás esetén (6.93) kifejezés ($w = c_s^2 = 1/3$) adja a Bardeen-potenciált és (6.101) $\tilde{\Delta}_P$ -t. Ezek felhasználásával (6.87) ad egyenletet a $\tilde{V}$ sebesség perturbációra, ezek után (6.98)-ból származtatható $\tilde{\Delta}$.

Szuper-Hubble-skálán $x = k\eta/\sqrt{3}$ -ban vezető rendben [26]:

$$\tilde{\Psi} = \tilde{\Psi}_0, \quad \tilde{\Delta} = -2\tilde{\Psi}_0, \quad \tilde{V} = \frac{\sqrt{3}\tilde{\Psi}_0}{2}x, \quad (6.102)$$

és

$$\tilde{\Delta}_P = -2\tilde{\Psi}_0 x^2, \quad (6.103)$$

ahol $x = k\eta/\sqrt{3}$ és $\tilde{\Psi}_0$ konstans.¹² Bár $\tilde{V}$ és $\tilde{\Delta}_P$ növekvő, a $\tilde{\Psi}$ gravitációs potenciálnál sokkal kisebbek maradnak. Szuper-Hubble-skálán a legnagyobb rendű fluktuációt $\tilde{\Psi}$ adja, amely konstans.

Szub-Hubble-skálán ($x \gg 1$) konstans amplitúdójú $k/\sqrt{3}$ frekvenciával oszcilláló megoldásokat találunk [26]:

$$\tilde{\Psi} = -\tilde{A} \frac{\cos x}{x^2}, \quad \tilde{\Delta} = \tilde{\Delta}_P = 2\tilde{A} \cos x, \quad \tilde{V} = \frac{\sqrt{3}\tilde{A}}{2} \sin x. \quad (6.104)$$

A fentiekből azt valószínűsíthetjük, hogy nagy skálán a perturbációk „befagynak”, vagyis konstansok. Adott hullámhossz esetén a $\mathcal{H}^{-1}$ Hubble skála idővel nő. Amikor a perturbáció hullámhossza a Hubble-skála alá ér, a sűrűségperturbációk növekedni kezdenek a gravitáció hatására. Azonban a sugárzás nyomása ellenáll a „gravitációs erőnek”, így a folyadék fluktuációi konstans amplitúdóval oszcillálni kezdenek (akusztikus oszcillációk).

Hosszú és rövid hullámhosszú porperturbációk a pordominált korszakban

Por esetén a perturbációk megoldásai a $w = c_s^2 = 0$ relációkkal hasonlóan származtathatóak, mint sugárzás esetén.

Szuper-Hubble-skálán ($x \ll 1$) x -ben vezetőrendben kapjuk [26]:

$$\tilde{\Psi} = \tilde{\Psi}_0, \quad \tilde{\Delta} = -2\tilde{\Psi}_0, \quad \tilde{\Delta}_P = -\frac{\tilde{\Psi}_0}{2}x^2, \quad \tilde{V} = \frac{\tilde{\Psi}_0}{\sqrt{3}}x. \quad (6.105)$$

Ugyanaz a következtetés vonható le, mint sugárzás esetén, a legnagyobb rendű fluktuációt a konstans gravitációs potenciál perturbáció adja.

Szub-Hubble-skálán ($x \gg 1$) [26]:

$$\tilde{\Psi} = \tilde{\Psi}_0, \quad \tilde{\Delta} = \tilde{\Delta}_P = -\frac{\tilde{\Psi}_0}{2}x^2, \quad \tilde{V} = \frac{\tilde{\Psi}_0}{\sqrt{3}}x, \quad (6.106)$$

a sűrűség és a sebesség perturbációk növekednek. A sűrűségperturbáció növekedése struktúrák kialakulásához vezet.

6.4.3. Kétkomponensű kozmikus folyadék perturbációi

Ebben az alfejezetben a perturbációk viselkedését vizsgáljuk sugárzás és por együttes jelenlétében mind a korai, sugárzás-, mind a késői, pordominált korszakokban. A folyadékkomponensek anizotrop nyomásperturbációit elhanyagoljuk, belső entrópiaperturbációjuk nincs. A $\tilde{\Psi}$ Bardeen potenciálra egy inhomogén, csillapított hullámmegyenlet származtatható. Az egyenletről megmutatható, hogy a korai, sugárzásdominált és késői, pordominált korszakokban a (6.88) egyenlettel ekvivalens, amelyben w és c_s^2 a domináns komponens paraméterei. Sugárzásdominált

¹²Megjegyezzük azonban, hogy bizonyos perturbációkkal kapcsolatos eredmények származtatásához a $\tilde{\Psi}$, $\tilde{\Delta}$ és $\tilde{V}$ mennyiségeket $\mathcal{O}(x^4)$ rendben kell megadni.

korszakban $\tilde{\Psi}$ -re elfogadhatjuk a (6.93) megoldást (ahol $w = w_r$), pordominált korszakban pedig a (6.95) megoldást.

Feltesszük, hogy az egyes folyadékkomponensek csak gravitációsan csatoltak. Ezt a feltételt a sötét anyag mindig teljesíti, a sugárzás és a barionikus anyag pedig csak a lecsatolódás után. A késői pordominált korszakban a feltétel teljesül. A korai, sugárzásdominált korszakban pedig a barionikus komponens a legkisebb energiasűrűségű, elhanyagolása esetén a feltétel ismét csak teljesül.

Ekkor a komponensekre külön-külön érvényesek a (6.86) és (6.87) egyenletek $\tilde{\Gamma}^{(m),(r)} = \tilde{\Pi}^{(m),(r)} = 0$ -val (hiszen az anizotrop nyomásperturbációkat elhanyagoljuk, és az egyes komponenseknek belső entrópia-perturbációjuk sincs).

A korai, sugárzásdominált korszak

A gravitációs potenciálra és a sugárzásra (a perturbációszámítás első rendjében) ugyanazt kapjuk, mint a kizárólag sugárzást tartalmazó esetben.

Szuper-Hubble-skálán a domináns perturbációt a gravitációs potenciál adja, és az konstans. A por $\tilde{\Delta}^{(m)}$ és a sugárzás $\tilde{\Delta}^{(r)}$ sűrűségperturbációk szintén konstansok, és levezethető a

$$\frac{3}{4}\tilde{\Delta}^{(r)} = \tilde{\Delta}^{(m)} + c \quad (6.107)$$

feltétel [26]. A c konstans nullának választásával a kétkomponensű kozmikus folyadékra is teljesül $\tilde{\Gamma} = 0$. A (6.107) egyenletben c konstans nullától eltérő választása entrópiaperturbációt jelent.

Szub-Hubble-skálán $\tilde{\Delta}^{(r)}$ oszcillál, amíg $\tilde{\Delta}^{(m)}$ logaritmikusan ($\sim \ln x$) nő. A porkomponens sugárzás-dominált korszakban mutatott logaritmikus növekedése a *Mészáros-effektus*. A növekedés lassú ahhoz képest, ami a pordominált korszakban történik szub-Hubble-skálán. Ez a lassú növekedés (kvázi-stagnálás) azzal indokolható, hogy az anyag öngravitációja a sugárzási korszakban még kicsi a Hubble-paraméterből származó csillapításhoz képest. Az univerzum tágulása túl sebes ahhoz, hogy a porkomponens öngravitációja folytán sűrűsödjön.

A sugárzás és por fejlődései különbözők szub-Hubble-skálán, ezért a $\tilde{\Gamma} = 0$ feltétel csak szuper-Hubble-skálán rögzíthető. Szub-Hubble skálán a $\tilde{\Gamma} = 0$ csak az ún. izentropikus (adiabatikus) kezdeti feltételként róható ki.

A késői, pordominált korszak

A gravitációs potenciálra és a porra (a perturbációszámítás első rendjében) ugyanazt kapjuk, mint porból álló egykomponensű folyadék esetén. Ha a sugárzásra megköveteljük, hogy szuper-Hubble-skálán illeszthető legyen a sugárzási korszakra származtatható megoldásokkal, akkor $\tilde{\Delta}^{(r)}$ a $x = k\eta/\sqrt{3}$ dimenziótlan időparaméternek koszinusz-, míg $\tilde{V}^{(r)}$ szinuszfüggvénye lesz [26]. Továbbá, ha a perturbációk nagy skálán adiabatikusak, akkor:

$$\tilde{\Delta}^{(r)} = 4\tilde{\Psi}_0 \left(\frac{\cos x}{3} - 1 \right), \quad (6.108)$$

ahol $\tilde{\Psi}_0$ a konstans gravitációs potenciál perturbáció.

A kétkomponensű folyadék fejlődésének numerikus vizsgálata

A 6.10 ábra mutatja a struktúraképződést a lineáris perturbációszámítás érvényességi körén belül a sugárzásból és porból álló kétkomponensű folyadékra. Az ábra az egyenletek numerikus integrálásával adiabatikus kezdeti feltételekre készült. Az ábrán szereplő $\tilde{\Delta}_g^{(m)}$ és $\tilde{\Delta}_g^{(r)}$ függvények definíciói:

$$\begin{aligned}\tilde{\Delta}_g^{(r)} &\equiv \tilde{\Delta}^{(r)} - 4\tilde{\Psi} , \\ \tilde{\Delta}_g^{(m)} &\equiv \tilde{\Delta}^{(m)} - 3\tilde{\Psi} .\end{aligned}\tag{6.109}$$

Az ábrán látszik, hogy a sugárzás perturbációi periodikusak, tehát a sugárzás energiasűrűsége nem növekszik, ezzel szemben a por szub-Hubble-hullámhosszú perturbációi monoton növekednek, kialakítva az Univerzum struktúráját.

6.4.4. Az anyag teljesítményspektruma

A 6.11 ábrán a különböző mérési adatokból (kozmikus mikrohullámú háttérsugárzás, halmozok eloszlása, gyenge gravitációs lencsézés, Lyman- α -erdő¹³) származtatott anyageloszlás $P(k)$ teljesítményspektruma a Λ CDM modell alapján. A barionikus anyagról felteszik, hogy a sötét anyag eloszlását követi.

6.5. A struktúra nemlineáris fejlődése

A lineáris struktúrafejlődés alapfeltevései egy idő után nem érvényesek, mert a folyamatosan növekvő perturbációk magasabb rendű járulékok figyelembevételét is megkövetelik (gravitációs instabilitás). Sőt egy idő után a perturbációk nagyobbra nőnek a perturbálandó mennyiségeknél, ezért csak az egyenletek numerikus integrálásával lehet nyomon követni fejlődésüket. Különösen igaz ez a kis léptékű (szub-Hubble-) perturbációk növekvő módusaira.

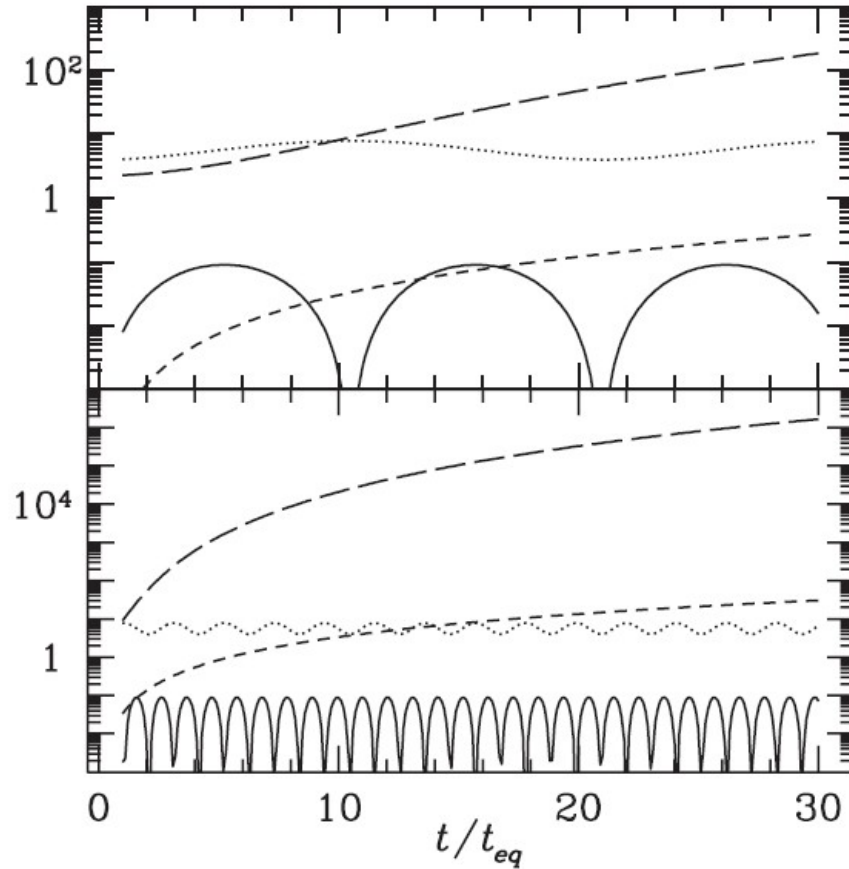
6.5.1. A struktúraképződés numerikus szimulációja

A struktúra képződésének történetét a Millennium-szimuláció mutatja be [28]. Ez a 10^{10} darabnál is több részecske fejlődését nyomon követő N-test-szimuláció [29] a sötét anyag térbeli eloszlásának alakulását követi (6.12 ábra). A nagyítás változtatásával megfigyelhető a struktúra léptékfüggő morfológiája, néhány Gpc skálától 10 kpc skáláig. A napjainkban létező struktúra a 6.13 ábrán és a *millennium_sim_1024x768.avi* kisfilmen látható. A Millennium-szimulációban a hideg sötét anyag a ma látható nagyléptékű szerkezetekhez vezet, míg a forró sötét anyag erre nem képes. A Millennium-szimulációval viszont kompatibilis, hogy a sötét anyag akár langyos állapotú is lehet.

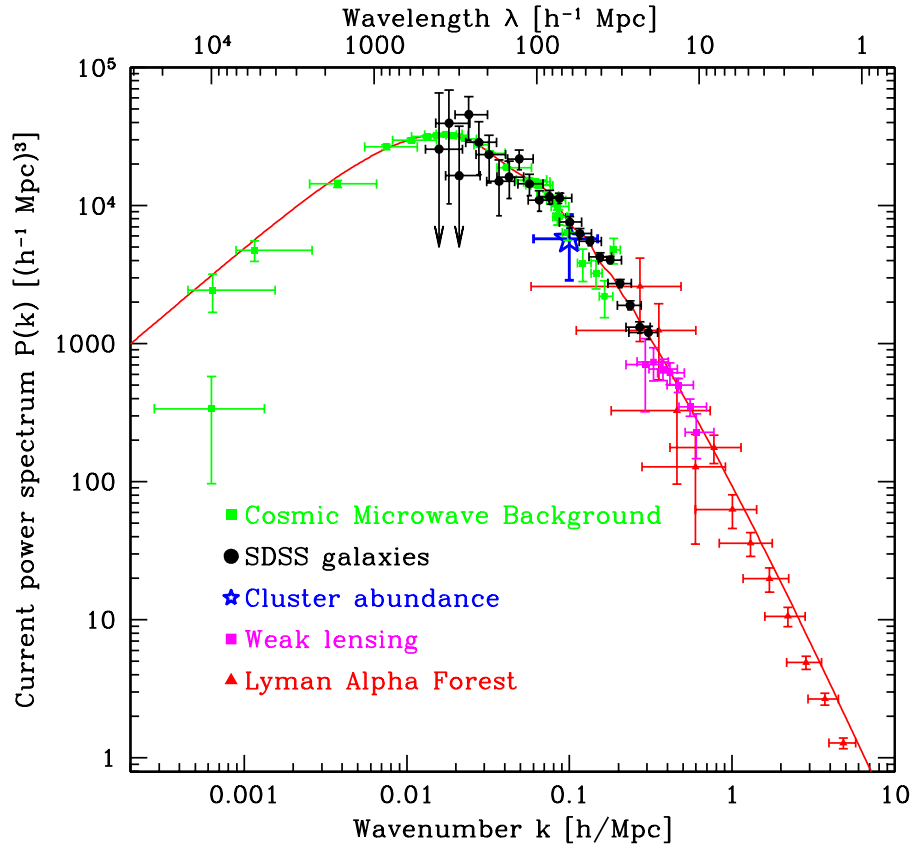
6.5.2. A sötét és a világító anyagstruktúrák egybeesése

A csupán gravitációs tulajdonságokkal jellemezhető sötét anyag ugyanúgy csomósodik, mint a világító anyag. A Millennium-szimulációban a világító anyag eloszlása a domináns sötét

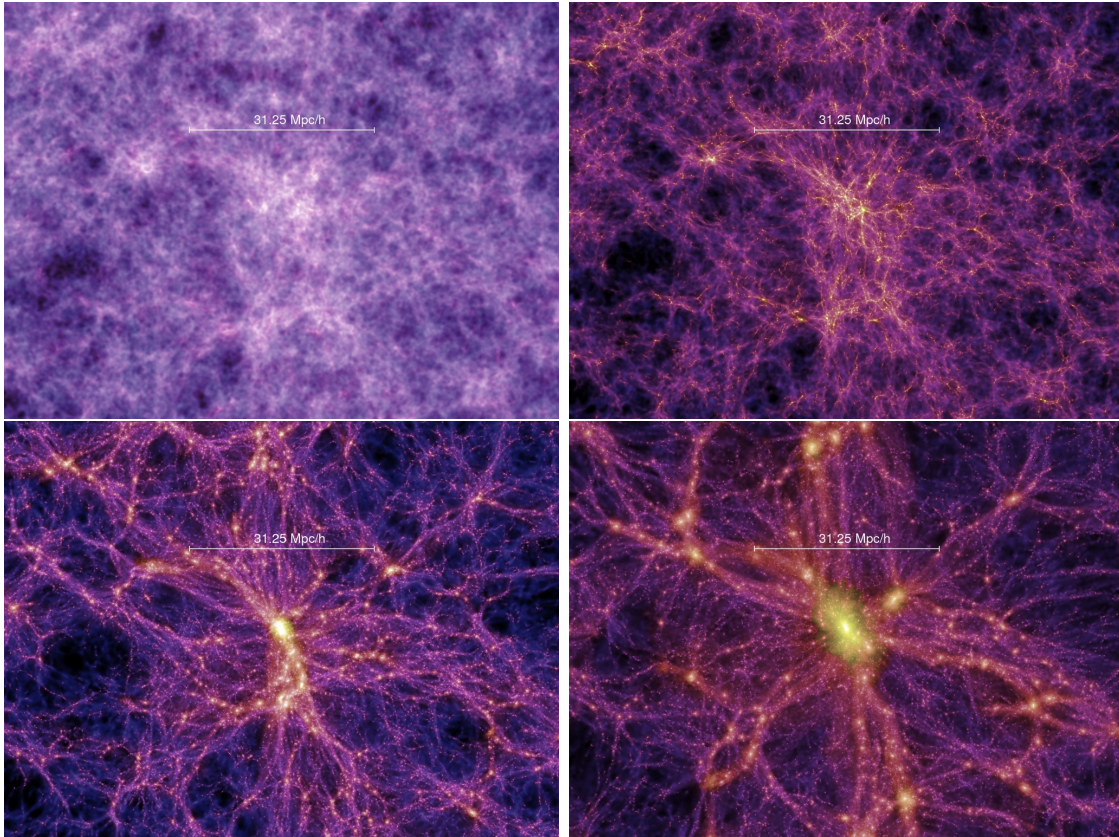
¹³A semleges hidrogént tartalmazó intergalaktikus anyagfelhők abszorpciós detektálására szolgáló módszer.



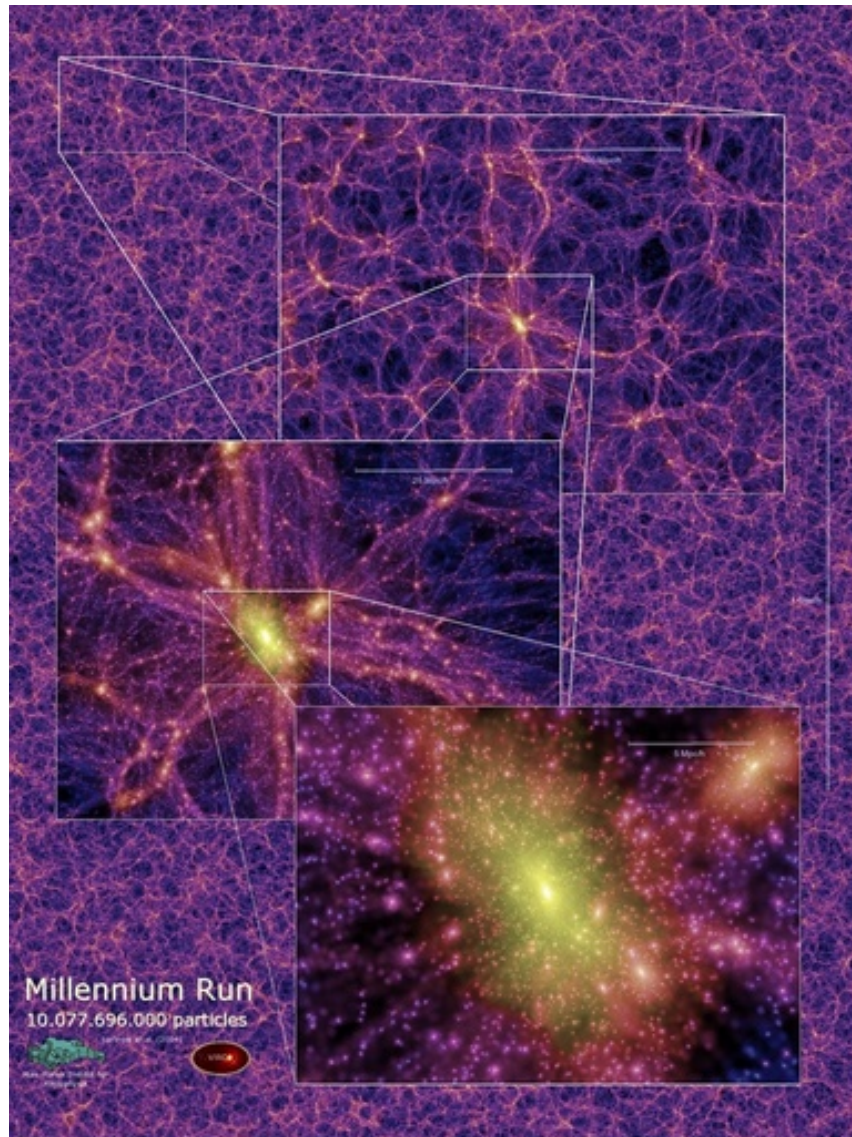
6.10. ábra. Az ábra $|\tilde{\Delta}_g^{(m)}|^2$ (hosszú-szaggatott), $|\tilde{\Delta}_g^{(r)}|^2$ (pontozott), $|\tilde{V}^{(m)}|^2$ (szaggatott), $|\tilde{V}^{(r)}|^2$ (folytonos) evolúcióit mutatja be η/η_{eq} függvényében, ahol η_{eq} a jelöli azt az időpontot, amikor a por és a sugárzás energiasűrűség megegyezik (az ábrán t jelöli a konformis időt, így $\eta \equiv t$). A kezdeti feltételek adiabatikusak. A felső panelen szereplő perturbációk hullámszámaira $k\eta_{eq} \ll 1$, míg az alsó panelen lévők esetén $k\eta_{eq} \gg 1$ teljesül. Nagy hullámszám esetén $\tilde{\Delta}_g^{(m)}$ viszonylag hamar sokkal nagyobbá válik, mint $\tilde{\Delta}_g^{(r)}$ (alsó panel). Kis hullámszámra $\tilde{\Delta}_g^{(m)}$ ugyanolyan rendű marad, mint $\tilde{\Delta}_g^{(r)}$ egészen addig, míg a perturbáció hullámhossza a Hubble-skála alá nem esik (felső panel), ami $\eta/\eta_{eq} \approx 10$ -nél következik be. Miután a Hubble-skála eléri az adott hullámhossz nagyságát $\tilde{\Delta}_g^{(m)}$ nőni, míg $\tilde{\Delta}_g^{(r)}$ oszcillálni kezd. Az ábrát [26]-ból vettük.



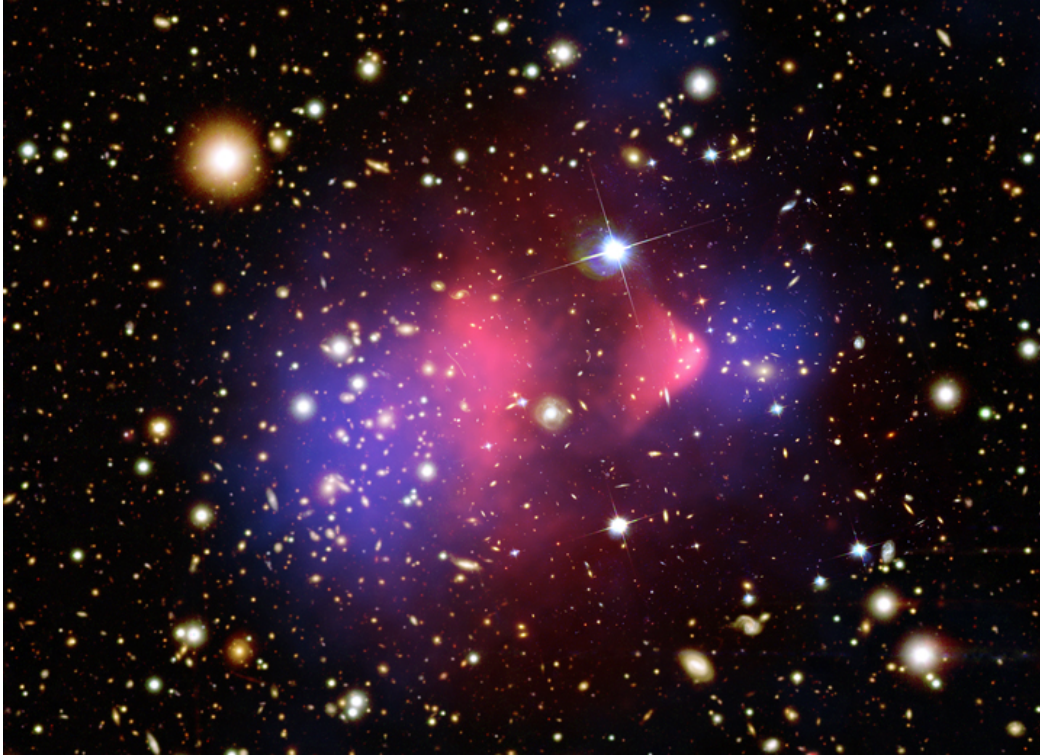
6.11. ábra. Különböző mérési adatokból (kozmikus mikrohullámú háttérsugárzás, hal-
mazok eloszlása, gyenge lencsés, Lyman- α -erdő) származtatott anyageloszlás tel-
jesítményspektruma. A görbe a sík Λ CDM-modell következő paramétereire készült: $\Omega_{\text{cdm}} =$
0,28, $\Omega_b/\Omega_{\text{cdm}} = 0,16$, $h = 0,72$, $\tau = 0,17$ (reionizációs optikai mélység, a háttérsugárzás
paramétere), $n_s = 1$. Az ábrát [27]-ből vettük.



6.12. ábra. A Millenium-szimuláció az anyag nagy léptékű szerkezetének kialakulását követi nyomon. Az ábrásor a $z = 18.3$ ($t = 0,21 \times 10^9$ év), $z = 5,7$ ($t = 1,0 \times 10^9$ év), $z = 1,4$ ($t = 4,7 \times 10^9$ év) és $z = 0$ ($t = 13,7 \times 10^9$ év) vöröseltolódás (Univerzum életkora) értékeknél mutatja a nagy léptékű szerkezetet [29].



6.13. ábra. A Millennium-szimuláció poszttere az anyag nagy léptékű szerkezetét mutatja napjainkban, különböző skálákon [29].



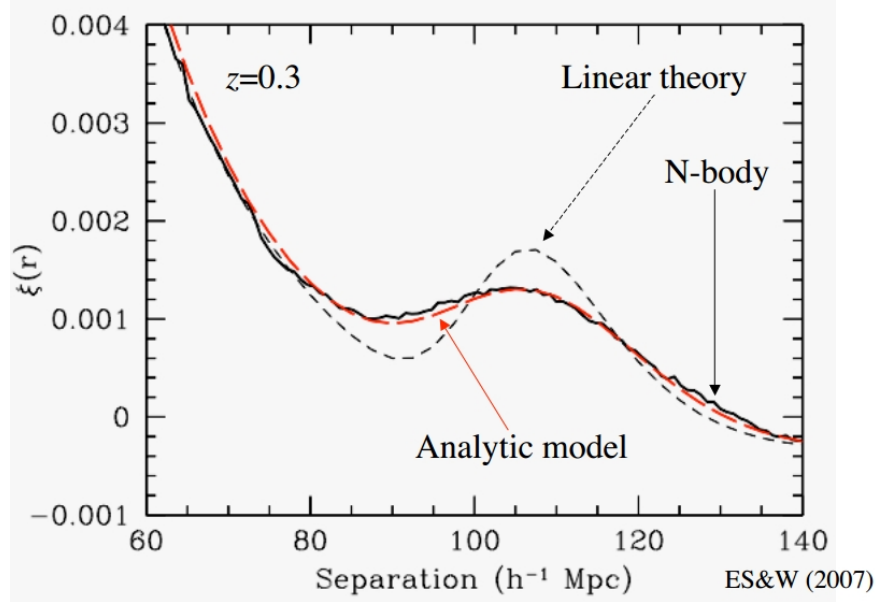
6.14. ábra. A világító anyagkomponensek (piros) tömegközéppontja és a rendszer tömegközéppontja nem esik egybe. Ez a sötét anyag (kék) jelenlétére utal. A felvétel a Chandra X-ray Observatory segítségével készült [Forrás: http://www.nasa.gov/images/content/155244main_HSTplusLensBlueChandraPink2blur.jpg].

anyag eloszlását követi, a galaxisok világító anyaga sötétanyaghalókban helyezkedik el. Több sötétanyagmodell ismert, de a legelfogadottabb a gömbszimmetrikus haló, amely a

$$\rho_{NFW}(r) = \rho_s \frac{r_s}{r} \left(1 + \frac{r}{r_s}\right)^{-2} \quad (6.110)$$

Navarro–Frenk–White-féle (NFW) radiális sűrűségprofillal jellemezhető. Itt r_s egy távolságskálát, ρ_s pedig egy karakterisztikus sűrűséget rögzít. Ez a sötétanyagprofil jól magyarázza a galaxisok rotációs görbéjének viselkedését.

Nem-egyensúlyi helyzetben azonban előfordulhat, hogy a sötét és világító anyagkomponensek eloszlása eltér egymástól. Jól ismert példa erre a Lövedék-halmazt (Bullet Cluster, 1E 0657-558) [30]. Az egymással ütköző két galaxishalmazt a 6.14 ábra mutatja be. A világító anyagkomponensek tömegközéppontja nem esik egybe a teljes tömeg által meghatározott tömegközépponttal, ami a sötét anyag jelenlétének bizonyítéka. A rendszer tömegközéppontja gravitációs lencsézésből határozható meg.



6.15. ábra. A galaxisok kétpont-korrelációs függvényének távolságfüggése [32], [33]. A lineáris struktúraképződés csak hozzávetőlegesen adja meg az N-test szimuláció (és erre illesztett analitikus függvény) viselkedését. A görbe lokális maximuma $\approx 110 \text{ Mpc } h^{-1} \approx 150 \text{ Mpc}$ a hanghorizont jelenlegi méretét adja meg.

6.5.3. Akusztikus barionoszillációk

A korai Univerzum forró plazmájában az anyag és sugárzás kölcsönhatása nyomást hozott létre, amely a gravitációs vonzással ellentétes irányban fejtette ki hatását. A két hatás eredményeképp a plazma a hanghullámokhoz hasonló oszcillációkban képes részt venni. A kezdeti kvantumos fluktuációkból az infláció során a plazmában perturbációk jöttek létre, amelyek sötét anyagból, barionokból és fotonokból álltak. A túlnyomás hatására adott perturbáció centrumából akusztikus gömbhullám indult útnak igen magas (a fénysebességnek mintegy fele nagyságú) sebességgel. A sötét anyagnak nincs nyomása, így a perturbáció közepén maradt, a barionok és fotonok viszont távolodtak, egészen a lecsatolódásig. Ekkor a fotonok kiléptek a plazmakölcsönhatásból, és már szabadon, háttérsugárzásként terjedtek szét, míg a barionok megtorpanak a lecsatolódott fotonok nyomása nélkül hirtelen dominánssá váló gravitáció hatására. A hanghorizont a gömb sugara a lecsatolódáskor [31]. Ekkor tehát a gömbfelületen és a centrumban nagyobb a barionsűrűség, így várható, hogy a struktúra elsősorban itt alakul ki. A galaxisok mai elhelyezkedését vizsgálva, a hanghorizont elvben meghatározható.

Természetesen a probléma ennél bonyolultabb, hiszen nem egy, hanem számtalan perturbáció létezett az infláció után, és a hanghorizont sugarú gömbök átmetszették egymást. Amennyiben azonban a galaxisok távolságát páronként megmérjük, és az így nyert kétpont-korrelációs függvényt ábrázoljuk, a távolsággal csökkenő függvény áll elő, hiszen a gravitáció vonzó jellege miatt az anyag csomósodik. A hanghorizont jelenlétét a csökkenő függvényen megjelenő lokális maximum mutatja (6.15 ábra).

A Sloan Digital Sky Survey (SDSS) nagyszabású égboltfelmérés alapján a hanghorizont

mintegy 150 Mpc-nak adódott [34]. A hanghorizont mérete közvetve meghatározza az Univerzum sötét anyag + barionikus anyag tartalmát. Ennek oka, hogy különböző barionikus/sötét anyag és foton arányok különböző terjedési sebességhez vezetnek a korai Univerzum perturbációinak fejlődésében.

6.6. A kozmikus mikrohullámú háttérsugárzás

Az alfejezet egészében a kozmikus mikrohullámú háttérsugárzást CMB-nek fogjuk rövidíteni.

6.6.1. A CMB kimutatása

A 6.16 ábra a CMB mérésének minőségi javulását mutatja 1965-ös rádióantennával történt véletlenszerű felfedezésétől kezdve (Arno A. Penzias és Robert W. Wilson, Nobel-díj 1978), a COBE (Cosmic Background Explorer) űrszonda által kimutatott feketetest jellege és először észlelt anizotrópia-mintázatán keresztül (George F. Smoot és John C. Mather, Nobel díj 2006), majd ennek a WMAP által mért pontosabb változatáig. 2013-ban a Planck űrszonda adatainak első elemzése tovább finomította az anizotrópia-térképet.

A COBE, a WMAP, illetve a Planck által mért foltok nagyságai műszerfüggők, ugyanis a foltok 10^{-5} relatív nagyságú anizotrópiáknak felelnek meg, amit csak differenciális hőmérsékletfüggéssel lehetett kimérni. A foltok nagysága a differenciális méréshez használt detektorok szögtávolságával áll kapcsolatban.

A COBE, a WMAP és a Planck által készített égi térképekből le kell vonni egyrészt a galaktikus komponenst (az ábra egyenlítői vonala), másrészt a szonda/Föld/Naprendszer/galaxis mozgásából származó Doppler-járulékot, így jutunk el a pusztán CMB anizotrópia-térképhez. A WMAP 9 éves adataiból származtatott anizotrópia-térkép a 6.17 ábrán látható.

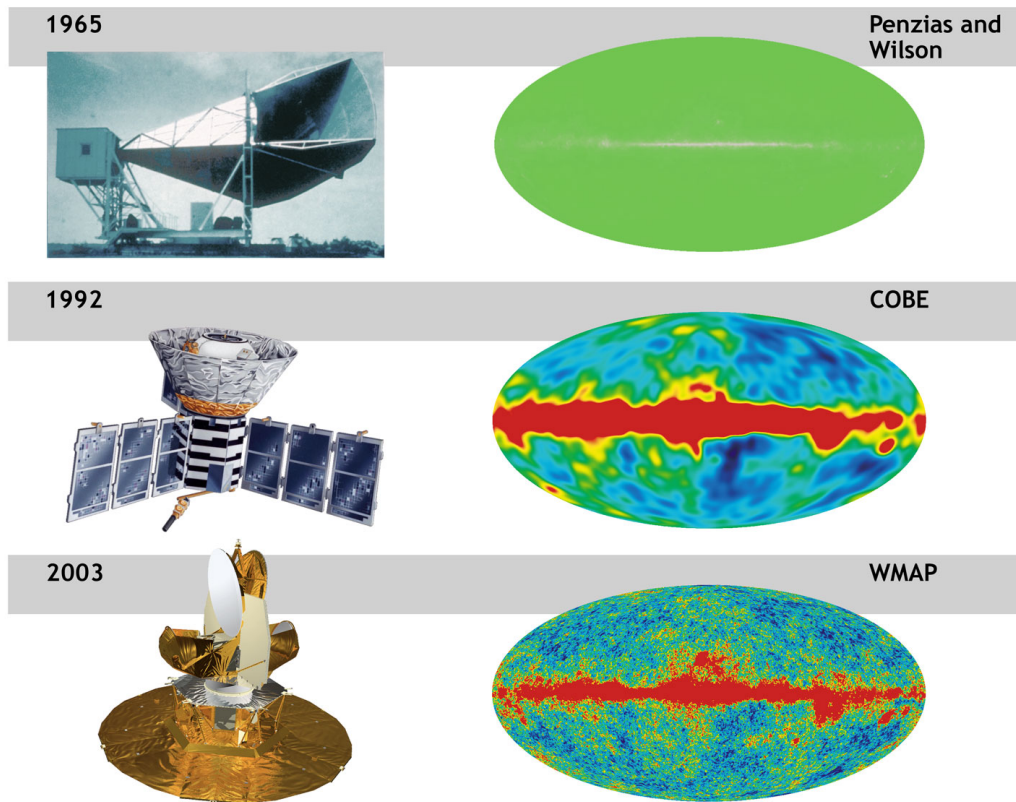
A Planck 2013-as adatokból származtatott, nagyobb szögfelbontású anizotrópia-térképet a 6.18 ábra mutatja be. A Planck mérései szerint az anizotrópiák elosztásában anomáliák észlelhetők (ezekre már a WMAP megfigyelései is utaltak). Ilyenek az észak-dél aszimmetria, illetve a várható statisztikai eltéréseknél nagyobb hideg folt jelenléte. Ezeket a 6.19 ábra szemlélteti, mely kiemeli az anomáliákat.

Szintén a CMB nagy pontosságú (μK) mérését végzi az Anktartison elhelyezett South Pole Telescope (SPT) is, azonban földi elhelyezkedése miatt csupán az égbolt kisebb tartományát képes észlelni (6.20 ábra).

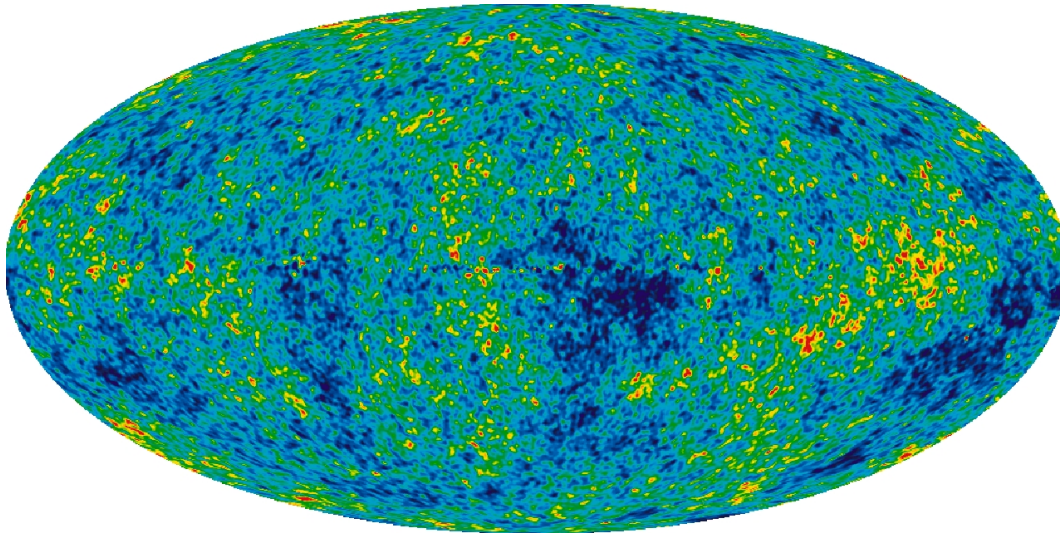
A következő alfejezetekben a mérések értelmezéséhez szükséges ismeretanyagba nyújtunk betekintést.

6.6.2. Fotoneeloszlást befolyásoló hatások

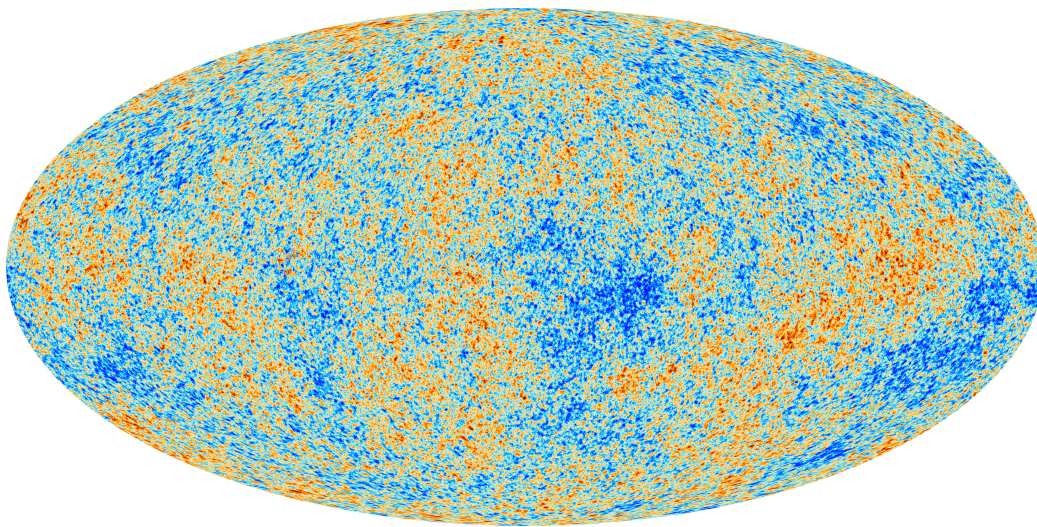
Az univerzum tágulásával a fotonok hullámhossza nő, átlagos energiájuk csökken. Az elektronokból és főként hidrogén- és héliumatommagokból álló kozmikus plazmában atomok kombinálódnak. A kialakuló atomokat a fotonok egyre kevésbé képesek ionizálni, és lecsatolódnak a többi anyagkomponensről. Így a fotonok kozmikus eloszlásában detektált anizotrópiák az univerzum korai anyageloszlásának anizotrópiáit jelzik.



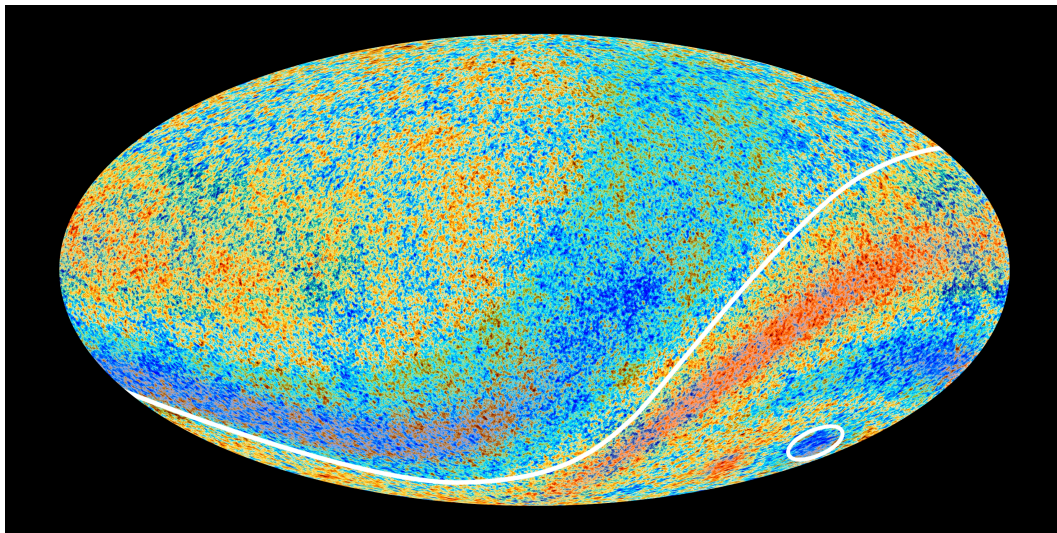
6.16. ábra. A háttérsugárzás felfedezésének és tanulmányozásának lépései. Penzias és Wilson 1965-ben használt mikrohullámú antennája (bal felső kép); hogyan látszott volna a teljes égbolt a Penzias és Wilson által használt műszerrel (jobb felső); a COBE műholdról készült illusztráció, 1992 (bal közép); a COBE által készített égtérkép, amelyen először látszanak az anizotrópiák (jobb közép); a WMAP űrszondáról készült számítógépes ábra (bal alsó); a korai Univerzum térképe mikrohullámokban a WMAP 3 éves adatgyűjtése nyomán (jobb alsó ábra) [http://map.gsfc.nasa.gov/media/081031/081031_1500W.jpg].



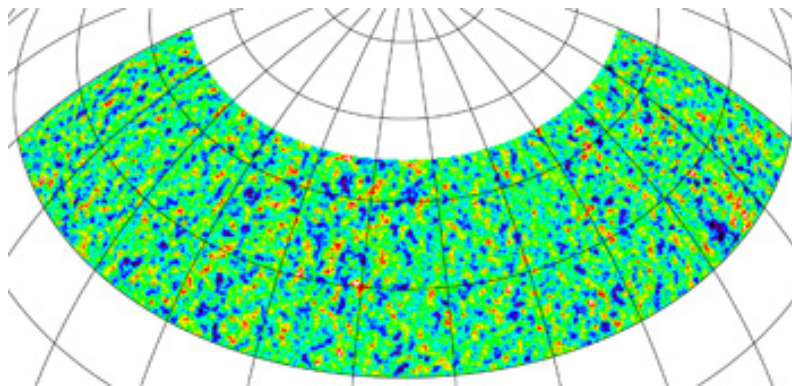
6.17. ábra. A WMAP 9 éves adataiból készített CMB anizotrópia-térkép. A vörös foltok a legmelegebb, a kékek a leghidegebb tartományokat jelzik, a hőmérsékleti eltérések legfeljebb $\pm 200 \mu\text{K}$ nagyságúak [http://map.gsfc.nasa.gov/media/121238/ilc_9yr_moll1024.png].



6.18. ábra. A Planck 2013-ban publikált adataiból készített CMB anizotrópia-térkép. A vörös foltok a legmelegebb, a kékek a leghidegebb tartományokat jelzik. A WMAP-térkép zöld színe hozzávetőleg narancs színnek felel meg. [<http://sci.esa.int/science-e/www/object/index.cfm?fobjectid=51553>].



6.19. ábra. A Planck 2013-ban publikált adataiból készített CMB anizotrópia-térkép, melyen kiemelték az észak-dél anomáliát és a hideg foltot. [<http://sci.esa.int/science-e/www/object/index.cfm?fobjectid=51559>].



6.20. ábra. Az égbolt South Pole Telescope által készített nagy pontosságú, de részleges anizotrópia-térképe [<http://bccp.berkeley.edu/dev/wp-content/uploads/2012/10/SPTsky350.jpg>].

A háttérsugárzás anizotrópiáinak származtatásához a rekombináció során végbemenő folyamatok minél pontosabb modellezése szükséges. A lecsatolódás előtti korszakban az Univerzumot fotonok, neutrínók, ionok, sötét anyag és a kialakuló atomok alkotják. Az egyes komponensek szóródnak egymáson, ez hat az eloszlásukra. A fotoneloszlást befolyásoló főbb tényezők a következők:

- A rekombináció korszakában a fotonok Compton-szóródnak a töltött részecskéken (elektron, ionok). A folyamat hatáskeresztmetszete fordítottan arányos a töltött részecske tömegének négyzetével, így az elektronon történő szóródás hatásai mellett az ionokon történő szóródásokéi elhanyagolhatók. A protonokon történő szóródás hatáskeresztmetszete mintegy 3×10^{-7} -szer kisebb az elektronon szórásénál.
- Az elektronon történő $e^- + \gamma \rightleftharpoons e^- + \gamma + \gamma$ dupla Compton-szórások között eltelt t^{DC} és az $e^- + \gamma \rightleftharpoons e^- + \gamma$ Compton-szórások között eltelt t_c átlagos időtartamok aránya: $t^{\text{DC}}/t_c = \pi/8\alpha \times (m_e/T)^2$ (itt α a szerkezeti állandó) [35], ami azt mutatja, hogy a rekombináció korszakában ($T \approx \text{eV}$) a közönséges Compton-szórás mintegy 10000-szer hatásosabb.
- A töltött részecskék fékezési sugárzásából (Bremsstrahlung) szintén származnak fotonok. A fékezési sugárzás dominánsan abból származik, hogy egy elektron mozgásának iránya megváltozik az ionizált hidrogén- és héliumatomok környezetében. A folyamat a dupla Compton-szóráshoz képest kevésbé hatásos a rekombináció korszakában [35].
- A fotonok semleges részecskéken történő szóródása a Rayleigh-szórás. A dupla Compton-szórás és a fékezési sugárzásnál jelentősebb ez az effektus. A Rayleigh-szórás hatása a hőmérsékleti C_l anizotrópia-spektrumban [C_l spektrumot alább a (6.128) egyenlet definiálja] a fotonfrekvencia és l növekedésével növekszik. Magasmultipólokra ($l \propto 1000$) a hidrogénen történő Rayleigh-szórás hatásának elhanyagolása $\propto 100$ GHz, $\propto 350$ GHz és $\propto 550$ GHz frekvenciákon a hőmérsékleti spektrumban rendre mintegy 0,1%, 0,5% és 3%-os hibát eredményez [36]. Összehasonlításként a WMAP öt diszkrét frekvencia sávban mért, amelyek központi frekvenciái 23 GHz és 94 GHz tartományban helyezkednek el. A Rayleigh-szórás hatásának kimutatása a Planck szonda méréseiből remélhető, amelynek mérési frekvenciasávjai közül a legmagasabbnak a központi frekvenciája 857 GHz.
- Végül a fotoneloszlást közvetve befolyásoló, szintén fontos tényező az anyagkomponensek (Bardeen-potenciálokra keresztül történő) gravitációs kölcsönhatása.

6.6.3. A fotoneloszlás dinamikájának egyszerűsített modellje

A fotonok kozmikus eloszlásának anizotrópiáit az anyagkomponensek összes szórási folyamata együttesen adja. Ezek maradéktalan figyelembevételre igen bonyolult modellt eredményez. Megmutatták, hogy egy egyszerűbb modell is összhangban áll a CMB (WMAP szonda méréseiből előállított) spektrumával [12], [37], [38], a következőkben ezt ismertetjük.

Compton-szórás

A fotonok szórási folyamatai közül a legdominánsabb, a szabad elektronon történő Compton-szórás vesszük figyelembe. A szabad elektronok számának fejlődését a rekombináció numerikus szimulációja adja.

Elektron-ion-atom folyadék

A Coulomb-szóráson keresztül az elektronok az ionokkal szorosan csatoltak, vagyis a Coulomb-szórás üteme lényegesen nagyobb az univerzum tágulási üteménél (a Hubble-paraméternél). Feltéve az

$$n_e = n_p \quad (6.111)$$

töltésszemlegességet, a szoros csatolás következtében az energiasűrűségek perturbációi megegyeznek:

$$\tilde{\Delta}_e = \tilde{\Delta}_{ion} . \quad (6.112)$$

Hasonló igaz a sebességperturbációkra is

$$\mathbf{v}_e = \mathbf{v}_{ion} . \quad (6.113)$$

Az elektron-ion rendszert ezért a perturbációk nem differenciálják, a komponensei egyetlen gázt alkotnak.

Elteltekintve a szoros csatolástól, az ekvipartíciótételből becsülhető az elektronok termikus mozgásából származó tipikus sebesség nagyságrendje: $v_e \approx \sqrt{T/m_e}$. A lecsatolódás korszakában v_e kicsi, így az elektronok nemrelativisztikusak: $p_e/m_e \ll 1$. Ez a becslés mutatja azt is, hogy az elektron-ion plazma nemrelativisztikus.

A Coulomb-kölcsönhatás következtében létrejönnek semleges atomok, ami befolyásolja a szabad elektronok számát.

A semleges hidrogén- és héliumatomok szintén szorosan csatoltak az elektron-ion plazmához. E komponensek együttese alkotta gáz a barionikus komponens. Az elnevezés nem pontos, hiszen az elektronok leptonok és nem barionok. Azonban a töltésszemlegességből és a proton tömegének elektronéhoz viszonyított arányából következik, hogy az elektron-ion-atom rendszer tömege gyakorlatilag a barionokéból származik.

Gravitációs kölcsönhatás neutrínókkal és sötét anyaggal

Az Univerzum fejlődése szempontjából a kozmikus folyadék foton és barion komponensén túlmenően a sötét anyagból és a neutrínókból származó járulékok fontosak.

A sugárzásdominált Univerzum energiasűrűségének mintegy 40%-a neutrínókból származhat [39], ebben a korszakban hatásuk jelentős. Alább röviden összefoglaljuk a neutrínók hatásait a CMB hőmérsékleti spektrumra az *i.*, relativisztikus (tömeg nélküli) neutrínók határesetére, és *ii.*, tömeges neutrínó esetére.

Relativisztikus neutrínók: A sugárzásdominált korszakban a nagy hullámhosszú gravitációs potenciál perturbációi konstansok, a rövid hullámhosszúak csökkenő amplitúdóval oszcillálnak (lásd 6.4.2 alfejezet). Pordominált korszakban a rövid hullámhosszú gravitációs potenciálok is konstansok. A relativisztikus neutrínók járuléka jelentősen növeli a sugárzásdominált korszak energiasűrűségét, emiatt az anyag-sugárzás egyenlőség később következik be, mint

hiányukban. A továbbtartó sugárzásdominált korszak relatív csillapítást eredményez a rövidhullámú fluktuációk amplitúdójában. A neutrínók másik hatása abból származik, hogy azok a fotonokat megelőzően lecsatolódtak a kozmikus plazmáról. A relativisztikus neutrínóperturbációk fénysebességgel terjednek, szemben a barion-foton plazmában hangsebességgel terjedő perturbációkkal. A neutrínóperturbációk gravitációs hatásai a kezdeti inhomogenitások akusztikus horizontján túl mutatnak, ami a CMB akusztikus oszcillációiban fáziseltolódást eredményez [40].

Tömeges neutrínó esetén történő korrekciók: Nem nulla tömegű neutrínók esetén az anyag-sugárzás egyenlősége hamarabb bekövetkezik, mint tömeg nélküliek esetén. Ez a CMB hőmérsékleti spektrumában ahhoz vezet, hogy az amplitúdó az első csúcs környékén a neutrínó tömegnöveléssel csökken, illetve a csúcsok a C_l spektrumban kisebb l -ek irányába mozdulnak [41]. A WMAP mérésekből a neutrínótömegre felső korlátot sikerült megállapítani. Az egyszerűség kedvéért viszont a következő tárgyalásunkban a neutrínó tömegét elhanyagoljuk.

A pordominált Univerzumban a nem-relativisztikus anyag nagy részét a hideg sötét anyag teszi ki. Ez az anyagtípus csak gravitációsan hat kölcsön bármely más anyaggal, és a termális mozgásából származó sebessége kicsi, vagyis nemrelativisztikus.

6.6.4. A foton- és neutrínóeloszlások hőmérsékleti fluktuációi

Skalár típusú perturbációk tárgyalására szorítkozunk. A skalár, vektor és tenzor típusú perturbációk közül ez a legfontosabb a kozmikus mikrohullámú anizotrópia spektrumának származtatásához. Vektor típusú perturbációk az univerzum tágulásával elhalnak. Tenzor típusú perturbációk fontosak, van járuléku például a CMB hőmérsékleti és polarizációs spektrumokhoz. A hőmérsékleti és E típusú („elektromos”) polarizációkból származó anizotrópiáspektrumokhoz azonban járuléku kicsi a skalár típusú perturbációkéhoz képest, így explicit kimutatásuk a mérésekben még nem sikerült. Ellenben a CMB B típusú („mágneses”) polarizációja csak tenzor perturbációkból származik. A CMB B típusú polarizációjának kimutatását a Planck szonda méréseiből remélik. A B típusú polarizáció kimutatása közvetett bizonyítékául szolgálna az általános relativitáselmélet egyik fontos jóslatának, a gravitációs hullámok jelenlétének.

A FLRW-téridő szimmetriáival összhangban az Univerzum átlaghőmérséklete hely- és irányfüggetlen: $T = T(t)$, valamint a skálafaktorral fordítottan arányos. A fotonok egyensúlyban a Bose–Einstein-eloszlást követik. A COBE műhold FIRAS (Far Infrared Absolute Spectrophotometer) műszere a CMB spektrális eloszlására igen nagy pontossággal a fekete testre jellemző eloszlást mérte. A fotoneloszlás kémiai potenciálja p/T mellett elhanyagolható (10^{-5} relatív nagyságrendű) a Bose–Einstein-eloszlásban:

$$f(p, t) = \left(\exp \frac{p}{T} - 1 \right)^{-1} \quad (6.114)$$

(itt p a foton hármassimpulzusának nagysága).

Perturbált téridőn a fotonok egyensúlytól kissé eltérő eloszlásfüggvénye [12]:

$$f(x^\alpha, p, \hat{p}^\alpha, t) = \left[\exp \left\{ \frac{p}{T(t)(1 + \Theta)} \right\} - 1 \right]^{-1} \quad (6.115)$$

lesz, ahol x^α téridő koordináta, $\hat{p}^\alpha$ a foton hármassimpulzusának iránya. A perturbációt a

$$\Theta(x^\alpha, \hat{p}^\alpha, t) = \frac{T(x^\alpha, \hat{p}^\alpha, t) - T(t)}{T(t)} \ll 1, \quad (6.116)$$

hőmérsékleti fluktuáció paraméterezi, amely annak mértéke, hogy a lokális $T(x^\alpha, \hat{p}^\alpha, t)$ hőmérséklet mennyire tér el az átlagostól. Megmutatható, hogy lineáris perturbációs számításban Θ független p -től (mivel a Θ hőmérsékleti fluktuációra származtatható Boltzmann-egyenlet is az).

A neutrínók egyensúlyban a Fermi–Dirac-eloszlást követik. Kémiai potenciáljuk nem ismert, szokásos feltevés, hogy elhanyagolható. A neutrínók eloszlásfüggvényének perturbációja hasonlóan paraméterezhető, mint a fotonoké ((6.115) egyenlet), mindössze az exponenciális követő -1 helyett $+1$ szerepel. A neutrínó-eloszlásfüggvény perturbációját $\mathcal{N}$ -nel paraméterezik, ami ugyanazt a szerepet tölti be, mint fotonokra Θ .

6.6.5. A hőmérsékleti fluktuáció Fourier-transzformáltjának multipólus-sorfejtése

A Θ hőmérsékleti fluktuáció $\tilde{\Theta}$ Fourier-transzformáltjára vonatkozó Boltzmann-egyenlet a $\mathbf{k}$ hullámszám-vektor $\hat{\mathbf{k}}$ irányától csak a $\bar{\mu} \equiv \hat{\mathbf{p}} \cdot \hat{\mathbf{k}}$ skalárszorzaton keresztül függ [37], így $\tilde{\Theta}$ kifejezhető a $P_l(\bar{\mu})$ Legendre-polinomok szerint:

$$\tilde{\Theta}(\mathbf{k}, \hat{\mathbf{p}}, t) = \sum_{l=0}^{\infty} (-i)^l (2l+1) \tilde{\Theta}_l(\mathbf{k}, t) P_l(\bar{\mu}), \quad (6.117)$$

ahol a kifejtési együtthatók (multipólusok)

$$\tilde{\Theta}_l(\mathbf{k}, t) = \frac{1}{(-i)^l} \int_{-1}^1 \frac{d\bar{\mu}}{2} P_l(\bar{\mu}) \tilde{\Theta}(\mathbf{k}, \hat{\mathbf{p}}, t). \quad (6.118)$$

A fotoneloszlás Boltzmann-egyenletéből (elhanyagolva a fotonpolarizációseffektusait¹⁴) a következő fejlődési egyenletek származnak a $\tilde{\Theta}_l$ multipólusokra [12]:

$$\frac{\partial \tilde{\Theta}_0}{\partial \eta} + k \tilde{\Theta}_1 = -\frac{\partial \tilde{\Phi}}{\partial \eta}, \quad (6.119)$$

$$\frac{\partial \tilde{\Theta}_1}{\partial \eta} - \frac{k}{3} \tilde{\Theta}_0 + \frac{2k}{3} \tilde{\Theta}_2 = \frac{k}{3} \tilde{\Psi} + \frac{d\tau}{d\eta} \left[\tilde{\Theta}_1 - \frac{\tilde{V}^{(b)}}{3} \right], \quad (6.120)$$

$$\frac{\partial \tilde{\Theta}_2}{\partial \eta} - \frac{2k}{5} \tilde{\Theta}_1 + \frac{3k}{5} \tilde{\Theta}_3 = \frac{9}{10} \frac{d\tau}{d\eta} \tilde{\Theta}_2, \quad (6.121)$$

¹⁴Anizotrop sugárzás a Compton-szórás következtében lineárisan polarizálttá válik, mert a Thomson-hatáskeresztmetszet függ a $|\epsilon_f \cdot \epsilon_i|^2$ szögtől, ahol ϵ_f és ϵ_i a végső és a kezdeti polarizációs vektorok. Átlagolva a beeső és felösszegezve a végső polarizációs állapotokra, a szögfüggés $1 + \cos^2 \theta$, ahol θ a szóródó foton kezdeti és végső impulzusa közti szög. A lineárisan polarizált sugárzás szórása ettől eltérő szögfüggésű lehet. Ez hatással van hőmérsékleti perturbációkat leíró Boltzmann-egyenlet szórási tagjára. A polarizáció hatása a hőmérsékleti C_l spektrumra l növekedésével nő. Elhanyagolása az első csúcs helyzeténél ($l \approx 220$) 1%-os, $l \approx 1000$ -nél körülbelül 10%-os hibát eredményez [22].

valamint $l \geq 3$ -ra

$$\frac{\partial \tilde{\Theta}_l}{\partial \eta} - \frac{lk}{2l+1} \tilde{\Theta}_{l-1} + \frac{(l+1)k}{2l+1} \tilde{\Theta}_{l+1} = \frac{d\tau}{d\eta} \tilde{\Theta}_l. \quad (6.122)$$

Itt $\tilde{V}^{(b)}$ a barionkomponens sebességperturbációja. A τ optikai mélységet a

$$\frac{d\tau}{d\eta} = -n_e \sigma_T a \quad (6.123)$$

egyenlet adja meg, ebben σ_T a Thomson-szórás hatáskeresztmetszete.

A fenti egyenletrendszer önmagában még nem határozza meg a multipólusok fejlődését, szükséges hozzávenni a $\tilde{\Phi}$ és $\tilde{\Psi}$ Bardeen-potenciálok fejlődésegyenleteit (ezeket a (6.84)-(6.85) Einstein-egyenletek adják). Utóbbiak viszont összecsatlódnak a neutrínókra, a barionikus- és a sötét anyagra vonatkozó fejlődésegyenletekkel is.

A neutrínó-eloszlásfüggvényt jellemző $\mathcal{N}$ perturbációra ugyanazok érvényesek, mint Θ -ra, azzal a kivétellel, hogy nincs szórás tag. Az $\tilde{\mathcal{N}}_l$ momentumok fejlődésegyenleteit (6.119)–(6.122) egyenletek adják $\tau \equiv 0$ -val és végrehajtva a $\tilde{\Theta}_l \rightarrow \tilde{\mathcal{N}}_l$ cseréket.

A fotonokon és neutrínókon kívül a többi anyag (barionok, hideg sötét anyag) komponens nemrelativisztikus. Ez ahhoz vezet, hogy a barionok és a hideg sötét anyag perturbált eloszlásfüggvényei első két momentumához (energiasűrűség- és sebességperturbációk), képest a magasabbak elhanyagolhatók.

A teljes egyenletrendszer megtalálható [12] forrásban, numerikus megoldása megadja a CMB-multipólusok időfejlődését. A kezdeti feltételek adiabatikusak, teljesítik többek között a

$$\tilde{\Theta}_0 = \tilde{\mathcal{N}}_0 = \frac{\tilde{\Delta}^{(b)}}{3} = \frac{\tilde{\Delta}^{(dm)}}{3} = -\frac{\tilde{\Psi}}{2} = \frac{\tilde{\Phi}}{2}, \quad (6.124)$$

$$\tilde{V}_{dm} = \tilde{V}_b = 3\tilde{\Theta}_1 = 3\tilde{\mathcal{N}}_1 = -\frac{k}{2\mathcal{H}} \tilde{\Phi} \quad (6.125)$$

relációkat.

6.6.6. Hőmérsékleti teljesítményspektrum

A Θ hőmérsékleti fluktuációt véletlen valószínűségi mezőként kezeljük. Valószínűségi mezők esetén cél az eloszlásfüggvényük minél pontosabb meghatározása. Az eloszlásfüggvény meghatározható tetszőleges számú pont korrelációs függvényei ismeretében. Gauss-valószínűségi mező esetén a tetszőleges számú pontkorrelációs függvények visszavezethetők 2-pont korrelációsakra (*Wick-tétel*), ezért elegendő ez utóbbiak meghatározása.

Feltesszük, hogy a Θ hőmérsékleti fluktuáció Gauss-valószínűségi változó, ami a FLRW háttér szimmetriáival összhangban statisztikailag homogén és izotrop. A statisztikai homogenitás és izotropia azt jelenti, hogy a 2-pont-korrelációs függvény invariáns a térbeli eltolásokkal és pont körüli forgatásokkal szemben.

A hőmérsékleti fluktuációt adott helyen és időben (x^α és t_0 rögzített) mint irányfüggő ($\hat{p}^\alpha$ -tól függő) mennyiséget figyeljük meg. Az egységgömbön a gömbharmonikusok ortonormális

bázist alkotnak, így a megfigyelt $\Theta(\hat{\mathbf{p}}) = \Theta(x^\alpha, \hat{p}^\alpha, t_0)$ hőmérsékleti anizotrópia mezőt alkalmas kifejtteni ezen bázis szerint:

$$\Theta(\hat{\mathbf{p}}) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l a_{lm} Y_{lm}(\hat{\mathbf{p}}) , \quad (6.126)$$

ahol a komplex a_{lm} kifejtési együtthatók:

$$a_{lm} = \int d\Omega_{\hat{\mathbf{p}}} Y_{lm}^*(\hat{\mathbf{p}}) \Theta(\hat{\mathbf{p}}) . \quad (6.127)$$

A komplex konjugálást csillag jelöli, az integrálás pedig a hármassimpulzus szögei szerint történik. A 2-pont-korrelációs függvény a statisztikai izotrópia miatt csak az égbolt két pontja közötti szeparációs szögtől függ. Ezért a 2-pont-korreláció kifejezhető Legendre-polinomok szerint:

$$\langle \Theta(\hat{\mathbf{p}}_1) \Theta(\hat{\mathbf{p}}_2) \rangle = \frac{1}{4\pi} \sum_{l=2}^{\infty} (2l+1) C_l P_l(\mu) , \quad (6.128)$$

ahol $\mu \equiv \hat{\mathbf{p}}_1 \cdot \hat{\mathbf{p}}_2 = \cos \theta$ és C_l a hőmérsékleti szög-teljesítményspektrum¹⁵. A $\langle \rangle$ várható értéket jelöl, amely rögzített szeparációs szögnél átlagképzéssel helyettesíthető. Az összegzés $l = 2$ -től indul, mert az $l = 0$ monopól tag a statisztikai izotrópia miatt konstans, az $l = 1$ dipól tag pedig a megfigyelő lokális mozgása miatt lép fel, így ezeket ki lehet vonni a spektrumból. A C_l multipólmomentumok adott l -re domináns járulékát a $\theta \approx \pi/l$ szögskálájú [42], $\lambda \approx \theta D_A(z_{\text{SLS}})$ ($D_A(z_{\text{SLS}})$ az utolsó szórási felület szögátmérő távolsága) hullámhosszú fluktuációk adják [26].

A 2-pont korreláció Legendre-együtthatói megadhatók az a_{lm} gömbfüggvény-együtthatók $\langle a_{l_1 m_1} a_{l_2 m_2}^* \rangle$ korrelációjával is. Felhasználva a gömbfüggvények addíciós tételét, a statisztikai izotrópia miatt:

$$\langle a_{l_1 m_1} a_{l_2 m_2}^* \rangle = C_{l_1} \delta_{l_1 l_2} \delta_{m_1 m_2} . \quad (6.129)$$

A mátrixnak csak a diagonális elemei nem nullák. Megjegyezzük, hogy különböző m indexek ugyanazt a C_l -t határozzák meg, ez tulajdonképpen a statisztikai izotrópia tesztje.

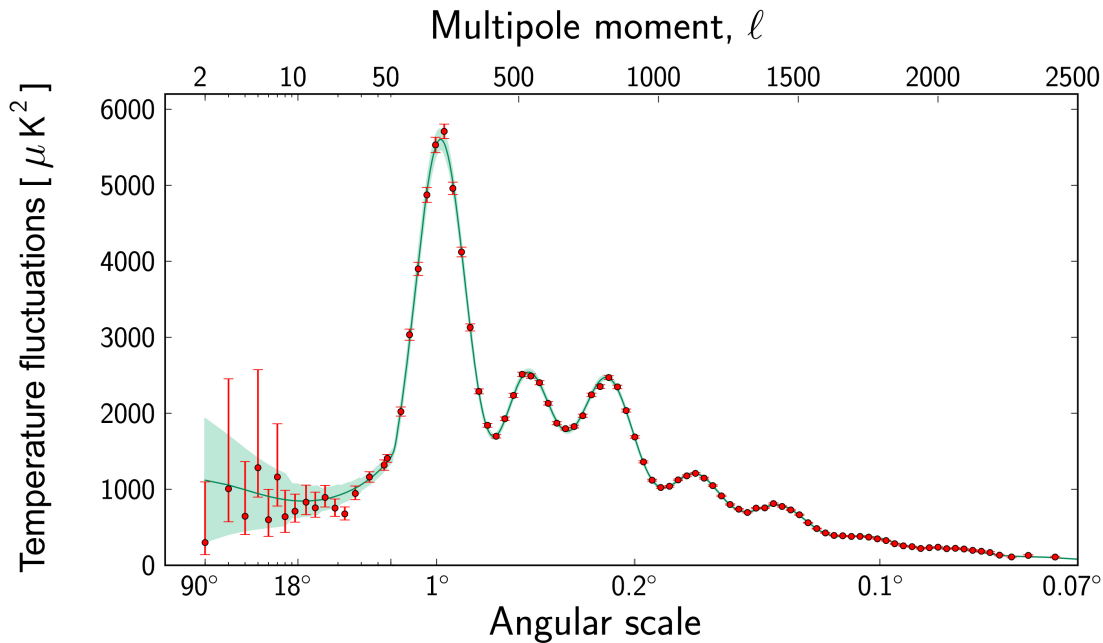
A $\tilde{\Theta}_l$ valószínűségi változók amplitúdói és fázisai függenek a kezdeti perturbációktól. A hőmérsékleti fluktuációra vonatkozó (6.119)–(6.122) Boltzmann-egyenlet multipólus-komponensek azonban nem függenek expliciten $\hat{\mathbf{k}}$ -től, ezért $\tilde{\Theta}_l$ csupán időtől független szorzóban tartalmazhat $\hat{\mathbf{k}}$ -függést:

$$\tilde{\Theta}_l(\mathbf{k}, t) = \tilde{\Psi}_i(k, \hat{\mathbf{k}}) \tilde{\Theta}_l(k, t) . \quad (6.130)$$

Itt $\tilde{\Psi}_i$ a gravitációs potenciál kezdeti perturbációját jelenti, amely meghatározza az összes változóra vonatkozó kezdeti feltételt.

A gravitációs potenciál perturbációja szintén Gauss-eloszlást követő homogén és izotrop valószínűségi mező. A 2-pont-korrelációs függvényének Fourier-transzformáltja adja a

¹⁵A matematikai statisztikában a (6.128) függvényt 2-pont-kovarianciának nevezik. A statisztikai homogenitás és izotrópia miatt (6.128) csak konstansban tér el a statisztikában használatos 2-pont-korrelációs függvényről.



6.21. ábra. A CMB-fluktuációk szögspektruma, azaz a foltok relatív fényessége a foltok (multipólus-momentum l rendje által, illetve szögben kifejezett) méretének függvényében a Planck űrszonda 2013-ban közzétett eredményei alapján [<http://sci.esa.int/science-e/www/object/index.cfm?fobjectid=51555>].

P_{Ψ_i} kezdeti teljesítményspektrumot. A homogenitás és izotrópia miatt a gravitációs potenciál-perturbáció Fourier-transzformáltja különböző hullámszámú fluktuációi közti korrelációs függvény:

$$\langle \tilde{\Psi}_i(\mathbf{k}) \tilde{\Psi}_i^*(\mathbf{k}') \rangle = (2\pi)^3 \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}') P_{\Psi_i}(k) . \quad (6.131)$$

Felhasználva $\Theta(\hat{\mathbf{p}})$ Fourier-transzformáltjának Legendre-polinomok szerinti kifejtését, a gömbfüggvények addíciós tételét és (6.129) összefüggést, a szög-teljesítményspektrum kifejezhető a $\Theta_l(k, t_0)$ anizotrópia-momentumokkal és a $P_{\Psi_i}(k)$ kezdeti teljesítményspektrummal [37]:¹⁶

$$C_l = \frac{2}{\pi} \int dk k^2 P_{\Psi_i}(k) \left| \tilde{\Theta}_l(k, \eta_0) \right|^2 . \quad (6.132)$$

Az inflációs modellek szerint $P_{\Psi_i}(k)$ hatványfüggvény [lásd (6.97)].

A teljesítményspektrum meghatározásában fontos szerepe volt a WMAP űrszondának, valamint értékes kiegészítéseket adtak a South Pole Telescope mérései is [43]. A jelenleg rendelkezésre álló legpontosabb hőmérsékleti teljesítményspektrumot a 6.21 ábra mutatja be ([44] 37. ábrája). Látható, hogy a modell és a megfigyelések igen pontosan illeszkednek

¹⁶Megjegyezzük, hogy a Fourier-transzformáció itt használt integrálási mértéke eltér [37] irodalométól. Az itt használt mérték a $d^3k/(2\pi)^3 \rightarrow d^3k$ reláción keresztül kapcsolódik [37]-éhez. A (6.132) összefüggésben a konformis időre tértünk át.

$l > 50$ tartományban, azonban nagy szögskálákon (kis l -ekre) egyrészt a hibahatárok nagyok, másrészt túl sok pont került a modell által jósolt görbe alá. Az eltérés okait jelenleg vizsgálják. A Planck szonda adataiból készített teljesítményspektrum 7 csúcsot tartalmaz, szemben a WMAP által azonosított 4 csúccsal, így a kozmológiai paraméterek pontosabban határozhatók meg.

6.6.7. A hőmérsékleti teljesítményspektrumot meghatározó fontosabb kozmológiai effektusok

A mérések alapján a háttérsugárzás majdnem tökéletes feketetest-sugárzás. A feketetest-sugárzástól való eltérések a lecsatolódáskori fluktuációkat tükrözik, azonban a lecsatolódás óta ezeket más hatások is alakították. Az alfejezet ezeket foglalja össze.

Sachs–Wolfe-effektus

A fotonok eloszlása a Compton szórás következtében a lecsatolódásig követte a nemrelativisztikus anyagét, ezért hőmérséklet-ingadozása az utolsó szóródási felület sűrűségeloszlását mutatja. A nagyobb sűrűségű részből származó fotonok energiája nagyobb a magasabb energiasűrűség miatt, mint a ritkább helyről származóknak. Másrészt a nagyobb sűrűségű helyeken mélyebb a gravitációs potenciál, így a kilépő fotonok gravitációs vöröseltolódása is nagyobb.

A CMB hosszúhullámú (nagy skálán érvényes, $k\eta \ll 1$ feltételt teljesítő) perturbációi a C_l spektrum kis l értékeinél jelentkeznek (mivel a hullámszám arányos l -el). A számolás azt mutatja, hogy ebben az esetben az utóbbi hatás a domináns, a nagyobb sűrűségű helyről származó fotoneloszlás hőmérséklete alacsonyabb, mint a ritkább helyről származóké. Ez a *Sachs–Wolfe-effektus*.

Integrális Sachs–Wolfe-effektus

Akkor lép fel, ha a gravitációs potenciál megváltozik a foton be- és kilépése között eltelt idő alatt. A foton belépésekor kékeltozódást szenved, kilépésekor pedig vöröseltolódást. Utóbbi nagyobb, amennyiben időközben mélyült a potenciálgödör (pl. gravitációs kollapszus következtében), illetve kisebb, amennyiben sekélyebbé vált (pl. gyorsuló kozmikus tágulás miatt). Utóbbi esetben a folyamatot a *95iswcartoon3.gif* animáció mutatja be [45].

A 6.129 alfejezetben láttuk, hogy sík Friedmann-téridő perturbációi esetén pordominált korszakban, kizárólag porból álló Univerzumra a gravitációs potenciál konstans. Ekkor nincs integrális Sachs–Wolfe-járulék. A lecsatolódás korszakában azonban a sugárzás mennyisége még jelentős a porhoz képest, ezért a gravitációs potenciál zérus görbületi index esetén is változik (*korai integrális Sachs–Wolfe-effektus*). Késői korszakban a kozmológiai állandó dominál, ekkor a potenciál csökken (*késői integrális Sachs–Wolfe-effektus*).

Az integrális Sachs–Wolfe-effektus szintén kis l -ekre számottevő.

A CMB akusztikus oszcillációi

A 6.4.2 alfejezetben láttuk, hogy sugárzásdominált univerzumban a háttérsugárzást alkotó fotonok rövidhullámhosszú energiasűrűség- és sebességperturbációi az időnek harmonikus

függvényei. Az oszcilláló megoldásokat a sugárzás nyomása eredményezi. A lecsatolódáig a sugárzás és a plazmaállapotú barionok kölcsönhatnak, a két komponens együtt oszcillált. A barionok a nyomáshoz alig járulnak hozzá, viszont tömegük megnöveli az oszcilláció amplitúdóját. Megmutatható, hogy a rekombináció előtt a hanghorizont alatti hullámhosszú perturbációk oszcillálnak, ezeket akusztikus oszcillációknak nevezik. Az akusztikus oszcillációk az utolsó szórásnál „befagynak” a CMB-be.

A sebességperturbációk a sűrűségperturbációkhoz képest kisebb amplitúdóval és $\pi/2$ fáziskéséssel oszcillálnak. Interferenciájuk a háttérsugárzás C_l spektrumában lokális minimumokat és maximumokat eredményez.

Az akusztikus oszcillációk a spektrumban kis skálákon ($l \gtrsim 100$) dominánsak.

Első csúcs: Az CMB teljesítményspektrum első csúcsának helyzete erősen függ a Friedmann-téridő görbületétől.¹⁷ Akusztikus oszcillációk a hanghorizont alatt alakulnak ki: $\lambda < \lambda_h$, ahol λ_h a hanghorizont mérete. A spektrumban oszcillációkat a $\theta_h \approx \lambda_h/D_A(z_{SLs})$ hanghorizont szögmérete alatt, vagyis a spektrumban $l_h \approx \pi/\theta_h$ felett tapasztalhatunk. Adiabatus kezdeti feltételek esetén a domináns oszcilláló sűrűségperturbáció $\propto \cos kr_s$, ahol r_s a hanghorizont mérete. Az első csúcs helyzete $kr_s \approx \pi$ értéknek felel meg [26]. A hanghorizont mérete függ a barionmennyiségtől, a szögátmérő-távolság függ a Friedmann-univerzum anyagi tartalmát (sötét energia, sötét anyag, barion, sugárzás) meghatározó kozmológiai paraméterektől, továbbá a Friedmann-univerzum görbületétől. Az $\Omega_{M,0}$ és $\Omega_{b,0}$ paraméterek együttes csökkentése, vagy növelése ellentétes irányban hatnak az első csúcs helyzetére és nagyságára [42]. Az első csúcs helyzete sokkal érzékenyebb az Univerzum görbületének változtatására, mint a többi kozmológiai paraméterére (lásd pl. [26] 6.1 ábráját).

Második csúcs: A második csúcs nagyságára $\Omega_{M,0}h_0^2$ és $\Omega_{b,0}h_0^2$ paraméterek együttes csökkentése, vagy növelése azonos irányban hat. Ezért a második csúcs nagyságának ismerete feloldja az első csúcs vizsgálata során megjelenő paraméterdegenerációt az $\Omega_{M,0}h_0^2$ és $\Omega_{b,0}h_0^2$ -ban. A csúcsok helyzete $\Omega_{b,0}h_0^2$ és $\Omega_{M,0}h_0^{3,1}$ paraméterek függvénye, így a csúcsok nagyságát helyzettükkel kombinálva következtethetünk h_0 értékére [42].

Az első két csúcs ismeretéből arra következtethetünk, hogy az Univerzum energiasűrűsége közel áll a kritikus értékhez (az Univerzum térbeli része hozzávetőleg sík jellegű). Az ehhez szükséges energiasűrűséget a sötét anyag és a barionikus anyag együttesen sem teszi ki, ezen belül a barionikus anyag $\Omega_{M,0}$ -nak csak kis részét adja [42].

Harmadik csúcs: A harmadik csúcs nagysága nem annyira érzékeny $\Omega_{M,0}h_0^2$ és $\Omega_{b,0}h_0^2$ paraméterekre, mint az első kettő, de meglehetősen érzékeny az n_s spektrális indexre [42].

A csúcsok relatív helyzete függ az aktuális perturbációs modellről. A lineáris struktúrafejlődéssel foglalkozó alfejezetben tárgyalt adiabatikus sűrűségi perturbációk a CMB hőmérsékleti teljesítményspektrum csúcsait pontosan reprodukálják, míg az ún. izogörbületi perturbációk nem. Ez alátámasztja az infláció elméletét is, és kizárja például a struktúra kozmikus húrok segítségével történő kialakulásának forgatókönyveit.

¹⁷Mivel az egyszerűség kedvéért a $K = 0$ Univerzum perturbációit tárgyaltuk eddig, egyenleteinkből explicit nem látszik, hogy hol jelenne meg a K -függés. Azonban a perturbációkat vizsgálták tetszőleges K esetén is. Ilyenkor is létezik harmonikus kifejtés, ahol a bázisfüggvények az adott görbületű tér Laplace–Beltrami-egyenletének megoldásai.

Diffúziós (Silk-) csillapodás

A rekombináció alatt a fotonok a magasabb hőmérsékletű helyekről folyamatos szórásokon átesve a hidegebb területek felé diffundálnak. Ez a termalizáció azon a skálán hatásos, amelyet a foton bolyongása során befuthatott a lecsatolódásig. A fotonok két Compton-szórás között átlagosan $\lambda_C = (n_e \sigma_T a)^{-1}$ távolságot, míg N szórás alatt $\lambda_D = \sqrt{N} \lambda_C$ távolságot (lásd *bolyongási probléma*) tesznek meg, $N \lambda_C \approx \eta$ konformis idő alatt. Az utolsó szóródási felület λ_D hosszának megfelelő szögskáláján a spektrum amplitúdójában a termalizáció miatt bekövetkező csökkenést *diffúziós*, vagy *Silk-csillapodás*nak nevezik. A csillapodás a spektrum harmadik csúcsát követően várható.

Rees–Sciama-effektus

Amikor a hideg sötét anyag által dominált Univerzum sűrűségperturbációi nemlineárisává válnak, a gravitációs potenciál mélyül $K = 0$ esetben is (szemben a lineáris perturbációszámítás esetével). Ennek a CMB-fluktuációkra kifejtett hatása az ún. *Rees–Sciama-effektus*.

Halmazok lencsézése

Az Univerzumban kialakult struktúra lencséző hatása a fénypályák elhajlásában és fókuszáló hatásban jelentkezik. Ez kihat a háttérsugárzás spektrumára.

Reionizáció

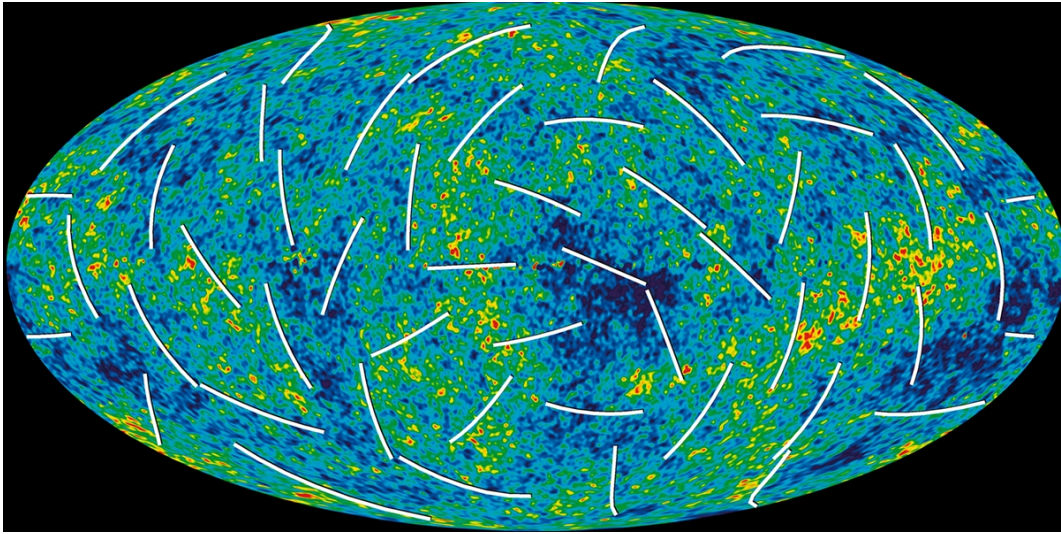
Az első csillagok kigyulladására ionizálja a csillagközi gázt. A fotonok így újból szóródhatnak a szabad elektronokon, ami az elsődleges hőmérsékleti fluktuációk nyomán előállt spektrumot perturbálja. A South Pole Telescope mérései szerint ez az időszak az ősrobbanás után 250 millió évvel kezdődött és 500 millió évig tartott [46].

Sunyaev–Zel’dovich-effektusok

A CMB spektrum torzul, amikor a háttérsugárzás fotonjai a galaxishalmazokban lévő forró, intenzív röntgensugárzást kibocsátó gázba hatolnak. Itt a fotonok újból szóródnak a gáz szabad elektronjain, és energiát kapva tőlük megváltozik a hullámhosszuk, így a sugárzás hőmérséklete is (*Sunyaev–Zel’dovich-effektus*). Ennek köszönhetően a legnagyobb hőmérséklet-ingadozásokat a galaxishalmazok irányában észleljük. A Sunyaev–Zel’dovich-effektusnak három típusát különböztetik meg:

a termális Sunyaev–Zel’dovich-effektus: magas hőmérsékletű termikus elektronok okozzák;

a nemtermikus Sunyaev–Zel’dovich-effektus: nemtermikus eloszlású, de nagy sebességű (relativisztikus) elektronok okozzák;



6.22. ábra. A WMAP hároméves adatai alapján készült polarizációs térkép. A fehér szakaszok a CMB polarizációs irányait jelzik [http://map.gsfc.nasa.gov/media/060917/060917_1280_B.png].

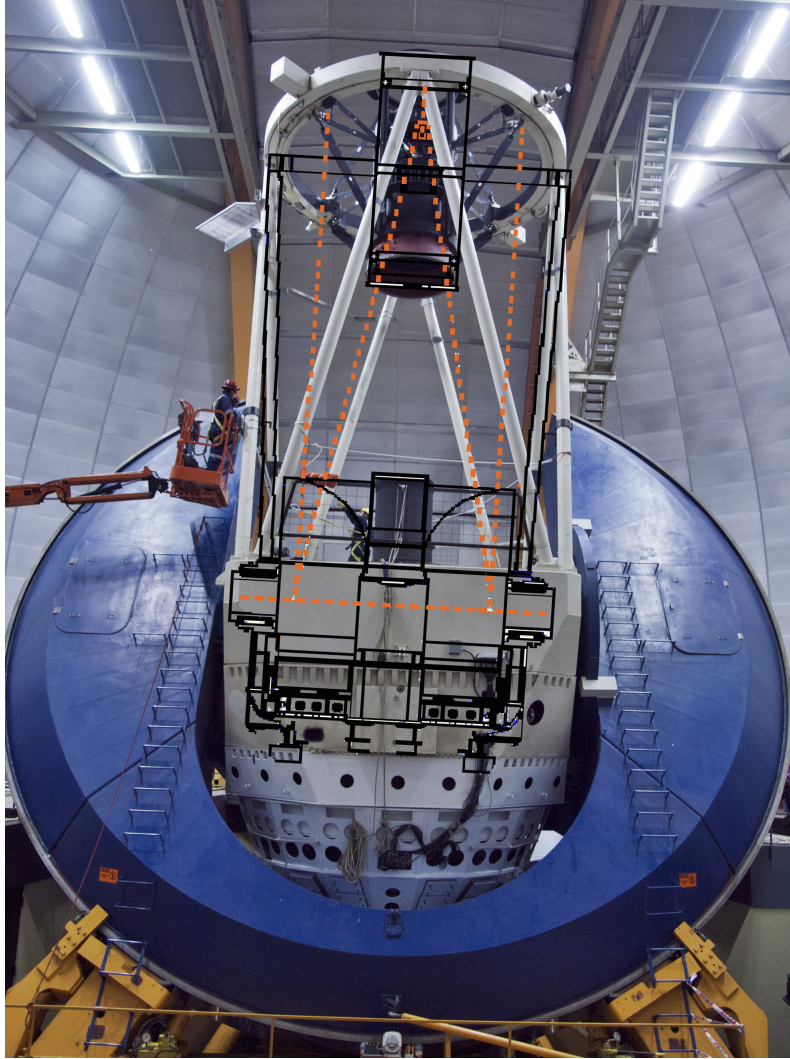
a kinematikai Sunyaev–Zel’dovich-effektus (Ostriker–Vishniac-effektus): akkor jelentkezik, amikor a szóró közeg mozgása eltér a Hubble áramláshoz képest. Ekkor a szóró gáz rendszerében a CMB anizotropnak tűnik, amit a szórás izotropizál. Ez utóbbi effektus lehetőséget nyújt a halmaz pekuliáris mozgásának meghatározására.

6.6.8. A CMB polarizációs teljesítményspektruma

A WMAP felbontása csak kevés információt tudott szolgáltatni a CMB-ben fellelhető polarizációról, ezt a 6.22 ábra mutatja be. Ez az információ segít annak azonosításában, hogy hol alakultak ki először csillagok, valamint információt szolgáltat a nagyon korai Univerzumban lejátszódó folyamatokról. Az infláció által okozott gravitációs hullámok hatása például a polarizáció ún. B-módusaiban jelenik meg. Pontosabb, kvantitatív elemzésre is alkalmas polarizációs térképet a Planck űrszonda fog szolgáltatni 2014-ben.

6.7. Az Univerzum jövője

Láttuk, hogy az ősrobbanást követő Planck-korszakot infláció követte, majd kialakultak az elemi részecskék, atommagok, végül az atomok, ami a sugárzás lecsatolódásával járt. Az infláció utáni korszakot a sugárzás dominálta, de lecsatolódáskor már a porként modellezhető (barionikus + sötét) anyag dominált. A gravitáció vonzó hatásának köszönhetően ez a por összecsomósodott az infláció végén megmaradt kezdeti perturbációk köré és egy sötét korszaknak nevezett időtartam után kialakultak az első világító égitestek. Az Univerzum pordominált maradt egészen a kozmológiai értelemben vett közelmúltig, azonban valamikor $z = 2$ és $z = 1$ között a sötét energia sűrűsége vált dominánssá. Ennek hatására napjainkban az Univerzum gyorsulva tágul.



6.23. ábra. A Chilei Cerro Tololo Inter-Amerikai Obszervatórium Blanco teleszkópjába szerelt sötét energia kamera a kép felső részén látható. Az 570 megapixel-es kamera felbontóképessége egy ívmásodpercnél is jobb.

Az Univerzum jövőbeli sorsa attól függ, mi alkotja a sötét energiát.

Kényelmes álláspont a sötét energiát a kozmológiai állandónak tekinteni, amely egy $w = -1$ barotropikus indexű kozmikus folyadék. Mint korábban láttuk, ennek a folyadéknak az energiasűrűsége a táguló Univerzumban állandó marad, következésképpen az Univerzum egyre gyorsabb ütemben tágul, egy idő után exponenciálisan, de Sitter-téridőként. A tágulás a végtelenségig folytatódik, a skálafaktor végtelen értékéhez vezetve, elérhetetlen messzeségbe sodorva mindent minden mástól. Érdekes adalék, hogy a kvantumtérelméletek a kozmológiai állandót a vákuum energiájával hozzák kapcsolatba, és a megfigyeltnél 120 nagyságrenddel nagyobb kozmológiai állandót jósolnak. Ha így volna, az Univerzum már most is exponenciálisan tágulna.

A kozmológiai konstans „szépségébe” való belenyugvásnál kissé ambiciózusabb cél a sötét energia első rendig sorfejtett alakjának, azaz jelenlegi értékének és változási sebességének

a meghatározása (ez a Chevallier–Polarski–Linder-paraméterezés). Az eddigi megfigyelések nem rögzítik a változási sebességet, de a 2012 szeptemberében, a Chilei Cerro Tololo Inter-Amerikai Obszervatóriumban üzembe helyezett sötét energia kamera az elkövetkező 5 év során várhatóan 300 millió galaxis nagyságrenddel több szupernóváját fogja elemezni, mint amennyi eddig rendelkezésre állt, megteremtve ezzel a sötét energia modelljei közötti döntés lehetőségét (6.23 ábra).

Mivel a sötét energia a gravitációtól eltérő hatást nem fejt ki, felmerült az általános relativitáselmélet kozmológiai skálán történő megváltoztatásának igénye is. Az új megfigyelések a lehetséges alternatív gravitációelméleteket szintén tesztelik majd. Nem lehetünk tehát biztosak abban, hogy az általános relativitáselmélet vagy egy módosított gravitációelmélet nyelvén kell-e az Univerzum jövőjét firtató kérdést feltenni.

Mind a módosított gravitációelméletek, mind a kozmológiai konstanstól eltérő sötéteenergia-modellek érdekes jövőképeket tartalmaznak. Röviden tekintsünk át néhány, a megfigyelésekkel kompatibilis, egzotikus szingularitásba torkolló kozmikus fejlődést. Közös tulajdonságuk, hogy a szingularitás *véges, nemnulla időben* következik be, ellentétben a 0. típusba osztályozott ősrobbanás és nagy reccs szingularitásokkal.

A) A fantom sötéteenergia-modellek (amelyekben a barotropikus index enyhén kisebb, mint -1 ; a megfigyelések ezt preferálják) szokatlan tulajdonsága, hogy az energiasűrűség a tágulással növekszik! E modellek többsége a *nagy szétszakadáshoz* vezet (Big Rip, betűszóként gyermekesen szójáték is: *requiescat in pace*). A H , az időderiváltja, az energiasűrűség és nyomás egyaránt végtelenné válnak, akár az ősrobbanásban vagy a nagy reccsben, azonban nem eltűnő, hanem végtelen skálafaktor mellett (utóbbi indokolja az elnevezést). Ez az I. típusú szingularitás. Felfedezésekor szokásos volt ítéletnapnak (Doomsday) is nevezni.

Az eddig felsoroltakkal szemben az alábbi szingularitások véges, de nem nulla skálafaktor mellett következnek be.

B) A III. típusú, *véges skálafaktor szingularitás* elérésekor H , az időderiváltja, az energiasűrűség és a nyomás egyaránt végtelenné válnak, akár az I.-es típus esetében. Érdekes változata a fantom általánosított Chaplygin-gáznak nevezett sötét energia modellhez köthető *nagy megtorpanás* (Big Freeze), amelynek elnevezése arra utal, hogy a nagy szétszakadással ellentétben az energiasűrűség végtelen értéke véges mértékű tágulás után lép fel.

Az eddig felsorolt 0, I. és III. típusú szingularitások csupán a skálafaktor értékében különböznek egymástól, de mindannyian az Univerzum fejlődésének valódi végpontjai. Azaz lehetetlen megválaszolni a kérdést, hogy mi volt az ősrobbanás előtt, illetve mi lesz a nagy reccs, nagy szétszakadás vagy nagy megtorpanás után. Ezzel szemben bizonyos sötéteenergia-modellek véges idő után és véges skálafaktornál átjárható szingularitásokhoz vezetnek, amelyek az Univerzum keresztüljut, ezekről a továbbiakban esik szó.

C) Amennyiben H véges értékénél mind a lassulási paraméter, mind a nyomás végtelenné válik, *hirtelen jövőbeli szingularitás* (Sudden Future Singularity) vagy *nyugis szingularitás* (Quiescent Singularity) alakul ki. Ez II. típusú szingularitás, a nagy szétszakadásnál / megtorpanásnál jóval békésebb természetű, mivel a pontrészecskék (amelyek pályáját csupán H befolyásolja) zavartalanul áthaladhatnak rajta. A testrészeinket egymáshoz préselő végtelen árapályerők (a tengerszint időszakos változásáért felelős erők) azonban roppant kellemetlennek bizonyulhatnak. Mindenesetre a szingularitáson átjutott részecskékből az Univerzum újraszületik.

D) Szintén II-es típusú az előbbinek olyan alosete, amikor a szingularitásban $H = 0$,

azaz teljes megállás következik be, ez a *nagy fékezés* (Big Brake). Egy jelenleg lassan, de a távoli jövőben akár fénysebességnél is gyorsabban változó (a fénysebességnél gyorsabb kommunikáció relativisztikus tilalmát azonban nem sértő) tachion-mezőnek nevezett sötét energia okozhat ilyet, és a modell kompatibilis a szupernóva-mérésekkel. A nagy fékezés az Univerzum jelenlegi korával összemérhető idő elteltével következhet be. A tágulásban megtorpanó Univerzum részecskéi összehúzódásba fognak, amelynek végállapota a nagy recs lesz.

E) A nagy fékezés időben megfordított változata a szintén II. típusú *nagy indítás* (Big Démarrage). Ebben az esetben az Univerzum egy végtelen nyomású, de véges energiasűrűségű állapotból kezd el tágulni.

F) A *w-szingularitások* közös jellemzője, hogy mind a nyomás, mind az energiasűrűség nullává válik, a kettő aránya, a barotropikus index pedig végtelen. Az ide sorolható IV. típusú, *nagy széthúzódás* (Big Separation) szingularitások esetében ennek oka az, hogy a nyomással összefüggő lassulási paraméternek a változási sebessége vagy valamelyik magasabb időderiváltja (azaz a skálafaktor harmadik vagy annál magasabb deriváltja) válik végtelenné. A *w*-szingularitások rendkívül gyengék, csupán a sötét energiában mutatkoznak meg, az anyagot szerencsére nem befolyásolják.

Hogy pontosan amelyik forgatókönyv valósul meg, lényegében attól függ, miből áll az Univerzum 73%-át kitöltő sötét energia, illetve ha szükséges, hogyan kell módosítani az általános relativitáselméletet kozmikus léptéken. A kérdésre adott válasz igen messzemenő következményekkel jár az Univerzum jövőjére nézve.

Kapcsolódó animációk:

- Az Univerzum tágulásának bemutatása együttmozgó koordinátarendszer és a kozmikus skálafaktor alkalmazásával
(link: 6/animation/expansion.gif, 0,1MB)
http://sciencevspseudoscience.files.wordpress.com/2011/10/expansion_animation1.gif
- Az Univerzum tágulása a szemléletes léggömb-moddal
(link: 6/animation/balloon.gif, 0,1MB)
<http://www.astro.ucla.edu/~wright/balloons.gif>
- A kozmikus mikrohullámú háttérsugárzás kicsiny fluktuációiból alakult ki az Univerzum nagyléptékű szerkezete
(link: 6/animation/fluc.gif, 0,8MB)
<http://images.huffingtonpost.com/2012-11-17-followfluc.gif>
- A galaxisok eloszlása az SDSS felmérés alapján
(link: 6/animation/sdss.gif, 13MB)
http://quixote.uwaterloo.ca/~mbalogh/research/pics/pubimages/spall_anim.2003.08.09.gif

Kapcsolódó videók:

- Egy átlagos spirálgalaxis fejlődése (szimuláció)
(link: 6/video/disk_galaxy_model.mp4, 10MB)
(Forrás: F. Governato and T. Quinn (Univ. of Washington), A. Brooks (Univ. of Wisconsin, Madison), and J. Wadsley (McMaster Univ.))
http://www.nasa.gov/multimedia/videogallery/index.html?media_id=154187951
- Az első minigalaxisok ütközéseiből alakultak ki a nagyobb galaxisok
(link: 6/video/galaxy_evol.mpg, 1MB)
(Forrás: NCSA/NASA/B. O'Shea (MSU) and M. Norman (UC San Diego))
http://www.youtube.com/watch?feature=player_embedded&v=-aiL8iWhQjc
- A galaxishalmazok és szuperhalmazok buborékos-szálas szerkezetbe rendeződve szövik át az Univerzumot, amelynek részletes feltérképezését a 2010-es évek végén felbocsátandó James Webb-űrtávcsőtől várják
(link: 6/video/universe_webb.mp4, 16MB)
http://www.nasa.gov/multimedia/videogallery/index.html?media_id=25993511
- A Planck-űrszonda 2013. márciusában bejelentett eredményei a kozmikus mikrohullámú háttérsugárzásról

(link: 6/video/planck_cmb.mp4, 6MB)

(Forrás: ESA, Planck Collaboration)

http://spaceinvideos.esa.int/Videos/2013/03/Revealing_the_cosmic_microwave_background_with_Planck

- A kozmikus háttérsugárzás fluktuációspektruma

(link: 6/video/cmb_fluct.mp4, 6MB)

(Forrás: ESA)

http://spaceinvideos.esa.int/Videos/2013/03/Power_spectrum_of_temperature_fluctuations_in_the_CMB

- A sötét anyag eloszlása

(link: 6/video/darkmatter.mpeg, 10MB)

(Forrás: ESA/Hubble (M. Kornmesser & L. L. Christensen))

<http://www.spacetelescope.org/videos/heic0701e/>

Irodalomjegyzék

- [1] A. Liddle: *An Introduction to Modern Cosmology*, Wiley (2003)
- [2] R. Amanullah és tsai., *Spectra and Light Curves of Six Type Ia Supernovae at $0.511 < z < 1.12$ and the Union2 Compilation*, Astrophys. J. **716**, 712 (2010); e-print: arXiv:1004.1711
- [3] A. G. Riess, és tsai., *BVRI Light Curves for 22 Type IA Supernovae*, Astron. J. **117**, 707 (1999); e-print: arXiv:astro-ph/9810291
- [4] A. G. Riess, és tsai., *A 3% Solution: Determination of the Hubble Constant with the Hubble Space Telescope and Wide Field Camera 3*, Astrophys. J. **730**, 119 (2011); e-print: arXiv:1103.2976
- [5] C. L. Bennett, és tsai., *Nine-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Final Maps and Results*, publikálásra benyújtva az Astrophys. J. Supp. Ser. folyóirathoz (2012); e-print: arXiv:1212.5225
- [6] F. Beutler és tsai., *The 6dF Galaxy Survey: Baryon Acoustic Oscillations and the Local Hubble Constant*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. **416**, 3017 (2011); e-print: arXiv:1106.3366
- [7] N. Padmanabhan és tsai., *A 2% Distance to $z=0.35$ by Reconstructing Baryon Acoustic Oscillations - I : Methods and Application to the Sloan Digital Sky Survey*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. **427**, 2132 (2012); e-print: arXiv:1202.0090
- [8] C. Blake és tsai., *The WiggleZ Dark Energy Survey: Joint measurements of the expansion and growth history at $z < 1$* , Mon. Not. Roy. Astron. Soc. **425**, 405 (2012); e-print: arXiv:1204.3674
- [9] L. Anderson és tsai., *The clustering of galaxies in the SDSS-III Baryon Oscillation Spectroscopic Survey: Baryon Acoustic Oscillations in the Data Release 9 Spectroscopic Galaxy Sample*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. **427**, 3435 (2012); e-print: arXiv:1203.6594
- [10] Planck kollaboráció, *Planck 2013 results. XVI. Cosmological parameters*, publikálásra benyújtva az Astronomy & Astrophysics folyóirathoz (2013); e-print: arXiv:1303.5076
- [11] L. Kofman, A. Linde, A. Starobinsky, *Reheating after inflation*, Phys. Rev. Lett. **73**, 3195 (1994); e-print: arXiv:hep-th/9405187

- [12] S. Dodelson, *Modern Cosmology*, Academic Press. (2003)
- [13] K. A. Olive, *Big Bang Nucleosynthesis*, Nucl. Phys. B Proc. Supp. **80**, 79 (2000); e-print: arXiv:astro-ph/9903309
- [14] E. J. Pagel és tsai., *The primordial helium abundance from observations of extragalactic H II regions*, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. **255**, 325 (1992)
- [15] E. Skillman és R. C. Kennicutt, *Spatially resolved optical and near-infrared spectroscopy of I Zw 18*, Astrophys. J. **411**, 655 (1993)
- [16] E. Skillman és tsai., *Spatially resolved optical and near-infrared spectroscopy of the low-metallicity galaxy UGC 4483*, Astrophys. J. **431**, 172 (1994)
- [17] Y. I. Izotov és T. X. Thuan, *The Primordial Abundance of ^4He Revisited*, Astrophys. J. **500**, 188 (1998)
- [18] B. Fields és S. Sarkar, *Big-Bang nucleosynthesis (Particle Data Group mini-review)*, J. Phys. G. **33**, 1 (2006); e-print: arXiv:astro-ph/0601514
- [19] S. Burles, K. M. Nollett, és M. S. Turner, *Big-Bang Nucleosynthesis: Linking Inner Space and Outer Space*, Text and 7 color eps figures from poster for the DAP „Great Discoveries in Astronomy in the Last 100 Years” exhibit at APS centennial meeting; gif of 36”x36”: <http://gamma.nrl.navy.mil/dap-aps/dapaps/indexp2.htm>; e-print: arXiv:astro-ph/9903300
- [20] J. M. O’Meara és tsai., *The Deuterium to Hydrogen Abundance Ratio toward a Fourth QSO: HS 0105+1619*, Astrophys. J. **552**, 718 (2001); e-print: arXiv:astro-ph/0011179
- [21] P. Callin, *How to calculate the CMB spectrum*, (2006); e-print: arXiv:astro-ph/0606683
- [22] W. Hu, D. Scott, N. Sugiyama, M. White, *Effect of physical assumptions on the calculation of microwave background anisotropies*, Phys. Rev. D **52**, 5498 (1995); e-print: arXiv:astro-ph/9505043
- [23] J. M. Stewart, *Perturbations of Friedmann-Robertson-Walker cosmological models*, Class. Quantum Grav. **7**, 1169 (1990)
- [24] J. M. Stewart és M. Walker, *Perturbations of spacetimes in general relativity*, Proc. R. Soc. A, **341**, 49-74 (1974)
- [25] J. M. Bardeen, *Gauge-invariant cosmological perturbations*, Phys. Rev. D **22**, 1882 (1980)
- [26] R. Durrer, *The Cosmic Microwave Background*, Cambridge Univ. Press (2008)
- [27] M. Tegmark és tsai., *The 3D power spectrum of galaxies from the SDSS*, Astrophys. J. **606**, 702 (2004); e-print: arXiv:astro-ph/0310725

- [28] V. Springel et al., *Simulating the joint evolution of quasars, galaxies and their large-scale distribution*, Nature, **435**, 629 (2005), e-print: arXiv:astro-ph/0504097
- [29] <http://www.mpa-garching.mpg.de/galform/millennium/>
- [30] http://www.nasa.gov/vision/universe/starsgalaxies/dark_matter_proven.html
- [31] D. J. Eisenstein et. al., *Detection of the Baryon Acoustic Peak in the Large-Scale Correlation Function of SDSS Luminous Red Galaxies*, Astrophys J. **633**, 560 (2005); e-print: arXiv:astro-ph/0501171
- [32] M. White: *The Echo of Einstein's Greatest Blunder*, <http://mwhite.berkeley.edu/BAO/SantaFe07.pdf>
- [33] D. J. Eisenstein, H.-J. Seo, M. White: *On the Robustness of the Acoustic Scale in the Low-Redshift Clustering of Matter*. Astrophys. J. **664**, 660 (2007)
- [34] D. J. Eisenstein, *Dark energy and cosmic sound*, New Astron. Rev. **49**, 360 (2005)
- [35] A. P. Lightman, *Double Compton emission in radiation dominated thermal plasmas*, Astrophys. J. **244**, 392 (1981)
- [36] Q. Yu, D. N. Spergel, J. P. Ostriker, *Rayleigh Scattering and Microwave Background Fluctuations*, Astrophys. J. **558**, 23 (2001)
- [37] C-P. Ma és E. Bertschinger, *Cosmological Perturbation Theory in the Synchronous and Conformal Newtonian Gauges*, Astrophys. J. **455**, 7 (1995); e-print: arXiv:astro-ph/9506072
- [38] W. Hu és N. Sugiyama, *Anisotropies in the Cosmic Microwave Background: An Analytic Approach*, Astrophys. J. **444**, 489 (1995); e-print: arXiv:astro-ph/9407093
- [39] E. W. Kolb és M. S. Turner, *The Early Universe*, Addison-Wesley (1990)
- [40] S. Bashinsky, U. Seljak, *Signatures of Relativistic Neutrinos in CMB Anisotropy and Matter Clustering*, Phys. Rev. D **69**, 083002 (2004); e-print: arXiv:astro-ph/0310198
- [41] K. Ichikawa, *Neutrino mass constraint from CMB and its degeneracy with other cosmological parameters*, J. Phys. Conf. Ser. **120**, 022004 (2008); e-print: arXiv:0711.2622
- [42] V. Mukhanov, *Physical Foundations of Cosmology*, Cambridge Univ. Press. (2005)
- [43] C. L. Reichardt és tsai., *A Measurement of Secondary Cosmic Microwave Background Anisotropies with Two Years of South Pole Telescope Observations*, Astrophys. J. **755**, 70 (2012); e-print: arXiv:1111.0932
- [44] Planck kollaboráció, *Planck 2013 results. XV. CMB power spectra and likelihood*, publikálásra benyújtva az Astronomy & Astrophysics folyóirathoz (2013); e-print: arXiv:1303.5075
- [45] <http://www.ifa.hawaii.edu/cosmowave/supervoids/the-integrated-sachs-wolfe-effect/>

- [46] O. Zahn és tsai., *Cosmic Microwave Background Constraints on the Duration and Timing of Reionization from the South Pole Telescope*, *Astrophys. J.* **756**, 65 (2012); e-print: arXiv:1111.6386