

4. fejezet

Galaktikus csillagászat

A *galaxisok* igen nagy számú ($10^{10} - 10^{11}$) csillagból álló, óriási ($\sim 10^5$ fényév) méretű csillagrendszerek. Habár a hozzájuk hasonló *sziget-univerzumok* létezését *Immanuel Kant* német filozófus már a 18. században felvetette, a galaxisok létének minden kétséget kizáró igazolása *Edwin Hubble* amerikai megfigyelő csillagász érdeme. Hubble 1920-ban cefeida típusú változócsillagokat azonosított az *Androméda-ködben*, ezek segítségével meghatározta a köd távolságát. Eredményül 929 ezer fényévet kapott (a jelenlegi ismert, pontos érték 2 millió fényév), ami minden korábbi becslésnél, vagy elképzelésnél jóval nagyobbnak bizonyult. Ezzel bebizonyította, hogy az Androméda-köd nem egyszerűen egy kiterjedt gázfelhő, vagy egy születőben lévő bolygórendszer (mint akkoriban még sokan gondolták), hanem egy hatalmas méretű, csillagok milliárdjaiból álló galaxis. Azóta kiderült, hogy az Androméda-köd egyike a legközelebbi galaxisoknak. Manapság rajta kívül több milliárd galaxis létezésére utaló közvetlen megfigyelési bizonyítékokkal rendelkezünk.

A Nap is egy nagy méretű galaxis, a *Tejútrendszer* tagja. Ebben a fejezetben röviden áttekintjük a Tejútrendszeren kívüli *extragalaxisok* jellemzőit, majd a Tejútrendszer morfológiai felépítését és fizikai folyamatait tárgyaljuk.

Szükséges előismeretek, kompetenciák: differenciál- és integrálszámítás, differenciálegyenletek, megfigyelő csillagászat alapfogalmai, klasszikus mechanika mozgásegyenletei, statisztikus fizika alapfogalmai.

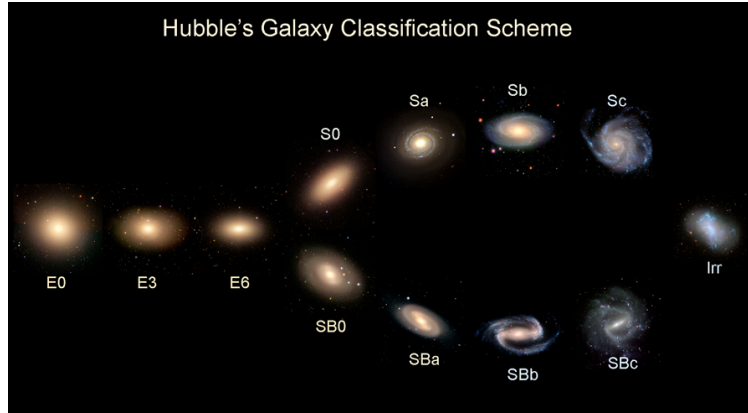
Kulcsszavak: galaxis, Tejútrendszer, differenciális rotáció, Oort-konstansok, epiciklus közelítés, sebességszórás, spirálszerkezet, Boltzmann-egyenlet.

4.1. Extragalaxisok típusai

Az extragalaxisok morfológiai osztályozására az Edwin Hubble alkotta *villadiagramot* használjuk (4.1. ábra). Ez a galaxisokat alak szerinti osztályokra és alosztályokra bontja.

A diagram bal oldalán találhatóak az *elliptikus galaxisok*. Ezek 8 alosztályba sorolhatók, jelölésük E0-tól E7-ig terjed. Az elliptikus galaxisok körszerű, vagy ellipszoidális alakú formát mutatnak, felületi fényességük folytonosan csökken a centrumtól a szélük felé. Belső struktúrát általában nem mutatnak. Az alosztályt az ellipszis látszó kis- és nagyfokozatainak aránya (b/a) határozza meg:

$$\varepsilon = 10 \cdot \left(1 - \frac{b}{a}\right). \quad (4.1)$$



4.1. ábra. A galaxisok Hubble-féle osztályozási sémája (forrás: <http://hendrix2.uoregon.edu>).

Azért csak E7-ig megy az osztályozás, mert $\varepsilon > 7$ ellipticitást mindeddig nem figyeltek meg.

Az elliptikus galaxisok morfológiai megjelenése homogén osztályt sejtet, azonban ez távolról sincs így. Kiderült, hogy a hasonló alak teljesen különböző csillagrendszereket takarhat. A Hubble-osztályozás például nem ad információt a galaxis valódi méretéről. Kiderült, hogy a „normál” elliptikus galaxisok mellett léteznek „törpe” (dE-), és „óriás” (cD-) galaxisok is. Ezek kialakulása nem mehetett végbe ugyanolyan módon, tehát az elliptikus galaxisok nem homogén fizikai rendszerek. Az viszont közös, általános jellemzőjük, hogy bennük a csillagközi (*intersztelláris*) anyag mennyisége igen kicsi, ezért legtöbbször az új csillagok keletkezése ritka jelenség, inkább valamilyen külső behatás (pl. ütközés) eredményeként mehet végbe. Az elliptikus galaxisok csillagpopulációja ennek megfelelően öregebb, kisebb tömegű, *II. populációs* csillagokból áll.

A galaxisok másik nagy csoportjába a látványos, görbe karokat mutató *spirálgalaxisok* tartoznak. Ezek jóval változatosabb formákat mutatnak, mint az elliptikusok. A spirálkarok egy hatalmas korongba rendeződnek, amelynek közepén egy kiterjedt dudor (*bulge*) található. Az alosztályokat a dudor mérete és a karok feltekeredettsége definiálja. A nagyobb dudor és jobban feltekeredett karok a spirálisok Sa osztályára jellemzőek, ezeknél a dudor és a korong luminozitásának aránya $L_{\text{bulge}}/L_{\text{disk}} \sim 0,3$. Az Sc osztályúakat ezzel szemben nyitottabb karok és kisebb bulge jellemzi, ezekre $L_{\text{bulge}}/L_{\text{disk}} \sim 0,05$.

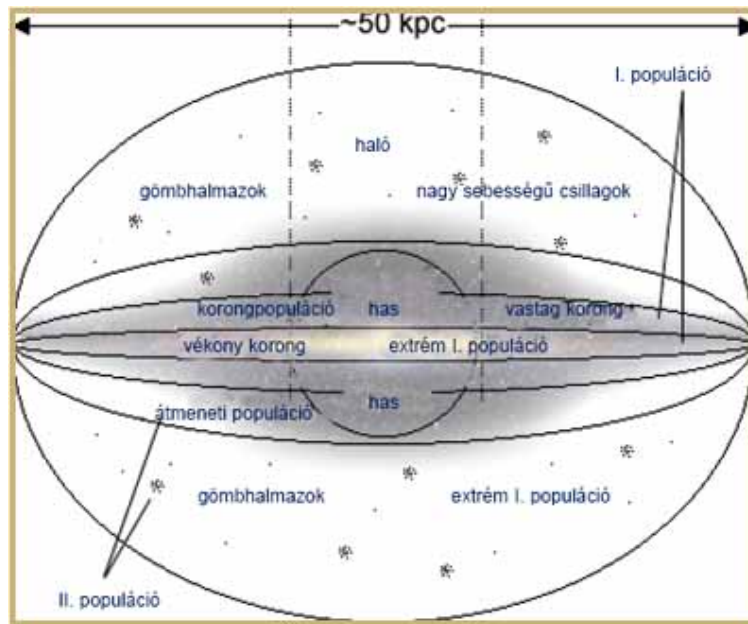
Külön ágat képeznek azok a spirálisok, melyeknél a karok a dudorból merőlegesen indulnak ki. Ezek a horgas, vagy küllős (*barred*) spirálgalaxisok, jelölésük SBa – SBc.

A spirálgalaxisok korongjában nagy mennyiségű intersztelláris anyag található, ezért itt intenzív csillagképződés zajlik. A korongban lévő csillagok nagy része *I. populációs*, azonban találhatunk *II. populációs*, idősebb csillagokat is. Ezek főleg a központi dudorban és a külső peremvidéken (*haló*) fordulnak elő nagyobb számban.

A spirálgalaxisok kevésbé változatos méretűek, mint az elliptikusok. Habár itt is előfordulnak a többségnél nagyobbak (pl. az Androméda-köd kb. kétszer akkora, mint a Tejútrendszer), nincsenek „törpe spirálgalaxisok”.

A spirális és elliptikus galaxisok között átmeneti típusként elkülönítik a „lencseszerű” (*lenticuláris*) galaxisokat is, jelük S0. Ezeknél megfigyelhető a korong jelenléte, de spirális struktúra nem mutatható ki.

A fentiekén túl léteznek semmiféle szabályos alakot, vagy struktúrát nem mutató, szabály-



4.2. ábra. A Tejútrendszer szerkezete a korongra merőlegesen nézve (forrás: Feltárul a Világegyetem – Természet Világa különszám, www.termeszetvilaga.hu)

talán (*irreguláris*) galaxisok is. Ezek általában kisebb méretűek, viszonylag kevés csillagot, de relatíve sok intersztelláris anyagot tartalmaznak.

4.2. A Tejútrendszer szerkezete

A Tejútrendszer SBa/b típusú küllős spirálgalaxis. Nagyságrendileg 100 milliárd csillagot tartalmaz. Átmérője kb. 100 ezer fényév (30 ezer parszek, 30 kpc). Morfológiája három nagyobb alrendszerre bontható (4.2. ábra).

Legfeltűnőbb része a lapos *korong* (*diszk*), amely a világító anyag túlnyomó többségét tartalmazza. A központi *dudor* (*bulge*) gömbszerű tömegeloszlású, itt a csillagsűrűség jóval nagyobb, mint a korongban. A külső peremvidék (*haló*) kiterjedt, ritka anyageloszlású, ebben az egyedi csillagok száma kicsi. A haló jellemző objektumai a *gömbhalmazok*.

4.2.1. Korong (diszk)

A galaktikus korong maga is több további alrendszerből áll. A nagy tömegű, legfiatalabb csillagokat és sok csillagközi anyagot tartalmazó *vékony korong* vastagsága kb. 150 pc. Itt található a főbb csillagkeltő területek, és ebben rajzolódnak ki a spirálkarok is. A rádiócsillagászati mérésekből hat spirálkar azonosítható, ezek a központtól távolodva a *Norma kar*, *Scutum-Crux kar*, *Sagittarius-kar*, *Orion-kar*, *Perseus-kar*, *Cygnus-kar*. A Spitzer űrtávcső infravörösben végzett méréseiből viszont mindössze két fő spirálkar, a Scutum- és a Perseus-kar azonosítható, a többi inkább a két fő kar fragmentumának tűnik. A Nap az Orion-karban, a Sagittarius- és Perseus-kar között található, kb. 15 pc-re a fősíktól.

A csillagsűrűség a diszkben exponenciálisan csökken, mind a középponttól távolodva, mind a fősíkra merőlegesen. A csillagok számsűrűségét a következő formulával lehet leírni:

$$n(r, z) = 0.02 \cdot \left[\exp\left(-\frac{z}{0.3 \text{ kpc}}\right) + 0.02 \exp\left(-\frac{z}{1.4 \text{ kpc}}\right) \right] \cdot \exp\left(-\frac{r}{3.5 \text{ kpc}}\right) \frac{1}{\text{pc}^3}, \quad (4.2)$$

ahol r a középponttól való távolságot, z a fősíktól való távolságot jelöli, a szögletes zárójelben lévő első tag a vékony korong, a második a vastag korong hozzájárulását adja. Látszik, hogy a vastag koronghoz tartozó csillagsűrűség kb. százada a vékony korongnak, a csillagok eloszlása viszont a fősíktól jóval távolabbra kiterjed, a vastagsága csaknem ötszöröse a vékony korongénak.

A galaxisban a világító anyag jórészt a csillagokban összpontosul, a gravitáló tömeghez azonban hozzájárulhat nem világító (*sötét*) anyag is. A sötét anyag arányát jellemző paraméter a *tömeg-fényesség arány*. A vékony korongra ez az arány $M/L \approx 3 M_\odot/L_\odot$, míg a vastag korongra $M/L \approx 10 M_\odot/L_\odot$. Ha felhasználjuk a fősorozati csillagokra érvényes *tömeg-fényesség relációt*, azaz $L/L_\odot = (M/M_\odot)^4$, akkor kifejezhető egy adott tömeg-fényesség arányhoz tartozó átlagos csillagtömeg:

$$\langle M \rangle = \left(\frac{M}{L} \right)^{-1/3} M_\odot. \quad (4.3)$$

Ebből a vékony korongra kb. 0,7 naptömeg, a vastag korongra kb. 0,5 naptömeg adódik. A vastag korong átlagos csillagtömege kisebb, tehát ebben az alrendszerben kisebb a nagy tömegű, fiatal csillagok aránya, dominánsabbak az idősebb, kisebb tömegű csillagok.

A korongban található számos fiatal csillagthalmaz (*nyúlthalmaz*), ezenkívül az *intersztelláris gáz és por* jelentős része. Az ionizált hidrogént tartalmazó, világító *HII-tartományok*, valamint a csillagközi por- és molekulafelhők főként a vékony korongban, különösen a spirálkarokban összpontosulnak. A semleges hidrogént tartalmazó *HI-felhők* is főleg a fősíkban koncentrálnak, de attól nagyobb távolságra is megfigyelhetők (lásd 4.2.4. fejezet).

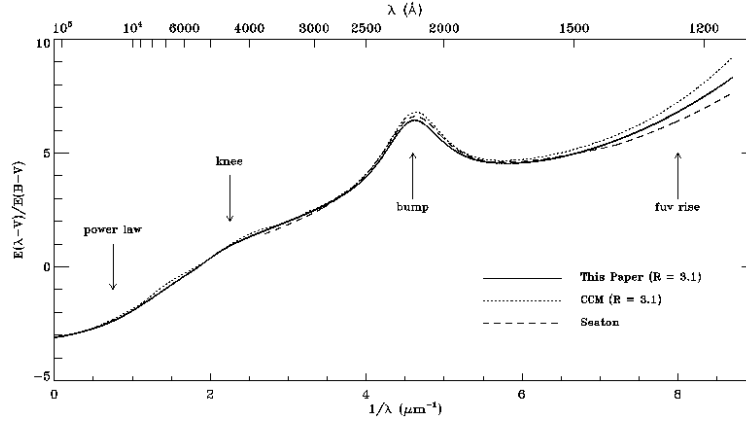
Az intersztelláris gáz és por lényegesen befolyásolja a Tejútrendszer megfigyelhetőségét. A csillagközi port alkotó mikron méretű részecskék elnyelik, ill. szórják az elektromágneses hullámokat, hasonlóan a földi légkör részecskéihez. Emiatt az intersztelláris anyagon keresztülhaladó csillagfény vörösödni fog, mivel a szórás a rövidebb hullámhosszakon erősebb. A vörösödés jellemzésére használt paraméter a magnitúdóban kifejezett *színexcesszus*:

$$E(B - V) = (B - V) - (B - V)_0, \quad (4.4)$$

ahol $(B - V)$ a B és a V színszűrőkkel mért fényesség különbsége magnitúdóban (*színindex*), a 0 index pedig a csillagközi por nélkül mérhető színindexet jelenti. A V -szűrőben mérhető fényesség csökkenése (extinkció) arányos a színexcesszussal, ez a *vörösödési törvény*:

$$A_V = V - V_0 = R_V \cdot E(B - V) \quad (4.5)$$

ahol R_V értéke a Tejútrendszerben kb. 3,1. A értéke más hullámhossztartományokra is megadható, ekkor azonban R értéke más lesz. Az R paraméter hullámhosszfüggését megadó függvény az *extinkciós görbe* (4.3. ábra). A tapasztalat szerint az intersztelláris extinkció rövidebb hullámhosszakon (tehát a kék és ultraibolya tartományon) sokkal erősebb, mint a vörös és infravörös tartományon.



4.3. ábra. Normalizált csillagközi extinkciós görbék a távoli infravöröstől az UV-tartományig (Fitzpatrick, 1999)

4.2.2. Központi dudor (bulge)

A központi dudor kb. 2000 pc átmérőjű. Tömege és fényessége kb. ötöde a korongénak. A dudor tanulmányozását megnehezíti a központ irányában erős intersztelláris anyag okozta fényelnyelés és -szórás (*extinkció*), de a távoli-infravörös mérésekből megállapítható, hogy a dudor lapult, a fősík irányában kiterjedtebb. A kis- és nagytengelyek aránya kb. 0,6, ezzel egy E4 osztályú törpe elliptikus galaxisra emlékeztet.

Az elliptikus galaxisokkal való analógiát erősíti a bulge fényességeloszlása is, amely a központtól távolodva a *de Vaucouleurs-profil*t követi:

$$\log \frac{I(r)}{I_e} = -3,33 \left[\left(\frac{r}{r_e} \right)^{1/4} - 1 \right] \quad (4.6)$$

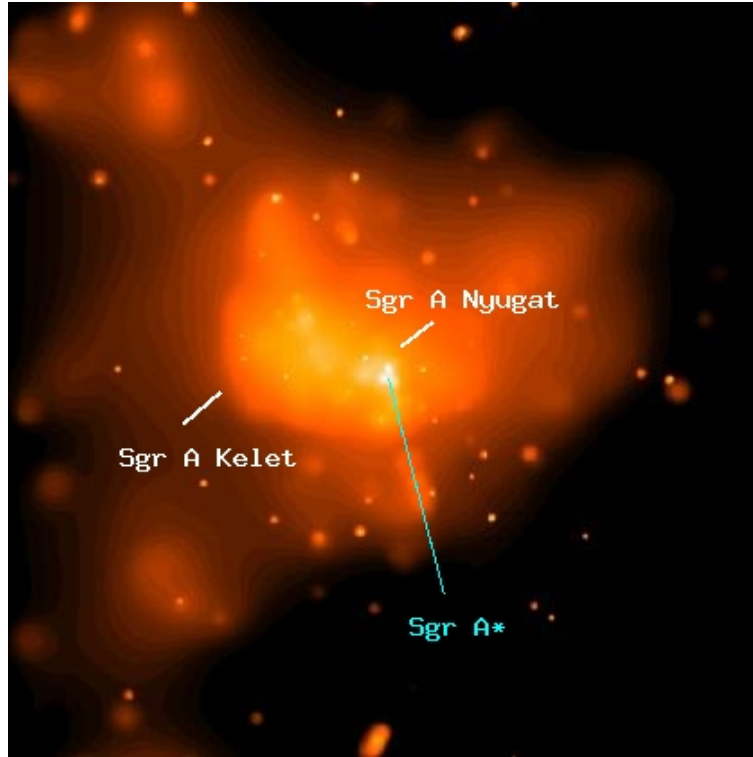
ahol I a felületi fényesség (1 négyzetívmásodpercről érkező intenzitás), r_e az *effektív sugár* (kb. 700 pc), amelyen belülről az összfényesség fele érkezik, I_e a felületi fényesség az effektív sugárnál. Ehhez teljesen hasonló fényességeloszlást mutatnak az elliptikus galaxisok is.

A dudorban nincs jelentős csillagképződés, ezért jobbra idősebb, II. populációs csillagokból áll. Kémiaileg azonban nem tekinthető homogén összetételűnek, mivel a Naphoz képest fémekben jóval szegényebb és jóval gazdagabb csillagok egyaránt találhatóak benne. Ez arra utal, hogy a bulge csillagai nem egyidőben, egyazon anyagfelhőből keletkeztek, nem alkotnak homogén populációt.

4.2.3. Galaktikus centrum

A bulge középponti vidéke, a galaktikus centrum, a Naptól kb. 8500 pc távolságra helyezkedik el. A sűrű porfelhők miatt optikai tartományban nem látható, ezért tanulmányozása csak a rádió/infravörös-, illetve a röntgen/gamma-tartományban lehetséges.

A centrális régióban vörös óriáscsillagok sűrű halmaza található, melynek tömeg-fényesség aránya kb. $1 M_{\odot}/L_{\odot}$. A centrum körüli 8 pc sugarú környezetben található a *Sagittarius A-komplexum* (4.4. ábra). Ennek legkiterjedtebb része egy korong alakú molekulafelhő, amelynek belsejében egy kb. 2 pc sugarú üreg található. Az üregben helyezkedik el a *Sgr*



4.4. ábra. A Tejútrendszer centrumában lévő Sagittarius A-komplexum (benne a Sagittarius A* központi fekete lyukkal) a Chandra-röntgenűrtávcső felvételén (forrás: www.nasa.gov)

A-Kelet nevű fiatal (max. 5000 éves) szupernóva-maradvány, valamint a *Sgr A-Nyugat* elnevezésű spirál alakú HII-régió. A *Sgr A-Nyugat* középpontjában található a *Sgr A** jelű, hatalmas luminozitású pontszerű rádióforrás. A *Sgr A** lágy és kemény röntgensugárzást is kibocsát, luminozitása messze felülmúlja a legfényesebb csillagok sugárzását. A luminozitás időbeli változásából és a nagy felbontású rádiómegfigyelésekből megállapítható, hogy a forrás mérete 20 csillagászati egységnél kisebb. A közeli csillagok keringési sebességeiből kiszámítható, hogy a *Sgr A** tömege kb. 4 millió naptömeg. Ebből, valamint az objektum méretéből következik, hogy a *Sgr A** csakis fekete lyuk lehet.

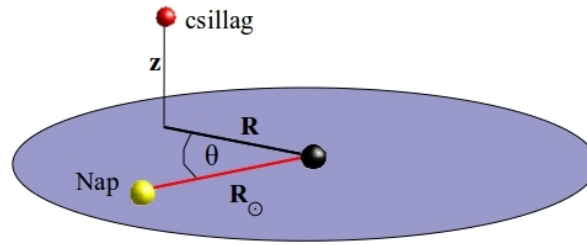
Egy fekete lyuk külső megfigyelő által látható méretét az *eseményhorizont* sugara adja meg:

$$R = \frac{2G}{c^2}M \quad (4.7)$$

ahol M a tömeg, c a fénysebesség. 4 millió naptömegre $R = 16$ napsugár adódik, ami konzisztens a rádiómérésekből származó felső korláttal. Az erős rádió- és röntgensugárzás a fekete lyukba hulló anyag gravitációs energiájából származik (*akkréciós luminozitás*, lásd 2.5.3. fejezet).

4.2.4. Peremvidék (haló)

A Tejútrendszer peremvidékének legfeltűnőbb objektumai a *gömbhalmazok*. Ezek a kb. 10 ezer - 50 millió közti csillagot tartalmazó, nagyon sűrű, gömb alakú csillaghalmazok a



4.5. ábra. A galaktikus kinematika leírásához használt koordináta-rendszer (részletek a szövegben).

Tejútrendszer és az egész Univerzum legidősebb képződményei közé tartoznak. A legöregebb gömbhalmazok kb. 12 milliárd évesek. A Tejútrendszerben 158 gömbhalmazt ismerünk, más galaxisok körül viszont több százat, sőt több ezret is találhatunk.

A gömbhalmazok csillagai kis tömegű, idős, II. populációs objektumok. Főszorozati csillagot viszonylag keveset tartalmaznak, a fényesebb csillagok többsége vörös óriáscsillag, vagy a horizontális ágon tartózkodó, He-égető csillag (lásd 2.3. fejezet). Ez utóbbi állapotban találhatóak az *RR Lyrae* típusú *pulzáló változócsillagok*, amelyeknek tudománytörténeti jelentősége is van. Ezek segítségével mérte meg a 20. század elején Harlow Shapley a gömbhalmazok távolságát, és állapította meg elsőként a Tejútrendszer óriási méretét.

A gömbhalmazok szferikus térbeli eloszlást mutatnak a Tejútrendszer középpontja körül. A távolabbiak idősebbek és fémszegényebbek ($-2 < [\text{Fe}/\text{H}] < -1$), míg a közelebbiek fiatalabbak és fémgazdagabbak ($-1 < [\text{Fe}/\text{H}] < 0$). A gömbhalmazok közötti térben számos *mezőcsillag* kering nagy sebességgel a Tejútrendszer középpontja körül, ezek térbeli sűrűsége azonban nagyságrendekkel kisebb, mint a korong, vagy a bulge csillagsűrűsége. A halóban nagy sebességgel mozgó semleges hidrogénfelhők is találhatóak. Ezek a távoli, nagy sebességgel mozgó HI-felhők feltehetően a fősíkból származnak, talán szupernóva-robbanások, esetleg törpegalaxisokkal való gravitációs kölcsönhatás miatt dobódhattak ki a fősíkból.

A külső csillagok és hidrogénfelhők mozgása nem egyeztethető össze a gravitációs törvénnyel, ha csak a világító anyag tömegével számolunk. Az ellentmondás akkor oldható fel, ha feltesszük, hogy a haló nagy mennyiségű nem világító, *sötét anyagot* tartalmaz. Ennek össztömege akár egy nagyságrenddel meghaladhatja a világító anyag kb. 100 milliárd naptömegre becsülhető össztömegét.

4.3. Galaktikus kinematika

A Tejútrendszer anyaga a galaxis középpontja körül keringő mozgást végez. Ennek eredménye a galaxis lapos, korongszerű alakja. A keringés kinematikai leírásához használjunk olyan hengerkoordináta-rendszert, amelynek origója a Tejútrendszer centruma, alapsíkja a galaxis fősíkja, alapiránya pedig a centrumtól a Nap felé mutat (4.5. ábra). Ebben a koordináta-rendszerben egy tetszőleges csillag koordinátái (R, θ, z) , a sebességvektorának koordinátái pedig rendre $(\Pi = dR/dt, \Theta = R \cdot d\theta/dt, Z = dz/dt)$.

4.3.1. A Nap mozgása

A Nap nem teljesen körpályán és nem egyenletesen kering a galaxis centruma körül. Ezért a mozgások viszonyítási pontjaként nem a Napot, hanem a *Lokális Nyugalmi Pontot* (Local Standard of Rest, LSR) használjuk. Az LSR az a fiktív pont, amely egy kezdő időpontban megegyezik a Nap pozíciójával, azután pedig egyenletes körmozgást végez a Tejútrendszer centruma körül. Az LSR sebességkomponensei tehát rendre $\Pi = 0$, $\Theta = \Theta_0$, $Z = 0$.

Pekuliáris sebességnek nevezzük egy csillag (pl. a Nap) relatív sebességét az LSR-hez képest: $(u, v, w) = (\Pi - 0, \Theta - \Theta_0, Z - 0)$. A pekuliáris sebességek általában nem nullák, mivel a csillagok nem kör, hanem közelítőleg ellipszis alakú pályákon keringenek.

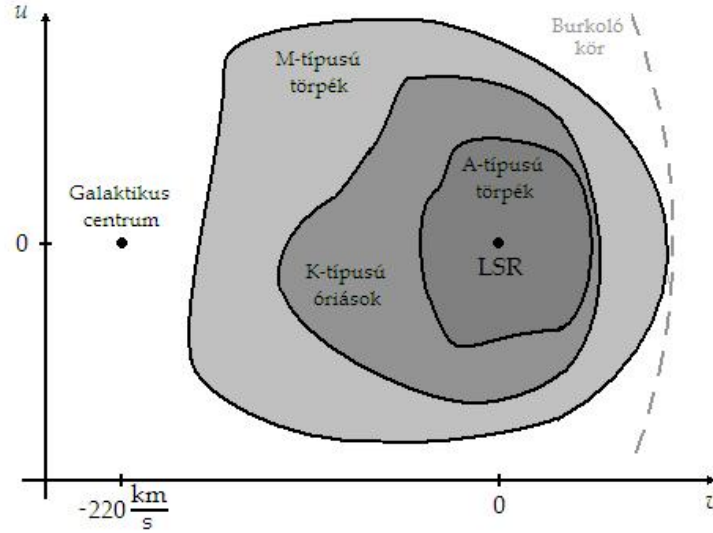
Mivel a Nap körüli csillagok pekuliáris sebességeinek eloszlása véletlenszerű, egyszerűen belátható, hogy ilyen csillagokra átlagolva $\langle u \rangle = 0$ és $\langle w \rangle = 0$ adódik. Ennek oka az, hogy a galaxis tengelyszimmetrikus anyageloszlású, így a Nappal együtt keringő csillagok száma a Nap „előtt” (a keringés irányában), ill. „mögött” kb. ugyanannyi. Hasonlóan egyforma a csillagsűrűség a fősík két oldalán, a Nap „fölött” és „alatt”.

A centrum (sugár-) irányú anyageloszlás a Nap környezetében azonban nem szimmetrikus. A centrum irányába a csillagsűrűség exponenciálisan nő, míg a periféria irányába ugyanígy csökken (4.2. egyenlet). Emiatt a v komponens átlagolásánál sokkal több olyan csillagunk lesz, melyek keringésük során a Napnál jobban megközelítik a centrumot, vagyis a Nap környezetében éppen a pályájuk apocentrumában tartózkodnak. Az ilyen csillagok keringési sebessége a kisebb a körsebességnél, tehát pekuliáris sebességük negatív. Sok csillag átlagsebességét képezve $\langle v \rangle < 0$ adódik.

Egy tetszőleges csillag *heliocentrikus sebessége* egyszerűen $(\Delta u, \Delta v, \Delta w) = (u - u_\odot, v - v_\odot, w - w_\odot)$. A Nap sebességét ugyan közvetlenül nem ismerjük, de a fenti átlagsebességek ismeretében kiszámolhatjuk. A heliocentrikus sebességek átlagai ugyanis a fentiek értelmében: $\langle \Delta u \rangle = \langle u \rangle - u_\odot = -u_\odot$, $\langle \Delta v \rangle = \langle v \rangle - v_\odot$ és $\langle \Delta w \rangle = \langle w \rangle - w_\odot = -w_\odot$. A Nap u és w komponensének meghatározása tehát egyszerű, mindkettő az átlagsebességek méréséből közvetlenül adódik.

A v komponens meghatározásához kihasználjuk azt a felismerést, hogy $\langle v \rangle = C \cdot \langle u^2 \rangle$, vagyis az érintő irányú átlagsebesség egyenesen arányos az u komponens négyzetének átlagával, azaz u szórásnégyzetével (*aszimmetrikus sebességdrift*, Strömberg-reláció). Ennek értelmében a Nap érintő irányú sebességkomponense $v_\odot = \langle v \rangle - \langle \Delta v \rangle = C \langle u^2 \rangle - \langle \Delta v \rangle$. A mérések alapján $u_\odot = -9$ km/s, $v_\odot = 12$ km/s, $w_\odot = 7$ km/s. A Nap tehát a keringés során lassan a centrum irányába sodródik, a körsebességhez képest kissé előresiet, és a fősíktól északra távolodik. A teljes pekuliáris sebességvektor abszolút értéke 16,5 km/s, iránya a Herkules csillagkép felé mutat.

A fentiek értelmében a Nap közelében lévő csillagok pekuliáris sebességeinek eloszlása az (u, v) koordináta-rendszerben ábrázolva egy $v < 0$ középpontú ellipszoidot ad (4.6. ábra). A sebességellipszoid centruma attól függ, hogy milyen fajta csillagokat átlagolunk. Fialtal csillagokra, amelyek még nem távolodtak el nagyon születési helyüktől, az ellipszoid centruma közel 0-nál van. Egyre távolabbi, és egyre idősebb csillagok használatával a sebesség-ellipszoidok centruma egyre negatívabb sebességek felé tolódik. Végül a galaktikus haló csillagainak sebességeloszlása körszimmetrikus lesz, ennek középpontja kb. -220 km/s-nál van. Mivel a halócsillagok a centrum körül gömbszimmetrikus eloszlást mutatnak, a sebességeloszlásuk középértéke megfelel a LSR körsebességének a galaktikus centrum körül.



4.6. ábra. A Nap közelében lévő csillagok pekuliáris sebességeinek eloszlása az (u, v) koordináta-rendszerben

Ennek alapján az LSR körsebessége $\Theta_0 = 220$ km/s. A Nap centrum körüli keringési idejére $P_\odot = 2\pi R_{GC}/\Theta_0 \approx 237$ millió év adódik ($R_{GC} = 8,5$ kpc a Nap távolsága a galaktikus centrumtól).

4.3.2. Differenciális rotáció, Oort-konstansok

A csillagok keringési sebessége a centrumtól mért távolságtól függ; ez a jelenség a differenciális rotáció. Mivel a Föld a Nappal együtt szintén a centrum körül kering, a differenciális rotáció kimutatása és mérése nem triviális.

Vizsgáljuk meg egy olyan csillag mozgását, amely a Naptól d távolságra helyezkedik el, a galaxis centrumától pedig l szögtávolságra látszik! A 4.7. ábrán látható geometriai konfigurációból a csillag LSR-hez viszonyított radiális és tangenciális sebességkomponensei

$$\begin{aligned} v_r &= \Omega R \cos \alpha - \Omega_0 R_0 \sin l = (\Omega - \Omega_0) R_0 \sin l \\ v_t &= \Omega R \sin \alpha - \Omega_0 R_0 \cos l = \Omega(R_0 \cos l - d) - \Omega_0 R_0 \cos l \end{aligned} \quad (4.8)$$

ahol $\Omega = \Theta/R$ a csillag keringési szögsebessége, R a csillag távolsága a centrumtól, a 0 index pedig a Nap fizikai mennyiségeit jelöli.

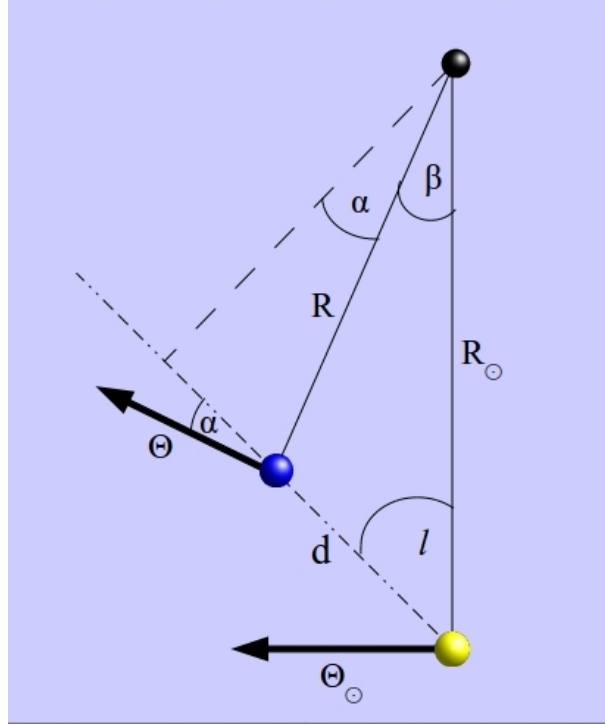
A szögsebesség Taylor-sorából $\Omega(R) = \Omega_0 + (d\Omega/dR)_{R_0} \cdot (R - R_0) + \dots$, ebből adódik, hogy

$$\Omega - \Omega_0 \approx \left(\frac{d\Omega}{dR} \right)_{R_0} \cdot (R - R_0) = \frac{1}{R_0} \left[\left(\frac{d\Theta}{dR} \right)_{R_0} - \frac{\Theta_0}{R_0} \right] \cdot (-d \cos l). \quad (4.9)$$

ahol kihasználtuk hogy $R \gg d$, $R - R_0 \approx -d \cos l$.

Vezessük be az $A = -(1/2)[(d\Theta/dR)_{R_0} - \Theta_0/R_0]$ jelű 1. Oort-konstanst. Az Oort-konstanssal kifejezve a csillag heliocentrikus radiális sebességkomponense

$$v_r = d \cdot A \sin 2l. \quad (4.10)$$



4.7. ábra. Egy csillag mozgása a Lokális Nyugalmi Ponthoz (LSR) viszonyítva (részletek a szövegben).

Teljesen hasonló gondolatmenettel és geometriai azonosságok felhasználásával a tangenciális sebességkomponens

$$v_t = d \cdot (A \cos 2l + B), \quad (4.11)$$

ahol $B = -(1/2)[(d\Theta/dR)_{R_0} + \Theta_0/R_0]$, a 2. Oort-konstans.

Az Oort-konstansok segítségével egyszerűen kifejezhető a Nap (pontosabban az LSR) szögsebessége: $\Omega_0 = (\Theta/R_0) = A - B$. Az Oort-konstansok mérhető mennyiségek, értékeik $A = 14,4 \text{ km/s/kpc}$ és $B = -12,0 \text{ km/s/kpc}$.

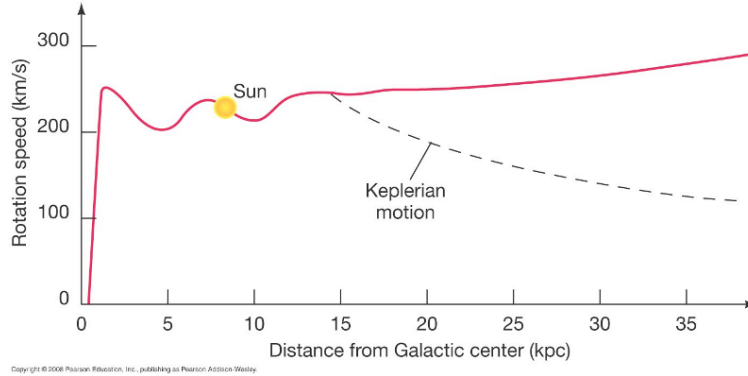
4.3.3. A Tejútrendszer rotációs görbéje

Kellően sok csillag radiális sebességének méréséből, a d távolságok ismeretében megszerkeszthető a Tejútrendszer szögsebessége a centrumtól mért R távolság függvényében. Adott d távolságú és l galaktikus hosszúságú csillagra (4.8) alapján:

$$\Omega(R) = \Omega_0 + \frac{v_r}{R_0 \sin l}, \quad (4.12)$$

ahol $R = R_0^2 + d^2 - 2R_0d \cos l$. A $\Theta = R \cdot \Omega$ összefüggés felhasználásával így megkaphatjuk a Tejútrendszer rotációs görbét (4.8. ábra).

A tapasztalat alapján a Tejútrendszer (és sok más spirálgalaxis) rotációs görbéje két fő szakaszra bontható: a belső, centrumhoz közeli szakaszon $\Theta \sim R$, azaz $\Omega = \text{konstans}$, tehát a forgás állandó szögsebességű, merev test-szerű. Ez azonban a központi fekete lyuk, a



4.8. ábra. A Tejútrendszer megfigyelt (piros görbe) és a csillageloszlás alapján várt rotációs görbéje (szaggatott vonal). Az eltérés oka nagy valószínűséggel sötét anyag jelenléte lehet (© 2008, Pearson Education, Inc.; <http://physics.uoregon.edu>).

Sgr A* közvetlen környezetében nem érvényes. Ott a fekete lyuk gravitációs ereje dominál, ezért a csillagok Kepler-pályákon keringenek, keringési sebességük a fekete lyuktól távolodva csökken, csakúgy, mint a Naprendszer bolygói esetében.

A centrumtól 2 - 3 kpc -nél távolabb a rotációs görbe ellaposodik: Θ kb. állandó. A gravitációs törvény értelmében ez csakis úgy lehetséges, hogy a gravitáló tömeg sűrűsége $1/R^2$ szerint csökken a centrumtól távolodva. Ez szöges ellentétben áll a csillagszámlálásokból tapasztalható exponenciális eloszlással (4.2 egyenlet). A galaxisok lapos rotációs görbéje arra utal, hogy a galaxisokban jelentős mennyiségű, nem világító, *sötét anyag* található, amely csak a gravitációs kölcsönhatásban vesz részt.

4.4. Galaktikus dinamika

4.4.1. A Galaxis gravitációs tere

Általános esetben egy tetszőleges tömegeloszlás gravitációs potenciálterét a *Poisson-egyenlet* megoldása adja:

$$\Delta\Phi(\mathbf{r}) = 4\pi G\rho(\mathbf{r}) \quad (4.13)$$

ahol ρ a tömegsűrűség, Δ pedig a Laplace-operátor.

(4.13) általános megoldása:

$$\Phi(\mathbf{r}) = -G \int_V \frac{\rho(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}|} d\mathbf{r}' \quad (4.14)$$

ahol V a tömegeloszlás teljes térfogatát jelenti, az $\mathbf{r}'$ vektor pedig végigfut minden olyan ponton, ahol a sűrűség nem nulla.

A gravitációs térerősség a potenciál negatív gradiense lesz:

$$\mathbf{E} = -\nabla\Phi(\mathbf{r}) = -G \int_V \frac{\rho(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}|^3} (\mathbf{r}' - \mathbf{r}) d\mathbf{r}'. \quad (4.15)$$

Ha a Tejútrendszerben a $\rho(\mathbf{r})$ függvény ismert lenne, az (4.14) és (4.15) egyenletekből elvileg meghatározhatnánk a potenciált és a térerősséget is minden pontban. A gyakorlatban azonban ez szinte lehetetlen, mivel a Tejútrendszer, vagy bármely galaxis tömegeloszlásáról csak nagyon közelítő becslésekkel rendelkezünk. Ezért általában további megfontolásokra van szükség.

Mivel a Tejútrendszer milliárd éves időskálán stabil képződmény, gravitációs terét jó közelítéssel időben állandónak tekinthetjük. A tapasztalat szerint a korongot alkotó csillagok és gázfelhők a középpont körül keringő mozgást végeznek (4.3. fejezet). Ezért a Tejútrendszer gravitációs terét a korongra merőlegesen álló forgástengelyre szimmetrikusnak tételezzük fel. A forgásszimmetria miatt a gravitációs erő és a potenciál csak a középponttól mért R távolságtól és a főtől mért z távolságtól függ.

4.4.2. Mozgás tengelyszimmetrikus gravitációs térben

Vizsgáljuk meg a tömegpontnak tekintett csillagok mozgását a Tejútrendszer tengelyszimmetrikus gravitációs terében! Egy tetszőleges m tömegű csillag mozgásegyenlete:

$$\ddot{\mathbf{r}} = -\nabla\Phi = -\frac{\partial\Phi}{\partial R}\mathbf{e}_R - \frac{\partial\Phi}{\partial z}\mathbf{e}_z, \quad (4.16)$$

ahol $\mathbf{r}$ a csillag helyvektora a középponttól mint origótól számítva, $\Phi(R, z)$ a gravitációs potenciál. A helyvektor időderiváltjának hengerkoordináta-rendszerben kifejezett alakját felhasználva a mozgásegyenlet három komponense így alakul:

$$\ddot{R} - R\dot{\phi}^2 = -\frac{\partial\Phi}{\partial R} \quad (4.17)$$

$$\frac{1}{R}\frac{\partial}{\partial t}(R^2\dot{\phi}) = 0 \quad (4.18)$$

$$\ddot{z} = -\frac{\partial\Phi}{\partial z}. \quad (4.19)$$

(4.19) első integrálja $L_z = mR^2\dot{\phi}$, a z -irányú impulzusmomentum. Legyen $l_z = L_z/m$, a tömegegységre vonatkozó impulzusmomentum. Ezzel (4.19) a következő alakot ölti:

$$\ddot{R} = -\frac{\partial\Phi}{\partial R} + \frac{l_z^2}{R^3}. \quad (4.20)$$

Vezessük be az *effektív potenciált* a következő definícióval:

$$\Phi_{\text{eff}} = \Phi + \frac{l_z^2}{2R^2}. \quad (4.21)$$

A 4.19 egyenlet így a következő formába írható át:

$$\ddot{R} = -\frac{\partial\Phi_{\text{eff}}}{\partial R} \quad (4.22)$$

$$\ddot{z} = -\frac{\partial\Phi_{\text{eff}}}{\partial z}. \quad (4.23)$$

Az effektív potenciálnak minimuma van a $z=0$ fősíkban lévő körpályán történő keringés esetén. Valóban, a $\partial\Phi_{\text{eff}}/\partial R = 0$ egyenlet megoldásából $\partial\Phi = R \cdot \dot{\phi}^2$ adódik, ami a körmozgás egyenlete ($\dot{\phi}$ a szögsebesség).

Jelöljük a körpálya sugarát R_m -mel, és fejtsük Taylor-sorba Φ_{eff} -t minimumhelye (azaz $R = R_m$ és $z=0$) körül:

$$\Phi_{\text{eff}} = \Phi_{\text{min}} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 \Phi_{\text{eff}}}{\partial R^2} \right)_{R_m} \cdot (R - R_m)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 \Phi_{\text{eff}}}{\partial z^2} \right)_{R_m} \cdot z^2 + \dots, \quad (4.24)$$

mert az elsőrendű deriváltak a minimumhelyen 0-t adnak, a másodrendű vegyes derivált pedig a függvény alakja miatt esik ki. Az effektív potenciál tehát a másodrendű tagokig bezárólag a következő alakba írható:

$$\Phi_{\text{eff}} \approx \Phi_{\text{min}} + \frac{1}{2} \kappa^2 x^2 + \frac{1}{2} \nu^2 z^2, \quad (4.25)$$

ahol $x = R - R_m$, a másodrendű deriváltakat pedig κ^2, ν^2 -tel jelöltük. Ezzel a (4.23) mozgásegyenletek a következő alakot öltik:

$$\ddot{x} = -\kappa^2 x \quad \ddot{z} = -\nu^2 z, \quad (4.26)$$

ami a harmonikus rezgőmozgás egyenlete x -re és z -re is. Tehát a csillag mozgása két egymásra merőleges irányú harmonikus rezgés szuperpozíciójából áll elő. κ, ν szokásos elnevezése: *epiciklus frekvencia*. (4.26) megoldásai:

$$x(t) = R - R_m = A_R \sin \kappa t \quad (4.27)$$

$$z(t) = A_z \sin(\nu t + \zeta), \quad (4.28)$$

Látható, hogy a csillag keringése során mind a pálya központtól mért R sugara, mind a fősíktól való z távolsága oszcillál. A kétféle oszcilláció közti fáziskülönbséget jelöli ζ .

A keringés szögsebessége a definíció alapján:

$$\dot{\phi} = \frac{l_z}{R^2(t)} \approx \frac{l_z}{R_m^2} \left(1 - 2 \frac{x}{R_m} \right). \quad (4.29)$$

ahol kihasználtuk, hogy $x \ll R_m$. A fenti egyenlet integrálásával kaphatjuk a csillag időfüggő szögkoordinátáját:

$$\phi(t) = \phi_0 + \frac{l_z}{R_m^2} \cdot t + \frac{2l_z}{R_m^3} \frac{A_R}{\kappa} \cos \kappa t. \quad (4.30)$$

Ha $\Omega = l_z/R_m^2$ a körpályán való keringés körfrekvenciája, adódik:

$$\phi(t) = \phi_0 + \Omega \cdot t + \frac{2}{R_m} \frac{\Omega}{\kappa} A_R \cos \kappa t. \quad (4.31)$$

Látható, hogy a szögkoordináta nem egyenletesen változik, mint tiszta körmozgás esetén, hanem a szögsebesség az epiciklus frekvenciával oszcillál az egyenletes körmozgás szögsebessége körül. A csillag tehát időnként „siet”, időnként „késik” a körpályán történő mozgáshoz képest.

Az epiciklus frekvencia egyszerűen kifejezhető a fentebb definiált Oort-konstansokkal. A definíciók felhasználásával adódik, hogy $\kappa^2 = -4B \cdot (A - B)$. A Napra $\kappa_0 \approx 35.6$ km/s/kpc. Mivel az LSR szögsebessége $\Omega_0 = A - B$, a kettő aránya:

$$\frac{\kappa_0}{\Omega_0} = \frac{-2 \cdot \sqrt{B(A - B)}}{A - B} = -2 \cdot \sqrt{\frac{B}{A - B}} = 1,35. \quad (4.32)$$

Mivel a kétféle körfrekvencia aránya nem egész szám, a pálya egy keringés során nem lesz zárt görbe.

4.4.3. Sebességszperzió

Definíció szerint egy csillag pekuliáris sebességén az LSR mozgásához viszonyított sebességet értjük (lásd 4.3.1. fejezet). Mivel az LSR körpályán kering, a 4.4. fejezet jelöléseivel egy csillag érintő irányú (tangenciális) pekuliáris sebességkomponense a következő lesz:

$$v = R \cdot \dot{\phi} - R_0 \Omega_0 \quad (4.33)$$

ahol R_0, Ω_0 az LSR pályasugara és keringési szögsebessége.

Vizsgáljuk meg a Naphoz közeli csillagok pekuliáris sebességeinek eloszlását! Mivel ezek R koordinátája jó közelítéssel megegyezik az LSR pályasugarával, (4.29) felhasználásával:

$$v \approx R_0(\dot{\phi} - \Omega_0) = R_0[\Omega - 2(\Omega/R_m)x - \Omega_0]. \quad (4.34)$$

A szögsebesség Taylor-sorából kifejezhető, hogy

$$\Omega - \Omega_0 = \left(\frac{\partial \Omega}{\partial R} \right)_{R_0} \cdot (R_m - R_0) \approx -x \cdot \left(\frac{\partial \Omega}{\partial R} \right)_{R_0}. \quad (4.35)$$

Ezt beírva a (4.34) egyenletbe, a pekuliáris sebesség kifejezésére adódik:

$$v \approx -R_0 \cdot x \cdot \left(\frac{\partial \Omega}{\partial R} \right)_{R_0} - 2R_0 \cdot x \cdot \frac{\Omega}{R_m} \approx -x \cdot \left[2\Omega_0 + R_0 \left(\frac{\partial \Omega}{\partial R} \right)_{R_0} \right]. \quad (4.36)$$

A 4.3.2. fejezetben láttuk, hogy $\Omega_0 = A - B$ és $R_0(\partial\Omega/\partial R) = -2A$. Ezeket felhasználva végül a pekuliáris sebesség kifejezése

$$v \approx 2B \cdot x \quad (4.37)$$

lesz. Látszik, hogy a pekuliáris sebesség első rendben a körpályától való eltéréstől (x) lineárisan függ.

Sebességszperzió alatt a pekuliáris sebességek átlagtól való eltéréseinek négyzetét értjük. Mivel B konstans, (4.37) alapján $\langle v^2 \rangle = \langle (v - \langle v \rangle)^2 \rangle = 4B^2 \langle x^2 \rangle$. (4.27) felhasználásával $\langle x^2 \rangle = A_R^2 \langle \sin^2 \kappa t \rangle = A_R^2/2$, ennek idő szerinti deriválásából pedig $\langle u^2 \rangle = A_R^2 \kappa^2 \langle \cos^2 \kappa t \rangle = A_R^2 \kappa^2/2$ adódik. Mindezeket behelyettesítve a (4.37) egyenletbe, végül a

$$\langle v^2 \rangle = 4B^2 \frac{\langle u^2 \rangle}{\kappa^2} = \frac{4B^2}{-4B(A - B)} \langle u^2 \rangle = \frac{-B}{A - B} \langle u^2 \rangle \quad (4.38)$$

kifejezést kapjuk. Mivel a 4.3.2. fejezetben szereplő adatok alapján $-B/(A - B) < 1$, ezért $\langle v^2 \rangle < \langle u^2 \rangle$, vagyis a Tejútrendszerben a sebességszperziók aszimmetrikusak: a radiális irányú pekuliáris sebességek négyzetes eloszlása nagyobb tartományra terjed ki, mint a tangenciális irányú sebességnégyzetek eloszlása.

4.4.4. A spirálszerkezet

A 4.4.2. fejezetben láttuk, hogy a galaxis tengelyszimmetrikus gravitációs terében az individuális csillagpályák a következő egyenletekkel írhatók le:

$$R(t) = R_m + A_R \sin \kappa t \quad (4.39)$$

$$\phi(t) = \phi_0 + \Omega t + 2 \frac{\Omega}{\kappa} \frac{A_R}{R_m} \cos \kappa t \quad (4.40)$$

(a z -irányú mozgást most hanyagoljuk el).

Vezessünk be egy forgó koordináta-rendszert, melynek szögsebessége legyen Ω_p ! Ebben kifejezve a szögkoordinátát, az alábbi egyenletet kapjuk:

$$\phi' = \phi(t) - \Omega_p t = \phi_0 + (\Omega - \Omega_p)t + 2 \frac{\Omega}{\kappa} \frac{A_R}{R_m} \cos \kappa t. \quad (4.41)$$

Vizsgáljuk először azt a tartományt, ahol $\Omega = \Omega_p$. Ez a *korotációs zóna*. Ekkor (4.41) jobb oldalán a 2. tag kiesik, tehát a szögkoordináta a ϕ_0 konstans körül κ körfrekvenciával oszcillál. Ez megfelel a 4.4.2. fejezetben tárgyalt epicikluson történő mozgásnak, de együtt-forgó koordináta-rendszerben szemlélve.

Tekintsük most azt a tartományt, ahol teljesül, hogy $\Omega - \Omega_p = (n/m)\kappa$, ahol n és m egész számok (*belső Lindblad-rezonancia*)! Ekkor a (4.41) jobb oldalán a 3. tag lesz elhanyagolható a 2. mellett, így:

$$\phi' \approx \phi_0 + \frac{n}{m} \kappa t \quad (4.42)$$

Az itt kialakuló mozgásképet szemléltetésére fejezzük ki (4.42)-t Descartes-koordinátákkal:

$$x' = R \cos \phi' = R_m \left(1 + \frac{A_R}{R_m} \sin \kappa t\right) \cdot \cos\left(\phi_0 + \frac{n}{m} \kappa t\right) \quad (4.43)$$

$$y' = R \sin \phi' = R_m \left(1 + \frac{A_R}{R_m} \sin \kappa t\right) \cdot \sin\left(\phi_0 + \frac{n}{m} \kappa t\right). \quad (4.44)$$

n és m függvényében ezek a pályák jellegzetes „hurkokat” tartalmazó zárt görbék lesznek. $(n, m) = (1, 2)$ rezonancia esetén kb. ellipszispályák alakulnak ki, a nagytengely két végén két kis hurokkal. A hurkok száma m értékével arányos.

Amennyiben sok ilyen csillagot tekintünk, amelyek mindegyikére teljesül az $(1, 2)$ rezonanciafeltétel, ezek pályái az R koordináta függvényében koncentrikus ellipszisek lesznek, de csak abban az esetben, ha az összes csillagra ϕ_0 ugyanaz. Ha azonban feltesszük, hogy $\phi_0 \sim R$, azaz a polárkoordináta zéruspontja a centrumtól mért távolság lineáris függvénye, a sok csillagpálya egy jellegzetes, kétkarú spirált rajzol ki az x - y síkon. Nagyon hasonló mintázat figyelhető meg az ún. „grand design” spirálgalaxisoknál, mint pl. az M51. A spirális mintázat megjelenik más (n, m) rezonancia-kombinációknál is, de egyre összetettebb formában. Egyszerűen belátható, hogy a spirálkarok száma m értéke szerint változik.

A fentiekhez nagyon hasonló spirális mintázatok jelennek meg az $\Omega - \Omega_p = -(n/m)\kappa$ feltétellel leírható *külső Lindblad-rezonancia* tartományban is.

Egy valódi galaxis differenciális rotációt mutat, azaz a keringési szögsebesség a központtól mért távolság függvénye: $\Omega = \Omega(R)$. A fenti *kinematikai spirálkarok* ezért csak azon a

tartományon alakulhatnak ki, ahol teljesülnek a Lindblad-féle rezonanciafeltételek. Mivel a legtöbb koronggalaxisban mind Ω , mind κ R -nek csökkenő függvénye, az $\Omega_p = \Omega - \kappa/2$ belső Lindblad-rezonancia általában egy szélesebb tartományon teljesül, így a spirálkarok a diszk nagy részén megjelenhetnek.

A fenti egyszerű kinematikai kép nem szolgáltat teljes körű leírást a spirálkarokról. Egyik legnagyobb hiányossága, hogy nem képes megmagyarázni a spirálkarok stabilitását. Egy lapos rotációs görbéjű koronggalaxisban a centrumhoz közelebbi csillagok szögsebessége nagyobb, mint a távolabbiaké. Ezért a kinematikai spirális mintázat nem maradhat stabil, 1-2 keringés alatt a karok feltekerednek. Ez ellentmond a megfigyeléseknek. Valószínű, hogy a spirálkarokat nem mindig ugyanazok a csillagok alkotják.

A *Lin-Shu-féle sűrűséghullám-elmélet* szerint a spirálkarok valójában gravitációs potenciálgödrök, melyeket a kinematikai spirálkarok létrejöttékor összetömörülő csillagok gravitációja hozhat létre. Ezek a potenciálgödrök időben stabilak maradhatnak, és egy $\Omega_p = \text{konstans}$ szögsebességgel forgó sűrűséghullámként mozognak a korong anyagában. Ez a sűrűséghullám perturbálja a csillagok mozgását, amelyek így már nem a tengelyszimmetrius potenciáltérben kialakuló epiciklus pályákon fognak keringeni, hanem a spirálkarokon belül összesűrűsödnek. Mivel a sűrűséghullámok összegyűjtik a rajtuk áthaladó csillagokat és összenyomják a csillagközi gázfelhőket, a spirálkarokban sok fényes, nagy tömegű csillag és világító intersztelláris gázfelhő lesz megfigyelhető. Ezért a spirálkarok látványos, könnyen észrevehető területekként jelennek meg a galaxis korongjában. A sűrűséghullám-elmélet szerint is a spirálkarok a belső és külső Lindblad-rezonancia tartományok között maradhatnak fent.

A sűrűséghullám-elmélet figyelembe veszi a csillagok közti gravitációs kölcsönhatást, és számos megfigyelhető jellemzőt képes megmagyarázni, azonban ez sem adja teljesen vissza a spirálgalaxisok minden jellegzetességét. A spirálkarok magyarázatára ezért további hipotéziseket is kidolgoztak. Ezek közül a legsikeresebbek a *sztochasztikus csillagképződést* feltételező statisztikus modell és a külső galaxis okozta *árapály-perturbációt* feltevő kölcsönható modell.

4.4.5. Csillagütközések

Az eddigi levezetések során elhanyagoltuk a csillagok egymás közti gravitációs kölcsönhatását. Vizsgáljuk meg, mennyire befolyásolják a csillagpályákat a csillagok közti ütközések! Ütközésnek tekintünk minden olyan lokális eseményt, melynek hatására a csillag pályája számottevő mértékben eltérül az eredeti irányhoz képest.

Ha egy m tömegű, nyugvónak tekintett csillagot egy másik, v relatív sebességgel mozgó csillag b távolságra közelít meg (b az ún. *ütközési paraméter*), a gravitációs kölcsönhatás akkor okoz észrevehető pályamódosulást, ha a potenciális energia összemérhető a mozgási energiával:

$$\frac{1}{2}v^2 \sim \frac{Gm}{b}. \quad (4.45)$$

Foglalkozzunk csak azokkal az esetekkel, amikor az ütközési paraméter értéke a (4.45)-ből kifejezhető b , vagy annál kisebb. Ekkor az *ütközési hatáskeresztmetszet* egy b sugarú kör területe:

$$\sigma = \pi b^2 = \pi \frac{4G^2 m^2}{v^4}. \quad (4.46)$$

Tegyük fel, hogy dt idő alatt N ütközés történik. Ha a csillagkoncentráció n , az ütközések száma:

$$N = \sigma \cdot v \cdot n \cdot dt. \quad (4.47)$$

A két ütközés között átlagosan eltelt idő pedig:

$$\tau = \left(\frac{N}{dt} \right) = \frac{1}{\sigma v n} = \frac{v^3}{4\pi G^2 m^2 n}. \quad (4.48)$$

Ha ebbe behelyettesítjük a Nap környezetére jellemző $v \approx 20$ km/s relatív sebességet és $n \approx 0,1 \text{ pc}^{-3}$ koncentrációt, $m = 1$ naptömegre $\tau \approx 3 \cdot 10^{14}$ év adódik. Ez az Univerzum $\sim 10^{10}$ éves életkoránál négy nagyságrenddel nagyobb. Tehát a Nap környezetében a Tejútrendszer gyakorlatilag ütközésmentes. Mivel a Tejútrendszer nagyon hasonló más spirálgalaxisokhoz, feltehető, hogy a csillag-csillag ütközések más galaxisokban is ugyanilyen ritkák, lényegében elhanyagolhatóak.

4.4.6. Az ütközésmentes Boltzmann-egyenlet

Az ütközések ritkasága érdekes lehetőséget kínál a galaxist, mint egymással gyakorlatilag nem kölcsönható nagyszámú tömegpontot tekintő statisztikus fizikai leírásmódra. Ez a módszer a galaxis tömegpontjainak eloszlását a hely- és sebességkoordináták alkotta 6 dimenziós *fázistérben* vizsgálja.

A fázistér egy pontját 6 koordináta jellemzi: $P = (\mathbf{r}, \mathbf{v}) = (x, y, z, u, v, w)$. Ennek megfelelően az elemi térfogat: $d\Gamma = d^3\mathbf{r} d^3\mathbf{v}$.

Definiáljuk az $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ sebességeloszlás-függvényt a következő módon:

$$\rho(\mathbf{r}) = \int f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) d^3\mathbf{v}, \quad (4.49)$$

ahol ρ a tömegsűrűség az $\mathbf{r}$ pontban. Az eloszlásfüggvénnyel kifejezve, a (4.13) Poisson-egyenlet az alábbi alakot ölti:

$$\Delta\Phi(\mathbf{r}, t) = 4\pi G \int f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) d^3\mathbf{v}. \quad (4.50)$$

A termodinamikából ismert, hogy az ideális gáz sebességeloszlás-függvénye a Maxwell-Boltzmann-eloszlást követi. Az ideális gázban a részecskék gyakran ütköznek. Ezzel szemben a galaxisok gyakorlatilag ütközésmentes „gázok”. A galaxisokban ezért f nem maxwelli, és a sebességeloszlás időben állandó, stacionárius lesz. Ilyen stacionárius sebességeloszlásokra jellemző, hogy a sokaságra vonatkozó átlagsebességük zérus:

$$\langle \mathbf{v} \rangle = \frac{\int \mathbf{v} f d^3\mathbf{v}}{\int f d^3\mathbf{v}} = \frac{1}{\rho} \int \mathbf{v} f d^3\mathbf{v} = 0. \quad (4.51)$$

Mivel f stacionárius, idő szerinti deriváltja eltűnik. f teljes deriváltját a komponensek idő szerinti parciális deriváltjaiként felírva kaphatjuk az ütközésmentes Boltzmann-egyenletet:

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \dots + \frac{\partial f}{\partial w} \frac{dw}{dt} + \frac{\partial f}{\partial t} = \mathbf{v} \cdot \nabla f - \nabla\Phi \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} + \frac{\partial f}{\partial t} = 0, \quad (4.52)$$

ahol kihasználtuk, hogy $\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{v}$ és $\dot{\mathbf{v}} = -\nabla\Phi$. Ennek megoldása időben állandó sebességeloszlásfüggvény lesz, azaz $f = \text{konstans}$.

A Boltzmann-egyenlet gyakorlati alkalmazásához igen fontos a *Jeans-tétel*: *bármely stationárius f eloszlásfüggvény csakis a mozgás első integráljainak függvénye lehet.*

A Tejútrendszer (és más spirálgalaxisok) tengelyszimmetrikus gravitációs térben a mozgás első integráljai a teljes energia (E) és a tengely irányú impulzusmomentum (L_z):

$$E = \frac{1}{2}(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) + \Phi \quad L_z = xv_y - yv_x, \quad (4.53)$$

f tehát a Jeans-tétel értelmében csakis ezek függvénye lehet. Ezek azonban nem elegendők arra, hogy a Tejútrendszerben tapasztalt aszimmetrikus sebességszperziót (4.4.3. fejezet) megmagyarázzák. Feltehetőleg létezik egy harmadik mozgásintegrál is, amelyet azonban mindeddig nem sikerült egyértelműen azonosítani. Ez a *harmadik integrál problémája* a galaktikus dinamikában.

Kapcsolódó animációk:

- A Galaxis centrumában lévő csillagok mozgása 2,2 mikrométeren készült mérések alapján (link: [4/animation/galcent_stars.gif](http://www.astro.ucla.edu/~ghezgroup/gc/images/2011orbits_animfull.gif), 1,7MB)
(Forrás: Keck/UCLA Galactic Center Group)
http://www.astro.ucla.edu/~ghezgroup/gc/images/2011orbits_animfull.gif

Kapcsolódó videók:

- Röntgenforrások a Galaxis centrumában (link: [4/video/galcent_xray.mp4](http://spaceinvideos.esa.int/Videos/2012/10/Galactic_Centre_through_Integral_s_eyes), 32MB)
(Forrás: ESA–C. Carreau & E. Kuulkers)
http://spaceinvideos.esa.int/Videos/2012/10/Galactic_Centre_through_Integral_s_eyes

Irodalomjegyzék

- [1] Fitzpatrick, E. L. 1999, PASP, 111, 63
- [2] Carroll, B. W., Ostlie, D. A.: An Introduction to Modern Astrophysics (Addison-Wesley Publ., Reading, MA, 2007)
- [3] Marik M. (szerk): Csillagászat (Akadémiai Kiadó, Budapest, 1989)