Szatmáry Károly

Változócsillagok

Azokat a csillagokat hívjuk változócsillagoknak, amelyeknek valamilyen jellemzőjük, fizikai paraméterük időben változik. Általában a fényesség változásáról van szó. A megfigyelésekből a színkép és/vagy a fényesség módosulását mérhetjük meg, és ennek okát kell felderítenünk. A változócsillagok vizsgálata azért fontos, azért nagy az asztrofizikai jelentőségük, mert esetükben nagyobb lehetőség nyílik adataik, tulajdonságaik meghatározására. A változásnak ugyanis oka van, ha ezt sikerül felderíteni, akkor ez több információt szolgáltat.

Magyarországon a legsikeresebb, nagy hagyományokat felmutató, és nemzetközileg elismert csillagászati kutatási téma a változócsillagok tanulmányozása.

Gyakorlatilag minden csillag ide sorolható, hiszen fejlődésük során folyamatosan változik minden jellemzőjük. Szigorúbb értelemben a legfeljebb napok, évek alatti változásokat mutató objektumokról van szó. A fényesség ingadozása a 0,0001 magnitúdós, még éppen detektálható értéktől a szupernóvák 20 magnitúdós felfényesedéséig terjed. A fényességmérés pontossága a *Kepler* űrtávcsővel már eléri a néhány százezred magnitúdót. Gyakorlatilag ezen a szinten minden csillag változónak bizonyul.

Az 1985-ös <u>Változócsillagok Általános Katalógusa (GCVS)</u> a kiegészítésekkel mintegy 38000 csillagot tüntetett fel. Azóta több százezerrel nőtt az ismert változók száma, főleg a nagy földi megfigyelő programok beindulása, a számos űrtávcső mérései és a mérőberendezések (pl. CCD) érzékenységének növekedése miatt.

Változócsillagok elnevezése, jelölése

3.1. táblázat: A 88 csillagkép.

röv.	latin név	magyar név	röv.	latin név	magyar név
And	Andromeda	Androméda	Lac	Lacerta	Gyik
Ant	Antlia	Légszivattyú	Leo	Leo	Oroszlán
Aps	Apus	Paradicsommadár	LMi	Leo Minor	Kis Oroszlán
Agr	Aquarius	Vízöntő	Lep	Lepus	Nyúl
Aql	Aquila	Sas	Lib	Libra	Mérleg
Ara	Ara	Oltár	Lup	Lupus	Farkas
Ari	Aries	Kos	Lyn	Lynx	Hiúz
Aur	Auriga	Szekeres	Lyr	Lyra	Lant
Boo	Bootes	Ökörhajcsár	Men	Mensa	Táblahegy
Cae	Caelum	Véső	Mic	Microscopium	Mikroszkóp
Cam	Camelopardalis	Zsiráf	Mon	Monoceros	Egyszarvú
Chic	Cancer	Rák	Mus	Musca	Légy
⊂Vh	Canes Venatici	Vadászebek	Nor	Norma	Szögmérő
CMa	Canis Maior	Nagy Kutya	Oct	Octans	Oktáns
CMi	Canis Minor	Kis Kutya	Oph	Ophiuchus	Kígyótartó
Cap	Capriconnus	Bak	Ori	Orion	Orion
Car	Carina	Hajógerinc	Pav	Pavo	Páva
Cas	Cassiopeia	Kassziopeia	Peg	Pegasus	Pegazus
Cen	Centaurus	Kentaur	Per	Perseus	Perzeusz
Cep	Cepheus	Cefeusz	Phe	Phoenix	Főnix
Cet	Cetus	Cet	Pic	Pictor	Festő
Cha	Chamaeleon	Kaméleon	Psc	Pisces	Halak
Cir	Circinus	Körző	PsA	Piscis Austrinis	Déli Hal
Col	Columba	Galamb	Pup	Puppis	Hajófara
Com	Coma Berenices	Bereniké haja	Рух	Pyxis	Tájoló
CrA	Corona Australis	Déli Korona	Ret	Reticulum	Háló
CrB	Corona Borealis	Északi Korona	Sge	Sagitta	Nyil
Crv	Convus	Holló	Sgr	Sagittarius	Nyilas
Crt	Crater	Serleg	Sco	Scorpius	Skorpió
Cru	Crux	Dél Keresztje	Scl	Sculptor	Szobrász
Cyg	Cygnus	Hattyú	Sct	Scutum	Pajzs
Del	Delphinus	Delfin	Ser	Serpens	Kígyó
Dor	Dorado	Aranyhal	Sex	Sextans	Szextáns
Dra	Draco	Sárkány	Tau	Taurus	Bika
Equ	Equuleus	Csikó	Tel	Telescopium	Távcső
Eri	Eridanus	Eridánusz	Tri	Triangulum	Háromszög
For	Fornax	Kemence	TrA	Triang, Australe	Déli Háromszög
Gem	Gemini	Ikrek	Tuc	Tucana	Tukán
Gru	Grus	Daru	UMa	Ursa Maior	Nagy Medve
Her	Hercules	Herkules	UMi	Ursa Minor	Kis Medve
Hor	Horologium	Ingaóra	Vel	Vela	Vitorla
Hya	Hydra	Északi Vízikígyó	Vir	Virgo	Szűz
Hyi	Hydrus	Déli Vízikígyó	Vol	Volans	Repülőhal
Ind	Indus	Indián	Vul	Vulpecula	Kis Róka

3.2.táblázat: Változócsillagok jelölése.

	9			6				a		
R 001	UU 034	AN 067	BW 100	DK 133	EW 166	GQ 199	IO 232	LQ 265	NW 298	QW 331
S 002	UV 035	AO 068	BX 101	DL 134	EX 167	GR 200	IP 233	LR 266	NX 299	QX 332
T 003	UW 036	AP 069	BY 102	DM 135	EY 168	GS 201	IQ 234	LS 267	NY 300	QY 333
U 004	UX 037	AQ 070	BZ 103	DN 136	EZ 169	GT 202	IR 235	LT 268	NZ 301	QZ 334
V 005	UY 038	AR 071	CC 104	DO 137	FF 170	GU 203	IS 236	LU 269	OO 302	
W 006	UZ 039	AS 072	CD 105	DP 138	FG 171	GV 204	IT 237	LV 270	OP 303	
X 007	VV 040	AT 073	CE 106	DQ 139	FH 172	GW 205	IU 238	LW 271	OQ 304	
Y 008	VW 041	AU 074	CF 107	DR 140	FI 173	GX 206	IV 239	LX 272	OR 305	
Z 009	VX 042	AV 075	CG 108	DS 141	FK 174	GY 207	IW 240	LY 273	OS 306	
RR 010	VY 043	AW 076	CH 109	DT 142	FL 175	GZ 208	IX 241	LZ 274	OT 307	
RS 011	VZ 044	AX 077	CI 0110	DU 143	FM 176	HH 209	IY 242	MM 275	OU 308	
RT 012	WW 045	AY 078	CK 111	DV 144	FN 177	HI 210	IZ 243	MN 276	OV 309	
RU 013	WX 046	AZ 079	CL 112	DW 145	FO 178	HK 211	KK 244	MO 277	OW 310	
RV 014	WY 047	BB 080	CM 113	DX 146	FP 179	HL 212	KL 245	MP 278	OX 311	
RW 015	WZ 048	BC 081	CN 114	DY 147	FQ 180	HM 213	KM 246	MQ 279	OY 312	
RX 016	XX 049	BD 082	CO 115	DZ 148	FR 181	HN 214	KN 247	MR 280	OZ 313	
RY 017	XY 050	BE 083	CP 116	EE 149	FS 182	HO 215	KO 248	MS 281	PP 314	
RZ 018	XZ 051	BF 084	CQ 117	EF 150	FT 183	HP 216	KP 249	MT 282	PQ 315	
SS 019	YY 052	BG 085	CR 118	EG 151	FU 184	HQ 217	KQ 250	MU 283	PR 316	
ST 020	YZ 053	BH 086	CS 119	EH 152	FV 185	HR 218	KR 251	MV 284	PS 317	
SU 021	ZZ 054	BI 087	CT 120	EI 153	FW 186	HS 219	KS 252	MW 285	PT 318	
SV 022	AA 055	BK 088	CU 121	EK. 154	FX 187	HT 220	KT 253	MX 286	PU 319	
SW 023	AB 056	BL 089	CV 122	EL 155	FY 188	HU 221	KU 254	MY 287	PV 320	
SX 024	AC 057	BM 090	CW 123	EM 156	FZ 189	HV 222	KV 255	MZ 288	PW 321	
SY 025	AD 058	BN 091	CX 124	EN 157	GG 190	HW 223	KW 256	NN 289	PX 322	
SZ 026	AE 059	BO 092	CY 125	EO 158	GH 191	HX 224	KX 257	NO 290	PY 323	
TT 027	AF 060	BP 093	CZ 126	EP 159	GI 192	HY 225	KY 258	NP 291	PZ 324	
TU 028	AG 061	BQ 094	DD 127	EQ 160	GK 193	HZ 226	KZ 259	NQ 292	QQ 325	
TV 029	AH 062	BR 095	DE 128	ER 161	GL 194	II 227	LL 260	NR 293	QR 326	
TW 030	AI 063	BS 096	DF 129	ES 162	GM 195	IK 228	LM 261	NS 294	QS 327	
TX 031	AK 064	BT 097	DG 130	ET 163	GN 196	IL 229	LN 262	NT 295	QT 328	
TY 032	AL 065	BU 098	DH 131	EU 164	GO 197	IM 230	LO 263	NU 296	QU 329	
TZ 033	AM 066	BV 099	DI 132	EV 165	GP 198	IN 231	LP 264	NV 297	QV 330	

A Hattyú csillagképben felfedezett első változó neve: R Cygni (a csillagkép neve ilyenkor birtokos esetben szerepel, a Cygnus-ból így lesz Cygni). J-vel kezdődő jelölés nincs, nehogy az I-vel összekeverjék. A kétbetűs jeleknél a második nem előzheti meg az elsőt ABC szerint (3.2. táblázat). A QZ utáni változó jele V335. Több csillagképben sok ezer változócsillag van.

Néhány fényes csillag esetében az eredeti, görög betűs jelét használjuk, pl. α Her, o Cet, β Per.

A változócsillagok megfigyeléséhez keresőtérképet szokás használni (3.1. ábra). Ezen a változó mellett bejelölésre kerülnek az összehasonlító csillagok, amelyek fényességéhez viszonyítjuk a változónk pillanatnyi fényességét (differenciális fotometria). Fontos, hogy az összehasonlítók fényessége ne változzon, hasonló színűek és fényességűek legyenek, mint a változónk. A keresőtérképek az égbolt különböző méretű területeit mutathatják, a legkisebb lehetőleg a használt látómezőnk méretének feleljen meg.



Az R Coronae Borealis észlelőtérképe

3.1. ábra: Keresőtérkép-sorozat (Kiss, Mizser, Csizmadia 2006).

Változócsillagok típusai

A változócsillagok világa rendkívül sokszínű, hiszen nagyon sok oka lehet annak, hogy miért módosul a fényesség és a színkép.

Régebben két nagy csoportra osztották a változócsillagokat: geometriai és fizikai, attól függően, hogy mi a változás oka. Ennek nyoma a mai osztályozásban is megvan: extrinsic (külső hatás, külsőleg), ezeknél a csillag fénykibocsátása nem változik, és intrinsic (belső hatás, belsőleg), ezeknél valójában, fizikailag változik a csillag fényessége. Az előbbihez sorolják a fedési kettős, a rotációs változók mellett a röntgenkettősöket és a gravitációs

mikrolencse jelenségeket, utóbbihoz az eruptív, kataklizmikus és pulzáló csillagokon kívül a csillag saját porburka miatti és a lassú, szekuláris változókat (3.2. ábra).

A változók típusairól igen részletes összefoglaló található az <u>American Association of</u> <u>Variable Star Observers</u> (AAVSO) VSX honlapján.



3.2. ábra: A változó objektumok "családfája" (Eyer & Mowlavi 2009).

A leggyakoribb osztályozás 5 nagyobb csoportot különböztet meg:

- pulzáló változócsillagok
- fedési kettőscsillagok
- rotáló csillagok
- eruptív változók
- kataklizmikus változócsillagok

Sajnos sokszor egybeolvasztottan kezelik az eruptív és a kataklizmikus csillagokat.

A fényváltozás időbeli menetét fénygörbének hívjuk, amelynek fő jellemzői az amplitúdó és a periódus (3.3. ábra).



3.3. ábra: Fénygörbe (Kiss, Mizser, Csizmadia 2006).



Kapcsolat a különböző változócsillag-osztályok között

3.4. ábra: A változócsillagok öt fő típusa (Szabados 1989).

Hazánkban sok évtizedes hagyománya van a változócsillagok vizsgálatának. Közismert, hogy asztrofizikai jelentőségük igen nagy (pl. Szeidl 1981), ugyanis több fizikai paraméterüket lehet meghatározni, mint a fényességváltozást nem mutató csillagok esetében. Nagyon sok magyar csillagász kutatási területe a változócsillagok valamelyik típusa vagy típusai.

Tágabb értelemben változócsillagok közé sorolhatóak a gravitációs mikrolencsézés miatt felfényesedő csillagok, illetve az exobolygók tranzitjai miatt kissé elhalványodó csillagok is. Egy sor különleges objektum, a pulzárok, valamint a röntgen- és gammafelvillanásokat produkálók (GRB-k) is ide tartoznak.

Sok csillag egyidejűleg több osztályba is sorolható. Napunk például nemradiálisan pulzál, foltos, eruptív és tőlünk nézve fedési is, hiszen a Merkúr, a Vénusz és a Hold időnként eltakarja egy részét.

Különösen izgalmas kutatási terület a kettős rendszerekben lévő pulzáló csillagok. Szorosabb kettős esetén az árapályhatások, a szinkronizáció befolyásolhatja a pulzációs módusok gerjesztődését. Rezonancia léphet fel az orbitális és a pulzációs periódus között. A pulzációs periódus pedig a keringés során látszólag ciklikusan változik a fényidőeffektus (LITE) következtében.

Egy másik érdekes jelenség a kettős rendszerben keringő (hozzánk képest közeledőtávolodó) csillag fényességének változása (Doppler-boosting). Ennek amplitúdója kicsiny, mivel v/c-vel arányos, ahol v a látóirányú sebessége, c a fénysebesség. A *Kepler* űrtávcső fotometriai pontossága viszont már lehetővé teszi ennek az effektusnak a kimutatását.

Pulzáló változócsillagok

A csillagok közül nagyon sok rezgéseket végez. Az oszcilláció során a csillag rétegei vagy csak sugárirányban (radiális pulzáció), vagy horizontálisan is elmozdulhatnak (nemradiális pulzáció).

A csillag akusztikus rezgéseinek, szeizmikus hullámainak feltérképezésével lehetővé válik a csillag belső szerkezetének meghatározása – ezzel foglalkozik az aszteroszeizmológia (a Nap esetében a helioszeizmológia).

A pulzáció következtében a csillag mérete és felszíni hőmérséklete megváltozik, így a $L = 4\pi R^2 \sigma T^4$

luminozitása, azaz fényteljesítménye illetve a fényessége is. Az, hogy a pulzáció során mikor, milyen méretnél a legfényesebb a csillag, nem egyforma a különféle típusok esetén.

Name	Approx. Periods	Discovery/Definition
Mira variables	100 - 1000 d	Fabricius (1596)
Semiregular (SR) variables	20 - 2000 d	Herschel (1782)
δ Cephei stars	1 - 100 d	1784, Pigott, Goodricke (1786)
RR Lyrae stars	0.3 - 3 d	Fleming (1899)
δ Scuti stars	0.3 - 6 h	Campbell & Wright (1900)
β Cephei stars	2 - 7 h	Frost (1902)
ZZ Ceti stars (DAV)	2 - 20 min	1964, Landolt (1968)
GW Virginis stars (DOV)	5 - 25 min	McGraw et al. (1979)
Rapidly oscillating Ap (roAp) stars	5 - 25 min	1978, Kurtz (1982)
V777 Herculis stars (DBV)	5 - 20 min	Winget et al. (1982)
Slowly Pulsating B (SPB) stars	0.5 - 3 d	Waelkens & Rufener (1985)
Solar-like oscillators	3 - 15 min	Kjeldsen et al. (1995)
V361 Hydrae stars (sdBVr)	2 - 10 min	1994, Kilkenny et al. (1997)
γ Doradus stars	0.3 - 1.5 d	1995, Kaye et al. (1999)
Solar-like giant oscillators	1 - 18 hr	Frandsen et al. (2002)
V1093 Herculis stars (sdBVs)	1 - 2 hr	Green et al. (2003)
Pulsating subdwarf O star $(sdOV)$	1 - 2 min	Woudt et al. (2006)

3.3. táblázat: A pulzáló változócsillagok fontosabb típusai a jellemző periódussal és a felfedezés idejével (Handler 2012).

A pulzáló változók típusai (a Hertzsprung–Russell-diagramon [HRD-n] kb. felülről lefelé haladva, 3.5. és 3.6. ábra):

- LBV (Luminous Blue Variables): Nagy luminozitású eruptív kék változók, 1 magnitúdónál nagyobb szabálytalan fényességváltozással, amelyek tömegvesztése az erős csillagszél által valószínűleg a globális pulzációs instabilitás következménye. S Doradus vagy Hubble–Sandage-változóknak is nevezik a csoportot.
- α Cyg: Kváziperiodikus A színképtípusú szuperóriások 0,1 magnitúdó körüli amplitúdóval és néhány napos vagy hetes periódussal. Többszörös periodicitás, nemradiális módusok.

- ζ Oph: Gyorsan forgó O vagy korai B színképtípusú csillagok. Nagy felbontású spektroszkópiával színképvonalprofil-változást mutatnak. Magas rendű nemradiális (*l~m*) módusok.
- β Cep: Korai B óriások 0,1 magnitúdó körüli amplitúdóval és néhány órás periódussal. Néhányuk többszörösen periodikus, radiális és nemradiális p módusok fordulnak elő. β CMa típusnak is hívják ezeket. A χ Cen valószínűleg prototípusa a rövid periódusú alcsoportnak.
- **SPB** (Slowly Pulsating B stars): Közepes és korai B csillagok 9 órás vagy hosszabb fényességbeli és színképi változással, ami nem magyarázható fedéssel vagy rotációval. Többszörös periodicitás, nemradiális g módusok. 53 Per csillagoknak is nevezik a csoportot.
- **Be csillagok**: Gyorsan forgó, nagy tömegvesztésű emissziós B csillagok. Kismértékű, kváziperiodikus változásukat valószínűleg pulzáció okozza. Példa: LQ And.
- roAp csillagok (rapidly oscillating Ap stars): Gyorsan forgó, különleges (pekuliáris) A színképtípusú csillagok sok fémvonallal és erős mágneses térrel. 5-20 perc közötti, ezred vagy század magnitúdós fényességváltozást mutatnak. Példa: α Cir.
- δ Scuti: III-IV-V luminozitási osztályú A vagy F csillagok néhány órás periódussal és néhány század vagy tized magnitúdós amplitúdóval. Mono- vagy multiperiodikusak, radiális és/vagy nemradiális módusok. Korábban törpecefeidákként vagy AI Vel csillagokként szerepeltek.
- **SX Phe**: A δ Scutikhoz nagyon hasonló, de öreg (II. populációs) szubtörpe csillagok.
- γ Dor: A δ Scutikhoz nagyon hasonló, de hidegebb csillagok az instabilitási sáv vörös oldalánál.
- Nap típusú oszcillátorok: Globális nemradiális (p és/vagy g módusok) akusztikus pulzációt végző csillagok, hasonlóan a Naphoz. A konvekció gerjesztheti a pulzációt.
- Anomális cefeidák: Az RR Lyrae típushoz hasonló, de nagyobb luminozitású csillagok, majdnem kizárólagosan csak a fémszegény törpe elliptikus galaxisokban (pl. Draco) fordulnak elő.
- RR Lyrae: Öreg, II. populációs A színképtípusú óriás csillagok a Tejútrendszer korongjában és halójában, gyakoriak a gömbhalmazokban. Halmazváltozóknak is nevezték őket. 0,2-1 nap periódussal, néhány tized és két magnitúdó közötti amplitúdóval változtatják fényességüket. Az abszolút fényességük nagyon hasonló, 0,5-0,6 magnitúdó, így távolságmeghatározásra alkalmasak. Általában radiálisan pulzálnak, de újabban nemradiális módusokat is kimutattak. Altípusok: RRab (F), RRc (1H), RRd (F+1H), RRe (2H). Sok esetben 20-300 napos periódussal, több tized magnitúdóval változik a pulzációs amplitúdó (Blazsko-effektus).
- **H-hiányos csillagok** (H-deficient stars): Színképükben hidrogént nem vagy alig mutató csillagok 0,1 és 40 nap közötti periódussal. Altípusok: R CrB csillagok, H-hiányos szén (HdC) csillagok, extrém hélium- (eHe) csillagok. Példa: PV Tel.
- **R CrB**: Hidrogénben szegény, szénben gazdag eruptív változócsillagok, amelyek az időnkénti erős elhalványulás mellett kváziperiodikus pulzációt is mutatnak. A periódus 30–100 nap közötti, az amplitúdó nagyobb mint 1 magnitúdó.
- Cefeidák (δ Cephei csillagok): Radiálisan pulzáló fiatal (I. populációs) fényes szuperóriás csillagok. A periódusuk 1 és 135 nap közötti, az amplitúdó 0,1-2 magnitúdó. A HRD-n jól meghatározott helyen, az instabilitási sávban helyezkednek el. A periódusuk egyenesen arányos a luminozitásukkal, így a fényváltozásukból meghatározható a távolságuk (periódus-fényesség [P-L] reláció). Néhányuk többszörös periodicitást mutat (beat cefeidák). Más elnevezéseik: klasszikus cefeidák, I. típusú cefeidák.

- W Vir: A cefeidákhoz nagyon hasonló, de kisebb tömegű, II. populációs, idősebb csillagok. A HRD-n és a P-L reláció szerint a cefeidák alatt, velük párhuzamosan találhatók. Periódusuk 6–35 nap, az amplitúdó 0,3–1,2 magnitúdó. II. típusú cefeidáknak is hívják őket.
- **BL Her**: A W Virginis típushoz hasonló radiális pulzátorok. A fényváltozási görbéjükön a leszálló ágon egy púp van. A periódus 1–8 nap.
- **RV Tau**: Szuperóriás II. populációs csillagok. Hasonlóak a W Vir típushoz, de hosszabb, 30–150 napos a periódusuk, az amplitúdó legfeljebb 5 magnitúdó. A fénygörbe két minimumot mutat. Alosztályok: RVa és RVb (az átlagfényesség itt hosszú, akár ezer napos periódussal változik).
- **SRa**: A mirákhoz hasonló, de 2,5 magnitúdónál kisebb amplitúdójú vörös óriások 35 és 1200 nap közötti periódussal.
- SRb: Az SRa típushoz hasonló csillagok, de gyakori a többszörös periodicitás, a periódus és az amplitúdó változása.
- SRc: Félszabályos, késői színképtípusú pulzáló szuperóriások. A periódus 30 nap és néhány ezer nap közötti, az amplitúdó 1 magnitúdó körüli. Altípus: OH-IR (infravörös, OH gyök a színképben) csillagok.
- SRd: Szemireguláris (félszabályos) sárga óriások és szuperóriások változatos csoportja. Néha emissziós színkép, a periódus 30–1100 nap, az amplitúdó néhány tizedtől négy magnitúdóig terjedhet.
- Lb: Lassan, szabálytalanul, periodicitás nélkül változó, késői színképtípusú óriás csillagok.
- Lc: Szabálytalan, lassú fényváltozású M szuperóriások, mintegy 1 magnitúdós amplitúdóval.
- **mirák**: Radiálisan pulzáló vörös óriás és szuperóriás csillagok. Az amplitúdó általában 2,5 magnitúdónál nagyobb, a periódus 80-1200 nap, átlagosan kb. 1 év. Néha többszörös periodicitás mutatható ki. LPV (Long Period Variables) elnevezést is használnak rájuk.
- EC 14026: Multiperiodikus, pulzáló forró szubtörpék (sdB, *log g ~ 6.0, T_{eff}~ 35000 K*). A periódus 120–500 másodperc, az amplitúdó változása < 1%.
- **PNNV** (Planetary Nebula Nuclei Variables): Nagyon forrók, planetáris ködök központi csillagai. A periódus 1000–3000 másodperc.
- **GW Vir (vagy DOV)**: Multiperiodikus, nemradiálisan pulzáló, nagyon forró leendő fehér törpék (pre-white dwarfs). Speciális színképtípusuk DO vagy PG 1159. A periódus 400–1200 másodperc.
- **DB változók (vagy DBV)**: Multiperiodikus, nemradiálisan pulzáló, héliumatmoszférájú fehér törpék, 100–1000 másodperces periódussal.
- **ZZ** Ceti (vagy DAV): Multiperiodikus, nemradiálisan pulzáló, hidrogénatmoszférájú fehér törpék, néhány perces periódussal. Az amplitúdó 0,001–0,3 magnitúdó.



3.5. ábra: Változócsillagok a HRD-n (http://astro.u-szeged.hu).



3.6. ábra: Pulzáló változócsillagok a Hertzsprung–Russell-diagramon. A fősorozatról elfejlődési utak az 1, 2, 3, 4, 7, 12 és 20 M_{\odot} tömeghez tartoznak. (Christensen-Dalsgaard 2003 alapján).

A radiális pulzáció esetén a periódus fordítottan arányos az átlagos sűrűséggel:

$$P \simeq \rho^{-1/2} \tag{3.1.}$$

Ha a P periódust napban, a p átlagos sűrűséget Nap-egységben adjuk meg, akkor a Q pulzációs állandót a

$$Q = P \left(\rho/\rho_{\odot}\right)^{1/2} \tag{3.2}$$

kifejezéssel definiáljuk. A Q értéke minden radiális módusra más, az alaprezgésre $Q \simeq 0,03$ nap, a magasabb felhangokra egyre kisebb.

Az alaprezgésen túli, magasabb módusokat nem felharmonikusoknak, hanem felhangoknak (overtone) hívjuk, ugyanis azok frekvenciái az alaprezgésének nem egész számú többszörösei. Ennek az az oka, hogy a csillag belsejében nem homogén a sűrűség, hanem befelé növekszik.

Egy fedési kettős rendszerben lévő pulzáló csillag esetében érdekes lehetőség nyílik a Q pulzációs állandó kiszámítására, ami a módus meghatározását teszi lehetővé. Kepler III. törvényéből

$$\frac{a^{3}}{P_{orb}^{2}} = \frac{G}{4\pi^{2}} (M_{1} + M_{2})$$
(3.3)

és a pulzációs állandó képletéből

$$Q = P_{pul} \left(\frac{M_1}{R_1^3}\right)^{1/2}$$
(3.4)

kapjuk, hogy

$$Q = 0,1159 \frac{P_{pul}}{P_{orb}} \left(\frac{R_1}{a}\right)^{-3/2} \left(1 + \frac{M_2}{M_1}\right)^{-1/2} , \qquad (3.5)$$

ahol P_{orb} [d] a keringési, P_{pul} [d] a pulzációs periódus, M_1 [M_{\odot}] és R_1 [R_{\odot}] a pulzáló komponens tömege és sugara, *a* [CsE] pedig a pálya fél nagytengelye.

A δ Scuti, RR Lyrae és cefeida csillagok a főágra majdnem merőleges, ún. instabilitási sávban helyezkednek el a HRD-n. Ennek a sávnak a szélessége kb. 1000 K, a vörös és a kék határán belül lehetséges ezen csillagoknál a radiális pulzáció. A vörös határnál hidegebb csillagoknál a konvekció meggátolja a pulzációt. A kék határnál forróbb csillagoknál az ionizációs zóna, ami a pulzációt hajtaná, túl közel van a felszínhez, ahol a sűrűség kicsi a pulzáció fenntartásához. Az instabilitási sáv elnevezés némileg megtévesztő, ugyanis a sávba eső csillagok nem instabilak (Cooper & Walker 1994). Ellenkezőleg, a sajátrezgést végző csillagok nagyon stabilak. A sávon belüli csillagoknak azonban több mint fele nem pulzál, ugyanis a pulzációhoz megfelelő kémiai összetétel, mágneses tér és rotációs sebesség is szükséges.

A fotometriai mérések pontosságának javulásával és a fénygörbék elméleti magyarázatainak bővülésével egyre több új típusú, nemradiálisan pulzáló csillagot fedeztek fel (3.7. ábra). Ezek közül talán a legfontosabb a Nap típusú (solar-like) oszcillációkat mutató csillagok, amelyeknél a konvekció sztochasztikusan gerjeszti az akusztikus módusokat.



3.7. ábra: Pulzáló változócsillagok típusai a HRD-n 40 éve (balra) és ma (jobbra) (Handler 2012).

A pulzáció oka, hajtómechanizmusa

Egy csillagnál a rezgést kiváltó és fenntartó mechanizmus többféle lehet (Handler 2012). Az öngerjesztő pulzációhoz olyan hajtómechanizmus szükséges, amely a csillapítás ellenére is periodikus oszcillációhoz vezet. Négy fő hajtómechanizmust különböztetnek meg.

A Q (vagy γ) mechanizmus során a csillagban a magfúziós folyamat rátája változik: amikor egy fúziós régió összenyomódik, akkor a hőmérséklet nő és több energia szabadul fel. Ez kitáguláshoz vezet, a nyomás lecsökken, a fúziós energiatermelés visszaesik, a réteg visszahullik, majd kezdődik elölről a ciklus. A Q mechanizmus (ami egy dízelmotorhoz hasonlóan működik) többféle csillagtípusnál játszhat szerepet, pl. Napunknál is.

A csillagok oszcillációjának legsikeresebb magyarázata a κ (kappa, az opacitás jele) mechanizmus. Amikor a csillag belsőbb részéből jövő fluxus hatására a felszín közelében lévő réteg felmelegszik, akkor az ionizáció foka megnő, több lesz a szabad elektron, így az opacitás is nagyobb lesz. A megnőtt nyomás miatt a zóna kitágul, a csillag az egyensúlyi sugaránál nagyobb lesz. Ekkor viszont lecsökken a hőmérséklet, az ionizáció foka csökken, így az opacitás kisebb lesz, a réteg visszahullik. Az újabb felmelegedéssel a ciklus újra kezdődik, ismétlődik. Ez a mechanizmus magyarázza a pulzáló csillagok legtöbbjének változását.

Az instabilitási sávban lévő klasszikus pulzátorok, mint a δ Cephei, az RR Lyrae és a δ Scuti csillagok esetében a HeII részleges ionizációs zónája hajtja a pulzációt. A roAp csillagoknál a HI és HeI zónák, a mira vörös óriás változóknál a HI ionizációs zóna, míg a β Cephei és SPB csillagoknál a vas-csoport elemeinek ionizációs zónája játszik szerepet a pulzáció fenntartásában.

Nagyon hasonló folyamat a konvektív hajtás, amikor szintén dugattyúként viselkedhet a csillag egy belső rétege, ha a konvektív zóna egy időre leblokkolja a belülről jövő fluxust. Az összenyomódás alatt raktározott energiát azután a következő expanziós fázisban adja át a pulzáló rétegnek. Ez a mechanizmus játszhat részben szerepet a DA és DB fehér törpe csillagoknál, valamint a γ Doradus változóknál, és fontos lehet a cefeida és mira csillagoknál is.

Végül a Nap és a Naphoz hasonló (solar-like) csillagok pulzációját a felszínhez közeli konvektív zónában történő turbulencia miatti sztochasztikus gerjesztődés magyarázza. Az erőteljes konvektív mozgás a felszíni rétegekben akusztikus zajt generál széles frekvenciatartományban, amely Nap-szerű oszcillációs módusokat gerjeszt. Mivel a felszínen nagyon sok a konvektív cella, a véletlenszerű gerjesztődés, valamint az oszcillációk amplitúdója az időben erősen változik.

δ Scuti csillagok

III-IV-V luminozitási osztályú A vagy F csillagok félórástól néhány órás periódussal és néhány század vagy tized magnitúdós amplitúdóval. Mono- vagy multiperiodikusak, radiális és/vagy nemradiális pulzációs módusokkal. Korábban törpecefeidákként vagy AI Vel csillagokként is szerepeltek. Az SX Phe altípust a δ Scutikhoz nagyon hasonló, de öreg (II. populációs) szubtörpe csillagok alkotják.

A δ Scuti csillagokból sok százat ismerünk. Közülük számos található kettős rendszerekben, fedési kettősökben is előfordulnak.



3.8. ábra: Kis és nagy amplitúdójú δ Scuti fénygörbe (Hoffmeister 1984).



3.9. ábra: A BE Lyncis fénygörbéje (Szakáts, Szabó, Szatmáry 2006)



3.10. ábra: A V823 Cas 3-módusú δ Scuti csillag fénygörbéje: a fekete körök a mérési pontok, a zöld folytonos vonal az illesztés 3 frekvenciával és kombinációikkal (Jurcsik et al. 2006).



3.11. ábra: Többmódusú radiálisan pulzáló csillagok periódusaránya, a Petersen-diagram (Jurcsik et al. 2006).

RR Lyrae csillagok

Öreg, II. populációs, A színképtípusú óriás csillagok a Tejútrendszer korongjában és halójában. Gyakoriak a gömbhalmazokban, ezért halmazváltozóknak is hívták ezeket. 0,2–1 nap periódussal, néhány tized és két magnitúdó közötti amplitúdóval változtatják fényességüket. Az abszolút fényességük nagyon hasonló, 0,5–0,6 magnitúdó, így távolságmeghatározásra alkalmasak. Általában radiálisan pulzálnak, de újabban nemradiális módusokat is kimutattak. Altípusok: RRab (F), RRc (1H), RRd (F+1H),

RRe (2H) (3.13. és 3.14. ábra). Az OGLE megfigyelési programban az LMC-ben talált csillagok: 17693 RRab, 4958 RRc, 986 RRd és 1269 RRe.

Sok esetben 10-300 napos periódussal, több tized magnitúdóval változik a pulzációs amplitúdó (Blazsko-effektus). Az amplitúdó mellett a fázis (ill. a frekvencia) is modulálódik. A bő 100 éve felfedezett Blazsko-effektusra még ma sincs kielégítő magyarázat. A Kepler űrtávcső minden eddiginél pontosbb méréseket végez e területen is. A magyar csillagászok között többen is nemzetközileg elismert szakértői a Blazsko-effektusnak.



3.12. ábra: A TU UMa RRab csillag fényváltozása (V=9,2-10,3 mag, Kiss, Szatmáry, Gál, Kaszás 1995)



& RRd F+1H

3.13. ábra: Az RR Lyrae csillagok alosztályai (F: fundamentális, alaprezgés; 1H: első felhang) (http://www.univie.ac.at/tops/blazhko/Generalities.html).



3.14. ábra: F, 1H, 2H módusok szemléltetése. A kék és a vörös tartományok ellentétes irányba mozognak a csomófelületek két oldalán (Kolláth Zoltán animációi).



3.15. ábra: Kétmódusú (RRd) RR Lyrae csillagok Petersen-diagramja. A nagy jelek galaktikus, a kis pontok LMC- és SMC-beli csillagok (Wils 2010).



3.16. ábra: A Blazsko-effektus az RR Lyrae csillagnál (animáció) (Kolenberg et al. 2006, http://www.univie.ac.at/tops/blazhko/RRLyrae2004.html).



3.17. ábra: Felülről lefelé: egymódusú RR Lyr, Blazsko-effektusos RR Lyr, kétmódusú (RRd) RR Lyr és cefeida csillag fénygörbéje és fázisdiagramja (Debosscher et al. 2009).

Cefeidák

Koruk és fejlődési állapotuk alapján 4 nagyobb csoportra osztják őket: δ Cephei, W Virginis, BL Herculis és (tágabb értelemben) RV Tauri típusokra. A δ Cephei csillagok radiálisan pulzáló, fiatal (I. populációs), fényes szuperóriások. A periódusuk 1 és 135 nap közötti, az amplitúdó 0,1–2 magnitúdó (3.18. ábra). A HRD-n jól meghatározott helyen, az instabilitási sávban helyezkednek el. A periódusuk egyenesen arányos a luminozitásukkal, így a fényváltozásukból meghatározható a távolságuk (periódus-

fényesség reláció). Néhányuk többszörös periodicitást mutat (beat cefeidák). Más elnevezéseik: klasszikus cefeidák, I. típusú cefeidák. A cefeidák jelentős része, kb. fele kettős rendszer tagja.

BL Her: A W Virginis típushoz hasonló radiális pulzátorok. A fényváltozási görbéjükön a leszálló ágon egy púp van. A periódus 1–8 nap. W Vir: A cefeidákhoz nagyon hasonló, de kisebb tömegű, II. populációs, idősebb csillagok. A HRD-n és a P-L reláció szerint a cefeidák alatt, velük párhuzamosan találhatók. Periódusuk 6–35 nap, az amplitúdó 0,3–1,2 magnitúdó. II. típusú cefeidáknak is hívják őket. RV Tau: Szuperóriás II. populációs csillagok. Hasonlóak a W Vir típushoz, de hosszabb, 30–150 napos a periódusuk, az amplitúdó legfeljebb 5 magnitúdó. A fénygörbe két eltérő mélységű minimumot mutat. Alosztályok: RVa és RVb (az átlagfényesség itt hosszú, akár ezer napos periódussal változik).



3.18. ábra: Cefeida csillag paramétereinek változása a pulzációs ciklus során. Felülről lefelé: fényesség, hőmérséklet, színképtípus, radiális sebesség, sugár (http://astro.u-szeged.hu).



3.19. ábra: A Hertzsprung-haladvány: egy másodlagos púp megjelenése a fénygörbén, amelyet egy befelé induló, majd onnan visszaverődő és a felszínre törő lökéshullám okozhat. A púp 6-7 napos periódus esetén a leszálló ágon jelentkezik, 10 nap körül a maximumnál, majd a felszálló ágon van, 20 nap felett eltűnik (http://www.isdc.unige.ch/Gaia/wiki/index.php/Hertzsprung_progression).

Mira és szemireguláris csillagok

A pulzáló vörös óriásoknál érdekes jelenségek is előfordulnak: többmódusú pulzáció, hosszú másodperiódus (LSP: long secondary period), módusváltás (mode switching), radikális amplitúdócsökkenés (átmenet mira típusból félszabályosba), drasztikus perióduscsökkenés (He-héj-fellobbanás, He-shell flash), kaotikus csillagpulzáció.

A fénygörbéket napra készen az AAVSO adatbázisából tölthetjük le, általában 5 vagy 10-napos átlagpontokat képezünk. Első lépésben Fourier-analízissel előállítjuk a frekvenciaspektrumot, a spektrálablakot, és fehérítéseket végzünk. Ehhez pl. a Period04 programot használhatjuk fel (Lenz & Breger 2005). Előállíthatjuk a fénygörbék wavelettérképeit, amelyeken nyomon követhetjük az egyes módusok amplitúdó- és frekvenciaváltozását, modulációját. Ehhez pl. az AAVSO WinWWZ programját használjuk.



3.20. ábra: A félszabályos AF Cygni fénygörbéje (10-napos átlagok, AAVSO).

Az AF Cygni (3.20. ábra) jellegzetes, hármas szerkezetű csúcssereget mutat frekvencia-spektrumában. Ehhez hasonló spektrum sok más félszabályos változócsillagnál is tapasztalható. Több csúcs jelentkezik kis frekvenciákon (1000–18000 nap periódusokkal), ez az utóbbi időkben intenzíven vizsgált hosszú másodperiódus (LSP) jelenléte lehet ennél a csillagnál is. A két rövidebb periódusnál (94 nap és 158 nap) lévő

csúcs-csoport két radiális pulzációs módus lehet, véletlenszerűen ingadozó periódusértékkel. A periódusarány 1,7 körüli, ami jellegzetes a félszabályos csillagoknál.

A wavelet-térképen (3.22. ábra) egyrészt az látszik, hogy a hosszú periódusok amplitúdója időszakosan nő meg. Az izgalmas dolog a két rövidebb periódusnál figyelhető meg: már a fénygörbén is mutatkozott, hogy alternáló módon hol az egyik, hol a másik amplitúdója nagyobb. Ezt a módusváltással magyarázhatjuk: két pulzációs módus van gerjesztve, de sztochasztikus hatások (pl. konvekció) miatt a pulzáció energiája váltakozva "átfolyik" egyik módusból a másikba, majd vissza. Ezt a jelenséget a teljes adatsor frekvenciaspektruma alapján nem tudjuk vizsgálni, ehhez idő-frekvencia módszer szükséges.



3.21. ábra: Ostlie & Cox (1986) lineáris modellje. P0 az alaprezgés, P1 az első-, P2 a második radiális felhang periódusa; R1=P0/P1 és R2=P1/P2 periódusarányok.

Az AF Cyg a modellek alapján alaprezgésben és első felhangban pulzál, kb. 1,5 M $_{\odot}$ a tömege és 3000 L $_{\odot}$ a luminozitása (3.21. ábra).



3.22. ábra: Az AF Cyg fénygörbéje (felül), frekvenciaspektruma (balra) és wavelettérképe (Szatmáry 2012).

A pulzáló vörös óriáscsillagok periódusváltozását már régen észrevették és vizsgálták. Különösen az R Aql és R Hya esetében találtak perióduscsökkenést az O-C diagram alapján. Újabban sok évtizedes vizuális adatsorok felhasználásával a mirák mintegy 1%ánál találtak szekuláris, időben folyamatosan változó periódust, amit evolúciós hatásokkal magyaráztak. A hosszabb periódusú miráknál gyakoribb az instabil ciklushossz. Számos esetben (pl. S Ori, W Hya, T Cep, R Nor) pedig ingadozó, bolyongásszerű periódusváltozást mutattak ki, amit jelentős tömegvesztéssel, cirkumsztelláris anyagfelhővel vagy -gyűrűvel magyaráztak. A periódusfluktuáció általában néhány százalékos egy konstans fő periódusérték körül. Néhány csillag esetében a változás nagyobb: az R Aql periódusa 365 napról (1850 körül volt ennyi) 275 napra, az R Hya 495 napról 385 napra, az RU Vul 160 napról 110 napra csökkent. A W Dra periódusa viszont 155-ről 180 napra nőtt 90 év alatt.

A mirák pulzációs periódusa függ a tömegüktől és a sugaruktól. Az erős csillagszél sem tudja azonban nagymértékben csökkenteni a tömegüket (általában néhány százmilliomod M_{\odot} /év, ez a rövid mira állapot alatt nem sok). A jelentős periódusváltozás arra utal, hogy a sugaruk viszont változik.



3.23. ábra: A T Ursae Minoris fénygörbéje (10-napos átlagok, AAVSO).

A T UMi (3.23. ábra) esetében már régen feltűnt, hogy ennek a mirának a periódusa erősen csökken. A csillag periódusváltozását a termális pulzusokat végző aszimptotikus óriásági csillagok (TP-AGB) belsejében, a magot körülvevő héjban lejátszódó He-fúzió időszakos megszaladásával (He-shell flash) magyarázhatjuk Wood & Zarro (1981) modellje alapján. A belső energiatermelés növekedésével nő a csillag luminozitása, amit rövidesen a pulzáció periódusának a hosszabbodása követ. A termális pulzusok jellegzetesen néhány tízezer évente következnek be, de a gyors változások szakaszai emberi időskálán is lejátszódhatnak.

A T UMi periódusváltozása (3.24. ábra) az eddig ismert legnagyobb értékű a pulzáló csillagok között ($\Delta P/P \approx 0.01$)! Amellett, hogy a periódus az utóbbi években továbbra is csökken, egészen szabálytalanná, félszabályos csillaghoz hasonlóvá vált a fénygörbe.

Radikálisan változik, csökken az amplitúdó is, mintha leállna a pulzáció. Az átlagos fényesség viszont szinte nem változik.



3.24. ábra: A T UMi fénygörbéje (felül), frekvenciaspektruma (balra) és wavelet-térképe (Szatmáry 2012).



3.25. ábra: A mira csillagok akkor a legfényesebbek, amikor a legkisebbek, és akkor a leghalványabbak, amikor a legnagyobbak. Ekkor ugyanis a csillag külső rétegei annyira lehűlnek, hogy ott fém-oxidok, főleg TiO-molekulák jönnek létre, és ez a héj elnyeli, leárnyékolja a csillag fényét (Zimmerman 2007).

Nemradiális pulzáció

Az instabilitási sávban lévő csillagok főleg radiálisan pulzálnak, azaz a sugár irányában kifelé és befelé történik a rétegek elmozdulása (Cooper & Walker 1994). A külső tartományban azonban körben haladó hullámok is kialakulhatnak, a földrengésekhez hasonlóan. A Nap oszcillációja is ilyen. Ez a pulzáció nemradiális módja. Ilyen esetben a csillag gömbszimmetriája megszűnik, az alakja változik.

A nemradiális hullámok kétféleképp terjedhetnek. Az egyik típus nagyon alacsony frekvenciájú hanghullámnak felel meg, ezt p-hullámnak vagy nyomáshullámnak nevezik. A radiális rezgéseket szintén a nyomás kelti, így azok is p-hullámoknak tekinthetők, de ezt nem szokás hangsúlyozni. A nemradiális hullámok másik fajtájánál az oszcillációt a gravitáció és a felhajtóerő határozza meg, ezek a g-hullámok. Periódusuk általában hosszabb mint a p-hullámoké. A p-módusok amplitúdója a felszín közelében nagy, a g-módusoké viszont a csillag belsejében (3.26. ábra). A g-módusok jellemzők a fehér törpe pulzátorokra.



3.26. ábra: Nemradiális p- (a) és g- (b) módusok szemléltetése (Christensen-Dalsgaard 2003).



3.27. ábra: A nemradiális p- és g-módusok frekvenciája az *l* függvényében, normál Napmodell esetén. Az *n* radiális rend értéke felül jelölt, a g-módusokra *n*<0 (Christensen-Dalsgaard 2003).

A nemradiálisan rezgő 3-dimenziós csillag módusainak jellemzésére három paramétert használunk:

- *n*: a radiális rend, sugárirányban a csillag belseje felé a csomófelületek száma.

- *l*: a fokszám, a csillag felszínén az összes csomóvonal száma. *l*=0 neve monopól módus, l=1 a dipól, l=2 a kvadrupól, l=3 az oktupól módus.

- *m*: az azimutális szám, a felszíni csomóvonalak közül a hosszúsági kör jellegű (pólusokon átmenő) csomóvonalak száma. Az *m* értéke 2l+1 féle lehet -l és *l* között. Ha m<>0, akkor haladó hullám megy körbe a csillagon direkt irányban (m>0) vagy retrográd irányban (m<0). Ha a csillag gömbszimmetrikus, akkor a rezgés periódusa nem függ *m*-től. Rotáció és mágneses tér jelenléte esetén azonban az adott (*n*, *l*) módus felhasad 2l+1 komponensre. A felhasadt komponensek közti távolság arányos a rotáció frekvenciájával, relatív amplitúdóik az inklinációtól (a látóirány és a rotációs tengely szögétől) függnek.

Radiális pulzációnál l=0, valamint n=0 esete az alaprezgés, n=1 az első felhang, n=2 a második felhang.



3.28. ábra: A nemradiális pulzáció szemléltetése: csomóvonalak a felszínen és csomófelületek a csillag belseje felé (http://gong.nso.edu/info/helioseismology.html).



3.29. ábra: l = 6 nemradiális módusok. Ha m = 0, akkor csak szélességi kör jellegű csomóvonalak vannak: "zonális szferikus harmonikusok". Ha 0 < |m| < l, akkor szélességi és hosszúsági körök mentén is vannak csomóvonalak: "tesszerálisok". Ha |m| = l, akkor csak hosszúsági köröknél vannak csomóvonalak: "szektoriálisok". (Dorval 2011).



3.30. ábra: l = 3 "oktupól" módusok. Az oszlopok a 30, 60 és 90 fokos inklinációt (a látóirány és a pulzációs tengely által bezárt szöget) szemléltetik. A fehér csomóvonalak választják el a vörössel és kékkel jelzett befelé és kifelé mozgó felszíni területeket. Felülről lefelé $m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3$ (Aerts, Christensen-Dalsgaard, Kurtz 2010).



3.31. ábra: Különböző nemradiális módusok képe 55 fokos inklináció esetén. Felső sor: l = 1, 2, 4 m = 0. Második sor: (l, m) = (4, 2), (10, 5), (15, 5). Harmadik sor: l = |m| = 1, 2, 4. Negyedik sor: l = |m| = 6, 10, 25(Aerts, Christensen-Dalsgaard, Kurtz 2010).



3.32. ábra: Színképvonal profil alakja nemradiális pulzáció esetén. A vékony vonal a torzítatlan, rotációsan kiszélesedett profil. Balról jobbra: l = 4, m = 0; l = 5, |m| = 3;l = |m| = 7 (Telting & Schrijvers 1997).



3.33. ábra: Pulzációs csillagtípusok módusai a HRD-n (http://www.univie.ac.at/tops/dsn/texts/img28.gif).

A Napban és a Nap típusú (solar-like) csillagokban az oszcillációt sztochasztikusan gerjeszti a konvekció (Bedding 2011). Számos, a Naptól jelentősen különböző csillagnál (pl. szubóriásoknál és vörös óriásoknál) is találtak ilyen pulzációt. A gerjesztés sztochasztikus természete miatt széles frekvenciatartományban jelentkeznek kis amplitúdójú, főként akusztikus p-módusok. A Nap esetében 1 és 4 mHz között (az 5 perces periódus közelében) rengeteg csúcs jelentkezik a frekvenciaspektrumban.

Az utóbbi években – különösen a Kepler űrtávcső nagyon pontos fotometriai mérései alapján – igen sok G és K színképosztályú óriáscsillagnál, de még félszabályos M óriások és vörös szuperóriások eseteiben (pl. Betelgeuze) is megfigyeltek Nap típusú pulzációt, jellemzően órás vagy még hosszabb periódusokkal.





Minden csúcshoz hozzárendelhető az (n, l) paraméterpáros, n=19-22, l=0-3. A $\Delta v - a$ "nagy frekvenciaszeparáció" – a radiális módusok (l=0) közti távolság n és n+1 esetén, értéke a csillag átlagos sűrűségének gyökével arányos.

A $\delta v_{l,l+2}$ – a "kis frekvenciaszeparáció" – az *n* és *n*+1 radiális módusok közti távolság *l* és *l*+2 esetén (Bedding 2011).



3.35. ábra: A v_{max} a csúcsokra illesztett burkoló maximumhelyéhez tartozó frekvencia (Callingham 2011).

Ha a frekvenciaspektrumból meghatározzuk Δv és v_{max} értékét, akkor a

$$\frac{\Delta\nu}{\Delta\nu_{\odot}} \approx \sqrt{\frac{\rho}{\rho_{\odot}}} = \left(\frac{M}{M_{\odot}}\right)^{0.5} \left(\frac{T_{\rm eff}}{T_{\rm eff_{\odot}}}\right)^3 \left(\frac{L}{L_{\odot}}\right)^{-0.75}.$$

$$\frac{\nu_{\rm max}}{\nu_{\rm max,\odot}} \approx \frac{M}{M_{\odot}} \left(\frac{T_{\rm eff}}{T_{\rm eff_{\odot}}}\right)^{3.5} \left(\frac{L}{L_{\odot}}\right)^{-1}.$$
(3.6)
(3.7)

képletek alapján a csillag tömegére, hőmérsékletére és luminozitására jó becslést adhatunk (Bedding 2011).



3.36. ábra: A Δv és v_{max} között erős a korreláció a fősorozattól (jobbra fenn) a vörös óriásokig (balra lenn). A diagram a Kepler űrtávcső megfigyelésein alapul (Bedding 2011).

A nemradiális pulzációt leíró egyenletek 3 dimenzióban gömbszimmetrikus esetben, r a távolság a csillag centrumától, θ a szélesség, φ a hosszúság a felszínen, az elmozdulások a 3 koordináta mentén (Kurtz 2006):

$$\xi_{r}(r,\theta,\varphi,t) = a(r) Y_{\ell}^{m}(\theta,\varphi) \exp(i 2\pi\nu t),$$

$$\xi_{\theta}(r,\theta,\varphi,t) = b(r) \frac{\partial Y_{\ell}^{m}(\theta,\varphi)}{\partial \theta} \exp(i 2\pi\nu t),$$

$$\xi_{\varphi}(r,\theta,\varphi,t) = \frac{b(r)}{\sin\theta} \frac{\partial Y_{\ell}^{m}(\theta,\varphi)}{\partial \varphi} \exp(i 2\pi\nu t),$$

(3.8)

a(r) és b(r) amplitúdók, v az oszcilláció frekvenciája, t az idő és $Y_l^m(\theta, \varphi)$ a szferikus harmonikusok, vagy gömbfelületi függvények:

$$Y_{\ell}^{m}\left(\theta,\varphi\right) = \sqrt{\frac{2\ell+1}{4\pi} \frac{(\ell-m)!}{(\ell+m)!}} P_{\ell}^{m}\left(\cos\theta\right) \exp\left(im\varphi\right)$$
(3.9)

ahol a Legendre-polinomok:

$$P_{\ell}^{m}(\cos\theta) = \frac{(-1)^{m}}{2^{\ell}\ell!} \left(1 - \cos^{2}\theta\right)^{\frac{m}{2}} \frac{\mathrm{d}^{\ell+m}}{\mathrm{d}\cos^{\ell+m}\theta} \left(\cos^{2}\theta - 1\right)^{\ell}$$
(3.10)

Távolságmeghatározás

A radiálisan pulzáló csillagok számos típusára érvényes az, hogy a periódus logaritmusa és az abszolút fényesség egyenesen arányos egymással (3.37. ábra). A Henrietta Leavitt által a XX. század elején, a Magellán felhők cefeidáira felfedezett periódus-fényesség reláció mára kibővült több típussal, valamint a színindex figyelembevételével a periódus-fényesség-szín reláció jóval kisebb szórást eredményez (3.38. ábra).





A mért *m* látszólagos fényesség és a periódusból meghatározott *M* abszolút fényesség különbségéből kaphatjuk az *r* távolságot (parszekben), ez a távolságmodulus:

$$m - M = -5 + 5 \lg r + A \tag{3.11}$$

ahol az A az adott irányban az abszorpció mértéke magnitúdóban.

A mira és SR csillagokra különösen érdekes a P-L reláció: sok, egymással párhuzamos szekvenciát találtak, főleg az LMC és az SMC feltérképezése során. A hosszabb periódushoz az alaprezgés, a rövidebbekhez az első és második felhang tartozik. A leghosszabb periódusokhoz a hosszú másodperiódusok (LSP) rendelhetők, amelyek a rövidebb pulzációs periódusok burkolóit (modulációját) képezik. Az LSP szekvencia párhuzamos a többivel, ez a pulzációs eredetre utalhat. A kettősséget, a forgást, a Blazsko-effektushoz való hasonlóságot és még sok mást is felvetettek, de az LSP elfogadott magyarázata máig nem született meg.



3.38. ábra: Periódus-fényesség reláció a δ Scuti csillagoktól a mirákig az OGLE program LMC-mérései alapján, függőleges tengelyen a vörösödésmentes Wesenheit-index (http://www.lorentzcenter.nl/lc/web/2009/324/Monday/Soszynski.ppt).

Automatikus osztályozás nagy adatbázisokban

Az utóbbi évtizedekben több nagy, majdnem teljes égboltot felmérő fotometriai program indult. A változónak bizonyult csillagok százezreinek típusba sorolására megpróbáltak automatikus osztályozó programokat használni, amelyek főleg a periódus és az amplitúdó értékét veszik figyelembe. Ezek nagyrészt jól működnek, de számos esetben nem tudják pótolni az emberi szemrevételezést.

Periódusváltozások

A periódus megváltozásának egyik fő oka evolúciós eredetű. Attól függően, hogy például egy pulzáló változócsillag merre halad fejlődése során a Hertzsprung–Russelldiagramon, a periódus nőhet vagy csökkenhet. Tipikus példa erre a cefeidák "hurkos" mozgása a HRD-n. Ez az evolúciós periódusváltozás lassú és kismértékű. A HRD-n történő elméleti fejlődési utak szerint a 3 M $_{\odot}$ feletti tömegű csillagok közel vízszintesen haladnak át az instabilitási sávon. Mivel az állandó periódus vonalai a vízszintestől jelentősen eltérnek, a csillagfejlődés során változik a pulzáció periódusa. Ha egy csillag balról jobbra halad át az instabilitási sávon, akkor periódusa nő, ugyanis az egyre hosszabb periódusok vonalait metszi. Amikor a sávon jobbról balra, a növekvő hőmérséklet felé halad át, akkor a periódus csökken.



3.39. ábra: Elfejlődési utak a fősorozatról. A cefeidák néhány naptömeges tartományában jellegzetes hurkok vannak, így az instabilitási sávot többször is metszhetik (Lejeune & Schaerer 2001).

A klasszikus cefeidáknál tapasztalt folytonos (szekuláris) periódusváltozás a fejlődésből elméletileg meghatározott értékkel jó egyezésben van. Ez arra utal, hogy a megfigyelhető periódusváltozások főleg a csillagfejlődés következményei. Hasonló eredmények születtek több RR Lyrae és I. populációs törpecefeida, ill. nagy amplitúdójú δ Scuti csillagra. Az I. populációs törpecefeidák általában lassú, folytonos periódusváltozást mutatnak, míg a II. populációs törpecefeidák periódusa gyakran ugrásszerűen változik, ami fejlődéssel nem értelmezhető.

A pulzáló csillagok periódusváltozásának vizsgálata Magyarországon fő kutatási téma volt már az 1930-as évektől. A magyar csillagászok nemzetközileg igen elismert eredményeket értek el.

A hosszú periódusú változók (LPV) esetén is a periódus szorosan összefügg a csillag fizikai paramétereivel, a felszíni gravitációs gyorsulással vagy a tömeggel, a luminozitással és a sugárral:

$$\log R = 0.63 \log P + 1.08, \qquad (3.12)$$

ahol P (nap) a periódus, R (R_{\odot}) a sugár. Ez a képlet nagyon általános, a pulzáló csillagok szinte minden típusára egyszerre való illesztéssel készült (δ Scuti – mira), így egy-egy típusra nem pontos.

A vörös óriásoknál domináns konvekció, turbulens áramlások, az erős csillagszél, a lökéshullámok, a légköri molekulaképződés jelentősen befolyásolhatják a pulzációt. A legtöbb mira és félszabályos csillag periódusa nem stabil, hanem kisebb-nagyobb mértékben ciklusról ciklusra változik. Bár emiatt az O-C diagramjuk valós változások nélkül is hullámos lehet, az egészen nagy léptékű és lassú periódusváltozások (parabolikus O-C görbék) evolúciós eredetűek lehetnek.

A fényesség periódusváltozásának lehetséges okai

A periódusváltozások fő fajtái:

- folyamatos periódusváltozás (növekedés vagy csökkenés)
- hirtelen periódusváltozás (növekedés vagy csökkenés)
- ciklikus periódusváltozás
- sztochasztikus vagy bolyongásszerű periódusváltozás

Fedési kettőscsillagok

A csillagok több mint fele kettős vagy többes rendszerben található. A komponensek a közös tömegközéppont körül keringenek. Amennyiben a keringési síkhoz közeli a látóirányunk, részleges vagy teljes fedés történik, amely ideje alatt a kettőscsillag összfényessége lecsökken.



 $R_1 + R_2 \ge a \cos i$

3.40. ábra: A fedés létrejöttének geometriai feltétele (a: a pályasugár, i: a pályasík és a látóirányra merőleges közötti szög).



3.41. ábra: A fedési fénygörbe (animáció) (http://www.astronomy.ohio-state.edu/~pogge/TeachRes/Movies162/eclbin.gif).




3.44. ábra: Az, hogy mikor van főminimum és mellékminimum, attól függ, hogy a kisebb vagy a nagyobb hőmérsékletű csillag fedi a másikat (http://www.jimloy.com/astro/binary.htm).



3.45. ábra: Fedési fénygörbék (Cooper & Walker 1994)



3.46. ábra: A fedési kettősök 3 osztálya a fénygörbe alapján (http://astro.u-szeged.hu).



3.47. ábra: A mellékminimum főminimumhoz viszonyított fázisa az ellipszispálya nagytengelyének (apszisvonalának) irányától függ. A pálya elfordulását (apszisvonal vándorlást) ez alapján lehet kimutatni (Borkovits 2009).



3.48. ábra: A fedési fénygörbe alakját befolyásoló négy jelenség: részleges fedés, teljes fedés, árapálytorzulás, forró folt fényvisszaverődés (Kaufmann 1991).

A fedési kettősök osztályozása történhet a fénygörbe alapján:

• Algol (EA), β Lyr (EB), W UMa (EW) (3.46. ábra),

vagy a komponensek Roche-lebenyeinek kitöltöttsége alapján:

• elváló (D), félig elváló (SD), érintkező rendszer (C) (3.49. ábra).

A kontakt rendszereknél cirkumsztelláris, mindkét komponens körüli, közös gázfelhő alakulhat ki.



3.49. ábra: A fedési kettősök három osztálya a Roche-lebenyek kitöltöttsége alapján (Sterne und Weltraum 2008/12 alapján).

EGY SZOROS KETTŐSCSILLAG ÉLETE

Az Algol olyan kettőscsillag, amelynek a tagjai anyagot cseréltek. Ha a két csillag nem kettős hanem magányos csillag lett volna, mint például a mi Napunk, akkor az életük és fejlődésük teljesen másképpen alakult volna.

- Az Algol kezdetben olyan kettős rendszer volt, amelynek a nagyobbik komponense háromszor, a kisebbik pedig másfélszer akkora tömegű volt, mint a Nap.
- 2 A nagyobb csillag sokkal rövidebb idő alatt elégette a hidrogénkészletét, mint a társa, vörös óriássá növekedett, és kitöltötte a Roche-lebenyét. Elkezdte az anyagát a társába szivárogtatni.
- 3 A két csillag mostanra szerepet cserélt. Annak a csillagnak, amelyik kezdetben nagyobb volt, most kisebb a tömege, mint a Napnak, az eredetileg kisebb csillag tömege pedig elérte a 3,7-szeres naptömeget. Egy nagyon kis mennyiségű anyag még most is áramlik közöttük.
- 4 A jövőben a másik csillag is növekedni fog mindaddig, míg érintkezésbe nem kerülnek egymással, és összekeveredett anyaguk körbe nem vonja őket.



3.50. ábra: Az Algol paradoxon: a kisebb tömegű komponens előrébb tart a fejlődésben (Mitton & Mitton 1998).

Kettős rendszereknél, különösen a fedési kettőscsillagoknál gyakran tapasztaljuk a keringési periódus változását. Ennek számos oka lehet. Az 1. pontban látszólagos, a többiben valódi a periódus megváltozása:

- 1. Az O-C diagram hosszú ciklusú, szinuszos függvénnyel közelíthető. Ekkor a két legvalószínűbb magyarázat:
 - Ha a fő- és a mellékminimum O-C görbéje hasonlóan, de éppen ellentétes előjellel, alternálva változik, akkor ezt az excentrikus relatív pálya körbefordulása, az apszisvonal-vándorlás (klasszikus és/vagy relativisztikus) okozhatja.
 - Ha a fő- és a mellékminimum O-C görbéje hasonlóan, azonos előjellel, egyszerre változik, akkor ennek harmadik test által okozott fényidő-effektus (LITE) lehet az oka.
- 2. Ha legalább az egyik komponens F-K típusú csillag, akkor az gyakran mágneses aktivitást mutat. Az Algol típusú rendszerekben a periódusváltozás okaként a mágneses

aktivitási ciklust vélik magyarázatként. Arról van szó, hogy az aktív csillag alakja változik, így a gravitációs kvadrupólmomentuma is, ami kihat a keringési periódusra. Ilyenkor az aktív csillag luminozitása is változik a keringési periódus változásának periódusával megegyezően.

- 3. Tömeg és impulzusmomentum változása az L₂ belső Lagrange-pont mentén a mágneses fékeződés (magnetic braking) által.
- 4. Tömegátadás a komponensek között.
- 5. Tömegátrendeződés az egyik vagy mindkét komponens belsejében.

6. Tömegkiáramlás, tömegvesztés a kettős rendszerből.

A szoros kettőscsillagok nagyobb része periódusváltozást mutat.

A tömegátadás miatti periódusváltozás (van't Veer 1986):

$$\frac{\Delta P}{P} = \alpha \frac{\Delta m}{m} , \qquad (3.13)$$

ahol P a periódus, $m=m_1+m_2$ a két komponens össztömege, az α pedig tartalmazza a tömegarányt.

A kettős rendszer teljes impulzusmomentuma:

$$L = \frac{m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^{1/3}} \left(\frac{G^2 P}{2\pi}\right)^{1/3}.$$
 (3.14)

Ennek differenciálásával juthatunk el az α jelentéséhez:

$$\frac{\Delta P}{P} = 3\frac{\Delta L}{L} + \frac{\Delta m_1}{m_1} \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2} - 3\right) + \frac{\Delta m_2}{m_2} \left(\frac{m_2}{m_1 + m_2} - 3\right).$$
(3.15)

Konzervatív tömegátadás esetén ($\Delta L=0$, $\Delta m1 = -\Delta m2 = \Delta m$) a relatív periódusváltozás:

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{3(1-q^2)}{q} \frac{\Delta m}{m}, \quad \text{vagyis} \quad \frac{dm}{dt} = \frac{mq}{3P(1-q^2)} \frac{dP}{dt}, \quad (3.16)$$

ahol $q = m_2/m_1 (m_1 > m_2)$ a tömegarány.

Ha az anyag a kisebb tömegű komponensről a nagyobb tömegűre áramlik, akkor $\Delta m = \Delta m_1 > 0$, a periódus növekszik, ellenkező esetben csökken.

A tömegtranszfer hatásosságát a periódusváltozásra az

$$\alpha = \frac{3(1-q^2)}{q}$$
(3.17)

értéke adja meg. Ha a q=1, azaz a két komponens egyforma tömegű, akkor $\alpha=0$, nincs változás. A csökkenő tömegaránnyal monoton növekszik a hatás a periódus változására.

Rotáló változócsillagok

A rotáló csillagoknál a fényesség változása a tengely körüli forgásra vezethető vissza (Szabados 1989). Ide tartoznak az

- ellipszoidális változók,
 - foltos csillagok,
- mágneses változók,
- pulzárok.

Az ellipszoidális változók szoros kettőscsillagok, ahol a komponensek gravitációs hatása torzítja a csillagok alakját, ezért annak ellenére fényességváltozás lép fel, hogy fedés nem jön létre. Az árapályerő hatására a csillagok ellipszoid vagy tojás alakúak, hossztengelyükkel fordulnak egymás felé. Fényességváltozást okoz az is, hogy a csillagok felszíni hőmérséklete függ a sugártól, ezért a forgás során a látóirányba kerülő részek különböző felületi fényességűek. A komponensek közelsége miatt a keringési periódus általában 5 napnál rövidebb, az alatt két maximum és két minimum jelentkezik. A fényváltozás amplitúdója néhány század magnitúdó.



3.51. ábra: A ψ Ori ellipszoidális változó fázisdiagramja (Percy 2007).

A rotáló változók legnagyobb csoportja a foltos csillagok. A fényességváltozást az okozza, hogy a felszíni folt vagy foltok a tengely körüli forgás miatt különböző mértékben látszanak tőlünk. A foltos csillagok leggyakrabban kettős rendszerekben fordulnak elő.

A BY Draconis típusú csillagok emissziós K vagy M színképtípusú törpék (Szabados 1989). A fényváltozás amplitúdója néhány századtól néhány tized magnitúdóig terjedhet. A csillag forgási periódusa 1–100 nap közötti. A fénygörbe nem szigorúan periodikus, mert a foltok helye, mérete és fényessége változik. A BY Draconis csillagok egyben flercsillagok is, a fősorozatra való fejlődés állapotában vannak. A foltok jóval nagyobbak lehetnek, mint a Napon lévők. Ezen csillagok majdnem mindegyike kettőscsillag.

Az RS Canum Venaticorum típusú csillagokat két szubóriás komponens alkotja, F, G vagy K színképosztályú. A keringési periódus 0,5–100 nap közötti. Erős a kromoszferikus aktivitásuk, kitörések figyelhetők meg a rádió- és a röntgentartományban. A fedést is mutató RS CVn rendszereknél a fedési fényváltozáshoz képest a foltosságból származó hullám eltolódhat (migráció), ami a folt mozgására, illetve a differenciális rotációra utalhat. Számos foltos csillagnál kimutatható a 11 éves naptevékenységi ciklushoz hasonló aktivitásváltozás.

Az FK Comae típusú csillagok gyorsan forgó magányos óriások, nagyon erős folttevékenységgel.

A különleges (pekuliáris) A színképtípusú csillagok közül a mágneses változók szintén a rotálókhoz sorolhatók. Felszínükön gyakran a szokásostól nagyobb egyes kémiai elemek (pl. Si, Cr, Eu, Sr) előfordulása, innen a CP elnevezésük. Kis amplitúdójú fényváltozásukat a ferde rotátor modellel magyarázzák (a mágneses és a forgástengely nem esik egybe). A roAp csillagok ráadásul 5–20 perc közötti, ezred vagy század magnitúdós fényességváltozást mutatnak nemradiális pulzációjuk következtében.

A foltos csillagok modellezésénél alapvető bemenő paraméterek: a csillag forgási periódusa, a forgástengelyének látóiránnyal bezárt szöge, a foltok középpontjainak koordinátái, a foltok sugara és környezetükhöz viszonyított fényessége (hőmérséklete). A modellek eredményeit némi fenntartással kell kezelni, mivel tetszőleges fénygörbét a fotometriai mérési hibán belül 1-2 kör alakú folttal reprodukálni lehet (Kővári 2004).

A fotometriánál sokkal több és részletesebb információt kaphatunk a színképelemzés segítségével. A foltos csillagok színképvonalai változnak a forgás során, ugyanis a folt közeledik, majd távolodik hozzánk képest. A Doppler-képalkotással (Doppler-imaging) sokkal jobb felbontást kaphatunk a foltok eloszlásáról, mint a fotometriai foltmodellezéssel. A csillag felszínén az aktív területek fejlődése és a differenciális rotáció is sikeresebben vizsgálható.



3.52. ábra: Forgó foltos csillag (animáció, http://astro.u-szeged.hu).



3.53. ábra: Foltos fénygörbe és modellje (Frasca et al. 2009).



3.54. ábra: A fotometriai foltmodellezés: az észlelt fényváltozást (jobbra a folytonos vonal) a csillag felszínén elhelyezett foltokkal próbáljuk meg illeszteni (Kővári 2004).



3.55. ábra: Foltos csillagok modelljei (1995 IAU Symp. 176, poszterkötet borítója).



3.56. ábra: A színképvonal alakjának módosulása egy forgó csillag felszínén lévő folt következtében (szaggatott vonal a folt nélküli vonalprofil) (Kővári 2004).



3.57. ábra: A Doppler-képalkotás (Doppler-imaging) alapelve (Kővári 2004).



3.58. ábra: Folt miatt létrejövő vonalprofil-változás (animáció) (http://www.ast.obs-mip.fr/users/donati/press/images/movdi_low_70.gif).

Pulzárok

Az 1967-ben felfedezett pulzárok gyorsan forgó neutroncsillagok erős mágneses térrel (3.59. ábra). A forgás- és a mágneses tengely nem esik egybe, ezért a mágneses tengely precesszál (ferde rotátor). A mágneses tengely mentén két irányban felgyorsuló, kifelé mozgó elektromos töltések sugároznak egy szűk térszögben. Ezen nyalábok (jetek) mentén erős sugárzás történik a rádió-, sok esetben a látható, a röntgen- és a gammatartományban is. Amikor a forgás során felénk mutat a jet, felvillanni látjuk a pulzárt. Az impulzusok közötti idő, ami a forgási periódusnak felel meg, 0,001 és néhány másodperc közötti. A legtöbb pulzár atomóra pontossággal sugározza az impulzusokat. Ez a periódusidő a csillag korával nagyon lassan változik, növekszik, mert lassul a pulzár forgása.



3.59. ábra: Pulzár modellje (http://universe-review.ca/F08-star.htm).

Eddig kb. 2000 pulzárt fedeztek fel. Mintegy 10 %-uk kettős rendszerben található, a keringési periódus 90 perc és 5,3 év közötti. A pulzárnak a kettős rendszer tömegközéppontja körüli keringése során változik a felénk mutató, radiális sebessége, ezért a Doppler-effektus szerint periodikusan változik az impulzusok közötti idő. Éppen ez a látszólagos moduláció vezethet a kettősség felfedezéséhez. Így találtak számos kettős neutroncsillagot (pulzár-fekete lyuk kettős még nincs, de két pulzárt tartalmazó rendszer van), sőt néhány pulzár körül exobolygókat. A kettősség a tömeg meghatározását is lehetővé teszi, a neutroncsillagok többnyire 1-2 Nap-tömegűek, átlagosan 1,4 M_☉. Az öreg milliszekundumos pulzárok mind kettősben vannak, az átszívott és rájuk hulló anyag pörgeti fel őket. A neutroncsillag kettősök esetében számos relativisztikus effektus figyelhető meg, mint például a periasztron-vándorlás, vagy a gravitációs hullámok kibocsátása miatti energiavesztés, egymáshoz való közeledés.



3.61. ábra: Pulzárok periódus-periódusváltozás diagramja kor és mágnesség vonalakkal. Jobbra fenn a sárga csillagok nagy energiájú magnetárok. A kettős pulzárok jele körül kör van. A milliszekundumos pulzárok balra lenn, a felpörgés vonal alatt találhatók (http://www.atnf.csiro.au).

Eruptív változócsillagok

Az eruptív változók fényváltozását a légkörükben, a kromoszférájukban és a koronájukban lejátszódó heves folyamatok, kitörések okozzák (Szabados 1989). Az eruptív jellegű változások szabálytalanok, és általában a fiatal csillagokra jellemzőek.

Az Orion-változók szabálytalan fényváltozást mutatnak, többnyire fényes vagy sötét diffúz ködökkel állnak kapcsolatban (Kiss, Mizser, Csizmadia 2006). A HRD-n a fősorozaton vagy a szubóriás területen helyezkednek el. Fiatal objektumok, többségük a fejlődése során éppen nullkorú fősorozati csillaggá válik. Az Orion-változók jele: IN. A gyors fényváltozású csillagok jelölése: INS.

INA: korai (B-A) színképosztályú Orion-változók. Hirtelen, meredek fényváltozások jellemzik őket.

INB: közepes vagy késői (F-M) színképosztályú Orion-változók. A szabálytalan fényváltozás mellett flereket is mutathatnak.

INT: T Tauri típusú Orion-változók. Színképük Fe-Me közötti. Mindig diffúz ködben találhatók. A fényes emissziós vonalak rendszerint P Cygni-profilt mutatnak (3.76. ábra), ami anyagkiáramlásra utal. Gyakran T asszociációkban fordulnak elő (Szabados 1989). Még nem érték el a fősorozatot. A T Tauri állapot után a flercsillag időszak következik.

A flercsillagok K-M színképtípusú, emissziós törpecsillagok. A fler rövid idő alatt lejátszódó kitörés (3.62. ábra). A kifényesedés – ami az épp észlelhetőtől hat magnitúdóig terjedhet – néhány másodperc vagy perc alatt történik, az ezt követő elhalványodás sokkal lassúbb. A fler amplitúdója ultraibolyában a legnagyobb. A kitörések véletlenszerűen következnek be. Több, egymást kiváltó fler esetén a fényváltozás bonyolult, "tarajos". A flercsillagok asszociációkban és fiatal nyílthalmazokban nagy számban fordulnak elő.

A fősorozat előtti (PMS: pre main sequence) fiatal csillagoknál (YSO: young stellar objects) általános, hogy egy ideig anyagkorong veszi körül. A korongból a csillagra való anyagáramlás, akkréció egy időben megnövekedhet, ami a csillag felfényesedésével jár. Az ilyen, nagymértékű kitöréseket két csoportba sorolják: fuor és exor. Eddig csak pár tucat ilyen objektumot ismerünk.

Az FU Orionis ("fuor") csillagok T Tauri csillagokból fejlődnek ki. Néhány hónap alatt akár 6 magnitúdót fényesednek, a színképük vörös törpe helyett A-G típusú lesz. Hosszú ideig, akár évtizedekig tarthat a kifényesedés, a színképet főleg abszorpciós vonalak jellemzik. Az EX Lupi ("exor") csillagoknál kisebb mértékű (2-3 mag) a fényességnövekedés és hónapokig, legfeljebb néhány évig tart, a visszahalványodás hónapok vagy évek alatt megy végbe. A színképet emisszió jellemzi.

Az R Coronae Borealis csillagoknál egészen másfajta eruptivitás figyelhető meg. Hidrogénben szegény, de héliumban és szénben gazdag légkörű csillagok. Szuperóriások, felszíni hőmérsékletük sokféle lehet, B és R színképtípus között szinte minden előfordul. A fényesség sokáig, néha évtizedekig közel állandó, majd váratlanul gyors csökkenés következik, amelynek mértéke 1-9 magnitúdó (Kiss, Mizser, Csizmadia 2006). A minimum hossza változó, néhány héttől több ezer napig terjedhet (3.63. ábra). A leszálló ág meredekebb a felszálló ágnál, ami viszont többlépcsős lehet. Az R CrB jelenség magyarázata az lehet, hogy a csillagtól távolodó, szénben gazdag gázfelhők lehűlése során szénszemcsék, porszemek kondenzálódnak ki. Az így kialakuló héj nagyon hatásos fényelnyelő közeg, létrejötte idején csökken le a csillag látszó fényessége. További tágulásával a héj átlátszósága nő, így lassan visszatér a csillag eredeti fényessége. A R CrB csillagok egy része pulzációt is végez (pl. RY Sgr, P=40 nap, A=0,6 mag). A pulzáció és a nagy elhalványodások között nincs kapcsolat.



3.62. ábra: A Wolf 424 jelű csillag négy, egymást követő flerje. A kitörések a magas hőmérséklet miatt az U szűrőn át a legfényesebbek (Kelemen 1987).



3.63. ábra: Az R CrB 35 év hosszú fénygörbéje (Kiss 2004).

Kataklizmikus változócsillagok

Az eruptív változókhoz hasonlóan a kataklizmikus csillagoknál is a kitörés a fő jellemző, de utóbbiaknál sok nagyságrenddel nagyobb energia szabadul fel (Szabados 1989). E kitörések során fúziós robbanás történik vagy a csillag felszínén (pl. nóvák), vagy a csillag belsejében (szupernóvák).

A kataklizmikus változók mindegyike kölcsönható kettőscsillag (kivéve a kollapszár szupernóvákat). A kettős rendszer főkomponense fehér törpe, a mellékkomponens pedig vörös óriás (SN Ia, nóvák és szimbiotikus csillagok) vagy kis tömegű, fősorozati csillag (törpenóvák). A mellékkomponens teljesen kitölti a Roche-tartományát, és az L₁ belső Lagrange-ponton keresztül anyagot ad át a főkomponensnek (Csák, Kiss, Vinkó 2007). Az átáramló gáz nem hullik azonnal a fehér törpe felszínére, hanem akörül keringve egy anyagbefogási (akkréciós) korongot hoz létre. A anyagáram e korongba ütközve lelassul, energiája hővé alakul, ezért ott egy forró folt jön létre (3.64. ábra). Ha a fehér törpének erős mágneses tere van, akkor nem alakul ki akkréciós korong, az anyag közvetlenül a főkomponensre hullik (ezek a polárok, 3.65. ábra).

A kataklizmikus változókhoz tartoznak a szupernóvák, a nóvák, a törpenóvák és a szimbiotikus csillagok (a kitörés energiájának csökkenő sorrendjében).



3.64. ábra: Kataklizmikus változó modellje (Kiss, Mizser, Csizmadia 2006).



3.65. ábra: Modell akkréciós koronggal és anélkül (polár) (http://space-art.co.uk).

		PROF	ERTIES OF CAT	ACLYSMIC VARIABLES	5	
Type	Absolute magnitude (quiescent)	Outburst amplitude (mags.)	Recurrence time	Cause of outbursts	The two stars	Mass transfer (approximate solar masses/yr.)
Novae	+5	9 to 14 or greater	104 to 105 years?	Ignition of hydrogen on white dwarf's surface	Main sequence + white dwarf	Lobe overflow 10-9
Dwarf novae	+10	2 to 6	10 days to several years	Change in mass-transfer rate or disk structure	Main sequence + white dwarf	Lobe overflow 10^{-10}
Novalike variables	+5 to +10	Irregular	-	Change in mass-transfer rate or disk structure	Main sequence + white dwarf	Lobe overflow 10^{-10} to 10^{-9}
Polars	+5 to $+10$	Irregular	-	Change in mass transfer or accretion pattern	Main sequence + magnetic white dwarf	Lobe overflow 10^{-10} to 10^{-9}
Recurrent novae	+2	7 to 9	10 to 100 years	Ignition of hydrogen on white dwarf's surface	Red giant + white dwarf	Lobe overflow 10 ⁻⁶
Symbiotic stars	0 to +4	Irregular		Changes in accretion pattern	Red giant + white dwarf	Stellar wind 10 ⁻⁷

3.4. táblázat: Kataklizmikus változók tulajdonságai (Sky and Telescope 2005/11).

A szimbiotikus változók esetében a színkép kombinált, egy hűvös csillag abszorpciós vonalait, sávjait és magasan gerjesztett emissziós vonalakat is mutat. A Z Andromedae típusú szimbiotikus változók szoros kettős rendszerek, amelyek egy forró szubtörpéből és egy hideg óriás kísérőből állnak (Kiss, Mizser, Csizmadia 2006). Mindkét csillagot egy vagy több közös héj vagy gázkorong veszi körül, amelyek forrása a vörös óriás.

A Z And típusú csillagok fényváltozása igen összetett. Eredete lehet a közös héjak átlátszóságának változása, illetve mindkét komponens fényességingadozása. A vörös óriás pulzálhat, a forró törpe anyagbefogásában változások lehetnek. Minden egyes ide sorolt csillag különleges, egyedi eset. A CH Cygni esetében is sokféle változás jelentkezik. A Kepler űrtávcsővel az eddig nem ismert, kis amplitúdójú, néhány napos hullámok is kimutathatók lettek, ezek magyarázata még várat magára.



3.66. ábra: A CH Cygni fénygörbéje (Kiss 2005).

Törpenóvák

A törpenóvák ismétlődő kitöréseket mutatnak, amelyeknek amplitúdója 2-6 magnitúdó. A kitörések időtartama néhány naptól 20 napig terjed, a kitörések 20-300 naponként ismétlődnek.

A törpenóvák rövid keringési periódusú (80 perc és néhány óra közötti), szoros kettőscsillagok. A fehér törpe társa egy K-M törpe vagy szubóriás csillag. A hűvös komponens kitölti a Roche-térfogatát és a belső Lagrange-ponton anyagot ad át a fehér törpének. A főkomponens fehér törpe mágneses tere gyenge, az átáramló gáz egy akkréciós korongot alkot körülötte. A törpenóvák kitöréseit az okozza, hogy az akkréciós korong külső részeiben ciklikus, hirtelen sűrűségváltozások lépnek fel. Az anyag folyamatosan gyűlik a korongban, amikor azonban elér egy kritikus mennyiséget, akkor instabillá válik, és hirtelen ráhullik a fehér törpe felszínére. Az összezuhanás közben felszabaduló potenciális energia fűti fel a korongot, és okozza a rendszer hirtelen felfényesedését (Csák, Kiss, Vinkó 2007). A nóvák és a törpenóvák kitörései között az a különbség, hogy az utóbbiaknál nem történnek fúziós robbanások és anyagledobódások.

A törpenóváknál a kitörések mellett gyors, véletlenszerű változás, a "flickering" is megfigyelhető. Ennek periódusa másodperces-perces nagyságrendű, amplitúdója pedig század-tized magnitúdó. A flickering forrása lehet a forró folt, a korong egyes részei, de a fehér törpe felszíne is.

Gyakoriak még a 8-40 s periódusú, nagyon kis amplitúdójú törpenóva-oszcillációk (DNO), valamint a nagyobb amplitúdójú, de instabil, változó periódusú kváziperiodikus oszcillációk (QPO). Ezeknek a fényváltozásoknak az oka még nem tisztázott.

A fénygörbén sok esetben egy púp is megjelenik, amelyet a forró foltnak a látóirányunkba történő befordulása okoz.

A törpenóvákat négy csoportba soroljuk: UGSS, UGSU, UGZ, UGWZ (3.67. ábra).

Az UGSS csillagok SS Cygni típusú változók, fényességük 2-6 magnitúdót nő egy-két nap alatt, majd néhány vagy tízegynéhány nap után elhalványodnak az eredeti fényességre. A felfényesedési ciklushossz tíztől néhány ezer napig terjed (Kiss, Mizser, Csizmadia 2006).

Az UGSU csillagok prototípusa az SU UMa, ezek 2 óránál rövidebb keringési idejű szoros kettős rendszerek. Fénygörbéjükön minden 3-10. ciklusban a szokásos maximumoknál 1-2 magnitúdóval fényesebb, és több mint ötször hosszabb ideig tartó szupermaximumokat figyelhetünk meg.

Az UGZ csillagok Z Camelopardalis típusú változók, ciklushosszuk 10-40 nap, amplitúdójuk 2-5 magnitúdó. Időnként a maximum után nem térnek vissza minimumba, hanem egy közbülső szinten, közel állandó fényességen maradnak több ciklusidőn keresztül (standstill).

Az UGWZ csillagok névadója a WZ Sagittae. Ezek a változók ritkán, de nagy amplitúdójú (6-8 magnitúdós) kitöréseket mutatnak, a maximun után sokszor kisebb utókitörések láthatók.



3.67. ábra: A törpenóvák három altípusának képviselői: az SS Cyg (UGSS), a Z Cam (UGZ), és az SU UMa (UGSU) fénygörbéje az AAVSO adatbázisából (Csák, Kiss, Vinkó 2007).

Nóvák

A nóváknál a fehér törpe kísérője K-M típusú óriáscsillag. A robbanásszerű kifényesedést a fehér törpe felszínén beinduló termonukleáris reakció okozza. Az átáramló anyag felgyülemlik az akkréciós korong alján, ahol a nyomás és a hőmérséklet egyre nő. Ez olyan értéket érhet el, amikor beindul a H-He fúzió. A csillagon bekövetkező robbanás lefújja a felszíni réteget, ez a gázhéj akár néhány ezer km/s sebességgel tágulhat. A kitörés során a fényességnövekedés változatos, 7-19 magnitúdó lehet. A felszálló ág általában néhány napig tart, a maximum után a nóva lassan halványodik vissza az eredeti szintre.

Az elhalványodás ütemét t_2 és a t_3 időtartammal jellemzik, ami a 2 és a 3 magnitúdó fényességcsökkenést jelenti a maximum után (3.69. ábra). Ennek alapján csoportosíthatjuk

nóvákat. NA-val a gyors nóvákat jelöljük, amelyek 100 napnál hamarabb halványodnak 3 magnitúdót. A lassú nóvák az NB alosztályba tartoznak, ezeknél $t_3>150$ nap. Az NC csillagok nagyon lassan halványodnak az akár több évig tartó maximum után.

A kitörés után a folyamat kezdődik elölről: beindul a tömegátadás, kialakul az akkréciós korong, és a fehér törpe felszíne újra melegedni kezd (Csák, Kiss, Vinkó 2007). A modellek szerint a nóvakitörések mintegy 10000 évente ismétlődhetnek. Néhány csillag esetében 10-50 évente figyelhető meg robbanás, ezeket visszatérő (rekurrens, NR) nóváknak nevezzük. E jelenséghez a modellek szerint nagy tömegű (>1,3 M_☉) fehér törpe és jelentős mértékű (>10⁻⁸ M_☉/év) tömegátadás szükséges. A Tejútrendszerben mindössze 9 visszatérő nóvát ismerünk, a Nagy Magellán-felhőben kettőt. A legtöbb megfigyelt kitörést az RS Ophiuchi (6), az U Scorpii (6) és a T Pyxidis (5) produkálta.



3.68. ábra: Nóva megjelenése (2 kép animálva, http://www.bav-astro.de/eruptive/sterne/pscty.shtml).



3.69. ábra: Tipikus gyors nóva fénygörbéje. A t₂ és a t₃ időtartam a 2 és a 3 magnitúdó fényességcsökkenést jelenti a maximum után (Gőgh 2002).

Szupernóvák

A szupernóváknál sokkal nagyobb a felfényesedés, mint a nóváknál. A kitörés mértéke legalább 20 magnitúdó, abszolút fényességük maximumban -16 és -21 magnitúdó közötti. Fénygörbéik (3.70. ábra) és színképeik (3.71. ábra) szerint két fő csoportba sorolhatók.

Az SN I típusúak fénygörbéje egyforma, hasonlít a gyors nóvákéra. Az elhalványodás először gyors (25-40 nap alatt mintegy 3 magnitúdó), majd lassú, egyenletes (60-70 nap alatt 1 magnitúdó). Színképükre a hidrogén hiánya a jellemző.

Az SN II típusúak fénygörbéje nagyon változatos, halványodásuk lassabb, ennek során platók, púpok jelenhetnek meg. Színképükben vannak hidrogénvonalak.



3.70. ábra: Szupernóva-típusok jellemző fénygörbéi (Sterne und Weltraum 2011/3 alapján).



3.71. ábra: A szupernóvák fontosabb típusai a színkép alapján (Turatto 2003).

Az la típusú szupernóvák szoros kettős rendszerek. Egy fehér törpe és egy késői óriás (single-degenerate, SD), vagy – az újabb elképzelések szerint – két fehér törpe alkotja (double-degenerate, DD). Az óriásról átáramló anyag a fehér törpe tömegét folyamatosan

növeli. Amikor ez eléri a Chandrasekhar-határt, az 1,4-1,5 M $_{\odot}$ értéket, akkor a fehér törpe felrobban (az elektrongáz elfajultsága megszűnik, már nem tart egyensúlyt a gravitációs összehúzó erővel). Abból, hogy ezek szerint egyforma állapotú fehér törpék felrobbanásáról van szó, arra következtettek, hogy az Ia szupernóvák ugyanolyan mértékben fényesednek ki, az abszolút magnitúdójuk maximum idején egyforma, azaz standard gyertyaként ideális objektumok távolságmeghatározásra. Ezáltal nagy jelentőségűek kozmológiai szempontból. Részben éppen a nagyon távoli Ia szupernóvákra alapul a gyorsulva táguló univerzum modellje, illetve az ezt magyarázó sötét energia elképzelés. Két dolog miatt is nagyon óvatosan kell kezelni a standard gyertyaként való alkalmazásukat. Újabb vizsgálatok szerint ha a fehér törpének erős mágneses tere van,

akkor a Chandrasekhar-határ nagyobb, elérheti akár a 2,5 M $_{\odot}$ értéket is. Másrész számos Ia szupernóva megfigyeléséből arra lehetett következtetni, hogy két kisebb tömegű fehér törpe összeolvadásából jöhetett létre a robbanás (3.75. ábra). Az egyik legnehezebb probléma éppen az előd objektum (a progenítor) azonosítása, esetleg korábbi képeken való megtalálása.

Az Ia szupernóvák lassú halványodási üteme (0,01 magnitúdó/nap) nagyon hasonló. Jól lehet magyarázni azzal a fűtési mechanizmussal, amit a robbanáskor keletkező 56-os tömegszámú radioaktív nikkel bomlása során felszabaduló energia okoz (3.72. ábra).



3.72. ábra: A szupernóvák robbanása során létrejött Ni bomlása (Sterne und Weltraum 2011/3 alapján).

A II-es típusú szupernóvák nagy tömegű (M>8 M_{\odot}) magányos csillagok gravitációs kollapszusa során bekövetkező robbanások. A csillag magjában a fúzió már eljutott a vasig, további energiatermelés már nincs, a gáznyomás nem tud ellenállni a gravitációs összehúzódásnak. A mag mintegy 5·10⁹ K hőmérsékletre hevül fel. Ekkor a nagy magok a gammafotonok hatására fotodisszociációval szétdarabolódnak, ami hatalmas energiaelnyelődéssel jár. A részecskék hőmozgása, a nyomás lecsökken, a csillag belseje összeomlik a gravitációs erők hatására (3.73. ábra). A összeomlás során a sűrűség növekszik, az elektronok protonokkal egyesülve neutronokat és neutrínókat hoznak létre. Végül a csillag magjában egy neutroncsillag jön létre. A külső héjak rázuhannak a magra, majd hatalmas lökéshullámokat keltve visszaverődnek róla és nagy sebességgel szétszóródnak.



3.73. ábra: Az SN II kollapszus négy fázisa. 1: a mag kollapszusa, 2: megindul a külső mag összeomlása, 3: visszaverődés a magról, lökéshullám indul kifelé, a külsö rétegek befelé hullanak, 4: a magban neutroncsillag jön létre, a lökéshullám terjed a felszín felé, a külső réteg ledobódik (Astronomy 2005/10).

A szupernóváknál különösen nagy szerepe van a színkép vizsgálatának (Vinkó és mtsai 1998, 2001). Eleve a típusba sorolás is ez alapján történik, de akár a távolság is meghatározható a táguló fotoszféra módszerrel.

Az utóbbi években számos különleges szupernóvát figyeltek meg. Ilyenek például a kis fényteljesítményű (maximumban 5-6 magnitúdóval halványabb) robbanások, az ún. szupernóva imposztorok (Vinkó 2013). Ezek valószínűleg szokatlanul fényes nóvák vagy fényes kék változók (LBV) óriáskitörései.

A 2000-es évek közepén fedezték fel az első szuperfényes szupernóvákat (SLSN), amelyek csúcsfényessége meghaladta a -21 magnitúdót (Vinkó 2013). Ezek fizikai magyarázatára felvetődött a "pár-instabilitás" modell. Nagyon nagy tömegű (M>100 M_{\odot}) csillagok forró magjában a gammafotonok elektron-pozitron párokat képesek kelteni. Ez energiavesztéssel, a sugárnyomás és a hőmérséklet csökkenésével jár, ezáltal a csillag magja összeomolhat. Egy másik, talán jobb modell a szokványos szupernóva-robbanás után egy magnetárt feltételez. A neutroncsillag szupererős mágneses tere és a ledobott forró plazma csatolódása fékezi a magnetár forgását, ezzel fűtve az anyagfelhőt.

A kataklizmikus változócsillagokkal, különösen a szupernóvákkal kapcsolatban nagyon sok még a nyitott kérdés, így az asztrofizika egyik élvonalába tartozó kutatási terület.



3.74. ábra: A két fő szupernóva típus szemléltetése.



3.75. ábra: Szupernóva modell két fehér törpe összeolvadásával (video: http://www.nasa.gov/mov/116648main_CollidingWdwarves.mov).



3.76. ábra: P Cygni színképvonalprofil kialakulása táguló gázhéj esetén (Gőgh 2002).

3.5.	táblázat:	Megfigyelt	szupernóvák	a Tejútrer	ndszerben (Ceman &	Pittich 2004)	
------	-----------	------------	-------------	------------	-------------	---------	---------------	--

GALAKTIK	JS SZUPERNÓVÁK			
A fellobbanás éve	Csillagkép	Maximális fényesség (^m)	Láthatósága (hónap)	Megfigyelés helye
185	Kentaur (Centaurus)	-8	20	Kína
393	Skorpió (Scorpius)	0	8	Kína
1006	Farkas (Lupus)	-9,5	>30	Kína, Japán, Európa, Arábia
1054	Bika (Taurus)	-5	22	Kína, Japán
1181	Cassiopeia (Cassiopeia) 0	6	Kína, Japán
1572	Cassiopeia (Cassiopeia) -4	18	Kína, Európa (Brahe)
1604	Kígyótartó (Ophiuchus)	-2,5	12	Kína, Európa (Kepler)

Az O-C diagram módszer

A periódusváltozás kimutatásának fő módszere sokáig az O-C diagram vizsgálata volt. A diagram: az idő függvényében a megfigyelt (O=observed) és a számolt (C=calculated) fénygörbemaximum (pulzálóknál) vagy minimum (fedési kettősöknél) időpontértékek különbségének ábrázolása (pl. Sterken 2005).

Az egyenessel illeszthető O-C diagram állandó periódust jelent, a parabola lineárisan változó (a felfelé nyíló növekvő, a lefelé nyíló csökkenő) periódusra, a ciklikus pedig ciklikus periódusváltozásra utal. Két, egymást metsző, különböző meredekségű egyenes esetén két, különböző periódusértékről van szó, a hirtelen periódusváltozás a két egyenes metszésének időpontjában következett be.



3.79. ábra: O-C diagramok.

Az, hogy mivel illesztjük az O-C diagramot, nagyon fontos, hiszen a periódusváltozás léte és magyarázata ettől függ. Gyakori eset, hogy valaki metsző egyenesekkel, más kutató pedig parabolával közelíti ugyanazt az O-C görbét. Az első hirtelen periódusugrást, a másik folyamatos periódusváltozást jelent, amelyek mögött persze radikálisan eltérő fizikai magyarázat rejlik.



3.80. ábra: A Z Tau O-C diagramja.

Általában az O-C diagramot egy korábbi cikkben megadott periódussal és epochával számolják, és nem próbálják változtatni a fénygörbe szélsőértékének C kalkulált időpontjait azáltal, hogy a kiszámolásukhoz használt periódus többféle értékét használnák.

$$C = T_0 + PE$$
, (3.18)

ahol T_0 egy kezdő szélsőérték időpont (epocha), P a periódus és E a ciklusszám.

Ha a periódus lineárisan változik, akkor az O-C parabola:

$$C = T_0 + PE + \frac{1}{2}\beta E^2 , \text{ abol } \beta = P\frac{dP}{dt} .$$
(3.19)

A dP/dt periódusváltozás mértékét változatos egységekben szokták megadni: nap/ciklus, nap/nap, nap/év, másodperc/évszázad.

Egy fontos dologra felhívjuk a figyelmet, amit a kutatók sem nagyon ismernek és alkalmaznak. Arról van szó, hogy más-más periódussal készítve az O-C diagramot, ránézésre más alakú, menetű, jellegű lesz a görbe. A 3.81. ábra erre mutat példát. A felső és az alsó diagram két, egymást metsző egyenessel, míg a középső inkább egy lefelé nyíló parabolával illeszthető. Tehát rendkívül vigyázni kell az O-C diagram elkészítésénél és az abból levont következtetéseknél.

Az O-C módszer lényegében csak monoperiodikus jelek vizsgálatára alkalmas. Az O-C diagram értelmezésénél óvatosan kell eljárni, ha a csillag többszörös periodicitású, vagy a periódus véletlenszerűen ingadozik. Ilyen esetekben ciklusok jelenhetnek meg az O-C görbén, amelyek hamisak, nem valós változások következtében jönnek létre. Többszörös periódus esetén egy-egy periódus szerint O-C diagramot úgy érdemes készíteni, hogy előtte a többi periódussal fehérítjük az adatsort. Ez viszont megint csak problémás, ugyanis a periodikus komponensek fázisa csak kis pontossággal határozható meg.



3.81. ábra: Az RZ Cas Algol típusú fedési kettős O-C diagramjai három módon számolva (Hegedüs, Szatmáry, Vinkó 1992).

A továbbiakban még néhány példát mutatunk O-C diagramokra.



3.82. ábra: Az AU Peg II. populációs cefeida O-C diagramja periódus növekedésre utal (Vinkó, Szabados, Szatmáry 1993).

Az AU Peg az egyik legrövidebb periódusú kettős (P_{orb}=53,3 nap), az árapályerőknek jelentős szerepe lehet. Azt találtuk, hogy a periódus növekedése JD=2448000 körül megállt, sőt 2-3 ezred napot csökkent.



3.83. ábra: A TU UMa RR Lyrae típusú változócsillag O-C diagramja parabola és LITE illesztéssel (Kiss, Szatmáry, Gál, Kaszás 1995). A pálya lapultságára túl nagy érték adódott (e > 0,9). A feltételezett kettősség még nem igazolódott be.



3.84. ábra: Az SZ Lyn δ Scuti típusú csillag O-C diagramja, parabolikus trenddel és LITE görbével illesztve. Ez a csillag a legszebb példa a lassú periódusváltozás és a kettősség miatti fényidő-effektus egyszerre megjelenésére (Derekas et al. 2003).



3.85. ábra: A MACHO J050918.712-695015.31 RR Lyrae típusú csillag O-C diagramja az OGLE III adatok alapján. A ciklikus periódusváltozás nyilvánvaló. A kettősséggel való (60 M_☉ tömegű kísérőt feltételez a nagy amplitúdó) és a mágneses aktivitással való magyarázat sem igazán jó





3.86. ábra: A VW Cep kontakt fedési kettős O-C diagramja és a rá illesztett parabola (balra). A parabola levonása után a reziduál (jobbra), harmadik test által okozott LITE görbékkel illesztve (Kaszás, Vinkó, Szatmáry, Hegedüs, Gál, Kiss, Borkovits 1998).

A VW Cep W UMa típusú fényes kettőscsillagot sokan és sokat mértük (P=0,27831 nap; <V>=7,5 mag; A_V=0,2 mag). A szegedi 40 cm-es távcsőnek az egyik első célpontja volt. Összegyűjtöttük az összes elérhető minimumidőpontot, és elkészítettük az O-C diagramot (3.86. ábra). A nagyléptékű parabolikus trendet – ami folyamatos perióduscsökkenésnek ($\Delta P/P = -5,8\cdot10^{-10}$) felel meg – levontuk. A maradékot (reziduált) egy LITE görbével illesztettük (P_{orb} = 30,89 év; *a sini* = 277 $\cdot10^6$ km; *e* = 0,431; ω = 221,4°), ami harmadik komponens létére utal. Látható, hogy a LITE görbe nem illeszkedik igazán jól az adatokra, és Hershey (1975) asztrometriai adataival sem esik egybe az elvárható pontossággal. A LITE és az asztrometriai megoldás között amplitúdóeltérés van, a kettő különbsége pedig két újabb ciklushosszra utal. Az eltérésre olyan magyarázatokat vetettünk fel, hogy a főkomponens felszíni mágneses aktivitási ciklust (kb. 7 év), foltosságot mutat, valamint a 3. komponens árapályereje perturbálhatja a periódust. A VW Cephei az egyik legtöbbet és legalaposabban vizsgált kontakt fedési kettőscsillag. Periódusváltozásának elemzésére érdemes lesz visszatérni néhány év múlva, amikor már újabb 30-éves hullámmal bővül az O-C görbe.

Periódusmeghatározó módszerek

Nagyon sok csillagnak van valamilyen időben változó tulajdonsága. Legtöbbször a fényesség, a radiális sebesség vagy a spektrum jellemzői (pl. színképvonalprofil) változnak. Ezek alapján osztályozzák a csillagokat, és a változások okának felderítése után lehetővé válik fizikai paramétereik meghatározása, szerkezetük és fejlődésük tanulmányozása (Szatmáry 1994).

Az időben változó adatokat gyakorlatilag soha nem tudjuk folyamatosan nyomon követni. A megfigyelési adatsorok csak igen ritkán egyenletesen mintavételezettek (talán csak az újabban munkába állt automata távcsöveknél, ott is csak 1-1 éjszakán belül). Sokszor a változócsillagok adataiban szezonális űrök vannak, mivel a láthatóságuk egy megfigyelőhelyről egy év során eltérő lehet. Megemlítendő a távcsőidőhöz jutás gyakran nem egyenletes volta, és a Hold fázisainak (telihold időszaka nem kívánatos) hatása. Végül a legfontosabb: az időjárás szinte jósolhatatlan, az ég derültsége, nyugodtsága, páratartalma miatt adatsoraink gyakorlatilag tele vannak különféle hosszúságú űrökkel. (Az angol nyelvű szakirodalom több szinonim kifejezést is használ az egyenetlen adatsorozatra: irregularly measured, unequally spaced, unevenly sampled, unequidistant, nonequidistant time series.)

Ugyanakkor az is igaz, hogy a nagyon szabályosan eloszló űrök igen erős "aliasing" problémát okoznak, azaz sok nagy amplitúdójú hamis csúcs jelenik meg a frekvencia-spektrumban. A tapasztalat szerint a közel egyenletesen megszakított adatsoroknál fellépő "pseudo-aliasing" igen megnehezíti a valódi periódus kiszűrését.

Mivel a mért adatokból való következtetésekhez alapvetően szükséges a periodicitás ismerete, nem véletlenül született óriási irodalma az idősorok analízisének. A csillagászat mellett sok más tudományág is igényli e módszereket (pl. geofizika, meteorológia, akusztika, biológia, orvostudomány). Az asztrofizikában nem laboratóriumi méréseket végzünk, sok minden szétszaggathatja az adatsort, ezért a kényszerűség miatt is a periódusanalízis tekintetében vezető szerepet játszik a csillagászat.

A változócsillagokat kutató csillagászok a lehető legpontosabban szeretnék meghatározni a periódusokat. Ez alapfeltétele annak, hogy a periódusok hosszú távú változását vizsgálhassák. Fontos mindig megbecsülni a változási ciklus értékének hibáját is. Igen lényeges a többszörös periodicitás kimutatása is, különösen a pulzáló változóknál, ugyanis ekkor a modellek alapján biztosabb lehet a módusok azonosítása.

A változócsillagok periódusa tág határok között mozoghat. Előfordul néhány perces (ZZ Ceti és roAp típus) és néhány ezer napos (mira és SR típus) változási ciklushossz is. Az amplitúdó szintén igen változatos lehet, a megfigyelhetőség határán lévő ezred magnitúdótól a több magnitúdós értékig. Ha a jel/zaj viszony kicsi, különösen fontos a megbízható periódusmeghatározási módszer megtalálása és alkalmazása.

A legkisebb négyzetek módszere

Régebben a változócsillagok periódusát, főleg a hosszú periódusú pulzálókét, a legkisebb négyzetek módszerével keresték, lerögzítve valahol a fázis értékét (pl. a maximumban). A többszörös periodicitást és a periódusváltozást ez az eljárás nem tudta kezelni. Az itt fellépő hibákat már 1934-ben (!) Sterne közölte, csak éppen sokáig feledésbe merült.

Autokorreláció és maximum entrópia módszer (MEM)

Ezeket a módszereket aránylag ritkán használják a változócsillagok esetében, mivel egyenközű adatsort igényelnek. Ha az űrök csak rövidek (a periódusnál kisebbek), interpolációval pótolni lehet a hiányzó adatokat. Azonban ez mégiscsak egy "mesterséges" fénygörbéhez vezet, így sokan nem használják. A MEM aránylag bonyolult algoritmusa

sem vonzó, matematikailag messze nem olyan világos, mint pl. a Fourier-módszer. Ugyanakkor a MEM spektrum sokkal élesebb csúcsokat szolgáltat, a frekvencia meghatározása pontosabb, mint a többi technikánál.

Sztringhossz-módszer

A "string length method" a próbaperiódusokra a fázisdiagram pontjai törött vonallal való összekötésén alapul, ennek minimalizálásával keresi a valódi fényváltozási periódust (Dworetsky 1983). Hasonló korábbi eljárást ír le Lafler and Kinman (1965).

Fázisdiszperzió minimalizálása

Az előbbihez hasonló módszer, melynek előnye, hogy érzéketlen az adatsorban általában előforduló űrökre és a fényváltozás aszimmetriájára (szinuszos alaktól való eltérésre). Jurkevich (1971) és Stellingwerf (1978) után több különféle statisztikát definiáltak, amelyek minimumhelyei adták a periodicitás komponenseit.

A következőkben bemutatjuk a fénygörbe-analízisben gyakran alkalmazott Fouriertranszformáció problémáit arra az esetre, ha a mintavételezés véges időtartamú és diszkrét.

Fourier-analízis

A Fourier-transzformáció széles körben használatos a periodikus jelek vizsgálatára. A csillagászaton belül különösen nagy a jelentősége a változócsillagok fénygörbéje periódusainak meghatározásánál.

Legyen a mért időben változó mennyiség, például a csillag fényessége m(t). Sok esetben nem szükséges a fénygörbére az igen általános

$$m(t) = \langle m(t) \rangle + \sum_{n=1}^{N} A_n(t) \cos \left[2\pi f_n(t) t + \phi_n(t) \right]$$
(3.20)

alakot feltételezni (az indexelt függvények közelítése a mérési adatokból valamiféle optimalizálási eljárással általában rendkívül számításigényes feladat lenne).

Egyszerűbb az analízis, ha a fénygörbe több, egymástól független és stacionárius harmonikus oszcilláció szuperpozíciója:

$$m(t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos \left[2\pi f_n t + \phi_n \right] \qquad (N < \infty).$$
(3.21)

Az ismeretlen A_n , f_n , és ϕ_n meghatározásában alapvető jelentősége van a Fourier transzformációnak, melynek definíciója folytonos esetre:

FT
$$[m(t)] = F(f) := \int m(t) e^{-i2\pi f t} dt$$
. (3.22)

A (3.21) kifejezés Fourier-transzformáltja analitikusan megadható:

. .

Ν

Ν

$$F(f) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n / 2 \left[e^{i\phi_n} \delta(f - f_n) + e^{-i\phi_n} \delta(f + f_n) \right] .$$
(3.23)

Csak a pozitív frekvenciákat tekintve látszik, hogy N számú oszcilláció N helyet jelöl ki a spektrumban.

Egy időben folytonos függvény értékeit azonban csak diszkrét időpontokban ismerhetjük. A mérési időközök még egy megfigyelési sorozatban sem mindig egyenlők. Előfordulhat, hogy egy csillag fényességének mérhetőségére hónapokig kell várni.

A (3.22) diszkrét változatának (DFT, Deeming 1975) kifejezése N

DFT $[m(t)] = D(f) := \sum_{j=1}^{j} m(t_j) e^{-i 2\pi f t_j},$ (3.24)

amely nagymértékben függ az adateloszlástól.

D(f)-et találóan *hamis spektrum*nak is nevezik, a továbbiakban ezt igazoljuk. Vezessük be az

$$s(t) := 1/N \sum_{j=1}^{N} \delta(t-t_j)$$
 (3.25)

ún. mintavételező, és az m
s(t) = m(t) s(t) mintavételezett függvényt. Utóbbi az

$$m_{s}(t) = 1/N \sum_{j=1}^{N} m(t_{j}) \delta(t-t_{j})$$
(3.26)

alakban írható. A spektrálablak

$$W(f) := FT\left[s(t)\right] = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) e^{-i 2\pi f t} dt$$
(3.27)

definícióját felhasználva felírhatjuk a mintavételezett függvény Fourier-transzformáltját:

$$FT\left[m_{s}(t)\right] = F(f) * W(f), \qquad (3.28)$$

amely éppen (3.24)-gyel egyezik. Elmondhatjuk tehát, hogy egy $m(t_j)$ j=1,...,N adatsor diszkrét Fourier-transzformáltja megegyezik az m(t) mintavételezettjének folytonos Fourier-transzformáltjával, azaz

$$D(f) = FT \left[m_{s}(t) \right] = 1/N \sum_{j=1}^{N} m(t_{j}) e^{-i 2\pi f t_{j}}, \qquad (3.29)$$

továbbá

W(f) = FT
$$[s(t)] = 1/N \sum_{j=1}^{N} e^{-i 2\pi f t}$$
. (3.30)

Az alkalmazott normálási tényezők mellett N

$$D(0) = 1/N \sum_{j=1}^{N} m(t_j) = < m(t_j) > \text{ és } W(0) = 1 \; .$$

Jelölje T a mintavételezés időtartamát, így $T = t_N - t_1$, és vezessük be a

$$h(t) = -\begin{bmatrix} 1, ha & t_1 \le t \le t_N \\ 0, k \ \text{ulonben} \end{bmatrix}$$

ún. ablakfüggvényt. Jelöljük $m_h(t)$ -vel azt a függvényt, amely a $[t_1, t_N]$ intervallumon azonos m(t)-vel, másutt zérus, így $m_h(t) = m(t) h(t)$. Ennek a "csonka" függvénynek a Fourier-transzformáltja a konvolúciótétel szerint:

$$FT\left[m_{h}(t)\right] = F(f) * H(f), \text{ ahol}$$
(3.31)

H(f) = FT [h(t)] = sin(π f T) / (π f) e^{-i \pi f(t+t)},

a spektrálablak folytonos és véges időtartamú adatsor esetén. A (3.31) konvolúció az F(f) tulajdonságainak keveredését (spektrális áteresztését) eredményezi ott, ahol H(f) számottevő.

A diszkrét mintavételezésből eredő nem zérus frekvenciafelbontás a W(f) (f=0-nál lévő) főcsúcsának szélességével egyezik meg, amely közel azonos a H(f) főcsúcsának szélességével, feltéve ha a mintavételezés nem túlságosan egyenetlen, és így

 $\delta f\,\approx 1/T$.

Egyenközű adatsor esetén a mintavételezés elméletéből következik, hogy azt a függvényt, amelynek Fourier-transzformáltja zérus minden $|f| \ge f_N$ helyen, teljesen meghatározzák az egyenlő, de bizonyos $1/2f_N$ -nél nem hosszabb intervallumokon felvett értékei. A maximális frekvencia, amelyet meg lehet határozni a Δt mintavételezési időközből, az ún. Nyquist-frekvencia:

$$\mathbf{f}_{\mathrm{N}} = 1 / 2\Delta \mathbf{t} \quad . \tag{3.32}$$



3.87. ábra: Szimulált adatsor (pontok) és illesztésük f=0,123456789 c/d frekvenciával. A folytonos vonal az f=2,123456789 c/d frekvenciával szintén jól illeszkedik, de hamis, a mintavételezés nem elég sűrű hozzá, a Nyquist-frekvencián túl van (Aerts et al. 2010).

Nemegyenközű adateloszlás esetén a maximális frekvenciáról a mintavételezés elmélete nem mond semmit. Ha az adatsor egyenközű, de hiányoznak mérési pontok, az elmélet szerint az adatok olyan függvényt határoznak meg, amelynek Fourier-transzformáltja zérus minden

$$|\mathbf{f}| > 1/2 \Delta t_{max}$$

helyen, ha Δt_{max} a legnagyobb időköz. Az ennél kisebb időközök biztosan hordoznak információt az 1/2 Δt_{max} -nál nagyobb frekvenciákon, valamennyi információ az 1/2 Δt_{min} körül is található, ha Δt_{min} a legkisebb időköz. A spektrumot tehát az 1/2 Δt_{min} frekvencia felett nagyon óvatosan kell vizsgálni.

A Fourier-analízis gyakorlati megvalósítása

Feladat az időből a frekvenciatartományba való átalakítás, a

$$F(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} m(t) e^{-i 2\pi f t} dt$$
(3.33)

komplex Fourier-transzformáció megvalósítása.

Mivel a gyakorlatban az adatsor hossza véges, és időben diszkrét méréseket tartalmaz, a diszkrét Fourier-transzformáció (DFT) használatos:

$$F(f) = \sum_{j=1}^{N} m(t_j) e^{-i 2\pi f t_j} .$$
 (3.34)

Az f frekvenciához tartozó amplitúdó kiszámítása az

$$A(f) = \left[(2/N C_f)^2 + (2/N S_f)^2 \right]^{1/2} , \qquad (3.35)$$

kifejezéssel történik, ahol N az adatsor pontjainak száma, és

$$C_{f} = \sum_{j=1}^{n} m(t_{j}) \cos(2\pi f t_{j}), \qquad S_{f} = \sum_{j=1}^{n} m(t_{j}) \sin(2\pi f t_{j}). \qquad (3.36)$$

Ν

A fázist a

Ν

 $\phi = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left(- \operatorname{S}_{\mathrm{f}} / \operatorname{C}_{\mathrm{f}} \right) \tag{3.37}$

kifejezés adja meg. Sajnos általában a fázis meghatározásának nagy a hibája, sokszor eléri a tized radiánt. Gyakori megoldás, hogy a DFT-vel kapott frekvenciával legkisebb négyzetes illesztést végzünk, és ebből határozzuk meg a fázist.

Az adateloszlásra jellemző spektrálablak-függvény kiszámítása a

$$W(f) = \left[1/N \sum_{j=1}^{N} \cos(2\pi f t_j) \right]^2 + \left[1/N \sum_{j=1}^{N} \sin(2\pi f t_j) \right]^2$$
(3.38)

kifejezéssel történik (power spektrum realizációban). A Fourier-frekvenciaspektrum a Nyquist-frekvenciára periodikusan ismétlődik, így a

 $f_N = 1 / 2\Delta t$

frekvenciánál nagyobb értékek meghatározása elvi akadályokba ütközik. Ugyanakkor, ha a mintavételezés nem egyenletes időközű, a Nyquist-határ kitolódik, $1/2\Delta t_{min}$ értéknél nagyobb lesz.

A Fourier-analízisnek rendkívül nagy irodalma van, még akkor is, ha csak a csillagászati szakfolyóiratokra szorítkozunk. Több algoritmust közöltek a DFT kiszámítására (Deeming 1975, Scargle 1982, Kurtz 1985, Szatmáry 1986).

Sokan vizsgálták a Fourier-módszer és más periódusmeghatározási eljárás kapcsolatát, matematikai hasonlatosságát. Külön említést érdemelnek a frekvencia meghatározási pontossága, a szignifikancia szint megadása céljából készült dolgozatok.

Amennyiben a vizsgált adatsorban nagyon közeli frekvenciák vannak, azok a Fourierspektrumban nem mindig különülnek el, az összeolvadt kettős csúcs komponenseinek helyére korrigálni kell.

Ha az adatsorban a mintavételezés igen egyenetlen, akkor a spektrálablakfüggvényben – és így a csillag frekvenciaspektrumában is – sok mellékcsúcs jelenik meg, megnehezítve a valódi fényváltozást leíró frekvenciák azonosítását. Próbálkoztak már "adatkompenzált", DCDFT eljárást kidolgozni (Ferraz-Mello 1981), de nem nagyon terjedt el.

Fehérítés

A gyakorlatban legtöbbször messze nem egyenletes időközű az adatsor. A rövid periódusú változócsillagok esetében még az egy éjszakán belüli mérési pontokat sem sikerül egyforma időnként felvenni, a nappalok miatti űrök pedig csak nagy erőfeszítéssel megszervezett és az egész Földre kiterjedő nemzetközi megfigyelési kampányokkal küszöbölhetők ki (3.88. és 3.89. ábra).


3.88. ábra: A hosszabb adatsor keskenyebb frekvenciacsúcsokat eredményez (bal oszlop). Az 1 ciklus/nap (c/d) távolságokra lévő hamis csúcsok kiküszöbölésére csökkenteni kell az adatsorban a (nappali) űrök hosszát, ez a több földrajzi hosszúságon lévő megfigyelők együttműködésével érhető el (http://www.univie.ac.at/tops/dsn/).



3.89. ábra: Nemzetközi összefogás δ Scuti csillagok megfigyelésére (http://www.univie.ac.at/tops/dsn/).

Elterjedt az időtartományban való fehérítés. A mérési adatsor frekvenciaspektrumából meghatározott – általában a legnagyobb amplitúdójú – komponenssel, melynek ismert a periódusa, amplitúdója és fázisa, az eredeti adatsort fehérítjük egyszerű levonással (prewhitening). E módszernek azonban vannak buktatói. Nem biztos, hogy a legnagyobb amplitúdójú csúcshoz tartozik a valós fényváltozási ciklus, ugyanis nagy mérési zaj, nagy űrök és többmódusú oszcilláció esetén a hamis csúcsok felerősödhetnek. Másik probléma

a fehérítő színuszfüggvény fázisának meghatározása. Sajnos ezt az értéket csak kis pontossággal lehet megadni, pedig a fehérítés utáni adatsor jellege igen érzékeny erre.

Az időbeli fehérítést alkalmazza például a sokak által használt PERIOD04 program (Lenz & Breger 1995), ha már a fázis ismert.

Az egyenetlen adateloszlást jellemzi a spektrálablak-függvény. Ez "ül rá" minden, valójában Dirac-delta frekvenciakomponensre, hiszen a számított spektrum az a valódi spektrum és a spektrálablak-függvény konvolúciója (3.90. ábra). A frekvenciatartományban történő dekonvolúciót fehérítésnek nevezzük, ez régóta ismert, de matematikailag körülményes, és sok gépidőt kíván.



3.90. ábra: Mivel a fénygörbét csak néhány időablakban tudjuk mintavételezni, a frekvenciakomponensek Dirac-delta helyett a spektrálablak mintázatát mutatják.

A frekvenciatérben fehérít a CLEAN-módszer is, amely nagyon hatékonyan kiszűrheti a hamis csúcsokat (Roberts, Lehár, Dreher 1987). Ugyanakkor vigyázni kell vele, mert az eljárás minden dekonvolúció során mindig a maradványspektrum legmagasabb csúcsát tekinti következő komponensnek.

A wavelet-analízis

A Fourier-transzformációval lényegében csak a fénygörbe egészére jellemző additív harmonikusokat szemléltethetjük. Az idő-frekvencia módszerekkel a periódus, az amplitúdó és a fázis időbeli változását is nyomon követhetjük.

Idő-frekvencia eloszlási függvényt nagyon sokfélét definiáltak. Először az ablakozott Fourier-analízist használták (Gábor-transzformált, ha Gauss-görbe az analizáló ablak). Ennél az ablak – amit végigcsúsztatunk az adatsoron, és csak a benne lévő adatokat vizsgáljuk – időben állandó szélességű, míg a wavelet-transzformációnál minden egyes időbeli elcsúsztatáson belül az ablak szélessége változik, a próbafrekvenciával fordítottan (a próbaperiódussal egyenesen) arányos. Emiatt a wavelet esetén az idő-frekvencia felbontás erősen változó: kis frekvenciáknál időben nyúlnak szét az amplitúdócsúcsok, nagyobb frekvenciákon pedig a frekvencia mentén (3.91. ábra). Erre nagyon figyelni kell a wavelet-térképek értelmezése során.



3.91. ábra: Idő-frekvencia felbontás az ablakozott Fourier- (balra) és a wavelettranszformált (jobbra) esetében. A Heisenberg-féle határozatlansági relációhoz hasonlóan $\Delta t \cdot \Delta \omega =$ állandó $\geq \frac{1}{2}$ (Szatmáry 2012).

Az ún. wavelet-transzformáció története hosszú időre nyúlik vissza, de sokáig csak matematikai vizsgálatok tárgya volt. Később az akusztikában, a zenében, a geofizikában, a meteorológiában, az orvostudományban használták különféle elnevezésekkel. Például a Föld atmoszférájában terjedő, kozmikus eredetű rádiójelek egy részének (a whistlereknek) az időbeli frekvenciaváltozását dinamikus (frekvencia-idő-amplitúdó) spektrumok térképeivel tanulmányozták.

Manapság tág fogalmat takar a wavelet-transzformáció. Egyre több területen használják, sokféle alakban és több dimenzióban. Az egyik fő alkalmazás a képfeldolgozás. Speciálisan a csillagászatban többször galaxisok térbeli eloszlásának vizsgálatát végezték segítségével. A wavelet-eljárások egyre gyakoribbak a turbulenciák és a fraktálok matematikai elemzésénél és a telekommunikáció területén is. Számos könyv jelent meg az utóbbi években a wavelet-analízisről és alkalmazásairól.

A módszert sokszor használják a napfizikusok is. Korábban a "sonagram" nevű idősor darabolásos Fourier-módszerrel próbálták a naptevékenységi ciklusok változását vizsgálni. Az 1990-es évektől a wavelet-transzformáció megjelent a napfoltciklusok periodicitásának analízisénél is.

A wavelet-analízis a változócsillagok fénygörbéjének elemzéséhez mintegy két évtizede használatos. Olyan adatsorokra alkalmazható leginkább, amelyekben alig vannak kisebb űrök. A világon az elsők között alkalmaztuk a wavelet-módszert hosszú periódusú pulzáló változókra, mirákra és félszabályos csillagokra.

Matematikai alapok

Egy valós m(t) függvény (általában komplex) g(t) ún. analizáló hullámra vonatkozó wavelet-transzformáltján a következő kétváltozós kifejezést értjük:

W(b,a) =
$$1/\sqrt{a} \int_{-\infty}^{+\infty} m(t) \cdot g^*[(t-b)/a] dt$$
 (3.39)

amely a H = { $(b, a) \mid a \in \mathbb{R}, a > 0, b \in \mathbb{R}$ } nyitott félsíkon értelmezhető.

Nemegyenközű adateloszlás esetén egy konkrét realizáció a következő formában történhet:

$$W(\tau, f) = \frac{1}{C} \sum_{k=1}^{N} m(t_k) \cdot e^{-i2\pi f(t_k - \tau)} \cdot e^{-\frac{(t_k - \tau)^2}{\Delta \tau^2}}$$
(3.40)

ahol

$$C = \sum_{k=1}^{N} e^{-\frac{(t_k - \tau)^2}{(\Delta \tau)^2}}$$

Az itt szereplő τ a korábbi *b* változónak, ill. az 1/f idő dimenziójú mennyiség az *a* változónak felel meg. A τ az időbeli eltolás, $\Delta \tau$ pedig a Gauss-ablak félszélességével arányos. A fenti kifejezés szerint az ablak szélessége a frekvenciától független állandó. Általában azonban az ablakszélességet úgy választják meg, hogy megegyezzen a próbaperiódussal, azaz $\Delta \tau \approx P = 1/f$.

A (3.40) kifejezésben egy fix τ mellett kiemeljük a $\tau \approx t_k$ időponthoz közeli függvény tulajdonságokat az adateloszlástól és a próbaperiódustól függő szélességben, és képezzük a Fourier-spektrumot. Amennyiben a t_k -hoz közeli időben az érvényes frekvencia f', úgy a wavelet-transzformált amplitúdója nagy a (t_k , f') pont felett.

Az analizáló hullám, vagy magfüggvény alakja nagyon sokféle lehet, attól függően, hogy a vizsgálandó függvénynek milyen tulajdonságai vannak. A transzformáció – általánosságánál fogva – sok segítséget nyújthat előzetes tájékozódáshoz a legkülönfélébb változások felismerésében.

Diszkrét wavelet-transzformáció

Legyen m(t) a csillag fényváltozását leíró függvény. Az f frekvenciához és a τ időeltolási paraméterhez tartozó wavelet-transzformáció:

$$W(f,\tau) = \sqrt{f} \int_{-\infty}^{\infty} m(t) \cdot g^* [f(t-\tau)] dt$$
(3.41)

az ún. Morlet-féle analizáló wavelet egy módosított Gauss-görbe:

$$g^{*}[f(t-\tau)] = e^{-icx} e^{-\frac{1}{2}x^{2}}, \qquad (3.42)$$

ahol x = f (t- τ) és általában c = 2π (a c értéke a frekvencia- és időbeli felbontás paramétere).

A gyakorlatban a DFT-hez hasonlóan bevezethető a diszkrét wavelet-transzformáció (DWT), amely szerint az amplitúdó spektrum:

W(f,
$$\tau$$
) = $\left[f \cdot C(f, \tau)^2 + f \cdot S(f, \tau)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$, (3.43)

ahol

$$C(f,\tau) = \sum_{j=1}^{N} m(t_j) \cos(2\pi f(t_j - \tau)) \cdot e^{-\frac{1}{2}f^2(t_j - t_0 - \tau)^2}$$
(3.44)

$$S(f,\tau) = \sum_{j=1}^{N} m(t_j) \sin(2\pi f(t_j - \tau)) \cdot e^{-\frac{1}{2}f^2(t_j - t_0 - \tau)^2}$$
(3.45)

és t₀ az adatsor első eleméhez tartozó idő.

A Gauss-ablak félszélessége a próbaperiódussal arányos (P=1/f), nem pedig állandó érték, mint a Fourier-módszernél. Az ablakot τ értékkel toljuk el az adatsor elejétől a végéig, és minden eltolásra kiszámoljuk a frekvenciaspektrumot.

Fontos megjegyezni, hogy a wavelet nem egyszerűen egy adatsor feldarabolásos (ablakozott) Fourier-módszer! A csúsztatott ablakozás mellett alapvető, hogy az ablak szélessége mindig illeszkedik a keresett periódus hosszához. Ennek következtében a frekvenciaspektrumban a csúcsok félszélessége nem egyforma, mint a Fourier-analízisnél, hanem a frekvenciával arányosan növekszik. Ez az aszimmetria egyetlen csúcs esetében is jelentkezik, a nagyobb frekvenciájú oldala "laposabb".

A wavelet-térkép

A wavelet-transzformációval kapott frekvencia-idő-amplitúdó adathármasok egy felületként ábrázolhatók, ezt nevezzük wavelet-térképnek. Ez azt szemlélteti, hogy a különböző frekvenciájú, ill. periódusú fényváltozások mikor és milyen amplitúdóval vannak jelen a fénygörbében.

A fénygörbe alapos szemrevételezése után a vizsgált adatsornak először mindig a Fourier-spektrumát számoljuk ki, amelynek alapján tájékozódni lehet a periódusok helyéről, és megválaszthatóak a wavelet-analízis paraméterei (időbeli és frekvenciabeli felbontások, lépésközök, határok).

A módszer szemléltetésére a Z UMa SRb típusú csillag példáján keresztül bemutatjuk a wavelet-térképet. A 3.92. ábrán felül a fénygörbe, mellette a teljes adatsor Fourierspektruma látható. A wavelet-térképet érdemes többféle nézőpontból ábrázolni. Szerencsére számos szoftver alkalmas arra, hogy a frekvencia-idő-amplitúdó adathármasok által alkotott felületet tetszőleges helyzetben kirajzolja.

A bal oldali középső szintvonalas ábra a perspektivikus térkép, amelyen az "amplitúdóhegyek" és "-dombok" jól megfigyelhetők. Alatta szerepel ennek felülnézete, amelyen jobban nyomon követhető a csúcsok pozíciója. A jobb oldalon középen lévő ábra azt mutatja, hogy az egyes frekvenciákhoz tartozó amplitúdók hogyan változnak az időben, végül az alatta található ábra a Fourier-spektrum időbeli változását tárja elénk.

A cél az, hogy a térképek alapján olyan jelenségeket mutassunk ki (pl. modulációk, fázisugrás, módusváltás), amelyek a hagyományos Fourier-módszerrel nem tanulmányozhatók kielégítő részletességgel. Azonban a bemutatott példán látható, hogy a térkép rendkívül bonyolult. A wavelet-módszer tulajdonságainak a részletes vizsgálata nélkül hamis következtetésekre juthatunk, különösen az amplitúdó változására vonatkozóan.

reprezentáló különféle jelenségeket teszt-adatsorok wavelet-térképeinek Α tulajdonságai mellett alapvető az adatok időbeli eloszlásának hatása az amplitúdó szempontjából. Mint ahogyan a Fourier-módszernél, itt is tapasztalható, hogy a mintavételezés romlásával, űrök jelenlétekor az amplitúdóspektrum ill. -térkép "kicsipkéződik", az űrök idején hirtelen nullára csökken, és sokszor amplitúdómodulációhoz hasonló képhez vezet. Emiatt egy speciális fehérítő eljárást vezethetünk be 1994). Ennek lényege, hogy az adateloszlás, adathiányok miatti (Szatmáry amplitúdócsökkenésre úgy következtethetünk, hogy az eredeti adatok időpontjaiban egy szinuszt vagy több szinuszfüggvény eredőjét generálunk (a periódusokat, amplitúdókat és fázisokat az adott csillag Fourier-spektrumából határozzuk meg előzőleg). Ennek a "teszt" fénygörbének a wavelet-térképe már mutatja az adathiányok miatti amplitúdómintázatot. A "teszt" és az eredeti wavelet összehasonlításával kiszűrhetők a nem valós amplitúdóváltozások.



3.92. ábra: A Z UMa fénygörbéje, Fourier-spektruma és wavelet-térképe több vetületből (Szatmáry 1994).



3.93. ábra: A KIC 2582664 csillag fénygörbéje a Kepler űrtávcső adatai alapján (Bódi 2012).



3.94. ábra: A KIC 2582664 csillag wavelet térképei változó idő-lépésköz (fent), frekvencia-lépésköz (középen) és idő-frekvencia felbontás paraméter (lent) esetén (Bódi 2012).

A fényidő-effektus

Ha egy fényforrás látóirányban mozog hozzánk képest (vagy mi mozgunk relatíve), akkor a köztünk lévő távolság változásával az időtartam is változik, amely alatt a fény hozzánk ér. Ennek alapján mérte meg Olaf Römer 1676-ban a fény sebességét a Jupiter holdjainak a bolygó mögé történő belépése időpontját meghatározva. Ezen jelenség (a Föld keringése) miatt szükséges a megfigyelések időpontjának transzformációja is, a heliocentrikus korrekció. Ha ezt nem megfelelően vesszük figyelembe (pl. a Föld pályájának lapultsága is fontos), akkor helytelen következtetésekre juthatunk: pl. a PSR1829-10 pulzár jeleiben 1991-ben modulációt véltek felfedezni, amit bolygó létével magyaráztak, tévesen.

Ezt a jelenséget fényidő-effektusnak (az angol szakszövegben light-time effect, LITE vagy time-of-arrival, TOA) nevezik.

Ha egy csillag stabil periódussal változtatja a fényességét, de kettős rendszerben kering a közös tömegközéppont körül, azaz mozog hozzánk képest, akkor a pályaperiódus szerint modulálódik a periódus, ciklikus periódusváltozást figyelhetünk meg. Az O-C diagram ciklikus lesz, az idő-frekvencia analízisnél, pl. a wavelet-térképen hullámzó lesz a fő "frekvenciagerinc".

Hasonlóan modulálódik egy fedési kettős periódusa is, ha jelen van egy harmadik komponens is a rendszerben. A fedési kettősnek a közös tömegközéppont körüli keringése során látszólag ciklikusan változik a periódusa.

A csillag látóirányú (radiális) sebességének (v) változásával a fényének intenzitása is változik, igaz csekély mértékben, az amplitúdó v/c-vel arányos. Ennek a jelenségnek az elnevezése Doppler-boosting (magyarul talán Doppler-erősítés lehetne). A kicsiny fényváltozást a *Kepler* űrtávcső méréseiből már ki tudták mutatni szoros kettőscsillagok esetében, és bolygóknál is ezt remélik.

A továbbiakban a kettős rendszerekben keringő pulzáló csillagok radiális sebességének és O-C görbéjének jellegéről lesz szó, majd röviden kitérek a tranzitos exobolygóknál tapasztalható hasonló jelenségre, a tranzitidőpont-változásra (TTV: transit timing variation), amit másik bolygó vagy hold gravitációs hatása okozhat.

Pulzáló csillagok kettős rendszerekben

Irwin (1952, 1959) vizsgálta először részletesebben a fényidő-effektust, fedési kettős és harmadik test esetében.

Számoljuk ki egy ellipszis-pályán keringő csillag radiális sebességét (Szatmáry 1987)! A pálya geometriája a 3.93. ábrán látható (O a tömegközéppont, z a látóirányú elmozdulás, r a rádiuszvektor, v a valódi anomália, ω a pericentrum-hosszúság, i az inklináció, a a fél nagytengely, P_o a keringési periódus). Onnan leolvasható, hogy

$$z = r\sin i \sin(v + \omega) \tag{3.46}$$

A radiális sebesség:

$$V_{\rm r} = V_0 + \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} \ . \tag{3.47}$$

Időben változó mennyiség r és v, így

$$\frac{dz}{dt} = \sin i \sin(v + \omega) \frac{dr}{dt} + r \sin i \cos(v + \omega) \frac{dv}{dt}$$
(3.48)



3.95. ábra: Kettős rendszerben keringő csillag pályájának geometriája (Szatmáry 1987). Az égi mechanikából jól ismert, hogy

$$r = \frac{a(1-e^2)}{1+e\cos v} \quad és \quad r^2 \frac{dv}{dt} = \frac{2\pi a^2 \sqrt{1-e^2}}{P_0} \quad . \tag{3.49}$$

Ezek alapján

$$V_{r}(v) = V_{0} + \frac{2\pi a \sin i}{P_{0}\sqrt{1 - e^{2}}} \left[\cos(v + \omega) + e \cos \omega\right].$$
 (3.50)

A radiális sebesség szélsőértékei: $V_r = \max$, ha $\cos(v+\omega)=1$

$$V_{\rm r}^{\rm max} = V_0 + \frac{2\pi a \sin i}{P_0 \sqrt{1 - e^2}} (e \cos \omega + 1)$$
(3.51)

$$V_{\rm r} = \min, \, \text{ha} \, \cos(v + \omega) = -1$$

$$V_{\rm r}^{\rm min} = V_0 + \frac{2\pi a \sin i}{P_0 \sqrt{1 - e^2}} (e \cos \omega - 1)$$
(3.52)

Legyen

$$K = \frac{2\pi a \sin i}{P_0 \sqrt{1 - e^2}} = \frac{V_r^{max} - V_r^{min}}{2} , \qquad (3.53)$$

a sebességamplitúdó, így a radiális sebesség

$$V_{\rm r}(v) = V_0 + K \left[\cos(v + \omega) + e \cos \omega \right]$$
 (3.54)

Az E excentrikus anomália függvényében ugyanez (Szatmáry 1987):

$$V_{\rm r}(E) = V_0 + K \left[\frac{(1 - e^2) \cos \omega \cos E - \sqrt{1 - e^2} \sin \omega \sin E}{1 - e \cos E} \right] \quad . \quad (3.55)$$

Nézzük meg ezután az O-C alakját a valódi anomália függvényében:

$$(O-C)_{v} = \frac{z(v) - z(v_{0})}{c}$$
 (3.56)

(3.46) és (3.49) alapján

$$z(v) = a(1 - e^{2})\sin i \frac{\sin(v + \omega)}{1 + e\cos v}, \qquad (3.57)$$

így

$$(O-C)_{v} = \frac{a\sin i}{c}(1-e^{2})\left[\frac{\sin(v+\omega)}{1+e\cos v}\right]_{v_{0}}^{v}$$
 (3.58)

Látható, hogy az O-C görbe alakját e és ω határozza meg. Az E excentrikus anomália függvényében ugyanez (Szatmáry 1987):

$$(O-C)_{E} = \frac{a\sin i}{c} \left[\sqrt{1-e^{2}} \cos \omega \sin E + \sin \omega \cos E \right]_{E_{0}}^{E} .$$
(3.59)

A radiális sebesség és az O-C görbék kiszámításánál az excentrikus anomáliával felírt alakot használjuk, amikor megoldjuk a

$$\mathbf{E} = \mathbf{M} + \mathbf{e}\sin\mathbf{E} \tag{3.60}$$

Kepler-egyenletet, ahol M = $\frac{2\pi}{P_o}(t-\tau)$ a középanomália, τ pedig a pericentrumon való

áthaladás időpontja. A transzcendens Kepler-egyenletet az excentrikus anomália Besselfüggvény együtthatójú trigonometrikus sorfejtésével is megoldhatjuk. A 3.96.-3.99. ábrákon láthatóak a görbék ($P_p=0,1$ nap, $P_o=1000$ nap, $V_0=0$ és K=25 km/s bemenő adatok mellett).



3.96. ábra: LITE radiális sebesség (négyzetek) és O-C (pontok) görbék (e=0).



3.97. ábra: LITE radiális sebesség (négyzetek) és O-C (pontok) görbék (e=0,2).



3.98. ábra: LITE radiális sebesség (négyzetek) és O-C (pontok) görbék (e=0,4).



3.99. ábra: LITE radiális sebesség (négyzetek) és O-C (pontok) görbék (e=0,6).

Az O-C görbék alakja az excentricitás növekedésével egyre aszimmetrikusabb, a szinuszostól való eltérésük egyre jelentősebb (különösen kis ω értékeknél). Nagy excentricitásnál ω =90° környékén a fázis nagy részében parabolához hasonló az O-C

alakja, így ezzel is meg lehet próbálni az olyan O-C görbék illesztését, amelyeket egyébként rendszerint parabolával szoktak közelíteni. Így két egészen más magyarázat is szóba jöhet: tág kettős rendszerben másodkomponens léte vagy evolúciós periódusváltozás.

Az O-C görbék kevésbé változatosak és jellegzetesek, mint a radiálissebesség-görbék, így ránézésre azokból nehezebb e és ω értéket becsülni.

Ahhoz, hogy egy pulzáló változó kettőssége megállapítható legyen az O-C diagramjából, legalább néhány keringési perióduson keresztül meg kell figyelni. Másik lényeges kívánalom, hogy a LITE hullám amplitúdója nagyobb legyen az O-C pontok hibájánál.

Fedésidőpont-változás tranzitos exobolygóknál

Röviden kitérünk egy hasonló jelenségre. A tranzitos exobolygók egy részénél az tapasztalható, hogy a bolygó csillag előtti elhaladásakor bekövetkező kismértékű fényességcsökkenés nem pontosan, egy adott periódus szerint jelentkezik, hanem időbeli ingadozást mutat. Ez a TTV (transit timing variation) jelenség.

Annak oka, hogy az exobolygó nem pontosan egyforma időközönként fedi a csillagát többféle is lehet. Az egyik további bolygó jelenléte a rendszerben, amelynek gravitációs hatása a csillagra megváltoztatja a tömegközéppont helyét, megmozgatja a csillagot. Így már több, fedést nem okozó bolygó létére sikerült következtetni.



3.100. ábra: A fedés időpontjának változása másik bolygó hatása következtében.

A periasztron vándorlása is hasonló jelenséghez vezet, de az lassabb változást okoz. Egy esetleges exohold is magyarázhatja a TTV bekövetkezését. Erre vonatkozóan 2005től kis csoportunk nemzetközileg is sikeres, sokszor idézett vizsgálatokat végzett. A hold keringése a bolygó körül a bolygó térbeli helyzetét folyamatosan változtatja, ami arra vezet, hogy a bolygó más-más időpontokban lép be a csillag elé (általában legfeljebb néhány perces nagyságrendű eltérésekről van szó).

File Edit Operate Tools Window Help										1111
\$										1
Mile Solit Operate (Data) Part (Miles) Mile star (Miles) 0.3 Pister (day) 10 10 10 Linb stark. (u) 0.2 0.2 100 under of step 25 number of step 124306 misset(mile) 0.4 pistert (day) 0.4 0.4 1.228 Possibility 0 0.65 1.228 Possibility 0 0.83.96 Roche-ractus (Im) 256820 Roche-ractus (Im) 256820 Roche-ractus (Im) 256820 Roche-ractus (Im) 2578 MCP is borde-ractus (Im) 35978 MCP is borde-ractus (Im) 35978 MCP is borde-ractus (Im) 35978 MCP is borde-ractus (Im) 30 STOP 0.0 Roche ractus (Im) 30 STOP 0.0 Graphs ON	B_star (B_Sam) 0.359379 r_planet (pk) 110.344 r_ncon (pk) 25.4999 1000	1000- 500- 700- 500- 500- 400- 300- 100- 100- -100- -300- -300- -300- -500- -500- -500- -500- -500- -500-								
() ED ON	500	-1000-	-800 -60	o -400	-200	0 Pix	200	4D0 6D	0 800	1000

3.101. ábra: Exobolygó-exohold rendszer elhaladása a csillag korongja előtt. Simon (2011) által fejlesztett, LabVIEW környezetben készített programcsomag kezelő felülete.

Eddig (2013. február) nem találtak exoholdat, de néhány hónapon, legfeljebb 1-2 éven belül várható az első ilyen objektum felfedezése. Különösen a *Kepler* űrtávcső mérései adhatnak erre reményt.

Ajánlott és felhasznált irodalom:

AAVSO VSX: http://www.aavso.org/vsx/index.php?view=about.top

- Aerts C., Christensen-Dalsgaard J., Kurtz D.W.: 2010, Asteroseismology, A&A Library, Springer
- Bedding T.R.: 2011, Solar-like Oscillations: An Observational Perspective, in: Asteroseismology, Canary Islands Winter School of Astrophysics, vol. XXII, ed. P.L.Pallé, Cambridge Univ. Press [arXiv:1107.1723]
- Bódi A.: 2012, Pulzáló vörös óriás csillagok fénygörbéjének vizsgálata a *Kepler* űrtávcső adatsorai alapján, TDK dolgozat, (témavezető: Szatmáry Károly) SZTE TTIK
- Borkovits T.: 2009, Pontatlan csillagórák, Fizikai Szemle 2. szám, 41.o.
- Callingham J.R.: 2011, Asteroseismic analysis of M giants from Kepler observations, manuscript, University of Sydney
- Ceman R., Pittich E.: 2004, Rekordok A Világegyetem, 2. Csillagok Galaxisok, Geobook
- Christensen-Dalsgaard J.: 2003, Stellar Oscillations
- http://users-phys.au.dk/jcd/oscilnotes/index-bw.html
- Cooper W.A., Walker E.N. (ford. Szabados L.): Csillagok távcsővégen, Gondolat Kiadó 1994
- Debosscher J. et al.: 2009, Automated supervised classification of variable stars in the CoRoT programme, Astronomy and Astrophysics, 506, 519
- Deeming T.J.: 1975, Fourier analysis with unequally-spaced data, Astrophysics and Space Science 36, 137
- Derekas A., Kiss L.L., Székely P., Alfaro E.J., Csák B., Mészáros Sz., Rodríguez E., Rolland A., Sárneczky K., Szabó Gy.M., Szatmáry K., Váradi M., Kiss Cs.: 2003, A photometric monitoring of bright high-amplitude δ Scuti stars. II. Period update for seven stars, Astronomy and Astrophysics, 402, 733–743.
- Derekas A., Kiss L.L., Udalski A., Bedding T.R., Szatmáry K.: 2004, A first-overtone RR Lyrae star with cyclic period changes, Monthly Notices of Royal Astron. Soc., 354, 821–826.
- Dorval J.: 2011, Internship report, Sydney University, Australia
- Dworetsky M.M.: 1983, A period-finding method for sparse randomly spaced observations of "How long is a piece of string?", Monthly Notices Royal Astron. Soc., 203, 917
- Ferraz-Mello S.: 1981, Estimation of periods from unequally spaced observations, Astronomical Journal, 86, 619
- Frasca A. et al.: 2009, REM near-IR and optical photometric monitoring of pre-main sequence stars in Orion Rotation periods and starspot parameters, Astronomy and Astrophysics, 508, 1313
- Gőgh N.: 2002, Nóvakitörések spektroszkópiája és fotometriája, TDK dolgozat, (témavezető: Kiss L. László) SZTE TTIK
- Handler G.: 2012, Asteroseismology, in: Planets, Stars and Stellar Systems, eds. T.D Oswalt et al., Springer, [arXiv:1205.6407]
- Hegedüs T., Szatmáry K., Vinkó J.: 1992, Light curve and O-C diagram analysis of RZ Cassiopeiae, Astrophysics and Space Science, 187, 57
- Hershey J.L.: 1975, Astrometric orbit, eclipsing period changes, and parallax of VW Cephei, Astronomical Journal, 80, 662
- Hoffmeister C. (2. kiadás Richter G., Wenzel W.): 1984, Veränderliche Sterne, J. A. Barth, Leipzig
- Irwin J.B.: 1952, The determination of a light-time orbit, Astrophysical Journal, 116, 211
- Irwin J.B.: 1959, Standard light-time curves, Astronomical Journal, 64, 149
- Jurcsik J. et al.: 2006, The triple-mode pulsating variable V823 Cassiopeiae, Astronomy and Astrophysics, 445, 617
- Jurkevich I.: 1971, A method of computing periods of cyclic phenomena, Astrophysics and Space Science, 13, 154
- Kaszás G., Vinkó J., Szatmáry K., Hegedüs T., Gál J., Kiss L.L., Borkovits T.: 1998,

Period variation and surface activity of the contact binary VW Cephei, Astronomy and Astrophysics, 331, 231–243.

- Kaufmann W.J. III.: 1991, Universe, 3rd ed., Freeman Publ. NY
- Kiss L.L., Szatmáry K., Gál J., Kaszás G.: 1995, A new orbit of the binary RR Lyrae star TU UMa, Information Bulletin on Variable Stars No. 4205
- Kiss L.: 2004, R Coronae Borealis 1969-2004, Meteor No. 9., 45.o.
- Kiss L.: 2005, CH Cygni 1971-2004, Meteor No. 2., 40.o.
- Kiss L., Mizser A., Csizmadia Sz.: 2006, Változócsillagok, in: Amatőrcsillagászok kézikönyve, 3. javított és bővített kiadás, szerk. Mizser Attila, Magyar Csillagászati Egyesület
- Kolláth Z., Csubry Z.: 2002, TiFrAn software package, http://www.konkoly.hu/tifran/
- Kurtz D.W.: 1985, An algorithm for significantly reducing the time necessary to compute a Discrete Fourier Transform periodogram of unequally spaced data, Monthly Notices Royal Astron. Soc., 213, 773
- Kurtz D.W.: 2006, Stellar Pulsation: an Overview, in: Astrophysics of Variable Stars, ASP Conf. Series, vol. 349, 101-128.
- Lafler J., Kinman T.D.: 1965, An RR Lyrae survey with the Lick 20-inch astrograph. II. The calculation of RR Lyrae periods by electronic computer, Astrophysical Journal Suppl., 11, 216
- Lejeune T., Schaerer D.: 2001, Database of Geneva stellar evolution tracks and isochrones for (UBV)J(RI)C JHKLL'M, HST-WFPC2, Geneva and Washington photometric systems, Astronomy and Astrophysics, 366, 538
- Lenz P., Breger M.: 2005, Period04 user guide, Comm. in Asteroseismology, 146, 53–136. http://www.univie.ac.at/tops/Period04/
- Lorimer D.R.: 2008, Binary and Millisecond Pulsars, Living Rev. Relativity 11, 8.
- Mitton S., Mitton J.: 1998, Csillagászat, Holló és Társa
- Ostlie D.A., Cox A.N.: 1986, A linear survey of the Mira variable star instability region of the Hertzsprung-Russell diagram, Astrophysical Journal, 311, 864
- Percy J.R.: 2007, Understanding Variable Stars, Cambridge University Press
- Roberts D.H., Lehár J., Dreher J.W.: 1987, Time series analysis with CLEAN. I. Derivation of a spectrum, Astronomical Journal, 93, 968
- Samus N.N. et al.: 2009, http://www.sai.msu.su/groups/cluster/gcvs/gcvs/iii/
- Scargle J.D.: 1982, Studies in astronomical time series analysis. II. Statistical aspects of spectral analysis of unevenly spaced data, Astrophysical Journal, 263, 835
- Simon A.: 2011, Exoholdak fedési exobolygók körül, PhD értekezés, SZTE
- Stellingwerf R.F.: 1978, Period determination using phase dispersion minimization, Astrophysical Journal, 224, 953
- Sterken C.: 2005, The O-C diagram: basic procedures, Proc. "The Light-Time Effect in Astrophysics Causes and Cures of the O-C Diagram", ed. C. Sterken, ASP Conf. Ser. Vol. 335. 3–23.
- Sterne T.E.: 1934, The errors of period of variable stars. I.The general theory illustrated by RR Scorpii, Harvard College Observatory Circular, 386, p.1
- Szabados L.: 1989, Változócsillagok, különleges csillagok, in: Csillagászat, szerk. Marik Miklós, Akadémiai Kiadó
- Szakáts R., Szabó Gy.M., Szatmáry K.: 2008, Does the period of BE Lyncis really vary?, Information Bulletin on Variable Stars, No. 5816
- Szatmáry K.: 1987, Delta Scuti típusú változócsillagok kettős rendszerekben, Egyetemi doktori értekezés, JATE, Szeged
- Szatmáry K.: 1994, Változócsillagok periódus-analízise az idő és a frekvencia tartományban, Kandidátusi értekezés, JATE, Szeged
- Szatmáry K.: 2012, Csillagok fényességének periódusváltozása, MTA doktori értekezés, SZTE, Szeged
- Szeidl B.: 1981, A változócsillagok asztrofizikai jelentősége, Fizikai Szemle, 31, No.4, 121

Telting J.H., Schrijvers C.: 1997, Line-profile variations of non-radial adiabatic pulsations of rotating stars, II. The diagnostic value of amplitude and phase diagrams derived from time series of spectra, Astronomy and Astrophysics, 317, 723

Turatto M.: 2003, Classification of supernovae, in: Supernovae and Gamma-Ray Bursters (Lecture Notes in Physics), Springer, ed. K. W. Weiler, p.21

van't Veer F.: 1986, Period variations of binary systems as a possible source of information about motions in the stellar core, Astronomy and Astrophysics, 156, 181

Vinkó J., Szabados L., Szatmáry K.: 1993, Study of the population II Cepheid AU Pegasi, Astronomy and Astrophysics, 279, 410

Wils P.: 2010, New double-mode and other RR Lyrae stars from WASP data, IBVS No. 5955

Wood P.R., Zarro D.M.: 1981, Helium-shell flashing in low-mass stars and period changes in Mira variables, Astrophysical Journal, 247, 247

WWZ wavelet software: http://www.aavso.org/software-directory/

Zimmerman R.: 2007, What makes Mira tick?, Astronomy 2007/Feb, p.42

Csillagászati évkönyv cikkek: (Magyar Csillagászati Egyesület)

Bagoly Zsolt: Gammakitörések – 2005/233

Benkő József–Szabó Róbert: Idősorok az űrből – 2011/207

Csák Balázs-Kiss László-Vinkó József: Kataklizmikus változócsillagok - 2007/231

Horváth István: Gammakitörések – 2012/291

Jurcsik Johanna: Tetten ért csillagfejlődés – 1994/148

Kálmán Béla: A napkutatás új eredményeiből – 2013/185

Kelemen János: Flercsillagok - 1987/250

Kiss László: Vörös óriás változócsillagok – 2006/228

Kiss László: Válogatás a változócsillagászat új eredményeiből – 2009/184

Kolláth Zoltán: Káosz a csillagászatban – 1991/112

Kolláth Zoltán–Jean-Philippe Beaulieu: A mikrolencse programok néhány változócsillagászati eredménye – 1998/167

Kovács Géza: A Nap oszcillációi – 1983/222

Kővári Zsolt: Látjuk-e a csillagok felszínét? – 2004/198

Marik Miklós: Mágneses csillagok – 1981/216

Molnár László: Csillagok a Kepler fényében – 2013/198

Oláh Katalin: A változócsillagok eloszlása a Tejútrendszerben – 1982/208

Oláh Katalin: Csillagfoltok – foltos csillagok – 1993/132

Paparó Margit: A delta Scuti csillagok – 1986/193

Paragi Zsolt: Mikrokvazárok – 2004/234

Patkós László: Kölcsönható kettőscsillagok – 1981/266

Patkós László: Az RS CVn típusú csillagok – 1984/270

Sódorné Bognár Zsófia: A fehér törpecsillagok világa – 2010/193

Szabados László: Pulzáló változócsillagok - 1977/144

Szabados László: Fizikai változócsillagok kettős rendszerekben – 1983/285

Szabados László–Zsoldos Endre: A cefeidák asztrofizikai és kozmológiai jelentősége – 1985/220

Szabados László: Új eredmények – régi változócsillag-megfigyelésekből – 1993/139

Szabados László: A mikrováltozó-csillagászat és a mega-változócsillagászat felé – 2001/237

Szatmáry Károly: 1986, Pulzáló változócsillagok periódusmeghatározása - 1987/149

Szatmáry Károly: Barna törpecsillagok mint gravitációs lencsék – 1995/154

Szatmáry Károly: Más csillagok bolygóinak felfedezése – 1997/160

Szatmáry Károly: Bolygók más csillagok körül – 2003/204

Vinkó József–Szatmáry Károly–Kaszás Gábor–Kiss László: A csillagok színképe – 1998/204

Vinkó J.-Kiss L.-Sárneczky K.-Fűrész G.-Csák B.-Szatmáry K.: Szupernóvák – 2001/218

Vinkó József: Új típusú szupernóva-robbanások – 2013/210