

# Diplomamunka

Mészáros Szabolcs

2004

# Szegedi Tudományegyetem

Természettudományi Kar

Optikai és Kvantumelektronikai tanszék

Csillagász

## Diplomamunka

Érintkező kettőscsillagok fejlődésének  
modellezése

Mészáros Szabolcs

Témavezető: Dr. Vinkó József egyetemi docens

Konzulens: Dr. Vinkó József egyetemi docens

Szeged, 2004

## Tartalomjegyzék

Bevezetés.....	3
1. Kettőscsillagok.....	4
1.1. Különálló és félig érintkező rendszerek.....	4
1.2. A W UMa típusú csillagok.....	6
2. Csillagok fejlődése.....	7
2.1. A Hertzsprung-Russell diagram.....	7
2.2. Magányos csillagok.....	8
2.3. W UMa típusú csillagok.....	9
3. A modell.....	11
4. A program.....	19
5. Számítások.....	22
5.1. Modellcsillagok esetében.....	22
5.2. Megfigyelésekkel való összevetés.....	25
5.3. Óriáscsillagokra vonatkozó számítások.....	29
6. Összefoglalás.....	36
<i>Köszönetnyilvánítás.....</i>	<i>37</i>
Irodalomjegyzék.....	37

## Bevezetés

A csillagok időbeli fejlődését alapvetően befolyásolja az, hogy magányosan, vagy valamilyen kettőscsillag tagjaiként élnek-e életüket. Utóbbi esetben, ha az egyes komponensek elég közel vannak egymáshoz, akkor befolyásolni tudják egymás fejlődését. Ezeket a kettőscsillagokat hívják szoros kettősöknek, melyeknek egyik fajtáját képviselik a W UMa típusú csillagok. A kontakt rendszerek esetében a komponensek között erős anyagáramlás tapasztalható, melynek következtében fejlődésük jelentősen eltér az egyedi csillagokétól.

Ezen dolgozat célja, hogy összefoglalást adjon az ún. W UMa típusú kettőscsillagok kialakulásáról. Munkám során matematikailag modelleztem a kontakt kettőscsillagok időbeli fejlődését, melynek fő célja annak megállapítása volt, hogy létezhetnek-e óriáscsillagokból álló érintkező kettőscsillagok. Kilenc kettőscsillag esetében számoltam ki a kezdő paramétereiket, majd több modelles csillagra végeztem számításokat az óriás W UMa csillagok hiányának igazolására.

Dolgozatom első fejezetében bemutatom a fedési kettőscsillagokat, külön részletezve a W UMa típus tulajdonságait, a második részben vázlatosan tárgyalom az egyedülálló csillagok, majd a kontakt kettőscsillagok fejlődését. A harmadik fejezetben részletezem az általam használt modellt, végül bemutatom számításaimat és az abból levont következtetéseimet.

## 1. Kettőscsillagok

### 1.1. Különálló és félig érintkező rendszerek

A kettőscsillagok két komponensből állnak, melyek egymás gravitációs terében, a közös tömegközéppont körül keringenek. A Tejútrendszer csillagainak nagy része ilyen kettős vagy többszörös rendszer tagja. A Tejútrendszerben a változócsillagok egyik leggyakoribb típusa az ún. fedési kettős. A fedési kettősök keringési síkja közel egybeesik látóirányunkkal, ezért a komponensek időnként eltakarják egymást (teljesen vagy részlegesen) fényességcsökkenést okozva. A változócsillagok e fajtája különösen fontos a csillagászatban, hiszen a fénygörbe alakjából és a látóirányú sebesség-görbéből közvetlenül megállapítható az egyes csillagok sugara és tömege.

A kettőscsillagok egymás körüli mozgását a Kepler-törvények írják le:

- Az égitestek ellipszis alakú pályán keringenek egymás körül,
- A tömegközépponttól a testhez húzott helyvektor egyenlő idők alatt egyenlő területeket sűrol, azaz a felületi sebesség állandó,
- A fél nagytengely köbének és a keringési idő négyzetének hányadosa állandó. A 3. törvény égi mechanikában használatos alakja a következő:

$$\frac{A^3}{p^2} = \frac{G}{4\pi^2} \cdot (m_1 + m_2) \quad (1)$$

ahol,  $A$ : a pálya fél nagytengelye,  $p$ : a keringés periódusa,  $G$ : a gravitációs állandó,  $m_1, m_2$ : a fő- ill. a mellékkomponens tömege.

A rendszert körülvevő gravitációs ekvipotenciális felületek egy bizonyos potenciálértéknél a belső Lagrange-pontban összeérnek. Ezen ekvipotenciális felületek által határolt – csillagot körülvevő – térfogatot nevezzük Roche-üregnek.

Az üregek térfogatának megfelelő gömb sugara jól közelíthető a következő képlettel (Patkós, 1981):

$$s_1 = A \cdot (0.38 - 0.2 \cdot \log q) \quad (2)$$

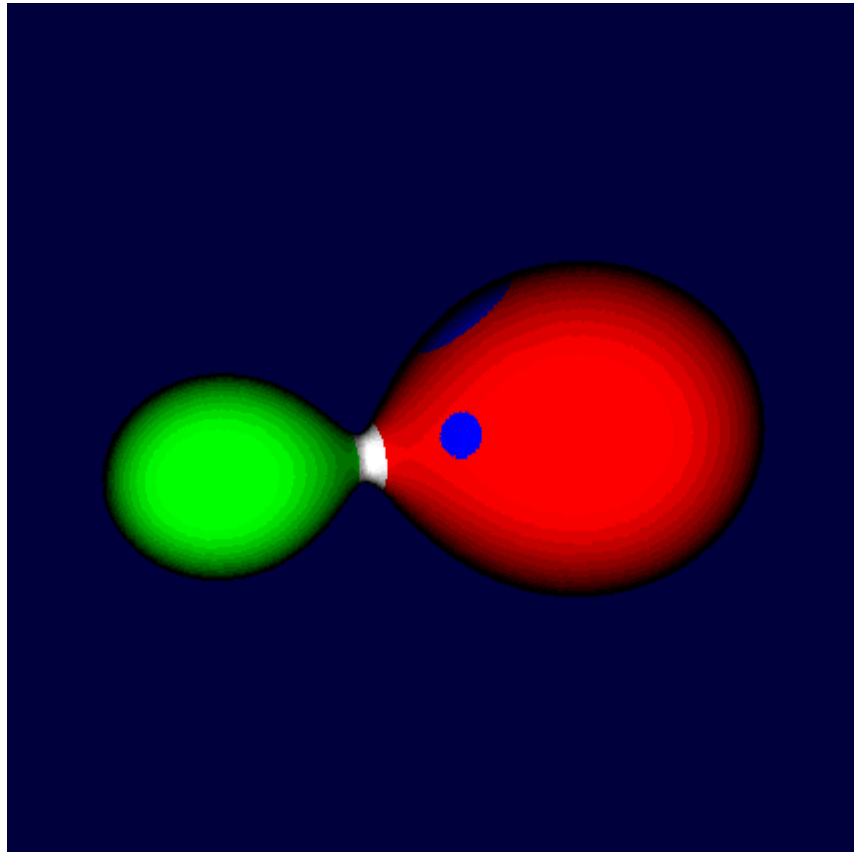
$$s_2 = A \cdot (0.38 + 0.2 \cdot \log q) \quad (3)$$

ahol  $s_1$ : a főkomponens Roche-üregének sugara,  $s_2$ : a mellékkomponens Roche-üregének sugara,  $q = \frac{m_2}{m_1}$ : a tömegarány. A Roche-üreget szokás más képlettel is közelíteni (Pringle et. al, 1985), ez azonban nagyjából ugyanolyan közelítést ad, mint az általam használt közelítés.

Jelenleg a kettőscsillagok osztályozása Z.Kopal (Kopal, 1955) nyomán a következőképpen történik:

- a) Különálló rendszer: mindkét komponens a Roche-üregén belül helyezkedik el,
- b) Félig érintkező rendszer: az egyik csillag kitölti a Roche-térfogatát, míg a másik nem,
- c) Kontakt (érintkező) rendszer: mindkét komponens kitölti Roche-térfogatát.

Szokás más osztályozásokat is bevezetni, pl. fénygörbe vagy fejlődési állapot szerint.



**1. ábra:** A Roche-geometria 3 dimenziós alakja a VW Cep csillag esetén. A kékel jelzett területek hidegebb foltokat jeleznek a csillag felszínén.

## 1.2. A W UMa típusú csillagok

A fedési kettősök egyik fontos alosztályát képezik az érintkező kettősök, más néven a W UMa típusú csillagok. Kialakulásuk, fejlődésük ma még nem teljesen tisztázott. A kontakt rendszerek az alábbi főbb tulajdonságokkal rendelkeznek (Vinkó, 1992):

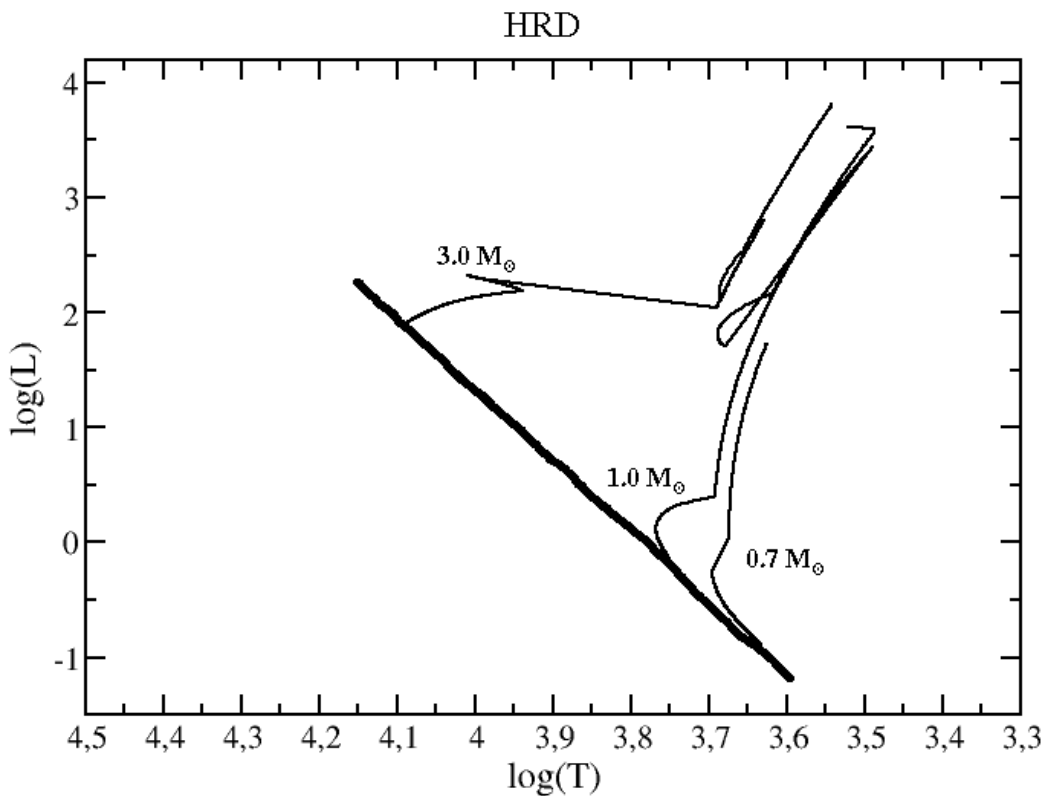
- 1) A keringési periódus rövid, általában 1 napnál kisebb,
- 2) Fősorozati, vagy ahhoz nagyon közeli csillagokból állnak,
- 3) A tömegarány 0.9 és 0.1 között változik, a legjellemzőbb érték 0.3 körüli,
- 4) A főkomponens kisebb luminozitású, a mellékkomponens pedig nagyobb luminozitású, mint egy ugyanekkora tömegű fősorozati csillag.
- 5) A komponensek hőmérséklete közel egyenlő,
- 6) A színkép alapján két alosztályt különböztethetünk meg:
  - a) Késői, G-K színképtípusú csillagokból álló kettősöket, és
  - b) Korai, B-A színképtípusú csillagokból állókat.

## 2. Csillagok fejlődése

### 2.1. A Hertzsprung-Russell diagram

A csillagok fejlődését nyomon követhetjük az ún. Hertzsprung-Russell diagramon. A diagram függőleges tengelyén az abszolút magnitúdót, vagy a csillag teljes luminozitását tüntetik fel. A vízszintes tengelyen a színképosztályt, vagy az ezzel ekvivalens effektív hőmérsékletet, vagy színindexet ábrázolják.

A diagramon a csillagok két jól elkülöníthető csoportba oszlanak. A bal felső saroktól a jobb alsó sarokig húzódó közel egyenes szakasz a főszorozat. A főszorozat közepe táján a jobb felső sarok felé található a másik csoport, az óriáság. A főszorozat bal felső részén a nagy tömegű, fényes és kék színű csillagok, közepe táján a Naphoz hasonló sárga törpék, míg a jobb alsó sarokban a kis tömegű és nagyon halvány vörös törpecsillagok találhatóak. A HRD a csillagászat egyik legfontosabb diagramja, melyen könnyen és szemléletesen végig lehet követni a csillagok fizikai állapotát és fejlődését.





**2. ábra:** A Hertsprung-Russell diagram. A vastag átlós vonal a ZAMS, az ábrán fel van tüntetve egy 0.7, 1.0, 3.0 naptömegű csillag fejlődési útja az óriáság tetejéig.  $L=L_*/L_\odot$ .

## 2.2. Magányos csillagok

A jelenleg elfogadott elméletek szerint a csillagok intersztelláris anyagból keletkeznek. A csillagközi felhőkben valamely ok miatt (pl. szupernóva robbanás) sűrűség- és nyomásingadozások léphetnek fel. Az így keletkező kisebb-nagyobb anyagcsomók saját gravitációs terük hatására összehúzódásba kezdenek. Az összehúzódás során felszabaduló gravitációs energia a csomó felmelegedéséhez vezet. Az így létrejövő protocsillag egyre nagyobb mértékben húzódik össze, mígnem a magban olyan magas lesz a hőmérséklet, hogy megindul a magfúzió. Az összehúzódás során a csillag közel függőleges mozgást végez a HRD jobb oldalán, majd a fúzió beindulásakor ez a mozgás megáll. A HRD-n ennek az állapotnak megfelelő görbét nevezzük ZAMS-nak (Zero Age Main Sequence, vagy nullkorú fősorozat). A csillagok ebben a korban a legkisebb átmérőjűek és életük több mint 90%-át a fősorozaton töltik. A magfúzió előrehaladásával a magban folyamatosan csökken a hidrogén mennyisége, ami ahhoz vezet, hogy a csillag a fősorozaton is folyamatosan a HRD bal felső sarka felé nagyon lassan vándorol, ilyenkor lassan nő a sugara és luminozitása. Amikor kifogy a hidrogén, a mag erőteljes összehúzódásba kezd, ezáltal belsejében nő a nyomás és a hőmérséklet. A tiszta héliummag körüli hidrogén héjban megnő a hőmérséklet, így ott is beindul a fúzió. A hatalmas sugárnyomás hatására a csillag külső rétegei felfúvódnak és a csillag eredeti méretének akár százszorosát is elérheti, ekkor a HRD-n átmászik az óriáságra. Ha a csillag tömege elég nagy, akkor beindulhat a magban lévő hélium fúziója. Fejlődése ezután igen erősen függ a tömegétől. Ha nagy tömegű (6-7 naptömeg), a fúzió egészen a vasig folytatódik, majd a csillag felrobban és egy kompakt objektum, neutroncsillag, vagy fekete lyuk jön létre a helyén. Ezt a folyamatot nevezzük szupernóva robbanásnak. Ha kisebb tömegű (<2-3 naptömeg) a robbanás nem következik be, hanem csak ledobja külső burkait, helyén pedig egy Föld méretű fehér törpecsillag keletkezik. Még kisebb tömegű csillagok esetén (<0,6-0,7 naptömeg) nem történik anyagledobás, ekkor a csillag fokozatosan, évmilliárdok alatt kihűl (Hurley et. al, 2000).

### 2.3. W UMa típusú csillagok

Az érintkező kettőscsillagok keletkezésére jelenleg kétféle elképzelés ismert:

- 1) Már a fősorozatra húzódáskor érintkeznek, azaz eleve kontakt rendszerként keletkeznek.
- 2) Különálló rendszerekként jönnek létre, majd valamikor a fősorozaton válnak érintkezővé.

Az 1) esetben a fősorozat előtti csillagok közül a nagyobb tömegű főkomponens gyorsabban húzódik a főágra, ugyanis a nagyobb tömeg hatására a gravitációs összehúzódás gyorsabb. A hidrogén begyulladásának időpontjában elfoglalja helyét a fősorozaton. Ekkor társa még csak az összehúzódás szakaszában van, sugara még jóval nagyobb, mint a ZAMS-on. Most tételezzük fel, hogy a főkomponens ebben az időpontban épp kitölti Roche-üregét. A mellékkomponens ekkor még az összehúzódás szakaszában tart és vagy jócskán túlnyúlik a megfelelő Roche-üregen, vagy már azon belül van (ez erősen függ a két csillag távolságától), ezért tömege egy része fokozatosan eltávozik a rendszerből, vagy széteszik a csillagok körül. Miután az anyagvesztés véget ér (és persze aközben is), a csillag tovább folytatja sugarának csökkentését egészen addig, amíg be nem indul a magfúzió. Bár időlegesen kialakul egy kontakt állapot, de a kisebb csillag összehúzódása következtében ez megszűnik, az eredmény egy félig érintkező rendszer lesz. Az 1) fejlődési úton csak akkor kaphatunk fősorozati csillagokból álló kontakt rendszert, ha az egyes csillagok tömege egyenlő. (Feltéve, ha nem tekintjük szigorú értelemben kontaktnak azokat a kettősöket, amelyek egyik komponense még nincs a főágon.)

A 2) esetben a jelenlegi elképzelések vázlatosan a következők: a nagyobb tömegű csillag a fősorozati fejlődése során valamikor kitölti Roche-üregét. Az üregen túlcsorduló anyagra a mellékkomponens felé mutató eredő erő hat, ennek hatására a belső Lagrange-ponton keresztül átáramlik a mellékkomponens felé. Ez a gyors tömegátadási szakasz. A folyamat az ún. Kelvin-Helmholtz-időskálán zajlik (Patkós, 1981):

$$t_{kh} = 3,1 \cdot \frac{m_1^2}{s_1 \cdot L_1} \quad (4)$$

ahol  $L_1$ : a főkomponens luminozitása,  $s_1$ : a főkomponens Roche-üregének sugara,  $m_1$ : a főkomponens tömege,  $t_{kh}$ : a Kelvin-Helmholtz-féle idő. A Kelvin-Helmholtz-idő

megmutatja, hogy egy csillag, ha belsejében megszűnik az energiatermelés és csak a részecskék hőmozgása tart egyensúlyt a gravitációval, állandó luminozítás mellett mennyi idő alatt sugározza ki teljes energiáját. Az egységek Nap-egységben értendők, az idő pedig évben.

Az átkerülő anyag ezután vagy a mellékkomponensbe csapódik szabadeséssel, vagy akkréciós korongot alkot körülötte. Az akkréciós korong kialakulása attól függ, hogy mekkora a mellékkomponens átmérője, milyen messze vannak egymástól az egyes csillagok, ugyanis az átrepülő anyagra ható Coriolis-erő folyamatosan eltéríti az anyag útját, így az a mellékkomponens mellé eshet, ahol később pályára áll. Az akkréciós korongból csak lassan hullik anyag a csillag felszínére, ebből következően az ilyen módon a csillagra jutó anyagnak nincs nagy energiája, tehát ez nem okoz jelentős sugárnövekedést. A másik esetben viszont a behulló gáz mozgási energiája a csillag sugarának, ill. belső energiájának növelésére fordítódik. A mellékkomponens ennek hatására gyors sugárnövekedésbe kezd, majd, ha elég nagy volt a kezdeti átmérője, eléri Roche-üregét és a rendszer érintkezővé válik (Pringle és Wade, 1985). A kontaktus megléte után a belső Lagrange-ponton keresztül hőkonvekció indul meg a nagy hőmérsékletkülönbség miatt, melynek következtében hőmérsékletkiegyenlítés kezdődik meg. Végeredményben a két csillag közös hőmérséklete pár millió év alatt egyenlővé válik. Ezután a rendszer egy viszonylag stabil állapotba kerül (Rahunen, 1982, 1983). A további fejlődés a nagy tömegarány felé történik. A főkomponens számára energetikailag kedvezőbb, ha növelheti sugarát, ennek következményeként a kisebb csillag folyamatosan tömeget ad át társának. Ez a fejlődési szakasz, az ún. lassú tömegátadási szakasz, mely nukleáris időskálán történik. Egy idő után a mellékkomponens sugara a Roche-üregen belülre húzódik, aminek következtében a rendszer félig érintkezővé válik. A nukleáris időskálán mért csillagfejlődés miatt a főkomponens azonban újra nagyobbá válik, és megindul a gyors tömegátadási szakasz, a rendszer újra érintkezővé válik, majd az egész kezdődik előlről. Ez a termális relaxációs oszcilláció elmélete (Sarna és Fedorova, 1989).

A megfigyelések eddig csak fősorozati csillagokra terjedtek ki, még nem sikerült óriás, már elfejlődött (magjukban már nem hidrogént égető) csillagokból álló kontakt kettősöket találni. Joggal merül fel a kérdés, vajon miért nem. Az általam használt egyszerűbb modellel erre a problémára igyekeztem magyarázatot találni.

### 3. A modell

A részletes modellekben igen fontos szerepet játszik a csillagok belső szerkezetének változása a tömegátadások során, azonban a W UMa csillagok fő paramétereinek modellezése ezeknél jóval egyszerűbb elképzelésekkel is kiszámítható.

A modell megalkotásánál a következő egyszerűsítő feltevésekkel éltem:

1. a csillagok alakját a Roche-geometriával lehet leírni, ugyanis a csillagok felszíne mindig az ekvipotenciális felületek alakját veszi fel.
2. A csillagok fizikai paramétereinek időbeli változása hasonló a magányos csillagokhoz.

Tegyük fel, hogy a gyors tömegátadás szakaszában az egységnyi idő alatt átáramlott anyag tömege egyenesen arányos a főkomponens sugarának a Roche-üregben való relatív túlnyúlásával és a tömegével. Ezek alapján az egységnyi idő alatt átáramlott tömeg:

$$\frac{dm}{dt} = \alpha \cdot \frac{dV}{V} \cdot \frac{m_1}{t_{kh}} \quad (5)$$

ahol

$$\frac{dV}{V} = \frac{(s_1 + ds_1)^3}{s_1^3} - 1 \quad (6)$$

a csillag felszínének relatív túlnyúlása a Roche-üregben. A számítások során a  $ds_1$  értékét a Roche-üreg ezred részének vettem, amely már elegendően kicsiny túlnyúlást jelent, ennek nagysága a tömegátadás hevedését szabályozza, minél nagyobb a túlnyúlás, annál gyorsabb az áramlás.

$\alpha$ : a tömegátadási koefficiens, mely megmutatja az egységnyi idő alatt átfolyó tömeget. Minél nagyobb ez az érték, a tömegátadás annál gyorsabban lezajlik, tehát ezzel a tömegátadás sebességét lehet szabályozni. Értékét a számítások során 200-nak vettem, ennek következtében a gyors tömegátadási szakasz pár tízezer, vagy százezer éves nagyságrendbe esik.

$dt$  idő elteltével a fő- és mellékkomponens tömege:

$$M_1 = m_1 - dm \quad (7)$$

és

$$M_2 = m_2 + dm \quad (8)$$

A kettőscsillagok keringése során a pályaimpulzusmomentum jó közelítéssel állandónak vehető, tehát a rendszer nem veszít anyagot, a Roche-üregén kívül lévő tömeg teljes része a másik csillagra kerül át. Emiatt ha anyagáramlás folyik a komponensek között, akkor a pálya fél nagytengelye változik, a tömegek kiegyenlítődéséig a csillagok közelednek egymáshoz, majd a tömegarány megfordul, és távolodni kezdenek.

A pályaimpulzusmomentum a keringés során:

$$J = m_1 \cdot m_2 \cdot \sqrt{\frac{A \cdot G}{m_1 + m_2}} \quad (9)$$

Feltéve, hogy  $M = m_1 + m_2$  és  $J$  konstans, a fél nagytengelyre adódik, hogy:

$$A = \frac{M \cdot J^2}{G \cdot (m_1 \cdot m_2)^2} = \frac{\text{konstans}}{m_1^2 \cdot m_2^2} \quad (10)$$

Ebből következik, hogy  $dm$  tömeg átadása után az új fél nagytengely:

$$A' = A + dA = \left( \frac{m_1 \cdot m_2}{M_1 \cdot M_2} \right)^2 \cdot A \quad (11)$$

Ezt Kepler 3. törvényébe beírva, a periódusváltozásra a következő képletet kaptam:

$$p' = p + dp = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{A^3}{G \cdot (m_1 + m_2)}} \quad (12)$$

E képletek felhasználásával tehát meg lehet határozni a gyors tömegátadás szakaszában fellépő fél nagytengely- és periódusváltozásokat. Ezek ismeretében kiszámítható az új Roche- geometria mérete is. Az új sugarak:

$$S'_1 = A' \cdot (0.38 + 0.2 \cdot \log \frac{M_1}{M_2}) \quad (13)$$

$$S'_2 = A' \cdot (0.38 - 0.2 \cdot \log \frac{M_1}{M_2}) \quad (14)$$

Feltevéseim szerint az átkerülő anyaggal ezután két dolog történhet: vagy a kisebb csillagra zuhan, vagy akkréciós korongot alkotva körülötte keringésbe kezd. Akkréciós korong létrejöttkor érintkező állapot nem keletkezhet, mert a korongból a mellékkomponensre jutó anyag mozgási energiája kicsi, ezért nem okoz jelentős sugárnövekedést. Egy kettőscsillagban a mellékkomponens körül kialakult akkréciós korong sugara közelítőleg:

$$R_{circ} = (1 + q) \cdot l^4 \quad (15)$$

ahol

$$l = A \cdot \frac{1}{2} \cdot 0.227 \cdot \log q \quad (16)$$

$l$  adja a belső Lagrange-pont távolságát a főkomponens tömegközéppontjától. Anyag csak akkor hullik közvetlenül a csillagra, ha a csillag sugara nagyobb, mint  $R_{circ}$ . Az átáramló anyag energiájának egy része a csillag belső energiájának növelésére fordítódik, míg másik része sugárnövekedést okoz.

Egy csillag teljes energiája a részecskék hőmozgásából származó energia, és potenciális energiájuk összegeként írható fel. Feltételezve, hogy a csillag hidrosztatikai

egyensúlyban van és ideális gázból áll, a teljes energia a gravitációs, és a belső energia összege, ez a következőképpen közelíthető (Hansen és Kawaler 1994):

$$E_t = -\frac{3}{5} \frac{3 \cdot \gamma - 4}{3 \cdot \gamma - 3} \frac{G \cdot M^2}{r} \quad (17)$$

ahol,  $\gamma=5/3$ : az adiabatikus exponens,  $M$ : a szóban forgó csillag tömege,  $r$ : a sugara.

A belső Lagrange-pontban lévő anyag helyzeti energiája nagyobb, mint a kisebb csillag felszínén, ez az energiakülönbség fogja adni a becsapódó anyag kinetikus energiáját. Ebből következik, hogy a mellékkomponens sugarának növelésére fordított energia egyenlő a két pontban vett kicsiny tömeg helyzeti energiájának különbségével:

$$E_{kin} = E_{h_1} - E_{h_2} \quad (18)$$

ahol,  $E_{h_1}$ : a belső Lagrange-pontban,  $E_{h_2}$ : a mellékkomponens felszínén számított helyzeti energia.

Az  $E_{h_1}$  és  $E_{h_2}$  a két csillagtól származó potenciális-, és a centrifugális energia összegeként írható fel. A belső Lagrange-pontban lévő  $dm$  tömegpont a főkomponenstől származó potenciális energiája:

$$E_{pot_1} = -dm \cdot G \cdot \frac{m_1}{l} \quad (19)$$

ahol,  $dm$ :  $dt$  idő alatt átáramlott tömeg,  $l$  a Lagrange-pont távolsága a főkomponens tömegközéppontjától.

Hasonlóan a mellékkomponenstől számított potenciális energia nagysága:

$$(20)$$

$$E_{pot_2} = - dm \cdot G \cdot \frac{m_2}{A-l}$$

A teljes energiához hozzájárul még a keringés miatt fellépő centrifugális energia. A dinamikából jól ismert képletet használva egy körpályán keringő test kinetikus energiája:

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot s^2 \cdot \omega^2 \quad (21)$$

ahol,  $s$  : a pálya sugara,  $\omega$ : a keringés körfrekvenciája.

A Lagrange-pontban elhelyezkedő anyag esetében  $s$  értéke a belső Lagrange-pont és a rendszer közös tömegközéppontja közötti távolság. Egy kettőscsillag tömegközéppontjának távolsága a főkomponens tömegközéppontjától:

$$r_{ikp} = A \cdot \frac{m_2}{m_1 + m_2} \quad (22)$$

Ezek alapján tehát az anyag teljes centrifugális energiája a belső Lagrange-pontban:

$$E_{centr_1} = \frac{1}{2} \cdot dm \cdot \omega^2 \cdot \left( l - A \cdot \frac{m_2}{m_1 + m_2} \right)^2 \quad (23)$$

Mivel a belső Lagrange-pontban lévő  $dm$  tömegű anyag teljes potenciális energiája a centrifugális és a két potenciális energia összege:

$$E_{h_1} = - dm \cdot G \cdot \left( \frac{m_1}{l} + \frac{m_2}{A-l} \right) + \frac{1}{2} \cdot dm \cdot \omega^2 \cdot \left( l - A \cdot \frac{m_2}{m_1 + m_2} \right)^2 \quad (24)$$



$E_{h_2}$  meghatározása az előzőekhez hasonló módon történik. A mellékkomponens felszínén lévő tömeg a főkomponenstől származó potenciális energiája, feltéve, hogy az anyag a Lagrange-ponthoz legközelebb csapódik a mellékkomponens felszínébe:

$$E'_{pot_1} = - dm \cdot G \cdot \frac{m_1}{A - r_2} \quad (25)$$

A kisebb csillagtól származó potenciális energia: (26)

$$E'_{pot_2} = - dm \cdot G \cdot \frac{m_2}{r_2}$$

Ebben az esetben a csillag felszínén lévő anyag távolsága a tömegközéppontból épp a fél nagytengely, a csillag sugara és  $r_{tkp}$  különbsége, tehát a centrifugális energia, a mellékkomponens felszínén:

(27)

$$E_{centr_2} = \frac{1}{2} \cdot dm \cdot \omega^2 \cdot \left( A - r_2 - A \cdot \frac{m_2}{m_1 + m_2} \right)^2$$

Ezek alapján a mellékkomponens felszínén lévő tömegpont teljes potenciális energiája:

$$E_{h_2} = - dm \cdot G \cdot \left( \frac{m_1}{A - r_2} + \frac{m_2}{r_2} \right) + \frac{1}{2} \cdot dm \cdot \omega^2 \cdot \left( A - r_2 - A \cdot \frac{m_2}{m_1 + m_2} \right)^2 \quad (28)$$

Ezek után feltettem, hogy a becsapódó anyag kinetikus energiájának egy része ( $\beta$ -szorosa) a mellékkomponens sugarának növelésére fordítódik, míg másik része disszipatív folyamatokban elvész, pl. kisugárzódik. Tehát a mellékkomponens teljes energiája a tömegátadás után:

$$E'_t = E_t + E_{kin} = - \frac{3}{5} \cdot \frac{3 \cdot \gamma - 4}{3 \cdot \gamma - 3} \cdot \frac{G \cdot M^2}{r} + (E_{h_1} - E_{h_2}) \cdot \beta \quad (29)$$

$E_t$  ugyanakkor felírható a következő alakban is:

$$E_t = -\frac{3}{5} \cdot \frac{3 \cdot \gamma - 4}{3 \cdot \gamma - 3} \cdot \frac{G \cdot M_2^2}{R_2} \quad (30)$$

ahol

$R_2$ : a csillag új sugara, miután  $dm$  tömeg áramlott át.

Összevetve ezt az előző egyenlettel és  $R_2$ -t kifejezve:

$$R_2 = r_2 + dr = -\frac{3}{5} \cdot \frac{3 \cdot \gamma - 4}{3 \cdot \gamma - 3} \cdot \frac{G \cdot M_2^2}{E_t + \beta \cdot E_{kin}} \quad (31)$$

Ezzel a tömegátadás során végig tudtam követni a mellékkomponens sugarának változását, mely alapvetően fontos az érintkezés kialakulásában.

A főkomponens ugyanakkor a folyamatos tömegvesztés következtében csökkenti átmérőjét. A sugárcsökkenés mértékét a fősorozaton lévő csillagokra érvényes tömeg-sugár összefüggésből számoltam, mely jó közelítést ad, ha a csillag kicsiny  $dm$  tömeg átadása után is hidrosztatikai egyensúlyban marad:

$$R_1 = r_1 \cdot \left(\frac{M_1}{m_1}\right)^{0.75} \quad (32)$$

ahol,  $R_1$ : a nagyobb  $M_1$  tömegű csillag sugara,  $r_1$ : a kisebb  $m_1$  tömegű csillag sugara.

Miután már kialakult a kontaktus, megindul a hőkiegyenlítődé, melynek végére a komponensek azonos hőmérsékletűek lesznek. A Stefan-Boltzmann-törvény alapján egy csillag hőmérséklete, luminozitása és sugara között fennáll a következő képlet:

$$L = 4 \cdot \pi \cdot \sigma \cdot R^2 \cdot T_{eff}^4 \quad (33)$$

ahol,  $L$ : a csillag luminozitása,  $R$ : a sugara,  $T_{eff}$ : az effektív hőmérséklete,  $\sigma$ : a Stefan-Boltzmann állandó.

Egy érintkező kettőscsillagnál  $R$  helyébe a Roche-sugarakat kell érteni, mivel az egyes csillagok alakja az erős gravitáció hatására a Roche-geometria alakjára torzul. Ennek alapján egy kettős rendszer összluminozitása:

$$L_1 + L_2 = 4 \cdot \pi \cdot \sigma \cdot (s_1 + s_2)^2 \cdot T_k^4 \quad (34)$$

Innen a közös hőmérsékletet kifejezve:

$$T_k = \sqrt[4]{\frac{L_1 + L_2}{4 \cdot \pi \cdot \sigma \cdot (s_1 + s_2)^2}} \quad (35)$$

$T_k$ -ra vonatkozó képlet annál pontosabb becslést ad, minél idősebb a kettős. Ha közvetlenül a gyors tömegátadás lezajlása utáni rendszereket nézünk, akkor a komponensek hőmérséklete még nagyon különbözik, ezért e képlet nem használható. A fenti képletek alapján már ki tudtam számolni egy tetszőleges kettőscsillag sugarainak fejlődési útvonalát a egészen a termális relaxációs oszcilláció (TRO) bekövetkeztéig.

#### 4. A program

A számítások elvégzéséhez a képleteket C nyelvben programoztam be. A differenciálegyenletek megoldásai előállításának céljából Euler módszerét alkalmaztam.

Az Euler-módszer röviden: tekintsük a

$$\frac{df}{dt} = u(t) \quad (36)$$

differenceálegyenletet, a kezdő érték pedig legyen  $f_0$  a  $t=0$ -ban, majd pedig alakítsuk át differenceáegyenletté:

$$\Delta f = u(t) \cdot \Delta t \quad (37)$$

ahol  $\Delta t$  lesz a lépésköz. Ezzel minden lépésben ki tudjuk számolni a függvény értékét a következő módon:

$$f_{i+1} = u(t_i) \cdot \Delta t + f_i \quad (38)$$

Minél kisebb mértékűre vesszük a lépésközt, annál pontosabban megkaphatjuk  $f$  függvény értékeit. Megfelelően kicsiny lépésköz esetén az Euler-módszer a vizsgált problémára kielégítő megoldást szolgáltatott.

Kezdeti konfigurációnak olyan kettőscsillagokat választottam, melynek komponensei még a Roche-üregükön belül helyezkednek el. A főkomponens valamikor fősorozati élete során ki kell, hogy töltse üregét, tehát a kezdetben megadott  $r_1$  sugárnak kisebbnek kell lennie, mint az adott tömegű csillag fősorozat végi sugara. Az  $r_1$  értéke akkor lesz egyenlő  $s_1$  értékével, ha a főkomponens kitölti Roche-üregét. A program ezen időponttól kezdve számolta a kialakuló csillagok paramétereit. Ezzel tulajdonképpen már meghatároztam a kezdő konfiguráció egymástól való távolságát (a Roche-üregre vonatkozó képlet alapján) és a főkomponens üregének kitöltési időpontját ( $T$ ), melyet a hidrogén begyulladásának időpontjától mértem (ZAMS). A csillagok nukleáris fejlődése során bekövetkezett sugár- és luminozításváltozásait egy EVOLVE nevű programmal számoltam, mely tetszőleges időpontra meg tudja határozni egy adott tömegű csillag későbbi paramétereit analitikus egyenletekkel közelítve a csillagok fejlődését legjobban leíró differenceálegyenletek eredményeit (Tout et. al, 1996, Hurley et. al, 2000).

Legegyszerűbb esetben  $s_1 = r_1$ , vagyis a kitöltéshez szükséges idő 0. Miután a kitöltés megtörtént, megindul az anyagáramlás. A mellékkomponens méretének nyomon követéséhez szükség van a kezdeti sugarára, amelynek értéke abban a pillanatban veendő, amikor megindul a tömegátadás, tehát  $T$  időpontban.

A program kezdő paramétereit összefoglalva a következők voltak:

$m_1$ : a főkomponens kezdeti tömege a ZAMS-on,

$m_2$ : a mellékkomponens tömege a ZAMS-on,

$r_1$ : a főkomponens sugara a ZAMS-on,  
 $r_2$ : a mellékomponens sugara,  $T$  -ben,  
 $L_1$ : a főkomponens luminozitása  $T$  időpontban,  
 $L_2$ : a mellékomponens luminozitása  $T$  időpontban,  
 $L'_1, L'_2$ : a kitöltés utáni luminozitások,  
 $\alpha$ : a tömegátadási együttható,  
 $\Delta t$ : az idő lépésköze.

## 5. Számítások

### 5.1. Modelcsillagok esetében

A modell tesztelése végett először tetszőleges bemenő paraméterekkel rendelkező kettőscsillagokat számoltam. Legyen most a következő rendszerek kezdő értékei (az értékek Nap-egységben értendők),  $T=5000$  millió év,  $\alpha=200$ :

	$M (M_{\odot})$	$R (R_{\odot})$	$L (L_{\odot})$
Főkomp.	1.0	1.0	1.0
Mellékkomp1.	0.6	0.56	0.07
Mellékkomp2.	0.3	0.3	0.01

**1. Táblázat:** A modellcsillagok kezdő paramétereit.

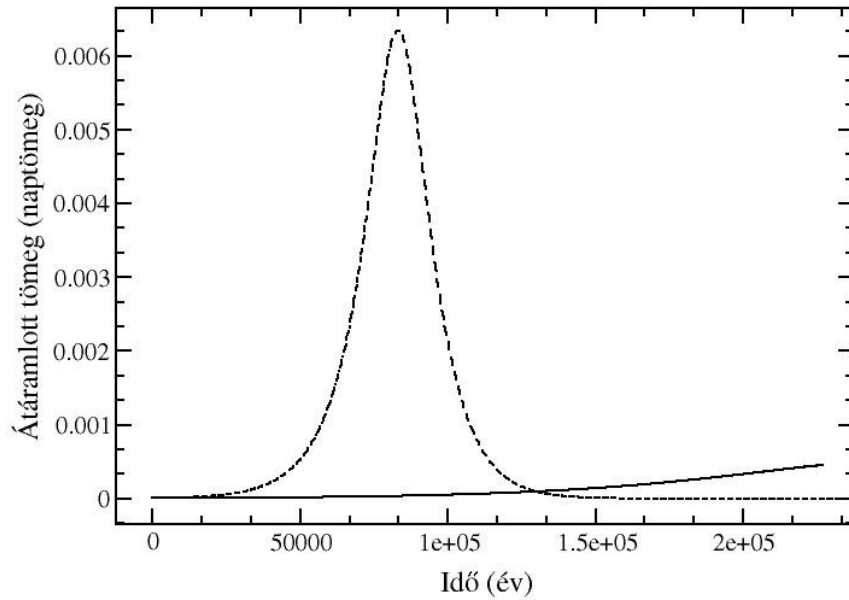
Az 1. ábra x tengelyén az idő, y tengelyén az időegység alatt átadott tömeg ( $dm$ ) szerepel. A folytonos görbe a  $0.6 M_{\odot}$  tömegű mellékkomponenshez tartozik, a szaggatott pedig a  $0.3 M_{\odot}$  tömegűhöz. Jól látható, hogy az első esetben a tömegátadás megszakad, mielőtt még elérhetné maximumát, míg a másik esetben a tömegátadás folyamatosan zajlik, csak akkor szakad meg, mikor már az egymástól távolodó kettős főkomponensének Roche-ürege újra el nem éri a csillag sugarát.

A 2. ábrán ugyanezen két rendszer periódusidejének változása látható, a szaggatott vonal a  $0.3 M_{\odot}$  tömegű, a folytonos vonal a  $0.6 M_{\odot}$  tömegű mellékkomponenssel alkotott kettőst jelenti. Az első esetben erős perióduscsökkenést, majd pedig egy enyhébb növekedést lehet megfigyelni, mely a tömegátadás megszakadása után állandó értéken marad. A második esetben a kitöltés megtörténteig csökkenés látható, miután a mellékkomponens kitöltötte Roche-üregét, a periódusidő nem változik (természetesen később a TRO ciklusok beindulása közben már fog).

A 3. ábrán a komponensek tömegének változását lehet nyomon követni. Az egyenes vonal a  $0.6 M_{\odot}$  tömegű mellékkomponens, a pontozott vonal az ehhez tartozó főkomponens, a szaggatott vonal a  $0.3 M_{\odot}$  tömegű mellékkomponens, a pontozott-szaggatott vonal pedig az ehhez tartozó főkomponens tömegváltozását mutatja. Az első esetben a tömegek nem egyenlítődnek ki, ami arra utal, hogy a kontaktus még ez előtt létrejön. A második esetben viszont megtörténik a kiegyenlítődés, majd a rendszer tömegaránya megfordul, ám az így létrejött csillagok tömegaránya nagyobb lesz, a tömegek értékei közelebb kerülnek egymáshoz, kontaktus nem alakul ki.

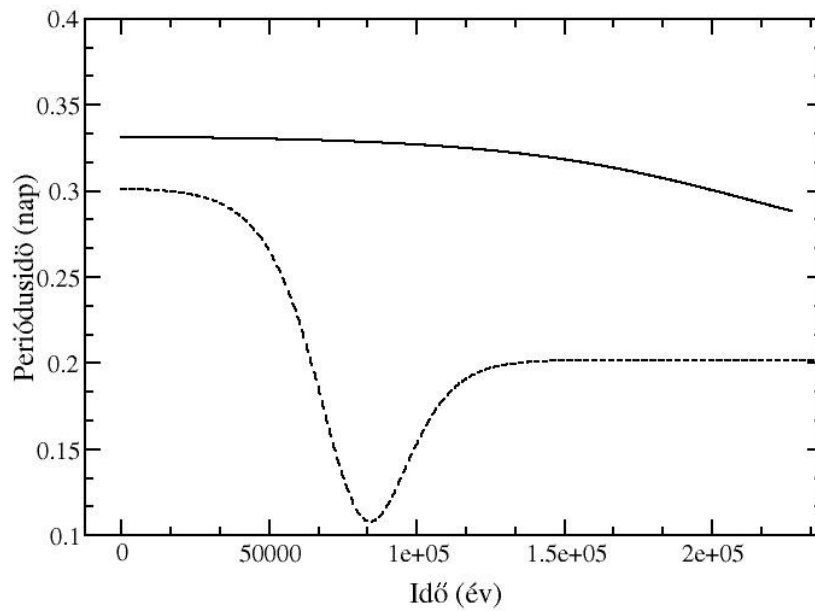
A 4. ábrán a  $0.6 M_{\odot}$  tömegű mellékkomponenssel alkotott kettős sugárváltozásai láthatók. A folytonos vonal a főkomponens Roche-üregének, pontozott vonal a sugarának, a szaggatott vonal a mellékkomponens Roche-üregének, pontozott-szaggatott vonal pedig a mellékkomponens sugarának változását jelenti. A főkomponens esetében a tömegátadás leghevesebb pillanataiban jelentősen túlnyúlik sugara a Roche-üregén, a kontaktus kialakulása után lévő, még fennmaradó anyag szétszlik a rendszerben. A

mellékkomponens esetében a Roche-üreg méretének változásában lévő minimumpont a két csillag legközelebbi állapotának felel meg. Ezután a csillag sugara már elérte a Roche-üreget, így a rendszer érintkezővé vált. Az általam használt modellnél az érintkezővé fejlődő kettőscsillagokra általában igaz, hogy még a tömegkiegyenlítődés előtt eléri a kontakt állapotukat.



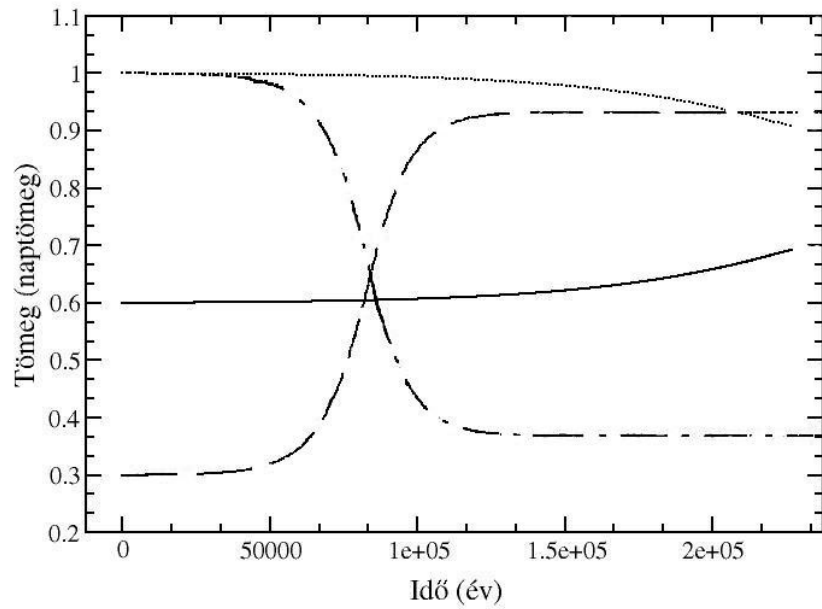
**1. Ábra:** Az idő függvényében az átáramlott tömeg. A szaggatott vonal a 0.3  $M_{\square}$  mellékkomponenshez, a folytonos vonal pedig a 0.6  $M_{\square}$  mellékkomponenshez tartozik.

**2. Ábra:** Ezen az ábrán az idő függvényében az előbbi két rendszer periódusidejének

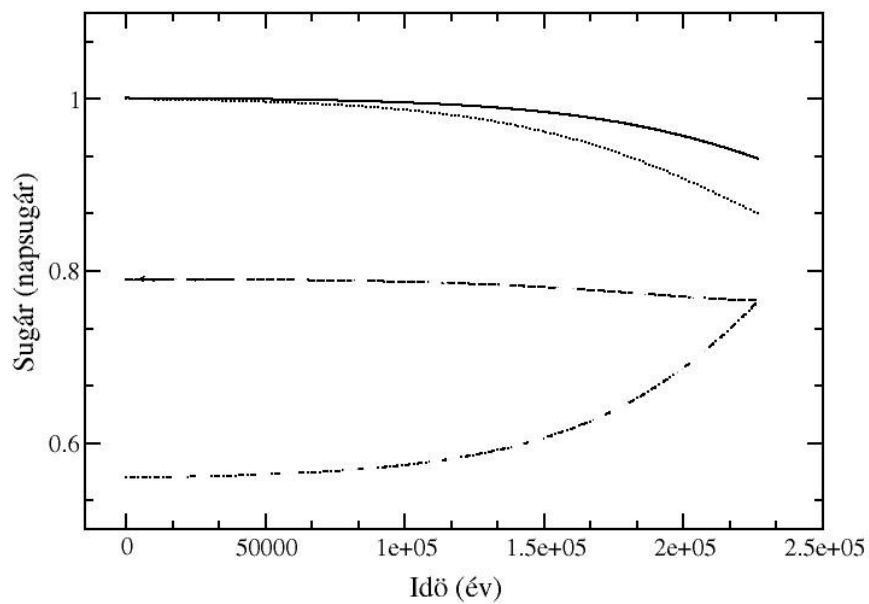


változása látható a gyors tömegátadás szakaszában.





**3. Ábra:** Az előbbi rendszerek komponenseinek tömegváltozásai láthatók. Az egyes vonalak jelentései a szövegben.



**4. Ábra:** A  $0.6 M_{\odot}$  tömegű mellékkomponenssel alkotott kettős sugárváltozásai az idő függvényében. A vonalak jelentése a szövegben.

## 5.2. Megfigyelésekkel való összevetés

A modell működésének további ellenőrzése céljából összevettem a számolt adatokat a megfigyelési adatokkal. Ehhez kiválasztottam 9 darab W Uma típusú csillagot, melyeknek tömeg, sugár és periódusidő adatai a korábbi megfigyelésekből már ismertek voltak (Terrel et al. 1992). A modell akkor működik jól, ha ezeket a csillagokat elő lehet állítani valamilyen kezdő konfigurációból. A korábbi feltételezéssel élve, miszerint a W Uma csillagok többsége valamikor a fősorozat mentén érnek össze, azt próbáltam meghatározni, hogy ezek a kettősök milyen kezdő paraméterű csillagokból keletkeztek. A számítások során a csillagok paramétereit a ZAMS időpontjától számítottam. Mivel a kettőscsillagok periódusidejének mérése nagyon pontos, arra törekedtem, hogy a kialakuló rendszer periódusa minél jobban egyezzen az éppen vizsgált kettőscsillagéval. A számítás során a kezdő tömegek összegét úgy választottam meg, hogy az egyenlő legyen a mért tömegekkel, így biztosítva, hogy a periódusidő egyezése esetén a fél nagytengelyek értéke is közelítőleg azonos lesz. A megfigyelésekből származó tömeg- és sugáradatoknak általában 10-20% hibát lehet tulajdonítani, így ezeknél az értékeknél nagyobb eltérések esetében is elfogadtam jónak az értékeket, de itt is a minél jobb egyezés volt a cél. Az eredményeket az alábbi táblázatokban foglaltam össze:

Név	$M (M_{\odot})$			$R (R_{\odot})$			$\tau$ (milliárd év)
	Kezdő	Számolt	Megf.	Kezdő	Számolt	Megf.	
Ad Cnc	0.8	0.73	0.71	1.0	0.81	0.81	20.0
	0.38	0.45	0.44	0.44	0.65	0.65	
44i Boo	0.98	0.93	0.91	1.00	0.86	0.85	6.50
	0.42	0.47	0.46	0.49	0.63	0.60	
V523 Cas	0.65	0.63	0.58	0.79	0.70	0.68	20.0
	0.24	0.26	0.29	0.39	0.46	0.49	
VW Cep	0.92	0.91	0.89	0.99	0.93	0.93	10.0
	0.22	0.23	0.24	0.45	0.48	0.50	
RZ Tau	1.90	1.83	1.83	1.76	1.49	1.60	0.3
	0.60	0.67	0.68	0.74	0.93	1.02	
ER Cep	1.1	1.03	1.03	1.16	0.92	0.94	4.0
	0.42	0.49	0.48	0.46	0.66	0.65	
OO Aql	1.16	1.03	1.04	1.5	1.3	1.37	5.5
	0.75	0.88	0.87	0.84	1.21	1.26	
RZ Com	1.15	1.1	1.08	1.3	1.08	1.08	4.0
	0.4	0.45	0.47	0.55	0.72	0.72	
TW Cet	1.3	1.21	1.22	1.28	1.03	1.13	0.0

	0.65	0.7	0.73	0.56	0.83	0.90	
--	------	-----	------	------	------	------	--

**2. Táblázat:** A 9 próbacsiglag megfigyelésekből származó paramétereit összehasonlítva a modellből származó adatokkal.  $\tau$ : a kontaktus kialakulásához szükséges idő,  $M$ : tömeg,  $R$ : sugár.

Név	$L (L_{\odot})$		$T_{k,eff} (K)$		$P$ (nap)	
	Kontaktus előtt	Kontaktus után	Számolt	Mért	Számolt	Mért
AD Cnc	0.4	0.22	4000	4950	0.2837	0.2827
	0.02	0.03				
44i Boo	1.0	0.70	5200	5650	0.2671	0.2678
	0.03	0.03				
V523 Cas	0.11	0.1	3600	4300	0.2323	0.2337
	0.01	0.01				
VW Cep	0.87	0.78	5500	5100	0.2758	0.2783
	0.01	0.01				
RZ Tau	14.5	12.3	8200	7200	0.4152	0.4160
	0.07	0.11				
ER Cep	1.65	1.09	5600	5250	0.2814	0.2857
	0.03	0.04				
OO Aql	2.56	1.1	5200	5650	0.5028	0.5068
	0.2	0.47				
RZ Com	2.11	1.64	5750	5500	0.3383	0.3390
	0.03	0.03				
TW Cet	2.64	1.76	5800	5500	0.3184	0.3169
	0.08	0.13				

**3. Táblázat:** A kettőscsiglagok megfigyelésekből számolt és a modellből származó felszíni hőmérsékletadatai.  $L$ : luminozitás,  $T_{k,eff}$ : a közös effektív hőmérséklet,  $P$ : periódus.

A kisebb tömegű mellékkomponensek sugarait számolva az EVOLVE által adott értékeket módosítanom kellett párszor (általában növelni, kb. másfélszeres szorzó erejéig), főleg 0.7 naptömegűnél kisebb tömegű csillagok esetén, ugyanis az általam használt modell ezekben az esetekben nem adott kontakt konfigurációt. A kis tömegű csillagok

esetében a korrekció a modellem közelítéseiből származó hibáknak, és a kis tömegű csillagok modellezési pontatlanságának tulajdonítható.

Mint összességében látható, a periódusidő és a tömegek jóval a hibahatáron belül egyeznek a mért adatokkal. A sugarak esetében már nagyobb az eltérés, de ezek mérésekkel való meghatározása is nagyobb hibával jár, mint a tömegek esetében. A hőmérséklet számolások közel sem egyeznek a mért adatokkal, melynek az oka a nagy közelítésnek köszönhető, ugyanis a hőmérséklet számításoknál azzal a feltevéssel éltem, hogy a tömegátadás után kialakult luminozitások közel megegyeznek az azonos tömegű fősorozati csillagok luminozitásával. Mint az eltérésekből is látszik, az érintkező kettősöknél korántsem igaz, ezzel a közelítéssel nem élhetünk. Ebből következően a tömegátadás során mind a fő- és mellékkomponens belsejében jelentős változások mehetnek végbe, mely az ugyanolyan tömegű fősorozati csillaghoz képest más luminozitást és felszíni hőmérsékletet okoz. A pontosabb modellezésnél már ezeket a folyamatokat is figyelembe kell venni, mely bonyolult csillagfejlődési számításokkal járna, ami már túlmutat a jelen dolgozat keretein.

Az adatokból a következő tulajdonságokat tudtam az adott rendszerekre levonni:

AD Cnc: E csillag esetében a mellékkomponens sugara az EVOLVE programmal számolva csak  $0.36 R_{\odot}$ , tehát  $0.06 R_{\odot}$ -ot hozzá kellett adni ahhoz, hogy az eredmények egyezzenek. Szintén az EVOLVE programmal a kontaktus csak 20 milliárd év után jöhetne létre, mivel csak ebben a korban éri el a főkomponens az előírt sugarát. Azonban ez nem valószínű, hisz a Világegyetem jelenleg elfogadottnak vélt kora kb. 15 milliárd év.

44i Boo: Az érintkezés létrejötté a ZAMS-ról számítva kb. 6.5 milliárd év, ezek szerint a kettős élete derekán járhat, az érintkezés csak nemrég jöhetett létre, a mért és a számolt hőmérsékletek is különböznek még. A mellékkomponens kezdő sugarát  $0.1 R_{\odot}$ -ral nagyobbra kellett választani az EVOLVE által számoltnál.

V523 Cas: Egy kistömegű komponensekből álló kettős, melynél szintén kb. 20 milliárd év kellene a kialakulásához, mely nagyobb, mint a Világegyetem kora, ezért a 15 milliárd évhez tartozó sugarakkal számoltam. Ez esetben azonban a sugarakat újfent meg kellett növelni, különben a modell nem eredményezett volna kontakt rendszert. A korrekció kisebb 50%-nál, (mellékkomponens esetében  $0.13 R_{\odot}$ ).

VW Cep: Egy idős kettősrendszer, mely jelen számításaim szerint kb. 10 milliárd évvel a ZAMS után jár. A mellékkomponens sugarára vonatkozó korrekció meglehetősen nagy, az EVOLVE által adott  $0.25 R_{\odot}$  helyett  $0.45 R_{\odot}$ -t kellett használnom. Ez vagy a program nagyobb pontatlanságára utal, vagy arra, hogy a rendszer már régen kontakt

állapotban van és jópár TRO cikluson keresztül megváltozott a tömegarány. Valószínűleg eredetileg egy nagyobb tömegű mellék-, ill. egy kisebb tömegű főkomponensből keletkezhetett. Ez esetben az általam használt modell már nem jó, hisz az nem veszi figyelembe a TRO ciklust, csak feltételezi, hogy minden kettős közvetlenül az érintkezés utáni állapotban van.

RZ Tau: Az RZ Tau egy nagyon fiatal kettőscsillag lehet, a modell alapján mindössze 300 millió év után alakult ki az érintkező állapot. Ez nagyon kis idő, tekintetbe véve, hogy a kormeghatározás csupán nagyságrendi becslés jelent. Ez magában foglalja annak lehetőségét is, hogy a rendszer még a ZAMS előtti állapotban tartózkodik. A sugárszámítások is jobban eltérnek (bár még hibahatáron belül vannak), mint a többiek esetében, ami szintén alátámaszthatja a korábbi elképzelést, ugyanis a ZAMS előtti állapotban lévő csillagoknak jóval nagyobb a sugara, mint fősorozati társaiknak.

ER Cep: Egy középkorú kettős, melynél viszonylag kicsit kellett korrigálni a mellékkomponens sugarát ( $0.07 R_{\odot}$ -t hozzá kellett adni). Szintén ennél a rendszernél a legpontosabb a tömegek és sugarak egyezése, szinte alig van különbség a mért és a számolt adatok között. A hőmérséklet adat is ennél a kettősnél a legpontosabb, ami arra utal, hogy a hőmérsékletkiegyenlítődés megtörtént, de a TRO ciklusok még nem indultak be.

OO Aql: Ennél a kettősnél szintén kicsi a mellékkomponens sugarára vonatkozó korrekció, mindössze  $0.09 R_{\odot}$ . Tekintve induló tömegét, mely  $0.75 R_{\odot}$ , nem is szabad nagyon eltérni az EVOLVE által számítottól.

RZ Com: 4 milliárd éves kettős, melynél a sugarak tökéletesen egyeznek a mértekkel, viszont a tömegszámítások kicsit pontatlanabbak.

TW Cet: Sokban hasonlít az RZ Taura, azonban annál valamivel fiatalabb lehet. A sugarak szintén jobban eltérnek egymástól, alátámasztva az elképzelést, hogy a rendszer még a fősorozat előtti állapotban, vagy annak legelején tartózkodik.

### 5.3. Óriáscsillagokra vonatkozó számítások

Az óriáscsillagok alkotta W UMA csillagok létrehozásához a főkomponens sugarát akkorának választottam, hogy azt csak a Hertzsprung Gap (az a terület a HRD-n, amely a fősorozati és az óriáscsillagokat elválasztja egymástól) elején érhesse el. Ekkor a Roche-üreg mérete sokkal nagyobb lesz az előzőekhez képest, általában 5-10 napsugárnál nagyobb, de kisebb, mint bármikor később az óriáságon. Míg a főkomponens eléri ezt a méretet, addig a kisebb tömegű mellékkomponens a lassabb fejlődés miatt még a főágon

tartózkodik, tehát átmérője jóval kisebb, mint Roche-sugaráé, ezért ezekben az esetekben kivétel nélkül akkréciós korong alakul ki. Ennek bizonyításához elegendő a főkomponens sugarát abban a pillanatban venni, amikor épp kialudt magjában a fúzió és elhagyta a főágot. Ekkor a csillagok sugarai között még nem olyan nagy különbség van, mint az előző esetben. Ha ezeknél a konfigurációknál nem alakul ki érintkezés, akkor az ennél idősebb főkomponenst tartalmazó rendszereknél sem fog. Ennek igazolására a következő paraméterekkel rendelkező kettősök fejlődését követtem nyomon:

$T$ ( $10^9$ év)	$M (M_{\odot})$				$q$	$R (R_{\odot})$				$P$ (nap)	Állapot
	Kezdeti		Vég			Kezdeti		Vég			
	Fő.	Mell.	Fő.	Mell.		Fő.	Mell.	Fő.	Mell.		
16.5	0.9	0.52	--	--	0.58	1.44	0.49	--	--	--	a.
16.5	0.9	0.53	0.67	0.76	0.59	1.44	0.5	1.09	1.16	0.5	c.
16.5	0.9	0.54	0.66	0.78	0.6	1.44	0.51	1.1	1.19	0.51	c.
16.5	0.9	0.55	0.65	0.8	0.61	1.44	0.52	1.12	1.22	0.52	c.
16.5	0.9	0.56	--	--	0.62	1.44	0.53	--	--	--	n.
11.0	1.0	0.59	--	--	0.59	1.62	0.56	--	--	--	a.
11.0	1.0	0.6	0.73	0.87	0.6	1.62	0.57	1.24	1.35	0.57	c.
11.0	1.0	0.61	0.72	0.89	0.61	1.62	0.58	1.26	1.38	0.59	c.
11.0	1.0	0.62	--	--	0.62	1.62	0.59	--	--	--	n.
7.5	1.1	0.65	--	--	0.59	1.81	0.62	--	--	--	a.
7.5	1.1	0.66	0.8	0.96	0.6	1.81	0.63	1.39	1.51	0.65	c.
7.5	1.1	0.67	0.79	0.98	0.61	1.81	0.64	1.4	1.55	0.66	c.
7.5	1.1	0.68	--	--	0.62	1.81	0.65	--	--	--	n.
5.5	1.2	0.73	--	--	0.61	2.0	0.69	--	--	--	a.
5.5	1.2	0.74	--	--	0.62	2.0	0.7	--	--	--	n.
5.5	1.2	0.76	--	--	0.63	2.0	0.72	--	--	--	n.
2.5	1.5	0.98	--	--	0.65	2.68	0.91	--	--	--	a.
2.5	1.5	0.99	--	--	0.66	2.68	0.92	--	--	--	n.
2.5	1.5	1.02	--	--	0.68	2.68	0.97	--	--	--	n.
1.2	2.0	1.34	--	--	0.67	4.23	1.44	--	--	--	a.
1.2	2.0	1.36	--	--	0.68	4.23	1.48	--	--	--	n.
1.2	2.0	1.4	--	--	0.7	4.23	1.54	--	--	--	n.
0.4	3.0	2.07	--	--	0.69	5.81	1.95	--	--	--	a.
0.4	3.0	2.1	--	--	0.7	5.81	1.98	--	--	--	n.
0.4	3.0	2.4	--	--	0.8	5.81	2.43	--	--	--	n.
0.1	5.0	3.3	--	--	0.66	7.42	2.53	--	--	--	a.
0.1	5.0	3.35	--	--	0.67	7.42	2.58	--	--	--	n.
0.1	5.0	3.45	--	--	0.69	7.42	2.67	--	--	--	n.

**4. Táblázat :** Különböző tömegű főkomponens és különböző tömegarányok esetén a fejlődési végállapotokra vonatkozó számítások. Állapotok: a. : akkréciós korong, c. :

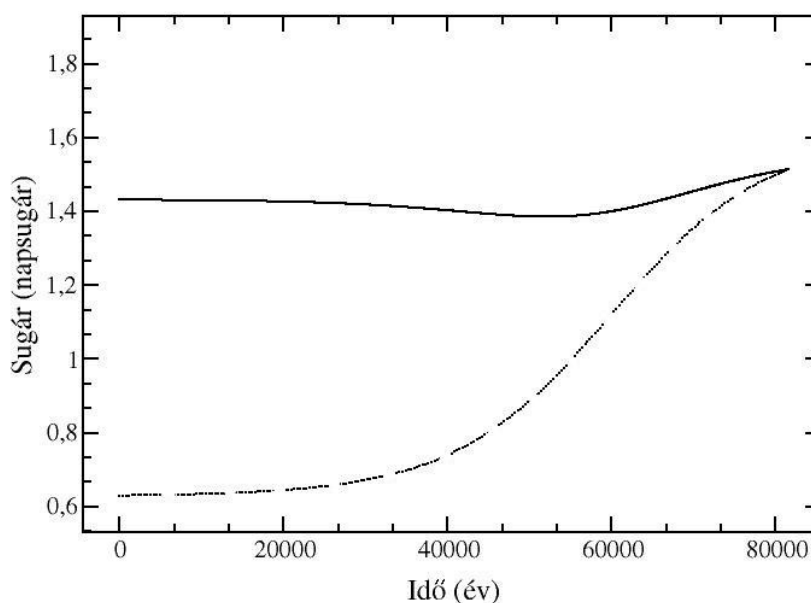
kontakt rendszer, n. : félig érintkező rendszer. A kihúzott sorokba azért nem kerültek adatok, mert ott nem alakul ki kontakt állapot.

Az első sorokban szereplő 16,5 milliárd év több, mint a Világegyetem kora, azonban most elfogadtam helyesnek, pusztán azért, hogy számolni tudjak 1 naptömegnél kisebb főkomponensre is. Ennél kisebb tömegű csillagoknak azonban semmiképp nem volt annyi ideje arra, hogy óriáscsillaggá fejlődjön, ezért ebben a tömegtartományban eleve ki lehet zárni az óriás érintkező kettőscsillagok létezését.

Mikor a főkomponens tömege rendre 0.9, 1.0, 1.1 naptömeg, a modellből létre lehet hozni olyan kettősöket, melyek főkomponense már nem a főágon tartózkodik. Kontakt állapot akkor, és csakis akkor jön létre, ha a tömegarány 0.6 körüli. Ha egyre nagyobb tömegű főkomponenseket veszünk, soha nem jön létre kontakt állapot a főág elhagyása után, minden esetben csak félig érintkező rendszerek keletkeznek. Tekintve azonban a kezdő feltételeket, miszerint épphogy a fősorozatot elhagyó főkomponensekkel számoltam, azt lehet feltételezni, hogy az 1 naptömegnyi csillagok esetén sem fog létrejönni óriás állapotban érintkezés, ugyanis az óriáságon a csillagok már sokkal nagyobb átmérőjűek, hiszen a fősorozat után a csillagok sugárnövekedése ugrásszerű. Az érintkezés létrejöttét alapvetően a mellékkomponens sugárnövekedése határozza meg, mely pedig a modellekben csak a becsapódó anyag mozgási energiájától függ. A mozgási energia azonban itt a két potenciális energia különbsége, ez pedig csak a két pont (a belső Lagrange- és a mellékkomponens e felé eső pontja) távolságától függ. Ezek alapján tehát akkor van a legnagyobb esély érintkező csillagok létrejöttére, ha a becsapódó anyag energiája maximális. Mivel a számítások során adott tömeg esetén a főkomponens kezdő sugara (mely egyben megszabja a fél nagytengelyt is) állandó, ezért csak a mellékkomponens sugarától fog függeni a mozgási energia nagysága, így a mozgási energia akkor lesz a legnagyobb, ha pontosan az akkréciós sugárral egyenlő sugarú csillagot veszünk. Ha ennél kisebb sugarú a mellékkomponens, akkor akkréciós korong jön létre, ha nagyobb, akkor pedig a mozgási energia csökken. Ez magyarázza azt, hogy miért csak  $q=0.6$ -os tömegarány környékén alakulhat ki ezekben az esetekben érintkezés. Ha már ennél nagyobb tömegarányt veszünk, akkor a belső Lagrange pont és a mellékkomponens felszíne egyre közelebb kerül egymáshoz, a mozgási energia mértéke csökken, tehát a sugárnövekedés egyre kisebb. Nagyobb tömegek felé ez a tömegarány nő, aminek a magyarázata az, hogy a csillagok sugárkülönbsége egyre nő az azonos tömegarányok mellett a főkomponensek sokkal gyorsabb fejlődése miatt. A következő két ábrán az 1.1 és

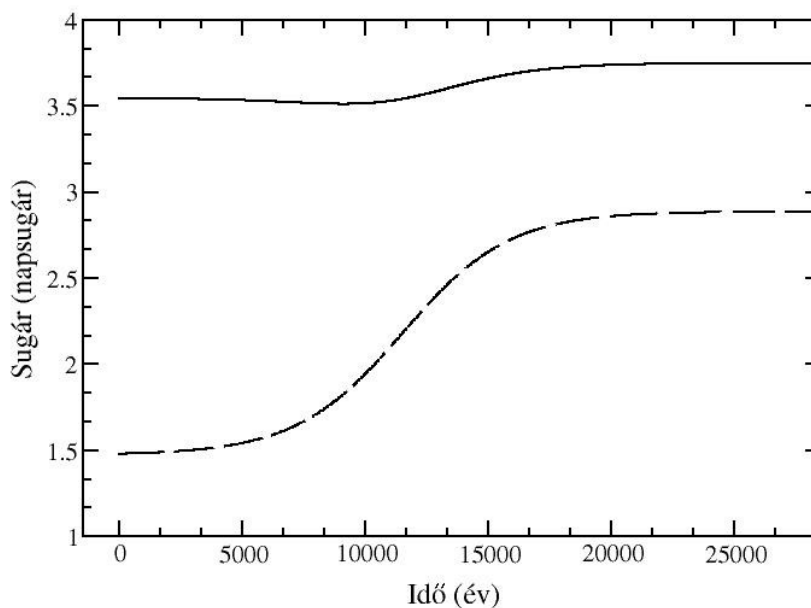
2.0 naptömegű főkomponenshez tartozó azon állapotokat ábrázoltam, ahol a becsapódó anyag energiája maximális.

Ahogy az a két grafikonon is látszik: ahogy egyre nagyobb tömegű csillagokat tekintünk, egyre távolabb kerül a mellékkomponens felszíne a Roche-üregétől, így tulajdonképpen 1.2 naptömegnél nagyobb tömegű főkomponens esetén sem fog kialakulni óriásokból álló kontakt rendszer.



**5. Ábra:** 1.1 naptömegű főkomponens és 0.79 naptömegű mellékkomponens esetében a kisebb csillag Roche-üregének és sugarának változása az idő függvényében. A folytonos vonal a Roche-üreg, a szaggatott vonal a sugár változását mutatja. Ebben az esetben a kitöltés még megtörténik.





**6. Ábra:** 2.0 naptömegű főkomponens és 1.36 naptömegű mellékkomponens esetében a kisebb csillag Roche-üregének és sugarának változása az idő függvényében. Jól látható, hogy a csillag sugara jóval kisebb marad a tömegátadás során, mint Roche-ürege, tehát a kitöltés nem történik meg.

Az eddigi megfigyelések szerint szó szoros értelmében vett óriásokból álló kettősök nincsenek, azonban van pár kettőscsillag, amelyek esetén a közös hőmérséklet alacsony, inkább az óriáságon jellemző hőmérséklettel egyenlő (HV UMa, Csák et. al, 2000), ami arra utal, hogy idős csillagokkal van dolgunk. Ezt nem magyarázza az eredetileg nagyon hideg mellékkomponens, hisz a hőmérsékletkiegyenlítődést a nagyobb tömegű határozza meg alapvetően, hiszen annak jóval nagyobb a hőkapacitása. Ugyanezen típusú kettősök jellemzője még, hogy a tömegarány nagyon kicsi (az AW UMa esetében a legkisebb, alig 0.07). A kis tömegarányú kettősök modellezése nem lehetséges a fenti modell alapján, mert ezen rendszereknél a mellékkomponens sugara nagyon kicsiny, és meg sem közelíti az akkréciós korong sugarát, tehát ezek fejlődése eltér a standard elképzeléstől. Alapvetően kétféle következtetéssel éltem:

Az egyik szerint a mellékkomponens még nem fejlődött ki. Ebben az esetben még a főág fölött tartózkodik, magjában nem indult be a fúzió. Ezen csillagok felszíni hőmérséklete jóval alacsonyabb, mint fősorozati társaiké. A protocsillagok átmérője jóval nagyobb a főági csillagokénál, emiatt túlnőhetnek az akkréciós sugáron. A nagy tömegkülönbség miatt a főkomponens már rég a főágon éli életét, mikor a másik még csak húzódik a főágra, sőt az is elképzelhető nagyon kicsi tömegarányoknál, hogy a nagyobb már a főágot is elhagyta. Ha már a Hertzsprung Gap-en történik meg a Roche-üreg kitöltése, akkor a tömegátadás hatására nem jön létre akkréciós korong, hanem a protocsillagba zuhan az anyag elősegítve annak további fejlődését. Az eredmény itt is sugárnövekedés lesz, és a mellékkomponens akár be is töltheti a Roche-üregét, így létrehozva egy óriás-protocsillag kontakt rendszert. Az elképzeléssel azonban több baj is van. Elsőként mindjárt az, hogy a szoros kettőscsillagok intersztelláris anyagból való összezsomósodása ma még nem teljesen tisztázott mechanizmusú. Nem világos pl. az sem, hogy az itt fellépő gyors tömegátadás hatására mekkora lesz a sugárnövekedés, ugyanis az átkerülő anyagot akadályozhatja a csillagközi anyagból a protocsillagba hulló tömeg is, ezáltal csökkentve annak mozgási energiáját (abban az esetben, ha a nagyobb csillag csillagszele nem fújta el jelentősen a környező anyagot). Továbbá ez az elképzelés sem ad magyarázatot az alacsony hőmérsékletre, ugyanis, ha létrejön kontakt állapot, akkor az sem fog sokáig tartani, a hőmérsékletkiegyenlítés megkezdődik, de a mellékkomponens folyamatos összehúzódása miatt a kontaktus egy idő után megszűnik. Ha lesz is ideje a hőmérsékletkiegyenlítésnek, a komponensek hőmérséklete akkor sem lesz egyenlő, mert a mellékkomponens az összehúzódás során tovább melegszik. Végül egy félig érintkező rendszer jön létre, melynek további fejlődését korábban már tárgyaltam.

A másik elképzelés szerint inkább öreg és elfejlődött kettős rendszer hozhatja meg a magyarázatot. A TRO ciklusok során a tömegarány csökken, az „átszívott” tömeg hatására a mellékkomponens egyre kisebb tömegű lesz, míg végül talán teljesen felfalja az egyik a másikat. Ez előtt azonban a főkomponens elfejlődhet a főágról, főleg hogy az átkerülő anyag gyorsítja fejlődését. A főkomponens sugarának növekedését azonban gátolja Roche-ürege. Az ezen túlnövő anyag széteszlik a csillagok között. Ha már nagyon idős csillagról van szó, elképzelhető, hogy tömegének egy része széteszlett a rendszerben (óriáscsillagok légkörében már nagyon kicsi a sűrűség, ezért a szétterülő anyag tömege nem lehet sok), felszíni hőmérséklete már nagyon alacsony, viszont sugara kicsi maradt. A kis sugár miatt fiatalabbnak tűnik a csillag, mint ahogy azt várnánk a hőmérséklete alapján (HV UMa). A

eredmény egy különös kettős, melynek egyik tagjának tömegéhez képest nagy az átmérője, míg a másiknak korához képest pedig kicsi, a felszíni hőmérséklet pedig alacsony.

## **6. Összefoglalás**

Dolgozatomban bemutattam az érintkező kettőscsillagok fejlődésének fizikáját, és egy erre vonatkozó egyszerű elméleti modellt.

A modell helyességének ellenőrzése céljából kilenc jól ismert W UMa-csillag paramétereit számoltam ki. A számítási eredmények a megfigyelésekkel a hibahatáron belül egyeznek, így a modell kellő pontossággal adja vissza a fejlődés főbb lépéseit. Az RZ Tau és a TW Cet esetében jobban eltértek az adatok, amiből arra következtettem, hogy a nagyon fiatal csillagokból álló kontakt rendszerek esetében más, pontosabb modellt kell alkalmazni. A hőmérsékletre vonatkozó számítások nagy hibahatáron belül mozogtak, melynek a durva közelítés volt az oka.

Az eredeti cél az óriáscsillagokból álló kontakt kettőscsillagok hiányának magyarázata volt. Az elméleti számításaim egyeznek a megfigyelésekkel, ezen modell alapján nem lehet létrehozni ilyen objektumokat. Az okot a nagy átmérőjű főkomponens adja, ebben az esetben ugyanis a két csillag távolsága olyan nagy, hogy vagy akkréciós korong alakul ki, vagy pedig félig érintkező rendszer a becsapódó anyag kicsiny energiája miatt, mely nem elegendő a mellékkomponens Roche-üregének kitöltésére.

### ***Köszönetnyilvánítás***

Ezúton is szeretnék köszönetet mondani a Szegedi Csillagvizsgáló összes munkatársának, akik tanácsaikkal, észrevételeikkel segítettek munkámat. Külön köszönet illeti Dr. Vinkó Józsefet, akinek áldozatkész munkája sokat lendített a dolgozat minőségén. Továbbá szeretném megköszönni az Optikai- és Kvantumelektronikai tanszéknek a munkafeltételek megteremtését. Köszönet illeti Fűrész Gábort, aki a dolgozat megírásánál nyújtott értékes szolgálatot. Végezetül szeretném megköszönni Jarrod R. Hurley-nek, hogy eljuttatta hozzám az EVOLVE nevű programot, mely nagyban hozzájárult számításaim pontosításaihoz.

## **Irodalomjegyzék**

- Csák, B., Kiss, L.L., Vinkó, J., Alfaro, E.J., 2000, *Astron & Astrophys.*, **356**, 603
- Hansen, C.J., Kawaler, S.D.: “Stellar Interiors: Physical Principles, Structure, and Evolution” (1994)
- Hurley, J.R., Pols, O.R., Tout, C.A., 2000, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.*, **315**, 543
- Kopal, Z., 1955, *Annales d'Astrophysique*, **18**, 379
- Patkós, L., 1981, *Csillagászati évkönyv*, 266
- Pringle J.E., Wade, R.A., “Interacting binary stars” (Cambridge, 1985)
- Rahunen T., 1982, *Astron & Astrophys.*, **109**, 66
- Rahunen T., 1983, *Astron & Astrophys.*, **117**, 235
- Sarna, M.J., Fedorova A.V., 1989, *Astron & Astrophys.*, **208**, 111
- Terrel, D., Mukherjee, J., Wilson, R.E.: “Binary Stars: A Pictorial Atlas” (Malabar, Fla. : Krieger, 1992)
- Tout, C.A., Pols, O.R., Eggleton, P.P., Han, Z., 1996, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.*, **281**, 257
- Vinkó, J., “Kettős rendszerekben található változócsillagok vizsgálata” (Szeged, 1992)

## Nyilatkozat

Alulírott *Mészáros Szabolcs csillagász* szakos hallgató, kijelentem, hogy a diplomadolgozatban foglaltak saját munkám eredményei, és csak a hivatkozott forrásokat (szakirodalom, eszközök, stb.) használtam fel.

Tudomásul veszem azt, hogy szakdolgozatomat/diplomamunkámat a Szegedi Tudományegyetem könyvtárában, a kölcsönözhető könyvek között helyezik el.

.....

2004. április 19.