

# DIPLOMAMUNKA

Kun Emma

2011

SZEGEDI TUDOMÁNYEGYETEM  
Természettudományi és Informatikai Kar  
Kísérleti Fizikai Tanszék  
Csillagász szak

DIPLOMAMUNKA

Gömbhalmaz–RR Lyrae-k fénygörbéinek vizsgálata,  
a  $[Fe/H]$  ( $P$ ,  $\varphi_{31}$ ) „vasformula” ellenőrzése

Készítette: Kun Emma  
SZTE TTIK

Témavezető: Dr. Jurcsik Johanna  
MTA Konkoly Thege Miklós  
Csillagászati Kutatóintézete

Konzulens: Dr. Szatmáry Károly  
SZTE TTIK, Kísérleti Fizikai Tanszék

# Kivonat

A dolgozatomban ismertetett kutatásokat Dr. Jurcsik Johanna témavezetésével végeztem el, a Magyar Tudományos Akadémia Konkoly Thege Miklós Csillagászati Kutatóintézetében (MTA KTM CSKI) 2010 és 2011 között.

Témavezetőm Kovács Gézával közös munkájában egy *RRab* változócsillagok fémeségét és a fénygörbéik Fourier-paramétereit tartalmazó adatbázis alapján fedezte fel a vasformulát, amely lineáris kapcsolatot ír le a változók fémesége, fényváltozásuk periódusa és egy, a fénygörbealakból származtatható paraméter között. A „vasformula” mezőcsillagokra lett kalibrálva, amely csillagok közül kevés az igazán fémszegény. Emiatt az összefüggés a fémszegény Oosterhoff II gömbhalmazok változócsillagaira torzított eredményt ad. A diplomamunkám feladata szakirodalmi fénygörbék felhasználásával és az M15 (NGC 7078) nevű galaktikus gömbhalmaz CCD-anyagának feldolgozásával a vasformula gömbhalmazokon való kalibrációja volt.

A dolgozat első harmadában általános jellemzést adok az RR Lyrae pulzáló változócsillagokról és a galaktikus gömbhalmazokról. Asztrofizikai oldalról megvilágítom a dolgozatban kutatott vasformula jelentését. Bevezetem az eredmények értelmezéséhez szükséges fogalmakat, ismertetem az alkalmazott módszereket. A fejezet végén a vasformuláról szólok.

A dolgozat második harmadában az M15 (NGC 7078) nevű galaktikus gömbhalmaz Piszkéstetői Observatóriumban felvett CCD anyagának feldolgozását írom le. Bemutatom a CCD-technikával való képalkotást, az alkalmazott fotometriai módszereket. Ezen felül összehasonlítom a CCD anyagból felhasznált csillagok fénygörbéit a szakirodalomban publikált fénygörbékkel.

A dolgozat harmadik harmadában bemutatom a vasformula érvényességének kiterjesztését, ismertetem a gömbhalmazbeli RR Lyrae változók fénygörbéinek feldolgozását. Megvizsgálom a  $(P, \varphi_{31}) \rightarrow [\text{Fe}/\text{H}]$  reláció érvényességét és ismertetem a gömbhalmazokon kalibrált vasformulát. A dolgozat végén összegzem eredményeimet.

A kutatások folytatásával a közeljövőben szakcikket írunk az M15 változópopulációjának vizsgálatáról és a vasformula kalibrálásáról. Az elkészített adatbázis a vasformula kiterjesztésén túl több, főleg az Oosterhoff dichotómiához köthető kérdés megválaszolásához is közelebb vihet.

*Kulcsszavak: fémeség, Fourier-analízis, gömbhalmaz, M15, pulzáció, RR Lyrae, vasformula.*

# Tartalomjegyzék

<b>Kivonat</b>	<b>1</b>
<b>1. Bevezetés</b>	<b>4</b>
1.1. Az RR Lyrae csillagok . . . . .	4
1.1.1. A csillagpulzációról . . . . .	4
1.1.2. Az RR Lyrae csillagok osztályozása . . . . .	5
1.2. A gömbhalmazok . . . . .	6
1.2.1. Általános jellemzés, Oosterhoff osztályozás . . . . .	6
1.2.2. A gömbhalmazok kémiai fejlődése . . . . .	8
1.2.3. A fémtartalom asztrofizikai értelmezése és mérése . . . . .	9
1.3. A fénygörbe-alak meghatározása . . . . .	11
1.4. Az <i>RRab</i> csillagok periódus – $\varphi_{31}$ kapcsolata: a "vasformula" . . . . .	12
<b>2. Az M15 extrém-fémszegény gömbhalmaz CCD fotometriája</b>	<b>16</b>
2.1. A gömbhalmaz szakirodalmának áttekintése . . . . .	16
2.2. CCD mérések feldolgozása . . . . .	18
2.2.1. A CCD detektorokról . . . . .	18
2.2.2. A CCD képek redukciója . . . . .	18
2.3. CCD Fotometria . . . . .	19
2.3.1. Apertúra fotometria . . . . .	19
2.3.2. PSF fotometria . . . . .	20
2.3.3. A képlevonáson alapuló módszer . . . . .	20
2.3.4. Nemzetközi fotometriai rendszerbe való transzformálás . . . . .	21
2.4. A Piszkéstetői Observatórium megfigyelési anyaga . . . . .	22
2.5. A fénygörbék létrehozása . . . . .	25
2.6. A fénygörbék Fourier analízise . . . . .	27
2.7. Az M15 CCD-fotometriájának eddigi eredményei . . . . .	28
<b>3. A vasformula ellenőrzése</b>	<b>33</b>
3.1. Az adatbázis fémségeiről . . . . .	33
3.2. Gömbhalmazbeli RR Lyrae-k fénygörbéinek feldolgozása . . . . .	33
3.3. A $(P, \varphi_{31}) \rightarrow [\text{Fe}/\text{H}]$ reláció érvényessége . . . . .	35
3.4. Oosterhoff kettősség az adatbázisban . . . . .	38
3.5. A gömbhalmazokon kalibrált vasformula . . . . .	39
<b>4. Az eredményeim összefoglalása</b>	<b>41</b>
<b>Köszönetnyilvánítás</b>	<b>42</b>
<b>Irodalomjegyzék</b>	<b>43</b>

<b>Függelék</b>	<b>45</b>
<b>Nyilatkozat</b>	<b>51</b>

# 1. Bevezetés

## 1.1. Az RR Lyrae csillagok

Az RR Lyrae-k II. populációs, idős csillagok. A Hertzsprung-Russell-Diagram-on a horizontális ág és az instabilitási sáv metszetében találhatóak, magjukban héliumot és a mag körül hidrogént égető, pulzáló változócsillagok. Az RR Lyrae változók az asztrofizika számos területének próbakövei. Abszolút fényességük közel azonos, így a Tejútrendszerben és a közeli extragalaxisokban sztenderd gyertyákként távolságindikátorokként használhatóak. Emiatt a kozmikus távolságlétra fontos kalibrációs objektumai. Gömbhalmazokban gyakran fordulnak elő, régebben halmazváltozóként is emlegették ezeket a csillagokat. Az RR Lyrae változók megfigyelt periodikus fényváltozásait a felszínük süllyedése/emelkedése, a csillagok radiális pulzációja okozza.

### 1.1.1. A csillagpulzációról

Ha egy csillagot perturbációs hatás ér, az kimozdul az egyensúlyi helyzetéből és egyensúlyi helyzete körül a sajátfrekvenciájával rezgést végezhet. Pozitív visszacsatolás hiányában, akárcsak a megkondított harang sajátrezgése, ez is időben csillapodik. Az instabilitási sáv csillagai viszont képesek a természetes frekvenciával történő pulzációt fenntartani a  $\kappa$ - és  $\gamma$ -mechanizmusok révén. Mindkét folyamat a hidrogén (H) és hélium (He) részleges ionizációs zónáihoz köthető, előbbi az összenyomás hatására létrejövő opacitás-növekedéssel, utóbbi pedig a héj anyagának további ionizációjával kapcsolatos. Az instabilitási sáv kék oldalán túl elhelyezkedő csillagokban a H és He ionizációjához szükséges hőmérsékletű gömbhéj közel van a ritka anyagú fotoszférához, emiatt a perturbáció nem képes felerősödni. A vörös oldalon túl pedig mélyen van a H és He ionizációs zóna, a konvekció „elrontja” a pulzációt. A pulzáció periódusa ( $P$ ) és az átlagsűrűség ( $\bar{\rho}$ ) között fennálló kapcsolat a pulzációs egyenlet:

$$P \cdot \sqrt{\bar{\rho}} = Q,$$

ahol  $Q$  a pulzációs konstansnak nevezett mennyiség. A sűrűbb csillagok tehát gyorsabban rezegnek, mint például a felfúvódott, ritkább anyagúak. Nemadiabatikus pulzáció esetén, vagyis amikor a vizsgált tömegelem környezetével hőcserére képes, a termodinamika első főtételében szereplő  $dq$  tag már nem lesz nulla, vagyis ideális gázt feltételezve (a gáz részecskéi tökéletesen rugalmasan ütköznek)  $du = dq - dw = 0$  lesz ( $du$  a tömegelem belső energiája,  $dq$  a tömegelemmel közölt hő,  $dw$  pedig a tömegelem által végzett munka). A  $-$  előjel oka, hogy a gáz által végzett munka csökkenti a belső energiáját. Továbbírva kapjuk:  $\oint dq = \oint dw = \oint Pd\rho^{-1} = -\oint \frac{P}{\rho^2} d\rho = \Delta w$ . Ezt a csillag teljes tömegére integrálva megkapjuk a munkaintegrált:

$$\Delta W = \int_0^M \Delta w dm = - \int_0^M \oint \frac{P}{\rho^2} d\rho dm.$$

A munkaintegrál előjele dönti el, hogy egy adott helyen a rezgés csillapodó vagy gerjesztődő lesz. Ha  $\Delta W > 0$ , akkor a folyamat során hőenergia keletkezik a folyamat végére és ez az extra energia növeli a rezgés amplitúdóját. Emiatt a kezdetben mikroszkopikus perturbációk makroszkopikus hatássá erősödhetnek, a megfigyelő is fényváltozást tapasztal.  $\Delta W < 0$  esetén hő vonódik el a rezgési energiából.  $\Delta W$  a csillag centrumához közel 0. A belső részek negatívak, csillapítanak, a külső részben pedig egy szűk tartományban pozitívak. Ez a gerjesztő zóna egybeesik az ionizációs zónával, ahol a fentebb említett  $\kappa$ - és  $\gamma$ -mechanizmusok okozzák az instabilitást.

Az RR Lyrae csillagok tulajdonságait az 1. táblázat foglalja össze.

$P$	periódus	0.2-1.1 nap
$\langle M_V \rangle$	vizuális magnitúdó (fémszegény csillagokra)	$+0.^m6 \pm 0.^m2$
$\langle T_e \rangle$	effektív hőmérséklet	7400 K-6100 K
$\langle \log g \rangle$	a felszíni gravitációs gyorsulás logaritmus	2.5-3.0
$[Fe/H]$	fémesség	-2.5-0.0
$M$	tömeg	$\approx 0.7M_\odot$
$R$	sugár	$\approx 4 - 6R_\odot$

1. táblázat. Az RR Lyrae-k fizikai jellemzői (Smith, 1995).

### 1.1.2. Az RR Lyrae csillagok osztályozása

Bailey a megfigyelt változásaik alapján 3 csoportba sorolta az RR Lyrae változókat és az egyes csoportokat a, b, c betűvel jelölte. Később a fénygörbéik és a pulzációjuk hasonlósága miatt az  $RRa$  és az  $RRb$  csoportot összevonták, és jelenleg  $RRab$  típusként tartják számon. A MACHO projekt az RR Lyrae csillagok vizsgálatánál új jelölésrendszert alkalmazott (Alcock et al., 2000), ahol a főbb csoportokon belül további finomítások váltak lehetővé. A főbb csoportokat foglalja össze az alábbi felsorolás, a zárójelben a Bailey-féle osztályozáson alapuló elnevezésük szerepel.

- $RR0$ : alaplódmódban pulzáló, aszimmetrikus fénygörbéjű csillagok. A periódus 0.3 napnál hosszabb, az instabilitási sáv vörös oldala felé találhatóak ( $RRab$ ).
- $RR1$ : első felhangon pulzálnak, közel szinuszos fényváltozást mutatnak. Periódusuk rövidebb és amplitúdójuk is kisebb mint az  $RR0$  csillagoké, az instabilitási sáv kék oldalához közelebb helyezkednek el ( $RRc$ ).
- $RR10$ ,  $RR01$ : kétmódusú csillagok, az alaplódmódus mellett az első felhangon is pulzálnak, az alaplódmódus amplitúdója nagyobb ( $RRd$ ).
- $RR2$ : második felhangú pulzátorok ( $RRe$ ).

A jelölésrendszerben az 'RR' után ahány arab szám áll, annyi módmódban pulzál a csillag. 0 utal az alaplódmódusra, 1,2,3... rendre az első, második, harmadik... felhangra és mindig a legerősebb módmódus áll elől.

## 1.2. A gömbhalmazok

### 1.2.1. Általános jellemzés, Oosterhoff osztályozás

Szabályos, gömbszimmetrikus megjelenésű, öreg csillagcsoportosulások. A változócsillag-populációjuk jelentős hányadát az RR Lyrae csillagok teszik ki. A gömbhalmazok gravitációsan kötött rendszerek, amelyet a véletlen mozgású tagok egymásra gyakorolt gravitációs hatása tart össze. Ha ez nem lenne így, a létrejöttük óta eltelt több milliárd év alatt felbomlottak volna. A gömbhalmazok eloszlása nem követi a korong szimmetriáját, a Galaxis körüli gömbszimmetrikus haloban, illetve a Galaxis központi vidékén (bulge) találhatóak meg nagy számban.

A gömbhalmazok Hertzsprung-Russell–Diagramja: a gömbhalmazokban a nagyobb tömegű csillagok már letértek a fősorozatról (MS), az elfordulási pont (turn-off-point) utáni fejlődési állapotban vannak. A magbéli 4H-He fúzió a hidrogénkoncentráció csökkenése miatt leáll, és a mag összehúzódik a felette levő csillagtömeg nyomásának hatására. A felszabaduló gravitációs energia hő formájában távozik, a mag körüli gömbhéj felmelegszik. Beindul a hidrogén fúziója és a csillag külső részei kitágulnak; a csillag eléri a szubóriás állapotot. A hidrogén héjbeli égetésével a vörös óriás ágon (RGB) fejlődnek a csillagok. 2 naptömegnél nagyobb kezdőtömegű csillagok magjában belöbben a He-fúzió és a horizontális ágra (HB) kerülnek. Innen a nullkorú horizontális-ági tömegüktől függően a fehér törpe állapot felé, vagy az aszimptotikus óriáság felé (AGB) fejlődnek tovább.

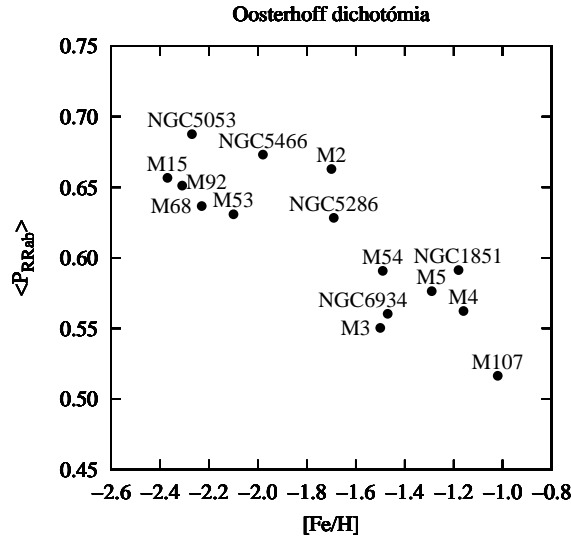
Oosterhoff 1939-ben felfedezte, hogy az RR Lyrae csillagokban gazdag gömbhalmazok két csoportra oszthatóak az RR Lyrae populációjuk tulajdonságai alapján (2. táblázat). Az Oosterhoff I (OoI) típusú halmazokban jóval több *RRab* csillag található, mint *RRc*. Az Oosterhoff II (OoII) típusú halmazokban ez az arány megváltozik, közel ugyanannyi *RRc* csillag van, mint *RRab* illetve az egyes változó típusok átlagperiódusa nagyobb, mint az OoI típusúakéban.

Gömbhalmaz	<i>RRc</i> csillagok			<i>RRab</i> csillagok		
	Szám	Medián periódus	Átlagos periódus	Szám	Medián periódus	Átlagos periódus
$\omega$ Cen	57	0.38	0.37	77	0.63	0.65
M15	28	0.38	0.38	31	0.66	0.65
M53	15	0.38	0.36	17	0.62	0.62
M5	13	0.32	0.32	63	0.54	0.54
M3	27	0.32	0.32	124	0.54	0.55

2. táblázat. Oosterhoff eredeti táblázata (1939). OoI típusú gömbhalmazok: M3, M5; OoII típusú gömbhalmazok:  $\omega$  Cen, M15, M53. Az M15 a gömbhalmazok Oosterhoff osztályozásának klasszikus példája, a OoII típus referenciahalmaza.



Az 50-es évektől egyre több gömbhalmaznak határozták meg a fémtartalmát, és felismerték, hogy a fémtartalom korrelál az Oosterhoff típusal. Az 1. ábra azt mutatja, hogy az OoII típusú gömbhalmazok fémszegényebbek, mint az OoI típusúak. Sandage (1981) az M3 és az M15 RR Lyrae változóit összehasonlítva azt találta, hogy azok az M15-ben nagyobb abszolút fényességűek. 1985-ben általánosan is megállapította, hogy a nagy átlagperiódusú RR Lyrae változópopulációt tartalmazó gömbhalmazok horizontális ága fényesebb.



1. ábra. Az Oosterhoff dichotómia szemléltetése a 3.2. alfejezetben közölt vastartalmak és a „Függelék”-ben közölt periódusadatok alapján. Megfigyelhető, hogy a hosszabb átlagperiódusú *RRab* populációval rendelkező gömbhalmazok fémszegényebbek, mint a rövidebb átlagperiódusúak.

Az egyik, vagy másik osztályba való besorolás a darabszám becslésén keresztül empirikus, vagyis azon alapszik amit az adott gömbhalmaznál látunk. Ha a vizsgált gömbhalmazban a kevésbé jól mérhető magvidéken több az *RRc* csillag mint *RRab*, az *RRc*-k kieshetnek a mérési tartományból, vagyis inkább OoI típusba sorolnánk a halmazt.

Castellani et al. (2003) 32 gömbhalmaz RR Lyrae csillagainak átlagos periódus - előfordulási gyakoriság hisztogramját ábrázolták, amelyekből látszik, hogy az *RRab* és *RRc* csillagok száma nem szigorúan korrelál az Oosterhoff típusal. Néhány, a fémtartalmuk alapján az OoI osztályba sorolt gömbhalmazban több *RRc* csillagot lehet megfigyelni mint *RRab*-t, illetve vannak fémszegény gömbhalmazok, amelyekben jóval több *RRab* csillagot lehet megfigyelni, mint *RRc*-t.

Az Oosterhoff dichotómia nem ad teljes magyarázatot a gömbhalmazok megfigyelt tulajdonságaira, a dichotómia létrejöttének, illetve az attól való eltérések okainak felderítése további vizsgálatokat igényel.

### 1.2.2. A gömbhalmazok kémiai fejlődése

A nagytömegű csillagok szupernóvarobbanásakor keletkezett nehezebb kémiai elemek az intersztelláris közegbe jutnak és így a fémekben dúsabb intersztelláris anyagból létrejövő új csillagpopuláció is fémekben gazdagabb lesz.

A csillagfejlődés során kémiai evolúció történik, a csillagok kémiai összetétele időben lassan változik. Ez az energiatermelés milyenségét, végső soron a csillag strukturális fejlődését határozza meg. Az egyre nehezebb elemek égésének beindulásakor megváltoznak a csillag belsejében levő energetikai viszonyok, a hidrosztatikai egyensúly fenntartásához új szerkezeti konfigurációnak kell létrejönnie, s ez alapvetően kihat a csillagpulzációra is.

Carretta et al. (2010) galaktikus gömbhalmazok létrejöttét vizsgálta, s különböző csillagpopulációik kémiai összetétele alapján összefoglalta a gömbhalmazok létrejöttéről alkotott képet. 19 gömbhalmaz, több mint 1200 vörös óriás csillaga alapján felállított forgatókönyvük és a jelenlegi tudásunk szerint a gömbhalmazok keletkezése a következő főbb lépéseken keresztül történik:

- nem sokkal az Ősrobbanás után létrejött a több száz naptömegű csillagokat tartalmazó prekurzor populáció (III. populáció),
- a szupernóva robbanásokkor létrejövő lökeshullám összetömörítette a csillagközi anyagot, ami intenzív csillagkeletkezéshez vezetett, létrejött a primordiális populáció (II. populáció),
- a primordiális populáció csillagainak anyagkibocsátása jelenlétében létrejött a halmaz jelenlegi állapota.

A feltételezett szupernehéz prekurzor csillagok pár millió év elteltével szupernóvaként felrobbantak, így a primordiális populáció létrejötte előtti dúsító folyamatok gyorsan játszódtak le. A gömbhalmazok ezen okból már elvesztették III. populációs csillagaikat, nem látjuk őket. A primordiális csillagoknál fémesebb csillagokat (I. populáció) sem találunk gömbhalmazokban, mivel a Galaxis evolúciója során ellaposodott, és az aktív csillagkeltő, szupernóvarobbanásokkal a csillagkörnyezetbe fémet juttató területek a korongban alakultak ki.

### 1.2.3. A fémtartalom asztrofizikai értelmezése és mérése

A csillagászatban minden héliumnál nehezebb elemet fémnek hívunk. A kémiai elemgyakoriság, idegen szóval abundancia meghatározása alapvetően spektroszkópiai módszerekkel, a spektrumban megjelenő emissziós vagy abszorpciós vonalak vizsgálatával történik.

A csillaglégkörben terjedő sugárzás egyik jellemző mennyisége az ún. forrásfüggvény, aminek definíciója  $S_\nu = j_\nu/\kappa_\nu$  (ha elhanyagolható a szórás a valódi abszorpció mellett), ahol  $\kappa_\nu$  az abszorpciós,  $j_\nu$  a spontán emissziós koefficiens (egységnyi tömegre vonatkoztatott). A csillaglégkör átlátszóságát az optikai mélység írja le, definíciója:  $\tau_\nu = -\kappa_\nu \rho dr$ , ahol  $\rho$  a sűrűség és  $dr$  egy, a csillag belseje felé mért infinitezimális távolságegység.

A Lokális Termodinamikai Egyensúly (LTE) feltételezése mellett a forrásfüggvény ( $S_\nu$ ) egyenlő a Planck-függvénnyel ( $B_\nu(T)$ ), vagyis a fekete-testnek tekintett csillag energiaeloszlását az intenzitáskeltés és intenzitás-csökkentés aránya adja meg. Az Eddington-Barbier reláció szerint a felületi fluxus megfigyelő irányába kisugárzott része:  $F_\nu^+ = \pi S_\nu(\tau = 2/3)$ . Ha az optikai mélység nem zérus a vonal hullámhosszán, a  $\tau = 2/3$  feltétel az atmoszféra magasabb rétegeiben teljesül, a fényelnyelés vagy fénykibocsátás a csillaglégkör fotoszféra feletti részében jön létre (a fotoszféra  $\tau = 2/3$ -nál van).

Ha  $\kappa_c, \tau_c$  a kontinuum sugárzás opacitása és optikai mélysége,  $\kappa_l, \tau_l$  a vonal hullámhosszán a légkör opacitása és optikai mélysége, akkor ha a színeképvonalra  $\kappa_c + \kappa_l \gg \kappa_c$  igaz,  $\tau = \tau_c + \tau_l \gg \tau_c$  is igaz lesz, vagyis vonal jelenlétében a kontinuum optikai mélysége kisebb lesz. Megmutatható, hogy ha a csillaglégkör hőmérséklete a csillag belseje felé haladva nő, a légkörben abszorpciós vonalak jönnek létre. Optikailag vékony vonalról beszélünk, ha  $\tau_l \ll 1$  (azaz  $\kappa_\nu$  kicsi), míg optikailag vastag vonalakra  $\tau_l \gg 1$  (azaz  $\kappa_\nu$  nagy). Ha a színeképvonal optikailag vékony, akkor a vonalak erőssége egyenesen arányos az adott állapotú atom koncentrációjával. A vonalak erősségének mérésére az ekvivalens vonalszélességet használjuk, amelynek definíciója:

$$W = \int_{\Delta\lambda} \frac{I_c - I_\lambda}{I_c}, \quad (1)$$

ahol  $I_c$  a kontinuum  $I_\lambda$  pedig a vonal centrumán mért intenzitás. A csillaglégkörben lezajló vonalkiszélesedési mechanizmusok (például ütközési csillapodás, Doppler-kiszélesedés, rotációs kiszélesedés, mikroturbulencia) a vonalprofil alakját változtatják meg, az ekvivalens vonalszélességet nem.

A légköri kémiai összetételt leggyakrabban a Naphoz viszonyítva adják meg, hiszen központi csillagunk légkörét ismerjük legpontosabban. Az X elem gyakorisága (abundanciája)  $A(X) = N(X)/N(H)$  a hidrogén gyakoriságához viszonyítva, ahol N a koncentrációt jelöli. Mivel a csillaglégkörök körülbelül hasonló hidrogén gyakorisággal rendelkeznek, két különböző csillag ugyanazon elemére érvényes, hogy

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{N_1/N_{H_1}}{N_2/N_{H_2}} \cdot \frac{N_{H_1}}{N_{H_2}} \approx \frac{A_1}{A_2}, \quad (2)$$

tehát a koncentrációk aránya a hidrogénhez viszonyított gyakoriságok arányával egyezik meg. A vastartalom kifejezésére az alábbi jelölést használják:

$$[\text{Fe}/\text{H}] = \lg \frac{A(\text{Fe})_*}{A(\text{Fe})_{\odot}} = \lg \left( \frac{N_{\text{Fe}}}{N_{\text{H}}} \right)_* - \lg \left( \frac{N_{\text{Fe}}}{N_{\text{H}}} \right)_{\odot}. \quad (3)$$

A Napnál kisebb fémtartalmú objektumok  $[\text{Fe}/\text{H}]$ -ja negatív, a Napnál nagyobb fémtartalmú objektumoké pozitív. Ekvivalens vonalszélességek mérésével, ha a 2. csillag a Nap, a vas vonalaira felírhatjuk

$$\lg \frac{W}{W_{\odot}} = \lg \frac{A}{A_{\odot}} - \varepsilon_i \cdot \left( \frac{1}{kT} - \frac{1}{kT_{\odot}} \right) \quad (4)$$

összefüggést, ahol  $\varepsilon_i$  a gerjesztési energia,  $k$  a Boltzmann-állandó és  $T$  a gerjesztési hőmérséklet. Különböző ionizáltsági fokú vasvonalak ekvivalens vonalszélességét mérve a fenti összefüggés bal oldalát az ionizációs energiák függvényében ábrázolva az illesztett egyenes zéruspontja megadja a  $[\text{Fe}/\text{H}]$  értékét, míg a meredeksége  $1/T$ -vel korrelál.

A csillagok fémességét az ún. spektrálindeksük ( $\Delta S$ ) mérésével is meg tudjuk adni. Beers et al. (1990) a csillagok légköri fémtartalmának becslését kalibrálták nagyfelbontású spektrumok alapján. Módszerükkel a CaII K vonalából és a csillag B-V színindexéből  $[\text{Fe}/\text{H}]$ -t lehet számolni. Ehhez definiálták az RR Lyrae csillagok ún. spektrálindeksét. A spektrálindeks meghatározásához a csillagspektrum két különböző vonalának a pulzáció minimumában meghatározott ekvivalens szélességéből számolt spektráltípust kell kivonni egymásból. Gyakorlatban, mivel a CaII K vonala ( $3933 \text{ \AA}$ ) és a H Balmer sorozatának  $\beta$  vonala ( $4861 \text{ \AA}$ ) széles, az alacsonyabb diszperziójú spektrumok alapján ezekből tudunk spektrálindeks mondani. Például ha a CaII K vonal alapján  $F6$ , a H Balmer $_{\beta}$  vonal alapján  $F5.8$  a spektráltípus, akkor  $\Delta S = 6 - 5.8 = 0.2$  lesz. Az RR Lyrae csillagok fémtartalma erősen korrelál a spektrálindeksükkel. Több csillag  $[\text{Fe}/\text{H}]$  és  $\Delta S$  méréséből fémességi skálák definiálhatóak, amelyek segítségével megvalósítható a  $\Delta S \rightarrow [\text{Fe}/\text{H}]$  transzformáció. A módszer széles körben alkalmazott, mivel alacsony diszperziójú spektrumok és fotometriából meghatározható színindexek felhasználásával fémtartalmat lehet megállapítani.

Az atmoszférában terjedő sugárzás az optikai mélységet „érzi”, a csillag spektrumában megjelenő színkép vonalak létrejöttét a gáz sűrűségén és opacitásán keresztül a csillag szerkezetére jellemző makroszkopikus állapotjelzők irányítják. A csillagok szerkezetét leíró egyenletrendszer (a mechanikai egyensúlyt kifejező tömegmegmaradás és hidrosztatikai egyensúly egyenlete, az anyagbeli energiaterjedést leíró sugárzási és konvektív transzferegyenlet, valamint az energiatermelést leíró energiamegmaradási egyenlet) megoldása csillagmodellek leírását teszi lehetővé és meghatározza adott fejlődési szakaszban a makroszkopikus állapotjelzőket. A modellezett csillagszerkezet pulzációt határoz meg. A vasformula a fenti két oldal, a strukturális fejlődést meghatározó kémiai összetétel és az empirikus úton (fotometriai módszerekkel) leírt csillagpulzáció között teremt kapcsolatot, úgy, hogy közben maga a csillagszerkezet ismeretlen marad.

### 1.3. A fénygörbe-alak meghatározása

A Fourier-transzformáció megadja az időben változó jelek különböző frekvenciájú, fázisú és amplitúdójú rezgések összegeként való előállítását. Az előállítás matematikai alapjait Fourier tétele mondja ki: általában bármilyen  $f(t) = f(t \pm T)$  periodikus függvény egyértelműen előállítható harmonikus frekvenciájú rezgések összegeként, amelyeknek körfrekvenciái a függvény  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  körfrekvenciája és ennek egész számú többszörösei. A Taylor-sorral ellentétben a Fourier-sor nem egy pontban, vagy annak környezetében közelíti a függvényt, hanem egy intervallumban. Legyen  $f(t)$   $2\pi$  szerint periodikus és Riemann integrálható függvény, ekkor  $f(t)$  Fourier sora:

$$\begin{aligned} f(t) &\sim A_0 + A_1 \cdot \cos(\omega t) + A_2 \cdot \cos(2\omega t) + A_3 \cdot \cos(3\omega t) + \dots \\ &\quad \dots + B_1 \cdot \sin(\omega t) + B_2 \cdot \sin(2\omega t) + B_3 \cdot \sin(3\omega t) + \dots \\ &= A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (A_k \cdot \cos(k\omega t) + B_k \cdot \sin(k\omega t)), \end{aligned} \quad (5)$$

ahol  $k$  adja a sorfejtés rendjét. Látjuk, hogy a Fourier-sorfejtés periodikus függvények trigonometrikus sorral való közelítésének módszere. Ha  $f(t)$  nem periodikus függvény, akkor használatos a Fourier integrál:

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{i\omega t} d\omega, \quad (6)$$

ahol  $i$  az imaginárius egység. A probléma itt az, hogy  $F(\omega)$  ismeretlen. Ezt a Fourier-transzformáció segítségével tudjuk előállítani:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt, \quad (7)$$

vagyis az időfüggő jelet az idő-tartományból a frekvencia-tartományba alakítjuk.

Változócsillagászatban egy adatsor véges és nem egyenletesen mintavételezett, két egymást követő fényességadat között változó nagyságú űrök találhatóak. A Diszkrét Fourier Transzformáció (DFT) a Fourier-transzformáció általánosítása diszkrét adatsorokra. A jel, egy  $f(t_k)$  értéksorozat diszkrét Fourier-transzformáltját a következő integrálközelítő összeg írja le:

$$F(\omega) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N f(t_k) e^{-i\omega t_k}. \quad (8)$$

$F(\omega)$  komplex függvény, valós és képzetes részeinek az előállítása a következő módon történik

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}F(\omega) &= \frac{1}{N} \cdot \sum_{k=1}^N f(t_k) \cdot \cos(\omega t_k), \\ \operatorname{Im}F(\omega) &= \frac{1}{N} \cdot \sum_{k=1}^N f(t_k) \cdot \sin(\omega t_k), \end{aligned} \quad (9)$$

ahol  $f(t_k)$  a  $t$  időponthoz tartozó mérési pont,  $N$  a mérési pontok száma.

Ezekből az amplitúdók és fázisok előállítására:

$$\begin{aligned} A_k &= (Re_k^2 + Im_k^2)^{1/2}, \\ \varphi_k &= \arctan\left(-\frac{Im_k}{Re_k}\right). \end{aligned} \quad (10)$$

Gyakorlatban az amplitúdókat és a fázisokat a legkisebb négyzetek módszerével közelítjük, emiatt a következő kifejezésben szereplő együtthatók nem teljesen azonosak a (10)-ben leírtakkal. A jel  $M$ -ed rendű közelítő összege, szinuszos reprezentációban:

$$f(t) = A_0 + \sum_{k=1}^M A_k \sin(k\omega(t - t_0) + \varphi_k). \quad (11)$$

A sorfejtés eredményeként kapott  $\varphi_k$  kezdőfázisok függeni fognak a mérés kezdetének időpontjától ( $t_0$ , epocha). A szinuszfüggvény periodikus tulajdonsága miatt a  $k$ -ad rendű tagban az alapharmonikus kezdőfázisának  $k$ -szorososa is megjelenik egy additív járulékként. Ha  $\varphi_1$  az alapharmonikus kezdőfázisa, a következő különbség képzésével kiejthető az időfüggés:

$$\varphi_{k1} = \varphi_k - k\varphi_1. \quad (12)$$

Ez az *epochafüggetlen fáziskülönbség* definíciója, amely univerzálisan használható jellemzője a csillagok fénygörbealakjának.

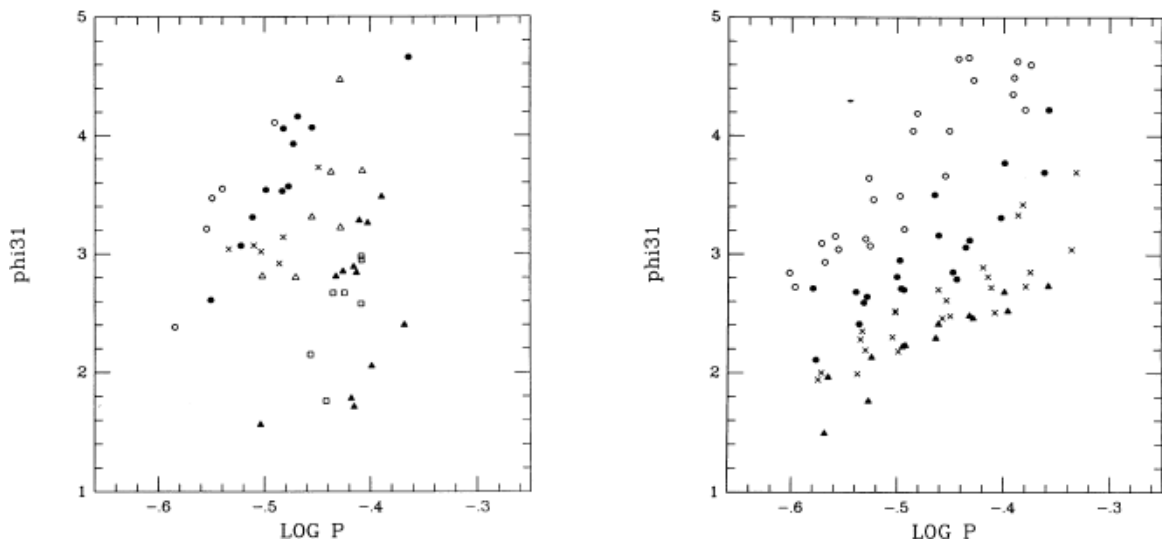
#### 1.4. Az $RRab$ csillagok periódus – $\varphi_{31}$ kapcsolata: a "vasformula"

Azon az alapötleten alapul ez a kutatás, hogy a pulzáló változócsillag adott hullámhosszon mért fénygörbéjének alakja függ a csillag fizikai állapotváltozóitól. A fénygörbék alakja a Fourier sorok alacsonyabb rendű tagjaival jellemezhető, ilyen paraméterek az egyes trigonometrikus tagok amplitúdója és epochafüggetlen fáziskülönbsége. Egy csillag fizikai tulajdonságai meghatározhatóak a koruk, illetve a nullkorú horizontális ág három kezdőparamétere által, melyek a tömeg, a hélium és a nehéz elem tartalom (például Lee és Demarque, 1990).

Simon (1989, 1990)  $RRc$ -pulzációs modelljeiből megállapította, hogy a  $\varphi_{31}$  az a fénygörbe alakját jellemző paraméter, amelynek a legszorosabb a periódussal való kapcsolata és esszenciálisan csak a csillag tömegétől és luminozításától függ.

Clement, Janulak & Simon (1992, CJS92) 6 galaktikus gömbhalmaz  $RRc$  csillagainak Fourier-illesztését a  $\log P : \varphi_{31}$  síkban ábrázolva a következő empirikus összefüggéseket állapította meg:

- a halmazokon belül  $\varphi_{31}$  növekszik a periódussal,
- az egyes gömbhalmazok  $RRc$  változópopulációi fémesség szerint elkülönülnek, adott  $\varphi_{31}$ -re a fémtartalom csökkenésével egyre hosszabb periódusok jellemzőek.



2. ábra. Bal oldalon 6 gömbhalmaz *RRc* csillagainak  $\log P : \varphi_{31}$  ábrázolása szerepel: NGC 6171 (üres körök), M5 (pontok), M3 (keresztek), M53 (üres háromszögek), M68 (üres négyzetek), M15 (teli háromszögek). Jobb oldalon különböző tömegű modellekből számolt fénygörbék  $\log P : \varphi_{31}$  ábrázolása látható:  $M=0.55 M_{\odot}$  (üres körök),  $0.65 M_{\odot}$  (pontok),  $0.75 M_{\odot}$  (keresztek),  $0.85 M_{\odot}$  (teli háromszögek). A modellek alapján megállapítható, hogy az átlagos tömeg és luminozítás növekszik a csökkenő fémtartalommal (lásd a szövegben). Ha adott  $\varphi_{31}$  mellett növeljük a periódust, (13) alapján a különbségük is növekedni fog, a luminozítás is növekszik, amivel pedig a fémtartalom csökken. Az alkalmazott modellben tapasztalható effajta viselkedés hasonlít a CJS92 által leírthoz, ha az ábra jobb oldalán levő csillagtömeget fémességre cseréljük. Forrás: Simon & Clement (1993).

Simon & Clement (1993) hidrodinamikai pulzációs modelleket hasonlított össze gömbhalmazbeli *RRc* csillagok észleléseivel. Első felhangú, nem adiabatikus pulzációs modellekké generáltak, és ezeknek a Fourier-illesztéséből periódusokat és  $\varphi_{31}$  epochafüggetlen fáziskülönbségeket számoltak. A modellek alapján meghatározták az *RRc* csillagok tömege ( $M$ ) és luminozitása ( $L$ ), valamint pulzációs periódusuk, illetve a fénygörbéiket jellemző  $\varphi_{31}$  közötti összefüggéseket:

$$\begin{aligned} \log M &= 0.52 \log P_1 - 0.110 \varphi_{31} + 0.39 \\ \log L &= 1.04 \log P_1 - 0.058 \varphi_{31} + 2.41. \end{aligned} \quad (13)$$

Az MTA KTM CSKI munkatársai az alaplómódban pulzáló RR Lyrae csillagokra fókuszálva keresték ezen változócsillagok fénygörbéjének alakja, fémessége, abszolút fényessége és színindexe közötti összefüggéseket. A kutatások eredményeképpen megállapították, hogy az *RRab* csillagok V szűrős fénygörbéiből számított periódus ( $P$ ) alacsony rendű amplitúdók ( $A_k$ ) és epochafüggetlen fáziskülönbségek ( $\varphi_{k1}$ ) lineáris kombinációi megadják a csillagok fémességét (Jurcsik & Kovács, 1995), abszolút fényességét (Kovács & Jurcsik, 1996) és színindexeit (Kovács & Jurcsik, 1997). Az így kapott eredmények konzisztensnek mutatkoznak a Kurucz atmoszféra-modellből számoltakkal (Jurcsik, 1998).

Kovács & Zsoldos (1994) 59 mező *RRab* csillag fénygörbéjének felhasználásával másodrendű polinomiális függéseket kerestek a fémesség és a Fourier-együtthatók között (szinuszos dekompozícióban). A  $p_i$  paraméterek és  $c_{ij}$  regressziós együtthatók közötti kapcsolatot a következő formulával írták le:

$$[Fe/H] = \sum_{i=0}^{N_p} \sum_{j=0}^{N_p} c_{ij} p_i p_j. \quad (14)$$

A közölt ábrákon látszik, hogy az alacsonyabb rendű harmonikusokból származtatott Fourier-együtthatókkal lehet jó illeszkedést kapni.

Jurcsik 1995-ben közölt  $[Fe/H]$  skálákra vonatkozó cikkében rámutatott arra, hogy az individuális változócsillagok spektrálinde克斯 ( $\Delta S$ ) méréseiből és az elfogadott fémtartalmú gömbhalmazok alapján meghatározott *RRab* fémtartalmak szisztematikusan eltérnek. Új, nagy diszperziójú spektroszkópiai mérések álltak rendelkezésre. Az ezekből számolt vastartalmat és a különböző módon számolt spektrálinde克斯eket egymással ábrázolva látszott, hogy hibahatáron belül a mező *RRab* és gömbhalmazbeli *RRab* csillagok egy egyenes mentén helyezkednek el. Ezen egyenes illesztési paraméterei adták a közös fémességi skála definícióját:

$$[Fe/H] = -0.190(\pm 0.007)\Delta S + 0.027(\pm 0.052). \quad (15)$$

A cikkben közölt  $\Delta S \rightarrow [Fe/H]$  transzformációs formula egyaránt érvényes a mező és a gömbhalmazbeli RR Lyrae csillagokra.

Jurcsik & Kovács (1996, JK96) mező *RRab* csillagok fénygörbéi alapján precíz és jól használható módszerét publikálták a  $[Fe/H]$  meghatározásának. Javított és bővített fénygörbe adatbázisuk alapján megmutatták, hogy az alap-reláció a  $[Fe/H]$  és a Fourier paraméterek között *lineáris* ( $\varphi_{31}$  és periódus). JK96 az adatbázisban levő csillagok spektrálinde克斯eit a (15)  $[Fe/H]$  skálához transzformálta. A közös fémességi skálájú adatbázis világosan mutatott egy nagyon egyszerű összefüggést a fénygörbealak és a kémiai összetétel között, ami alapján könnyen meg lehetett határozni az *RRab* csillagok vastartalmát:

$$[Fe/H] = -5.038 - 5.394P + 1.345\varphi_{31}. \quad (16)$$

A vasformula tehát egy lineáris függvény az *RRab* típusú pulzáló változócsillagok fémtartalma, fényváltozásuk periódusa ( $P$ ) és egy, a fénygörbe alakjából származtatható paraméter ( $\varphi_{31}$ ) között. A 84 db csillagot tartalmazó JK96 adatbázisban csak három kifejezetten fémszegény csillag található meg.

Kovács Géza (2005, KG05) mező *RRab* változók fénygörbéinek Fourier paramétereiből számolt  $[Fe/H]$ -kat hasonlította össze az egyes csillagok alacsony diszperziós spektroszkópiai  $[Fe/H]$ -ival és próbálta egy, a JK96-ban használttól kvázi független adatbázis alapján a vasformulát pontosítani. Az adatbázisban 163 csillag szerepel, ebből



79 csillag alkotta a kalibráló mintát. A KG05 által illesztett vasformulával számolt  $[\text{Fe}/\text{H}]$  és spektroszkópiai  $[\text{Fe}/\text{H}]$ -k közötti illesztés pontossága a kalibrációs mintánál 0.31 dex volt. 15 ún. „outlier” csillag elhagyásával kisebb szórású a  $[\text{Fe}/\text{H}]$ -k közötti illesztés (0.20 dex). Az „outlier” csillagok kívül esnek a  $3\sigma$  limiten, mivel vagy nagyon halványak, ezért pontatlanul ismert a fémtartalom és zajos a fénygörbe, vagy erősen modulált a fénygörbéjük. KG05 a kibővített mintában is hibahatáron belül JK96 vasformuláját kapta vissza. JK96 által használt adatbázisban a szórás 0.14 dex, így az általuk publikált vasformula a legpontosabb az eddigi publikációk alapján. Az erősen modulált fénygörbéjű RR Lyrae csillagok fénygörbéjében amplitúdó és/vagy fázismoduláció mutatkozik – ez a Blazhko effektus.

A szakirodalomban viszont több olyan fémszegény gömbhalmazokkal foglalkozó publikáció is megjelent, amelyekben a gömbhalmazok fotometriai  $[\text{Fe}/\text{H}]$ -ja felülbecsült a vasformulával a spektroszkópiai értékhez képest.

Az M68 gömbhalmazra JK96 a vasformulával  $[\text{Fe}/\text{H}]=-1.8$ , Lee et al. (2005) pedig nagyfelbontású spektroszkópiai adatokból  $[\text{Fe}/\text{H}]=-2.2$  vastartalmat adott meg (mindkettő Jurcsik (1995) fémszegéi skáláján). Az NGC5053 gömbhalmaznál a fotometriából számolt vastartalom  $[\text{Fe}/\text{H}]=-1.7$  (Nemec, 2004), a vörös óriásokra számolt spektroszkópiai vastartalom  $[\text{Fe}/\text{H}]=-2.3$  (Suntzeff et al., 1988). A különbségekből világosan látszik az említett felülbecslés.

Egy gömbhalmazbeli *RRab* változók Fourier paramétereiből álló, kiterjedt adatbázis létrehozását és *egységes* rendszerbe gyűjtését tűztük ki célul, amely alapján a vasformulát kalibrálni lehet fémszegényebb gömbhalmazokra is. A szakirodalomból gyűjtött 14 gömbhalmaz (194 *RRab* csillag) közül kevés volt a kifejezetten fémszegény, holott éppen az volt a célunk, hogy a lehető legjobban kiterjesszük a vizsgált  $[\text{Fe}/\text{H}]$  tartományt a negatívabb részek felé is. Az MTA KTM CSKI rendelkezésemre bocsátotta az M15 (NGC 7078) gömbhalmaz archív mátrai CCD anyagát. Ezen mérési anyag feldolgozásával egy kifejezetten fémszegény gömbhalmazzal bővítettem a szakirodalmi fénygörbék felhasználásával létrehozott adatbázist. A következő fejezetben az M15 CCD fotometriájáról lesz szó.

## 2. Az M15 extrém-fémszegény gömbhalmaz CCD fotometriája

### 2.1. A gömbhalmaz szakirodalmának áttekintése

1746-ban Jean-Dominique Maraldi fedezte fel a De Cheseaux üstökös megfigyelése közben, majd 1783-ban William Herschel felismerte, hogy Maraldi objektuma valójában csillagok alkotta társulás. A gömbhalmaz jelenleg elfogadott centrumát ( $\alpha_{J2000}=21:29:58.33$ ,  $\delta_{J2000}=+12^{\circ}10'01.2''$ ) Goldsbury et al. határozta meg az ACS Survey keretében. Az M15 egyike az extrém fémszegény halmazoknak ( $[Fe/H]=-2.37$ ; Harris 1996).



3. ábra. RCC+Versarray B, V és I színszűrős képekből előállított színes kép az M15-ről. Megfigyelhető a gömbhalmazokra jellemző központi sűrűsödés, ez az ún. „crowded field”.

A csillagsűrűség erősen növekszik a halmaz középpontja felé, ez a gömbhalmaz egyike a Galaxis sűrűn populált és fényesebb halmazainak. King (1961) kimutatta, hogy a projektált csillagsűrűség:  $\log r$  eloszlás nem követi a Newton-féle gravitációs erőtörvényt. Gerssen et al. (2003) komplex kinematikai és dinamikai vizsgálata alapján bizonyítékot talált egy közepes tömegű fekete lyuk létezésére. Más kutatások szerint az M15 magjának gravitációs kollapszusa diffúz sötét anyag jelenlétében következett be. Murphy et al (2011) az M15 centruma körüli csillagok térbeli eloszlását és kinematikáját vizsgálták a Hubble Űrtávcsővel készült észlelések alapján. Rámutattak, hogy masszív fehér törpék és neutroncsillagok gravitációs potenciáljai eredményezhetik az észlelt központi sebesség-diszperzió profilt. Jelenleg kérdés, hogy van-e fekete lyuk az M15 centrumában.

Erős röntgenfluxus mutatható ki a halmaz központjának irányából, ahol két alacsony tömegű, röntgensugárzó kettőst fedeztek fel. A korábban felfedezett kettősnek optikai megfelelője is van, az UV változó AC211. A másodjára felfedezett röntgenkettős

két neutroncsillag ultrakompakt rendszere, ez egyedi felfedezésnek számít ennyire közel a maghoz.

Az M15 központjától ÉNY-ra helyezkedik el a K648 (Pease1) nevű objektum. Ez az első, gömbhalmazban felfedezett planetáris köd (Pease, 1928).

Számos tanulmány született az M15 változócsillagaival kapcsolatban, ezek közül példák: Bingham et al. 1984, Silbermann & Smith (1994), Silbermann & Smith (1995), Arrellano et al. (2006, A06), Corwin et al. (2008, C08). Jó áttekintést találunk a változócsillagokkal kapcsolatban Clement korábbi cikkeken alapuló katalógusában (utolsó frissítése 2009-ben<sup>1</sup>, CC09). Több, mint 210 változót tartalmaz: 66 (1?) RR0, 70 (5?) RR1, 32 (3?) RR01, 1 (1?) RR2, 3 CW, 3 (1?) EC, 4 SXPHE, 2 LMXB és 3 RGB csillagot.

Az első M15-beli változókeresést Bailey hajtotta végre. 1896-ban a Harvard Observatory Boyden megfigyelőállomásán készült fotolemezeket átvizsgálva 66 változócsillagot fedezett fel a gömbhalmazban (egy cefeidát és 65 RR Lyrae-t).

Durrell & Harris (1993) az M15 (B-V):V szín-fényesség diagramját (Color Magnitude Diagram, CMD) publikálták 6222 csillag Johnson B és V szűrős fényességmérése alapján. Az M15 RR Lyrae instabilitási sávjának kék oldala magasabb luminozításoknál hűvösebb, ezért a CMD-n a horizontális ágak ún. „kék nyúlványa” látszik.

Silbermann & Smith (1994) az M15 RR Lyrae változóinak periódusváltozását vizsgálták. O-C diagramokat készítettek a majdnem egy évszázadot átfogó maximumidőpontokból. Ezek alapján megállapították, hogy az M15 RR Lyrae populációjának átlagos periódusváltozási rátája +0.03 nap/millió év. Ez jól egyezik Lee (1991) evolúciós modellének elméleti előrejelzéseivel. A pozitív periódusváltozási ráta azt jelenti, hogy az M15 RR Lyrae csillagai a horizontális ág mentén, az instabilitási sáv kék oldala felől fejlődnek a vörös oldal felé. Kimutatták, hogy az individuális periódusváltozási ráták jobban szórnak az *RRab*, mint az *RRc* és *RRd* típusoknál.

Corwin et al. (2008) a 2 m-es bulgár „Rozhen” távcső M15-fotometriai anyagát feldolgozva megállapították, hogy habár az M15-ben több *RRab* változó az Oosterhoff I és Oosterhoff II típusok közötti átmeneti csoportban van a Bailey diagramon, a fémességét és az *RRab* populáció átlagperiódusát tekintve az M15 valóban egy „bona fide” Oosterhoff II gömbhalmaz.

---

<sup>1</sup><http://www.astro.utoronto.ca/~cclement/cat/listngc.html>

## 2.2. CCD mérések feldolgozása

### 2.2.1. A CCD detektorokról

A CCD chip (Charge Coupled Device, töltéscsatolt eszköz) néhány mikron méretű, mátrixelrendezésű pixeljei fényre érzékenyek. Működésének alapja a fotoeffektus elve, azaz ha megfelelő frekvenciájú elektromágneses sugárzás ér egy fényre érzékeny felületet (fotodióda), akkor a becsapódó fotonok hatására elektronok válnak ki a kristályrácsból. A kilökött elektronok és a visszamaradó pozitív lyukak külső feszültség hatására mozognak (ez a fotoáram). A CCD chipekben leggyakrabban szennyezett szilícium félvezető rétegre integrálják a fényérzékeny cellákat. Az elektródákra adott megfelelő nagyságú feszültségekkel a potenciálgödrökbe zárt töltéscsomagokat végig tudjuk léptetni egy pixelsoron a kiolvasó egység felé. Minden pixelhez a benne összegyűlt töltésmennyiséggel arányos fény mennyiséget rendelve kialakul az eredeti fényforrás képe. A fotoelektronok elektromos jelet adnak, amit ADU-ként mérünk (Analog/Digital Unit). Az ADU számítógéppel feldolgozható, digitális információ.

### 2.2.2. A CCD képek redukciója

Bizonyos alapkorrekciókat el kell végeznünk a CCD méréseken ahhoz, hogy tudományos minőségű és értékű eredményeket kapjunk a későbbi kiértékelés után.

A következőkben részletezett képredukciókat az IRAF - Image Reduction and Analysis Facility<sup>2</sup> programcsomag megfelelő alprogramjaival végeztem.

*Overscan:* A kiolvasás jellemző mintázata.

*Bias:* Az elektronokat különböző potenciálok segítségével léptetjük, olvassuk ki a kamerából. Egy felvétel készítése után, ha kiolvasunk egy null-expozíciós idejű képet, tapasztalni fogunk egy alacsony jelszintet, ami a kamera offset-jének felel meg. Ez a léptetést segítő előfeszültség hatására jelenik meg.

*Dark:* A CCD chip félvezető rétegéből hőmérséklet hatására is válhatnak ki elektronok, ezt korrigáljuk az ún. sötét, vagy dark képpel. Mivel az egyes pixelekből kivált elektronok száma függ a hőmérséklettől és az expozíciós időtől, dark-korrekciós képeket is ugyanolyan hőmérsékleten és ugyanakkora megvilágítási idő mellett kell felvenni, mint az objektumképeket. Dark képek készítésekor a kamera rekesze zárva van, fény nem éri a chipet.

*Flat:* A világos, vagy flat-field képekkel a megvilágítással összefüggő effektusokat korrigáljuk. A CCD kamera pixeljeinek érzékenysége különböző, ha homogén intenzitás eloszlású fény éri őket nem azonos jellel reagálnak. Fontos, hogy a flat-field korrekcióhoz használt terület homogén megvilágítású legyen, ideális ehhez az alkonyi vagy hajnali derült égbolt. A flat-képeket szűrőnként vesszük fel, hiszen az egyes szűrőkön egyrészt eltérő struktúrájú szennyeződések lehetnek, másrészt a pixelek érzékenysége hullámhosszfüggő is.

---

<sup>2</sup><http://iraf.noao.edu>

*Cosmicrays*: A kozmikus háttérből érkező fotonokat korrigáljuk a képeken.

A 3. táblázatban ismertetem a CCD felvételek redukációjakor alkalmazott lépéseket.

Lépés	Átlagolás módja	Redukálandó képtípus
Overscan	matematikai átlag	Dark, Flat, Objektum
Bias	matematikai átlag	Dark, Flat, Objektum
Dark	matematikai átlag	Flat, Objektum
Flat	medián átlag	Objektum
Cosmicrays	-	Objektum

3. táblázat. Az alkalmazott redukálási eljárás.

## 2.3. CCD Fotometria

CCD-fotometria során célunk az alapkálibrált képeken levő változócsillagok nemzetközi fotometriai rendszerbe transzformált fénygörbéinek létrehozása. Gyakorlatilag minden felsorolt módszerrel fluxust mérünk, és ezt alakítjuk át magnitúdó skálára. Megfelelő paraméterezéssel ez már nem függ a CCD beállítástól (kvantumhatásfok, kiolvasási zaj, erősítés ...). A csillagprofilok átmérőit az ún. félértékszélességükkel, idegen kifejezéssel FWHM (Full Width at Half Maximum) jellemezhetjük. Ez erősen függ a légkör állapotától (is). Egy nyugtalan, turbulens áramlásokkal teli levegőtömeg a rajta keresztül haladó fénynyalábot „elkeni”, a csillagprofilok kiterjedtebbek lesznek, megnő az FWHM-ük. Az alkalmazott fotometriai módszer hatásfoka nagyban függ attól, hogy milyen objektumtípusra alkalmazzuk, és hogy hogyan tudjuk kezelni a félértékszélesség mérés közbeni változását.

### 2.3.1. Apertúra fotometria

Apertúra fotometria során a csillag közepe körül definiálunk több, általában kör alakú apertúrát. A legbelső apertúra a csillag közepéhez centrált, ez méri a csillag irányából érkező fluxust. Az égi háttérből is származik elektromágneses sugárzás, ami hozzáadódik a csillag fluxusához. Ennek korrekciójához a csillag közepe körül két, az előbbi apertúrával koncentrikus apertúrát veszünk fel és az ezek által definiált körgyűrűn belül meghatározzuk a pixelek összintenzitásának átlagát s levonjuk azt a csillag körüli apertúrán belül mért összintenzitásból. Ezt kell magnitúdó dimenzióba számolni, ami a csillag instrumentális fényessége lesz. Az egy időpontban készült képeken a csillagok kvázi ugyanolyan alakúak, így elegendő a vizsgált csillag profiljának nagy jel/zaj arányú részét kimérni és egy ugyanakkora apertúrával kimért összehasonlító csillag fényességéhez képest a vizsgált csillag fényességét megadni. Szeparált csillagok fényességmérésére a relatív fotometria a leghatékonyabb módszer.

### 2.3.2. PSF fotometria

PSF fotometria során (Point Spread Function, pontkiszélesedési függvény) a természetes mérőrendszer átviteli függvényét határozzuk meg pontszerű forrásra vonatkoztatva. Ideális esetben a légkörön túl ez a diffrakciós kép lenne, viszont légkörön belül fellép a fényszórás jelensége, az eredetileg pontszerű fényforrás kiterjed. Ilyenkor a csillagprofilok függvények forgatásával nyert felülettel közelíthetőek. Több magányos, viszonylag fényes csillag profilját átlagolva, majd erre analitikus függvényt illesztve meghatározhatjuk a képhez tartozó PSF-et. Az illesztett függvény alakja csillagról csillagra ugyanaz, az amplitúdója függ a csillag fényességétől. Az egy csillaghoz tartozó PSF térfogati integrálja a csillag fényességével lesz arányos. Sűrű csillagmezőre alkalmazva az aperúra fotometria torzítja a fényességmérést, zsúfolt égterületeken a PSF fotometria pontosabb eredményt ad.

### 2.3.3. A képlevonáson alapuló módszer

A módszer nagy előnye, hogy a képek közötti különbség képzésével eltűnnek a képekről a konstans fényességű csillagok, így a zsúfolt égterületeken is csak a változócsillagoknak marad nyoma (és esetleg a beégett csillagoknak). Ez a tulajdonsága a zsúfolt területek fotometriájához alkalmazott legerősebb módszerré teszi a képlevonásos módszert (Image Subtracted Method, ISM). A gömbhalmaz belső magvidékén a változók sokszor átfednek, vagy pár pixel távolságra találhatóak egymástól. A külső tartományban is előfordulhatnak ilyen változók. Ezekben az esetekben az ISM kivonja ugyan egymásból a képeket, de a fotometria során nehéz, vagy egyáltalán nem is lehet kimérni ezen változók differenciális fluxusait. Apertúra fotometria során a közeli változók fényességei egymás háttéréhez adódnak, a PSF fotometria pedig nem értelmezett negatív fluxusokon. A képlevonáskor alkalmazott főbb lépések, amelyeket fotometriai anyagoként és azon belül színenként is külön kell elvégezni.

- *Interpoláció.* Az ISIS interpolációs lépése a program saját rendszerében regisztrálja a képeket, megkeresi egy megadott képpel (legjobb seeing-ű, kis zenittávolságú) való a legpontosabb illeszkedést, majd az összes képet a közös koordinátaháléhoz interpolálja. A refrakció hatásaként a csillagok egymáshoz viszonyított helyzete is megváltozhat. Az interpoláció után a csillagok helyzetének ez a látszólagos változása is eltűnik.
- *Referenciakép készítése.* A képkivonás elvégzéséhez színenként a legjobb seeing-ű képek felhasználásával referenciaképet kell készíteni. A következő lépésben ehhez konvolválódnak a képek.
- *Képkivonás.* Ahhoz, hogy színenként el tudjuk végezni a képlevonást, keresnünk kell egy kernelt, ami a referenciakép PSF(ref) profilját az adott kép PSF(i) profiljává transzformálja, azaz pont úgy rontja el a referenciaképet, hogy olyan legyen mint a nála rosszabb seeing-ű kép. A kernel  $\text{PSF(ref)} \rightarrow \text{PSF(i)}$  transzformációja

során a csillagok fluxusa nem változik, egyszerűen a félértékszélességük nő meg (a csillagokat „felfújja”). Az alkalmazott program a legkisebb négyzetek módszerével megkeresi ezt a kernelt, majd konvolválja a referenciaképpel és az eredményül kapott képet kivonja az eredeti képből, az így kapott képet elmenti. Erről a konstans fényességű csillagok eltűnnek, csak a beégés határán levő, vagy teljesen beégett csillagoknak és a változócsillagoknak marad nyoma.

#### 2.3.4. Nemzetközi fotometriai rendszerbe való transzformálás

A CCD kamerából, szűrőből és magából a távcsőből álló rendszer nem pontosan valósítja meg az alkalmazott Johnson-féle fotometriai rendszer. A nemzetközi rendszerbe való számoláshoz ismernünk kell szűrőnként több, a Johnson-Cousins  $BVI_c$  rendszerben standard csillag fényességét. Az átszámolásnál alkalmazott egyenletek, amelyekben az instrumentális magnitúdók kis arab betűvel, a standard fényességek nagy arab betűvel szerepelnek:

$$\begin{aligned}
 B &= b + \zeta_{bb} \cdot (b - v) + \varepsilon_{bb} \\
 V &= v + \zeta_{vv} \cdot (b - v) + \varepsilon_{vv} \\
 I &= i + \zeta_{ii} \cdot (v - i) + \varepsilon_{ii}.
 \end{aligned}
 \tag{17}$$

Két lépésben használjuk ezeket az egyenleteket. Először a Johnson rendszerben ismert csillagok standard fényességeit az egyenletek bal oldalába és ugyanezen csillagok valamilyen módon előállított legjobb minőségű képen kimért instrumentális fényességeit az egyenlet jobb oldalába helyettesítjük be. A (17) egyenletek különböző zéruspontú és meredekségű egyenesek analitikus formái, így az egyenletekben szereplő ún. távcsőkonstansok legegyszerűbben egyenesillesztéssel határozhatóak meg. Az illesztett egyenes konstans tagja a zéruspontot, a meredeksége pedig a színtagot adja meg.

Másodjára az instrumentális fénygörbéket helyettesítjük az egyenletekbe és az előbbi lépésben meghatározott távcsőkonstansok segítségével standardizáljuk azokat.

## 2.4. A Pizskéstetői Observatórium megfigyelési anyaga

Az észlelések 1998-2003 között, 5 szezonban történtek az MTA KTM CSKI Pizskéstetői Observatórium megfigyelőállomásán, a Mátrában. Az 1 méteres  $f/13.6$  fényerejű Ritchey-Chrétien-Coudé elrendezésű (RCC) teleszkópot 3 kamerával használták. 1998, 2000 és 2001-ben a mérések a 766x1136 felbontású Wright EEV CCD05-20 kamerával történtek, a felbontás  $0.34''/\text{pixel}$ , s a látómező így  $4.3' \times 6.4'$  volt. 2003-ban az RCC teleszkópot a 1340x1300 Princeton Instruments Versarray:1300b NTE/CCD kamerával használták, a látómező  $6.7' \times 6.7'$  volt,  $0.31''/\text{pixel}$  felbontással. A harmadik kamerával töredékes mérések történtek, ezeket nem használtam fel. A 60/90/180cm Schmidt távcsővel 1999, 2000 és 2001-es mérési szezonban készültek megfigyelések (egy éjjel mérési vannak még 1998-ból), a képek rögzítését a Kodak KAF-1600 1536x1024 chipet tartalmazó Photometrics kamerával végezték. Ezzel az együttessel a látómező  $26' \times 17'$  volt,  $1.014''/\text{pixel}$  felbontással. A legnagyobb időt átfogó észleléseket az RCC+Wright, Schmidt+Photometrics műszeregyüttesekkel kaptuk. A Konkoly méréseket a 4. táblázat foglalja össze.

Rendszer	RCC+Versarray	RCC+Wright	Schmidt
Szűrő	B/V/I	B/V/I	V
Maximumális adatpontok száma [db]	38/44/38	75/294/72	521
Éjszakák száma [db]	3/3/3	10/12/10	14
Kezdő-befejező HJD egészrésze	52909-52941	51816-52140	51052-52140

4. táblázat. Az egyes fotometriai anyagok adatpontjainak száma és azok időbeli eloszlása.

Az 5-6. táblázatban összegzem, hogy a CC09-ben összegyűjtött változók közül melyik változóról és melyik fotometriai anyagban tudunk fénygörbét előállítani. A táblázatban szereplő összesen 95 változó jelenlegi legmegbízhatóbb, már publikált paramétereit átvettem a katalógusból. A mátrai M15-CCD anyag teljes fotometriai feldolgozása után pontosítani fogjuk a változók periódusait és fénygörbjük paramétereit.



Azonosító	V [ $m$ ]	A [ $m$ ]	P [nap]	T	W	S	V	Megjegyzés
V1	14.954	0.99	1.4377	CW	+	+	+	
V2	15.585	0.53	0.6843	RRab	+	+	+	
V3	15.823	0.52	0.3887	RRc	-	+	-	
V4	15.902	0.64	0.3136	RRc	-	+	+	
V5	15.789	0.49	0.3842	RRc	-	+	-	
V6	15.757	0.94	0.6660	RRab	+	+	+	
V7	15.754	0.56	0.3676	RRc	+	+	+	
V8	15.763	0.89	0.6462	RRab	-	+	+	
V9	15.685	0.84	0.7153	RRab	-	+	+	
V10	15.856	0.50	0.3864	RRc	+	+	+	
V11	15.828	0.61	0.3433	RRc	+	+	+	
V12	15.825	0.75	0.5929	RRab	+	+	+	
V13	15.944	1.01	0.5749	RRab	+	+	+	
V14	15.893	0.46	0.3820	RRc	-	+	-	
V15	15.911	1.04	0.5835	RRab	-	+	-	
V16	15.843	0.36	0.3992	RRc	+	+	+	
V17	15.743	-	0.4294	RRd	+	+	+	k(18)
V18	15.829	0.55	0.3677	RRc	+	+	+	
V19	15.733	1.38	0.5723	RRab	-	+	+	
V20	15.751	0.90	0.6970	RRab	+	+	+	
V21	15.669	0.85	0.6476	RRab	+	+	+	b
V22	15.723	0.82	0.7201	RRab	-	+	-	
V23	15.772	0.82	0.6327	RRab	-	+	-	
V24	15.859	0.50	0.3697	RRc	+	+	+	
V25	15.827	0.67	0.6653	RRab	-	+	-	
V26	15.878	0.39	0.4023	RRd	-	+	-	
V27	-	-	-	NV	-	+	-	
V28	15.824	0.75	0.6706	RRab	-	+	-	
V30	15.683	0.45	0.4060	RRd	+	+	+	
V31	15.870	0.43	0.4082	RRab	-	+	-	
V32	15.735	0.97	0.6044	RRab	+	+	+	
V33	15.732	1.05	0.5839	RRab	+	+	+	b
V35	15.929	0.53	0.3840	RRc	-	+	+	
V36	15.817	0.93	0.6242	RRab	+	+	+	b
V37	15.871	0.53	0.2878	RRc	+	+	+	
V38	15.820	0.55	0.3753	RRc	-	+	+	
V39	15.880	-	0.3896	RRd	-	+	+	
V40	15.867	-	0.3777	RRc	+	+	+	
V41	15.703	-	0.3822	RRc	+	+	+	b
V42	15.893	0.61	0.3602	RRc	-	+	-	
V43	15.864	0.50	0.3960	RRc	-	+	-	
V44	15.773	0.81	0.5945	RRab	+	+	+	
V45	15.651	0.91	0.6774	RRab	+	+	+	

5. táblázat. Változócsillagok katalógusa CC09 alapján. Szerepel a felsorolásban az adott változó, ha legalább 1 használható fotometria van róla. V, A, P, T rendre a változó fényváltozásának átlaga, amplitúdója, periódusa és típusa. W, S, V rendre az RCC-Wright, Schmidt és RCC-Versarray fotometriákat jelenti. Jelölések:

-: nincs a látómezőben, +: a látómezőben van, \*: nagy a fénygörbe szórása, mert a csillag a maghoz (b), vagy egy másik csillaghoz közel (k) helyezkedik el.

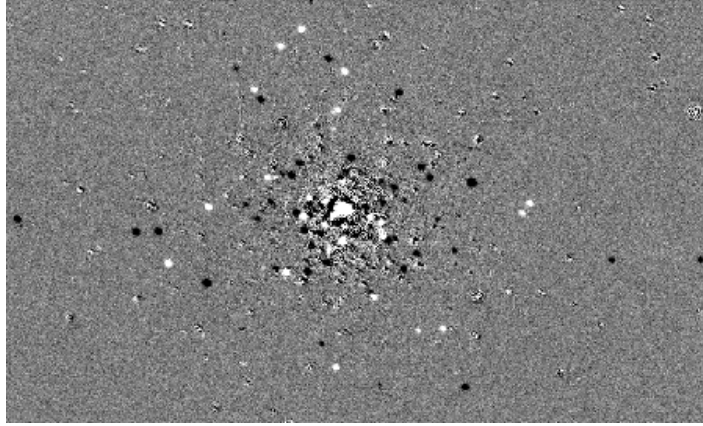
Zsúfolt területen levő változók: V34, V73, V77, V82, V83, V84, V85, V95, V111, V119-V155. Egymáshoz közeli változók, zárójelben a magasabb sorszámú csillag: V29 (V96), V68 (V106a, b), V72 (V114), V75 (V76), V79 (V87), V88 (V94).

Azonosító	V[m]	A [m]	P [nap]	T	W	S	V	Megjegyzés
V46	15.619	0.74	0.6915	RRab	+	+	+	
V47	15.676	0.96	0.6875	RRab	+	+	+	
V48	15.870	0.63	0.3646	RRc	-	+	+	
V49	15.872	0.81	0.6552	RRab	-	+	+	
V50	15.927	-	0.2981	RRc	+	+	+	
V51	15.816	0.45	0.3969	RRd	+	+	+	
V52	15.932	0.99	0.5756	RRab	+	+	+	
V53	15.822	-	0.4160	RRd	+	+	+	
V54	15.734	0.48	0.3996	RRd	+	+	+	
V55	15.732	0.67	0.7486	RRab	+	+	+	
V56	15.741	1.02	0.5703	RRab	+	+	+	
V57	15.773	0.58	0.3496	RRc	+	+	+	
V58	15.825	-	0.4068	RRd	+	+	+	b
V59	15.797	1.13	0.5546	RRab	+	+	+	
V60	15.598	0.61	0.7146	RRab	+	+	+	b
V61	15.794	-	0.3995	RRd	+	+	+	b
V62	15.726	0.53	0.3773	RRd	+	+	+	
V63	15.753	0.71	0.6469	RRab	+	+	+	
V64	15.761	0.58	0.3642	RRc	+	+	+	
V65	15.791	0.54	0.7182	RRab	+	+	+	
V66	15.882	-	0.3794	RRc	+	+	+	
V67	15.874	-	0.4064	RRd?	+	+	+	
V69	15.977	1.03	0.5868	RRab	+	+	+	
V70	15.844	0.49	0.3676	RRc	+	+	+	
V71	15.870	0.60	0.3737	RRc	+	+	+	
V74	15.862	0.56	0.2960	RRc	+	+	+	
V78	15.676	0.89	0.6648	RRab	+	+	+	
V80	15.697	0.72	0.6642	RRab	+	+	+	
V81	15.791	-	0.6033	RRab	+	+	+	b
V86	13.18	1.5	16.829	CW	+	+	+	
V89	15.785	-	0.3789	RRc	+	+	+	
V90	15.742	0.48	0.3823	RRc	+	+	+	
V91	16.2	1.0	0.6235	RRab	+	+	+	
V92	15.798	V	0.4120	RRc	+	+	+	b
V93	15.810	0.40	0.3970	RRd	+	+	+	
V97	15.765	0.63	0.6963	RRab	+	+	+	
V98	15.68	0.55	0.4701	RRab	+	+	+	b
V99	15.811	0.25	0.2908	RR1-	+	+	+	b
V100	15.9	0.8	0.4061	RRc?	+	+	+	k(109)
V101	15.836	0.50	0.4003	RRd	-	+	-	
V102	15.824	0.26	0.7595	RRab?	+	+	+	
V103	15.867	0.51	0.3682	RRc	-	+	-	
V107	15.7	0.4	—	RRc	+	+	+	
V108	15.7	0.4	—	RRc	+	+	+	
V109	15.8	0.6	—	RRc	+	+	+	
V110	15.75	0.5	—	RRc	+	+	+	
V112	15.8	P	—	RRab	+	+	+	
V113	15.698	0.20	0.4060	RRc	-	+	+	
V115	-	0.7	—	nt	+	+	+	
V116	-	1.0	—	nt	+	+	+	
V117	17.019	-	0.6869	RRab	+	+	+	
V118	15.836	0.49	0.3000	RRd	+	+	+	
V175	15.854	0.30	0.7540	RRab	+	-	+	

6. táblázat. Változócsillagok katalógusa CC09 alapján. Folytatás.

## 2.5. A fénygörbék létrehozása

Az M15 CCD anyagának alapkorrekciói után a konvolvált képek létrehozásához képlevonásos módszert alkalmaztam. Az ISM feladatot Alard és Lupton (1998) által fejlesztett ISIS programcsomagjának 2.2 verziójával végeztem el. A 4. ábrán példaképpen egy konvolvált képet mutatok.



4. ábra. Egy, a Schmidt távcsővel készült, referenciaképpel konvolvált kép. A változócsillagok pozícióiban sötét (világos) pöttyöket látunk a negatív (pozitív) fluxuskülönbség eredményeként, attól függően, hogy a referenciaképhez képest fényesebbek (halványabbak) voltak.

A konvolvált képeken a változócsillagok azonosításához Samus (2009, SA09) és CC09 ekvatoriális koordinátákat is tartalmazó katalógusait használtam. SA09 159, a CC09 pedig 210 db változócsillagot tartalmaz. A referenciaképekre RA/DEC (égi koordináták)  $\rightarrow$  x/y (pixelkoordináták) átalakítást valósítottam meg a képek ún. WCS (World Coordinate System, világkoordináta-rendszer) transzformációjával. Az ISIS interpolációs lépése után a csillagok pozíciói képről képre változatlanok, így a WCS transzformációt elég a referenciaképre végrehajtani.

Az eredeti CCD felvételeken meghatároztam az átlagos félértékszélességeket, és a konvolvált képeken az azoknak megfelelő apertúrákat használtam. Fontos, hogy az összes fluxusváltozást mérjük, hiszen ez korrelál a csillag fényességének változásával. Az IRAF phot taszkjával kimértem a konvolvált képeken a változócsillagok differenciális fluxusait, majd a változócsillagok pixelkoordináta-listájának birtokában elkészítettem a relatív fluxugörbéket. Ezután ki kell küszöbölnünk a változók fluxugörbéinek a referenciaképen mérhető  $m_j(0)$  manitúdónullpontoktól való függését, anyagoként és színenként is, valamint át kell térnünk fluxus skáláról magnitúdó skálára. A nullpontok meghatározásához PSF fotometriát használtam (IRAF-phot, pstselect, psf, allstar). Fluxus skáláról magnitúdó skálára a következő képlet megoldásával térhetünk át:

$$m_j(t) = m_j(0) - 2.5 \lg \left( \frac{i_j(0) - i_j(t)}{i_j(0)} \right), \quad (18)$$

ahol a  $i_j(t)$  és  $m_j(t)$  az idősor  $t$  időpontban vett fluxus és magnitúdó értékei a  $j$ -edik változóra vonatkoztatva.

Az instrumentális magnitúdógörbék nemzetközi fotometriai rendszerbe való transzformáláshoz szükség van a távcsőkonstansok meghatározására, ehhez a referenciaképpen Johnson rendszerben standard fényességű csillagok apertúra fotometriáját hajtottam végre. A transzformációhoz használt csillagokat Peter Stetson M15 körüli standard fotometriai területéről vettem<sup>3</sup>. Az illesztések eredményei láthatóak a 7. táblázatban.

Színtagok			
Rendszer	$\zeta_{bb}$	$\zeta_{vv}$	$\zeta_{ii}$
RCC-Vers	$0.219 \pm 0.009$	$-0.034 \pm 0.008$	$0.017 \pm 0.007$
RCC-Wright	$0.059 \pm 0.045$	$0.012 \pm 0.006$	$0.030 \pm 0.020$
Schmidt	-	$-0.001 \pm 0.045$	-
Zéruspontok			
Rendszer	$\varepsilon_{bb}$	$\varepsilon_{vv}$	$\varepsilon_{ii}$
RCC-Vers	$2.086 \pm 0.004$	$2.218 \pm 0.003$	$0.516 \pm 0.005$
RCC-Wright	$3.444 \pm 0.026$	$2.585 \pm 0.006$	$1.419 \pm 0.017$
Schmidt	-	$0.066 \pm 0.043$	-

7. táblázat. Távcsőkonstansok. Fontos, hogy minél jobban kifeszítsük a szín-tartományt, így kék és vörös csillagokat is felhasználtam a számoláshoz.

A Johnson rendszerbe való transzformáláskor a meghatározott fénygörbealakok alapján a  $b$  és  $i$  időpontokhoz  $v'$ , a  $v$  időpontokhoz  $b'$  szintetikus fénygörbét interpoláltam és elkészítettem a változócsillagok  $(b-v')$ ,  $(b'-v)$ ,  $(v'-i)$  instrumentális színindexgörbéit. Ezeket és a távcsőkonstansokat a (17) egyenletbe helyettesítve meghatároztam a változók standard fénygörbéit.

A bonyolultabb fénygörbéjű csillagoknál pontosan ismerni kell a fénygörbe alakot, azt tudni kell megfelelően inter- vagy extrapolálni, hogy az alkalmazott módszerrel nemzetközi rendszerbe transzformálhassuk a fénygörbét. Az RCC távcső mindkét kamerájánál (a Versarray B kivételével) százados nagyságrendű tagok jöttek ki. Jelenleg kérdés, hogy tudjuk-e szín-transzformálni bonyolultabb, például erősen modulált, vagy két módban is pulzáló csillagok fénygörbéjét.

Az 5. táblázatban látszik, hogy a Schmidt távcsőnél a  $\zeta_{vv}$  színtranszformáció együtt-ható igen kicsi, a távcső fotometriai rendszere (optika, szűrő, detektor) gyakorlatilag megvalósítja a Johnson fotometriai rendszert. Schmidt méréseknél kevés  $B$  és  $I$  szűrős kép készült és a fénygörbe alakjának meghatározása kevés adatpontból igencsak bizonytalan. Így nem is tudnánk végrehajtani a fenti, szintetikus fénygörbéken alapuló nemzetközi transzformációt. Viszont mivel a Schmidt mérésnél kicsi a  $\zeta_{vv}$  színtag, a

<sup>3</sup><http://www2.cadc-ccda.hia-ihh.nrc-cnrc.gc.ca/community/STETSON/standards/>

színtranszformáció elhagyható. Ez megengedi nekünk a következő átalakítást.

Az M15 gömbhalmaz közepe felé zsúfoltan vannak a csillagok a Schmidt távcső látómezejében, emiatt nem tudtam pontosan meghatározni a magnitúdó-nullpontokat. Ezért a Schmidt-anyag maghoz közelebb eső csillagainak nullpontját csak kezdőértékként használtam, és magnitúdó-nullpontjaikat a következő átalakításokkal a nemzetközi rendszerben levő RCC-Wright anyaghoz toltam.

$$\begin{aligned} flux &= 10((( -mag) + zmag)/2.5), \\ mag &= zmag - 2.5 \cdot \lg(flux). \end{aligned} \tag{19}$$

A Schmidt teleszkóppal készült képeken látszik a gömbhalmaztól ÉNY-i irányban egy fényes csillag, amelynek katalógusbeli R fényessége  $7.^m7$ . A csillagról érkező rendkívüli fény mennyiség különböző hibákat okoz a képeken (bloating, szaturáció) és erősen befolyásolta a referenciaképek, illetve konvolvált képek elkészítését. A csillag környékét ezért levágtam a képekről és az így képlevonásból kiesett változócsillagokra differenciális apertúra-fotometriát valósítottam meg.

## 2.6. A fénygörbék Fourier analízise

A fotometriai anyagból szükségem volt a modulálatlan *RRab* csillagok fénygörbéjének Fourier paramétereire. A fénygörbék Fourier illesztéséhez az *nlfit* (Sódor Ádám), illetve a *MUFRAN* (Kolláth Zoltán, 1990) nevű programokat használtam. Szakirodalmi periódusokkal indítottam az *nlfit*-et, amely a Levenberg-Marqard-féle iterációs eljárás (LevMar) alkalmazásával megadja a fénygörbe előállításához szükséges szinuszos és koszinuszos tagokat (lásd (5) képlet).

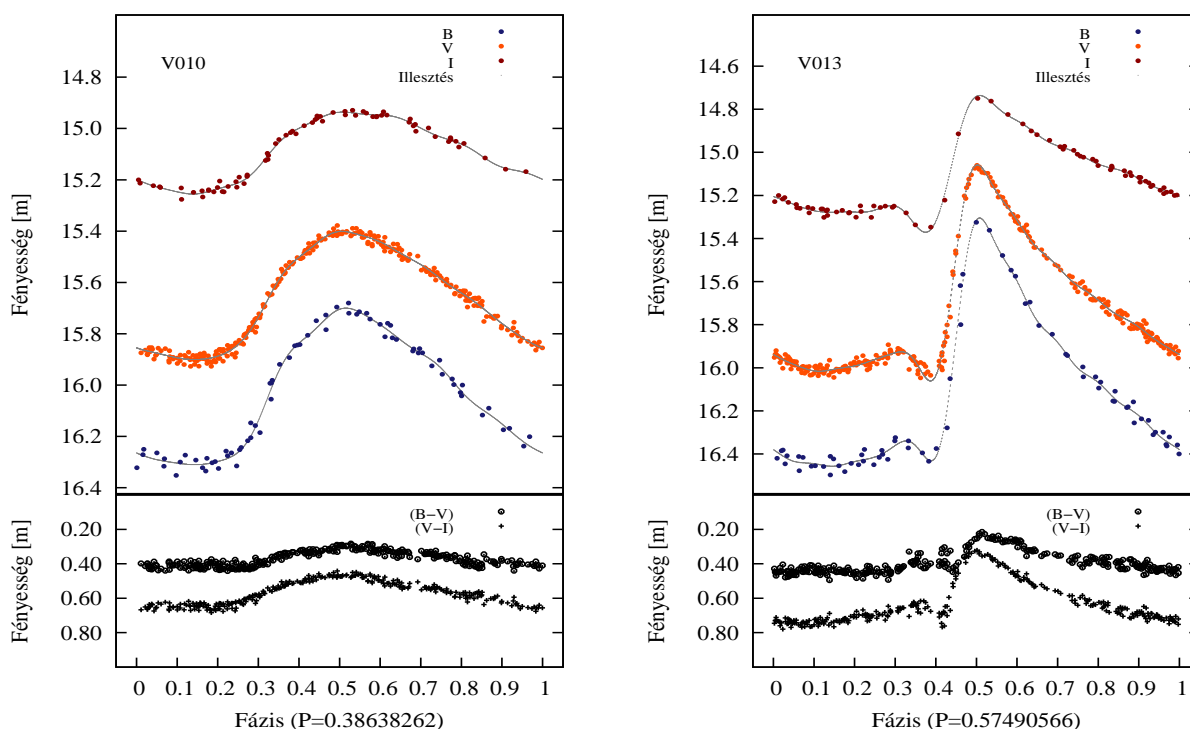
A V szűrős fénygörbék voltak a legjobb fázislefedettségűek ezért ezen fénygörbék nemlineáris illesztésével megkerestem a legjobb pulzációs frekvenciát és azt fixen tartva lineárisan illesztettem a B és I szűrős fénygörbéket. Az illesztések előtt az „outlier” csillagokat elhagytam. A sorfejtés rendje minimum 5, maximum 15, jellemzően 10 körüli érték volt.

A (9) képlet megoldásával amplitúdókat és fázisokat, a (12) képlet megoldásával epochafüggetlen fáziskülönbségeket számoltam ( $\varphi_{i1}$ , ahol  $i=2, 3, 4, 5$ ). A kapott értékeket 0 és  $2\pi$  közé transzformáltam.

## 2.7. Az M15 CCD-fotometriájának eddigi eredményei

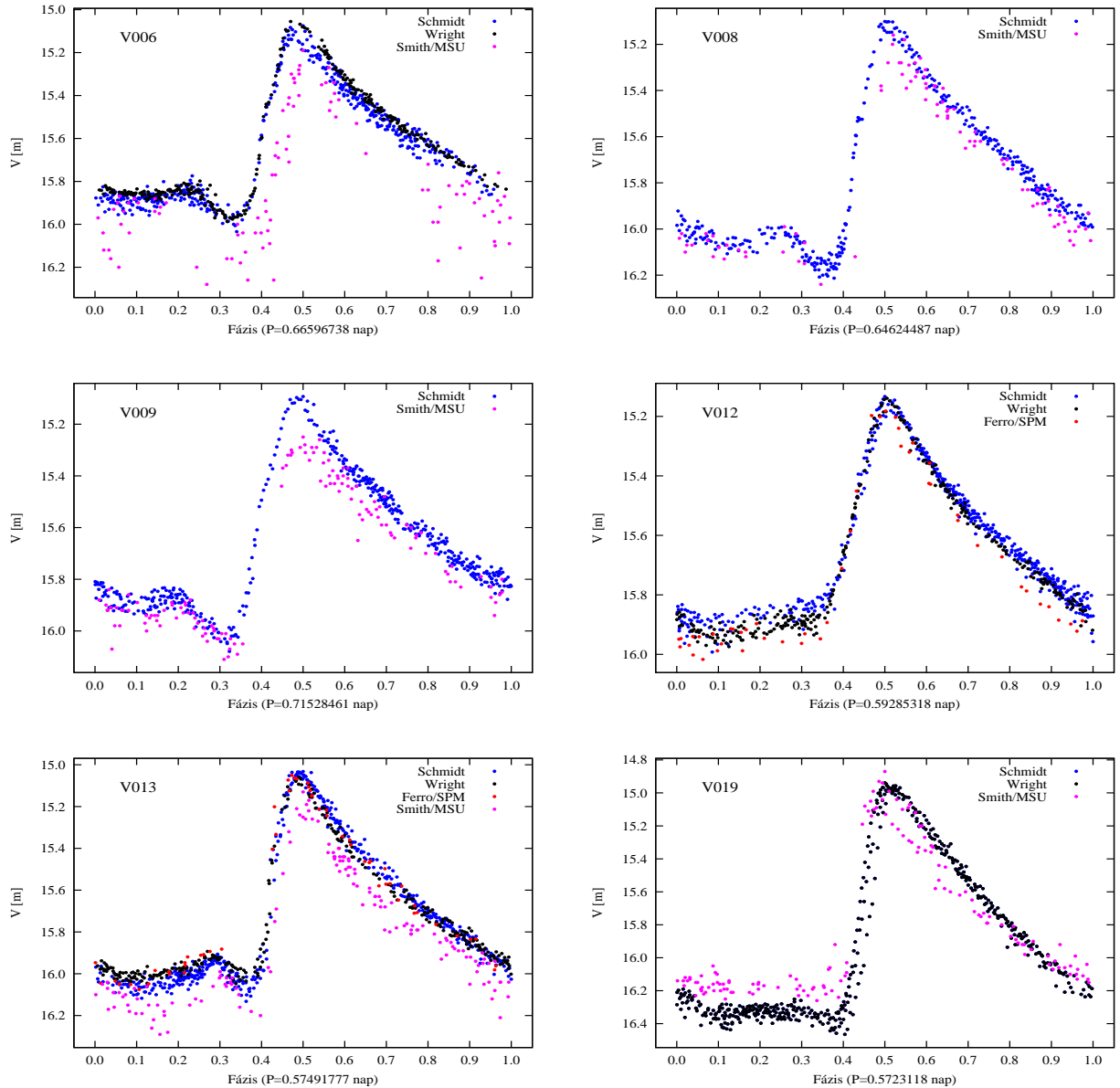
Az eddigi feldolgozás során előállítottam a referenciaképeket és az ehhez konvolvált CCD képeket, azonosítottam a változókat és kimértem a fluxusgörbéiket. A 2.5 fejezetben leírtak alapján áttértem magnitúdó skálára. Mindhárom fotometriai anyagból minden színben rendelkezésre állnak az instrumentális fénygörbék és az egyszerű csillagok esetében a standard fénygörbék. Tervezzük a következő feladatok elvégzését:

- Az RCC+Versarray anyagban a színtranszformációt kell végrehajtanunk, ami a fénygörbe-paraméterek meghatározásának bizonytalansága miatt nem triviális feladat. Ezt a problémát szükséges megoldani, hiszen a távcsőkonstansok nem elhanyagolhatóak.
- Az RCC+Wright anyagban meg kell állapítanunk, hogy a bonyolult fénygörbéket (modulált, vagy multiperiodikus) tudjuk-e a színtranszformálni.
- A fénygörbék szórása és a változók szakirodalmi amplitúdói alapján jelenleg az RCC+Wright anyag a legjobb minőségű. A Schmidt anyagban nagyobb amplitúdók jöttek ki, ezért a referenciakép magnitúdónullpontjait pontosítanunk kell.

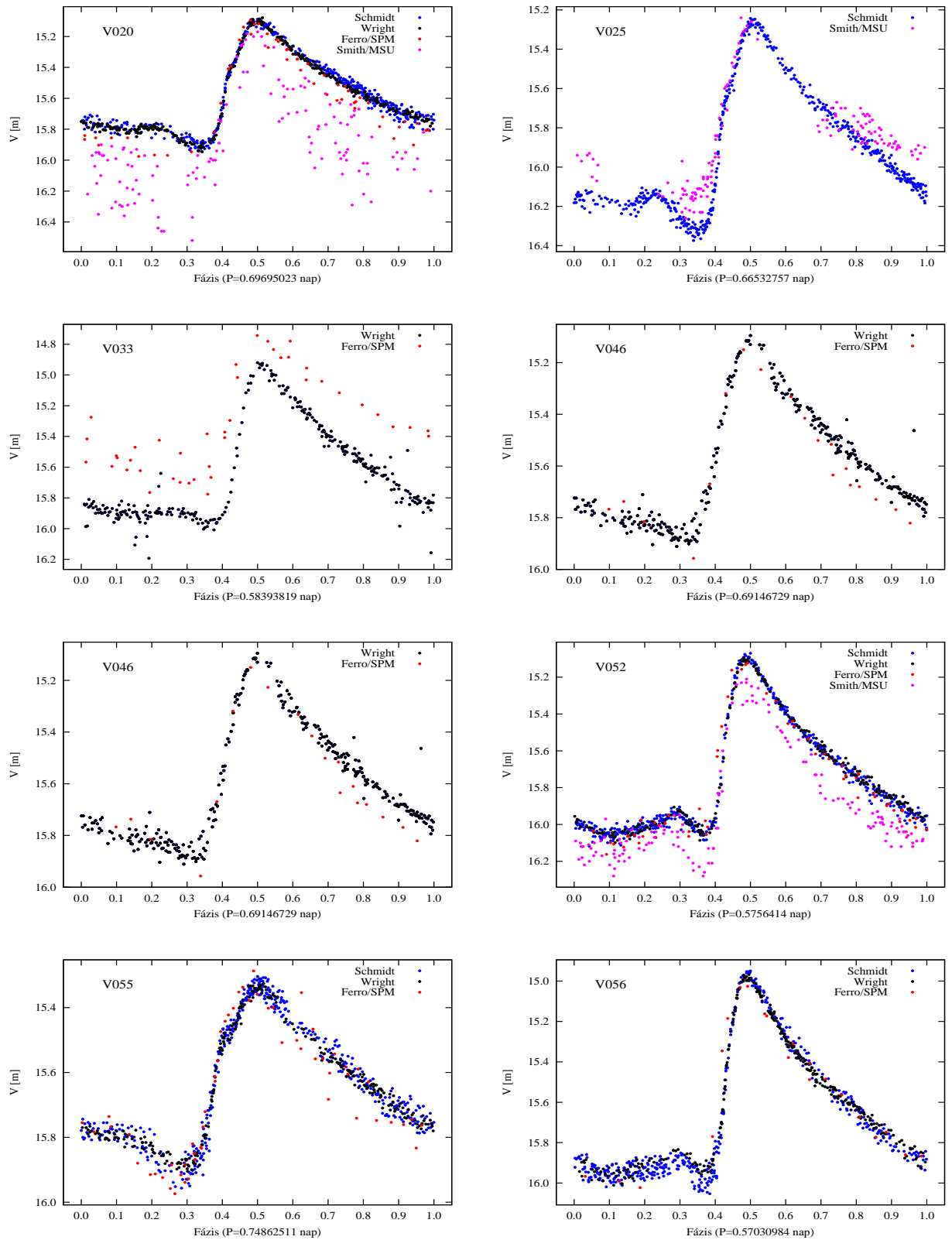


5. ábra. Egy *RRc* (V010) és egy *RRab* (V013) csillag B, V, I fény- és (B-V), (V-I) színindexgörbéi az RCC+Wright fotometriai anyagból.

A következő ábrákon összehasonlítom a diplomamunkámhoz felhasznált változók RCC+Wright és Schmidt fénygörbéit szakirodalmi, Silbermann & Smith (1995) és Ferro et al. (2006) publikációiból származó fénygörbékkel.

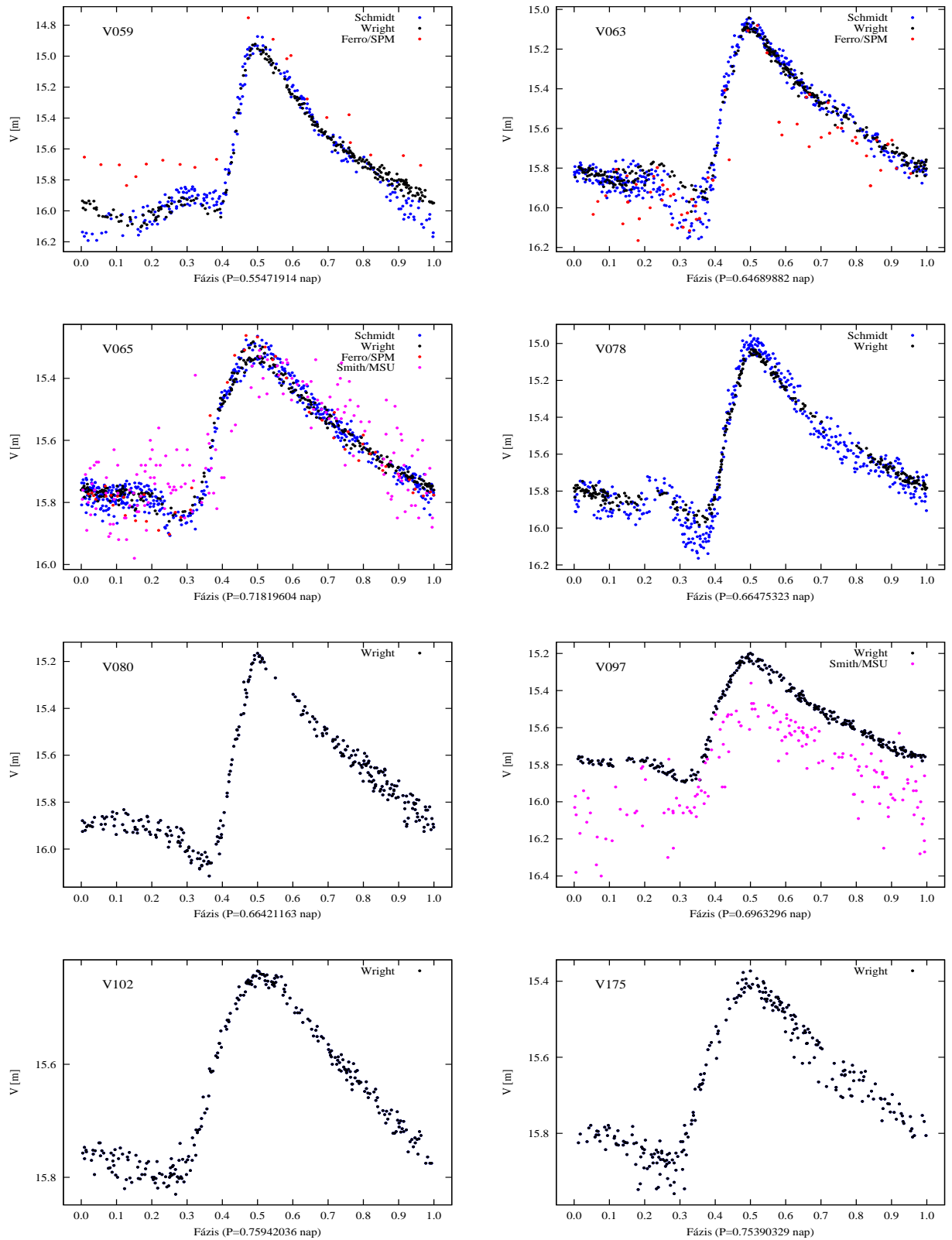


6. ábra. A diplomamunkához felhasznált M15-beli *RRab* változók fázisgörbéi. Jelen munka alapján: fekete színnel a RCC+Wright fénygörbék, kék színnel a Schmidt fénygörbék. Szakirodalmi fénygörbék: pirossal Ferro et al. fénygörbéi, lilával Silbermann & Smith fénygörbéi.



7. ábra. A diplomamunkához felhasznált M15-beli *RRab* változók fázisgörbéi. Folytatás.





8. ábra. A diplomamunkához felhasznált M15-beli *RRab* változók fázisgörbéi. Folytatás.

Az M15 CCD fotometriai anyagának feldolgozása egy nagyobb és összetettebb projekt, amelynek csak egy része a diplomamunkám feladata. A diplomamunkához a modulálatlan *RRab* változók Fourier paramétereire volt szükségem. Ezeket közlöm a 8. táblázatban.

ID	Periódus	$\overline{V_{mag}}$	$\overline{V_{int}}$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$	$\varphi_{21}$	$\varphi_{31}$	$\varphi_{41}$	$\varphi_{51}$
	[nap]	[mag]							[rad]			
M 15												
V059	0.55471916	15.708	15.650	0.414	0.170	0.121	0.096	0.067	2.351	4.501	0.805	3.489
V056	0.57030979	15.659	15.614	0.364	0.136	0.116	0.085	0.057	2.259	4.543	0.822	3.459
V019	0.57233220	15.906	15.793	0.578	0.231	0.162	0.105	0.067	2.352	4.926	1.458	4.089
V013	0.57490560	15.730	15.691	0.353	0.142	0.116	0.085	0.062	2.285	4.645	1.002	3.625
V052	0.57564161	15.754	15.717	0.356	0.136	0.108	0.084	0.060	2.345	4.621	1.006	3.672
V033	0.58393820	15.626	15.574	0.387	0.171	0.120	0.082	0.053	2.267	4.866	1.171	4.051
V012	0.59285327	15.680	15.649	0.313	0.114	0.078	0.043	0.020	2.351	4.637	0.985	3.489
V008	0.64624490	15.768	15.712	0.386	0.163	0.121	0.092	0.053	2.391	5.070	1.578	4.520
V063	0.64689874	15.623	15.587	0.300	0.128	0.101	0.074	0.044	2.323	4.904	1.361	4.323
V080	0.66421174	15.705	15.676	0.300	0.146	0.108	0.056	0.039	2.384	5.291	1.753	4.599
V078	0.66475306	15.612	15.578	0.316	0.149	0.108	0.072	0.043	2.421	5.030	1.536	4.497
V025	0.66532758	15.910	15.863	0.378	0.164	0.130	0.080	0.048	2.403	5.110	1.664	4.643
V006	0.66596740	15.634	15.599	0.318	0.148	0.115	0.071	0.046	2.309	4.951	1.391	4.226
V047	0.68750258	15.527	15.497	0.325	0.156	0.103	0.067	0.046	2.412	5.222	1.773	4.595
V046	0.69146729	15.598	15.572	0.288	0.130	0.080	0.049	0.024	2.490	5.190	1.599	4.402
V097	0.69632937	15.620	15.605	0.241	0.110	0.077	0.041	0.021	2.366	5.116	1.693	4.935
V020	0.69694716	15.601	15.577	0.285	0.141	0.096	0.062	0.033	2.412	5.100	1.686	4.590
V009	0.71528456	15.654	15.619	0.322	0.151	0.103	0.070	0.032	2.504	5.243	1.889	4.933
V065	0.71818752	15.626	15.612	0.206	0.088	0.053	0.026	0.010	2.494	5.313	2.070	5.150
V055	0.74862515	15.652	15.643	0.210	0.091	0.055	0.024	0.012	2.623	5.524	2.313	5.541
V175	0.75390333	15.677	15.670	0.191	0.082	0.042	0.013	0.007	2.620	5.449	2.937	5.150
V102	0.75942023	15.651	15.646	0.161	0.053	0.026	0.007	0.005	2.533	5.439	2.452	5.365

8. táblázat. Az M15 diplomamunkámban felhasznált RR Lyrae változóinak Fourier paramétereit. ID a változó azonosítója,  $\overline{V_{mag}}$  és  $\overline{V_{int}}$  rendre a fénygörbéjének magnitúdó- és intenzitás-átlagolt fotometriai közepe,  $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5$  a fénygörbét leíró első öt szinuszhullám amplitúdója,  $\varphi_{21}, \varphi_{31}, \varphi_{41}, \varphi_{51}$  pedig ezek epochafüggetlen fáziskülönbségei.

A fénygörbék maximális adatpontjainak számát (4. táblázat), a mért változócsillagok számát (5-6. táblázat), valamint a fénygörbék minőségét (6-8. ábra) tekintve is a piszkéstetői fotometriai anyag a legteljesebb és legjobb. Ezt felhasználva új információkat tudunk szolgáltatni az M15 változópopulációival kapcsolatban.

### 3. A vasformula ellenőrzése

Kovács & Jurcsik (1996) lineáris kapcsolatot fedezett fel az *RRab* csillagok P periódusa,  $\varphi_{31}$  epochafüggetlen fáziskülönbsége és  $[\text{Fe}/\text{H}]$  fémessége között. Az adatbázisuk mezőcsillagokon kalibrálódott, és három kifejezetten fémszegény csillagot tartalmazott. A szakirodalomban általánosan használják a vasformulát. Szükséges ezt a fémesség és a Fourier paraméterek közötti alaprelációnak gondolt összefüggést fémszegény gömbhalmazok RR Lyrae csillagait tartalmazó adatbázis alapján ellenőrizni.

Az adatbázis elkészítéséhez gömbhalmazbeli RR Lyrae változók jó fázislefedettségű, modulálatlan Johnson V szűrős fénygörbéit gyűjtöttem össze és elvégeztem azoknak a Fourier analízisét. A Fourier paraméterek mellett a kalibrációhoz szükségem volt spektroszkópiai  $[\text{Fe}/\text{H}]$ -kra is. A következő alfejezetben a szakirodalomból átvett és munkám során felhasznált vastartalmakról szólok.

#### 3.1. Az adatbázis fémességeiről

Carretta et al. (2009, CG09) 95 gömbhalmaz átlagos  $[\text{Fe}/\text{H}]$ ,  $[\text{O}/\text{Fe}]$ ,  $[\text{Na}/\text{Fe}]$ ,  $[\text{Mg}/\text{Fe}]$ ,  $[\text{Si}/\text{Fe}]$  nehézelem abundanciáját publikálta saját, nagy diszperziójú FLAMES, GIRAFFE, UVES spektrumok, illetve már megjelent publikációk alapján. Kraft & Ivans (2003) által meghatározott spektroszkópiai fémességeket, Zinn & West (1984) fotometriai fémességi indexeit és Rutledge et al. (1997) kalcium indexeit transzformálták a saját  $[\text{Fe}/\text{H}]$  skálájukhoz. Az adatbázisban felhasznált vastartalmak Harris katalógusából származnak. Ebben főként CG09 által meghatározott vastartalmak szerepelnek, Harris az ettől a munkától független átlagos vasakat pedig CG09 fémességi skálájához transzformálta. Az adatbázisunk fémességi skálája tehát *közös*.

#### 3.2. Gömbhalmazbeli RR Lyrae-k fénygörbéinek feldolgozása

A szakirodalmi adatokban gömbhalmaz RR Lyrae-fotometriákat gyűjtöttem össze, főleg az Oosterhoff II halmazokra koncentráltam. 15 gömbhalmaz, 216 *RRab* csillagáról készült Fourier analízis, amit a 2.6. alfejezetben leírt módon végeztem el. 131 OoI és 85 OoII gömbhalmazba tartozó *RRab* változó Fourier paraméterei szerepelnek az adatbázisban, ami teljes terjedelmében elérhető a „Függelék”-ben. Az adatbázisban szereplő gömbhalmazok főbb jellemzőit foglalom össze a 9. táblázatban.

ID	Név	[Fe/H]	Oo	$V_{HB}$ [m]	FVSZ	Referenciák
NGC 1851		-1.18	I	16.09	8	[43]
NGC 4590	M68	-2.23	II	15.68	10	[42]
NGC 5024	M53	-2.10	II	16.81	11	[13] [22]
NGC 5053		-2.27	II	16.69	4	[2]
NGC 5272	M3	-1.50	I	15.64	36	[19]
NGC 5286		-1.69	II	16.63	15	[44]
NGC 5466		-1.98	II	16.52	7	[3] [11]
NGC 5904	M5	-1.29	I	15.07	22	[10] [21] [31] [39]
NGC 6121	M4	-1.16	I	13.45	4	[41]
NGC 6171	M107	-1.02	I	15.70	8	[8]
NGC 6341	M92	-2.31	II	15.10	6	[23]
NGC 6715	M54	-1.49	I	18.16	26	[38]
NGC 6934		-1.47	I	16.86	27	[20]
NGC 7078	M15	-2.37	II	15.83	22	Jelen dolgozat
NGC 7089	M2	-1.65	II	16.05	10	[26]

9. táblázat. A munkám szempontjából fontosnak tartott gömbhalmaz-paraméterek Harris (2010) alapján. [Fe/H] a gömbhalmazok átlagos vastartalma, Oo az adott gömbhalmaz Oosterhoff típusa,  $V_{HB}$  a horizontális ágának fényessége. FVSZ az adatbázisban felhasznált változók száma a Referenciák-ban jelzett szakirodalom alapján.

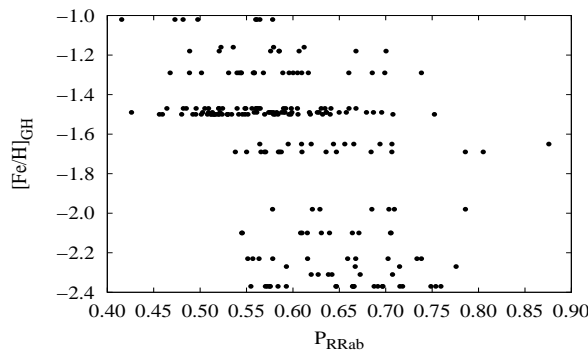
### 3.3. A $(P, \varphi_{31}) \rightarrow [\text{Fe}/\text{H}]$ reláció érvényessége

A diplomamunkám célja az, hogy minél több modulálatlan, alaplómódusban pulzáló fémszegény gömbhalmazbeli RR Lyrae változó szakirodalmi és archív anyagainak feldolgozásával kalibráljam a vastartalom és a Fourier paraméterek közötti empirikus relációt. Egy- és kétparaméteres illesztéseket hajtottam végre az adatbázis csillagainak átlagos fémtartalma ( $[\text{Fe}/\text{H}]$ ), periódusa ( $P$ ), amplitúdói ( $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5$ ) és epochafüggetlen fáziskülönbségei ( $\varphi_{21}, \varphi_{31}, \varphi_{41}, \varphi_{51}$ ) között. Lépésenként, a lehető legegyszerűbb alaktól kezdve építettem fel a vasformulát.

Először egyparaméteres, lineáris illesztéssel meghatároztam, hogy melyik Fourier paraméter áll legszorosabb kapcsolatban a vastartalommal. A 10. táblázat alapján megállapítható, hogy a  $[\text{Fe}/\text{H}] = a + b \cdot P$  illesztés a legpontosabb, vagyis a vizsgált *RRab* csillagok periódusa lesz ez a legjobban korreláló paraméter.

Egyparaméteres, lineáris illesztés. $[\text{Fe}/\text{H}] = a + b \cdot X$ (f=212)						
X	a	da	b	db	RMS	$r\chi^2$
P	-0.256	0.184	-2.349	0.305	0.347	0.121
$A_2$	-1.863	0.091	1.373	0.596	0.388	0.150
$\varphi_{31}$	-2.354	0.407	0.135	0.079	0.390	0.152
$A_3$	-1.767	0.074	1.037	0.696	0.391	0.153
$\varphi_{51}$	-1.541	0.098	-0.029	0.023	0.391	0.153
$\varphi_{41}$	-1.729	0.074	0.039	0.041	0.391	0.154
$A_1$	-1.745	0.103	0.260	0.315	0.392	0.154
$A_5$	-1.696	0.055	0.831	1.207	0.392	0.154
$A_4$	-1.696	0.064	0.529	0.929	0.392	0.154
$\varphi_{21}$	-1.652	0.408	-0.004	0.169	0.393	0.154

10. táblázat.  $[\text{Fe}/\text{H}]$  illesztési paraméterek a fejlécben szereplő alak szerint. X az illesztett paraméter. a, b együtthatók, da, db rendre ezek hibái. Az RMS az illesztés hibáinak négyzetes középértéke, az  $r\chi^2$  az átlagtól való eltérések négyzetes átlaga, osztva a szabadsági fokkal (f).



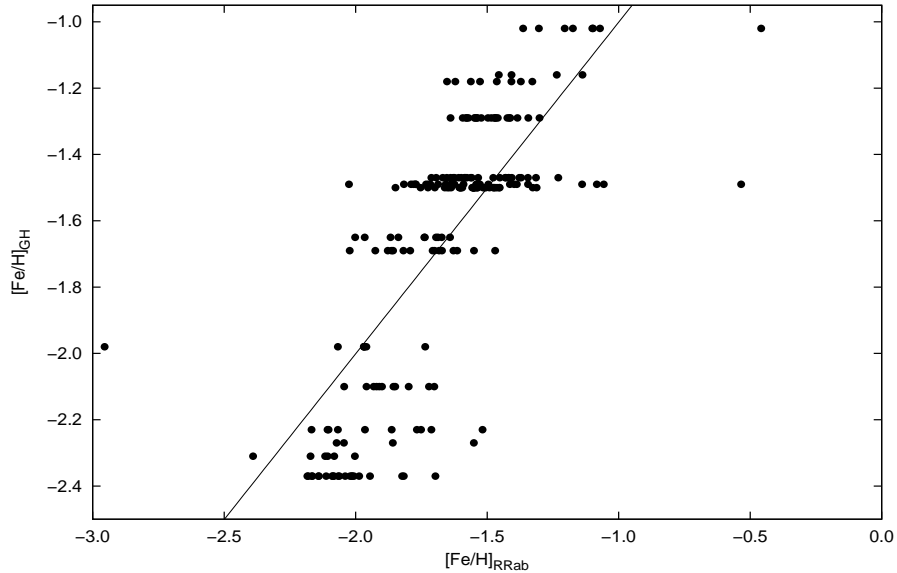
9. ábra. Megfigyelhető az ábrán, hogy az átlagos vastartalom csökkenésével egyre nagyobb lesz az adott gömbhalmazon belüli *RRab* változók átlagos periódusa.

Kétparaméteres lineáris illesztésekkel megnéztem, hogy a periódus mellett melyik Fourier paraméter figyelembevételével tudom pontosítani a vasformulát.

Kétparaméteres, lineáris illesztés. $[\text{Fe}/\text{H}] = a + b \cdot P + c \cdot Y$ (f=212)								
Y	a	da	b	db	c	dc	RMS	$r\chi^2$
$\varphi_{31}$	-3.514	0.274	-5.277	0.309	0.982	0.072	0.254	0.065
$\varphi_{41}$	0.488	0.165	-4.810	0.338	0.437	0.041	0.281	0.079
$\varphi_{21}$	-2.896	0.317	-4.905	0.371	1.735	0.182	0.292	0.085
$A_1$	1.345	0.312	-3.906	0.380	-2.124	0.347	0.321	0.103
$A_4$	0.905	0.264	-3.680	0.366	-5.708	0.987	0.324	0.105
$A_5$	0.862	0.259	-3.716	0.370	-7.490	1.297	0.324	0.105
$A_3$	0.862	0.292	-3.583	0.388	-3.775	0.787	0.331	0.110
$A_2$	0.433	0.301	-3.032	0.383	-1.923	0.671	0.342	0.117
$\varphi_{51}$	-0.223	0.195	-2.330	0.308	-0.011	0.021	0.348	0.121

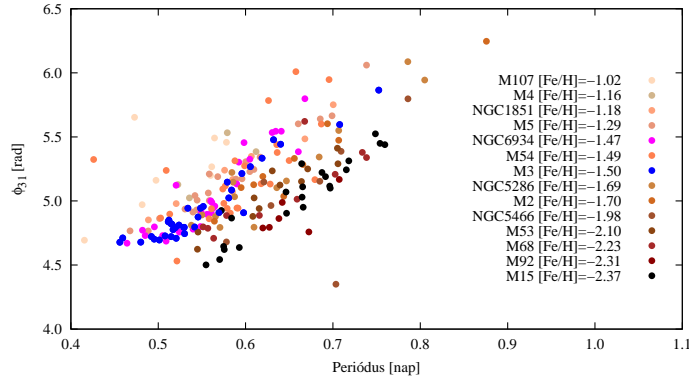
11. táblázat. Kétparaméteres lineáris illesztések a vastartalom ( $[\text{Fe}/\text{H}]$ ), periódus (P) és egy, a táblázatban jelzett Y változó között. A jelölések a 10. táblázatnak megfelelőek.

A fenti táblázatból látszik, hogy a kétparaméteres lineáris illesztések alapján a periódus mellett a  $\varphi_{31}$  Fourier paraméter áll legszorosabb kapcsolatban a vastartalommal. A 11. táblázat első sorának együtthatóival kiszámoltam az adatbázis RR Lyrae változóinak  $[\text{Fe}/\text{H}]$ -ját, a 9. ábrán ezek függvényében mutatom a spektroszkópiai  $[\text{Fe}/\text{H}]$  átlagos gömbhalmaz-fém tartalmakat. Megállapítható az 10. ábra alapján, hogy  $[\text{Fe}/\text{H}] = -2$  felett a vasformula nagyobb,  $[\text{Fe}/\text{H}] = -1.4$  felett kisebb vastartalmat ad.



10. ábra. Egyedi csillagok : átlagos gömbhalmaz vastartalmak. Megfigyelhetőek az átlagos fémtartalomról szignifikánsan kilógó, „outlier” csillagok. Extrém fémszegény tartományban az átlagos vastartalom felülbecsült a spektroszkópiai értékhez képest. Az értékekre illesztett egyenest is feltüntettem.

A 11. ábrán megfigyelhető, hogy az egyes gömbhalmazokon belül, a rövidebb periódusú változók periódusa és  $\varphi_{31}$  paramétere között nemlineárisnak tűnő kapcsolat áll fenn.



11. ábra. Az adatbázis csillagai a  $P:\varphi_{31}$  síkban. A két paraméter közötti nemlineáris kapcsolatot különösen jól látszik az M3 és az NGC 6934 halmazoknál.

Az előzőleg írtak miatt megvizsgáltam, hogy hogyan viselkedik a vasformula a két-paraméteres, nemlineáris illesztések során. A  $[\text{Fe}/\text{H}](P, \varphi_{31})^2$  relációcsalád öt lehetséges tagjából ( $P, P^2, Y, Y^2, X \cdot Y$ ) kettőt  $\binom{5}{2} = 10$  féleképpen tudunk kiválasztani. Az illesztések eredménye a 12. táblázatban látható.

Kétparaméteres, nemlineáris illesztések ( $f=212$ )							
a	da	b	db	c	dc	RMS	$r\chi^2$
$[\text{Fe}/\text{H}] = a + b \cdot P + c \cdot \varphi_{31}^2$							
-0.953	0.144	-5.293	0.310	0.094	0.007	0.254	0.065
$[\text{Fe}/\text{H}] = a + b \cdot P + c \cdot \varphi_{31}^2$							
1.480	0.186	-12.964	0.815	1.503	0.111	0.255	0.065
$[\text{Fe}/\text{H}] = a + b \cdot P + c \cdot P \cdot \varphi_{31}$							
1.480	0.186	-12.964	0.815	1.503	0.111	0.255	0.065
$[\text{Fe}/\text{H}] = a + b \cdot \varphi_{31} + c \cdot P^2$							
-5.212	0.315	1.003	0.073	-4.308	0.254	0.255	0.065
$[\text{Fe}/\text{H}] = a + b \cdot \varphi_{31} + c \cdot P \cdot \varphi_{31}$							
-6.760	0.379	1.602	0.103	-1.001	0.061	0.259	0.067
$[\text{Fe}/\text{H}] = a + b \cdot P^2 + c \cdot \varphi_{31}^2$							
-2.611	0.135	-4.348	0.254	0.097	0.007	0.254	0.064
$[\text{Fe}/\text{H}] = a + b \cdot P^2 + c \cdot P \cdot \varphi_{31}$							
-2.597	0.134	-11.239	0.695	1.637	0.117	0.253	0.064
$[\text{Fe}/\text{H}] = a + b \cdot P^2 + c \cdot P \cdot \varphi_{31}$							
-2.602	0.137	0.155	0.010	-1.016	0.061	0.257	0.066

12. táblázat. Kétparaméteres nemlineáris illesztések a vastartalom ( $[\text{Fe}/\text{H}]$ ), a periódus és a  $\varphi_{31}$  epochafüggetlen fáziskülönbségek között. Jól látszik, hogy a  $[\text{Fe}/\text{H}](P, Y = \varphi_{31})^2$  relációcsalád nemlineáris illesztése során az illesztések jósága hasonló, mint lineáris esetben ( $\text{RMS} \approx 0.25, r\chi^2 \approx 0.065$ ).

Ha külön-külön vizsgáljuk a gömbhalmazokat a periódus: $\varphi_{31}$  kapcsolat szembevetően nemlineáris, viszont az egész adatbázist tekintve maga a vasformula lineáris marad.

### 3.4. Oosterhoff kettősség az adatbázisban

Megvizsgáltam a  $[\text{Fe}/\text{H}](P, \varphi_{31})$  vasformula viselkedését abban az esetben is, ha az adatbázis gömbhalmazait az Oosterhoff klasszifikációjuknak megfelelő csoportokban kezelem. Az egyik csoportba tehát az OoI, a másik csoportba az OoII gömbhalmazok tartoztak. Mindkét csoportra kétparaméteres lineáris illesztéseket végeztem, ezeknek eredménye a 13. táblázatban látható.

Kétparaméteres, lineáris illesztés. $[\text{Fe}/\text{H}] = a + b \cdot P + c \cdot \varphi_{31}$								
Típus	a	da	b	db	c	dc	RMS	$r\chi^2$
OoI	-2.276	0.190	-1.510	0.296	0.340	0.058	0.130	0.017
OoII	-3.657	0.419	-3.086	0.666	0.702	0.134	0.248	0.061

13. táblázat.  $[\text{Fe}/\text{H}]$  illesztési paraméterek. A jelölések a 10. táblázatnak megfelelőek.

Az OoI csoportnál pontosabb illeszkedést kapunk a feltételezett függvényalakkal, míg az OoII csoportnál az illesztés jósága hasonló a teljes adatbázisnál számoltakkal. Kétparaméteres, nemlineáris illesztéssel is hasonló eredményt kapunk.

A periódus és  $\varphi_{31}$  közötti nemlinearitást próbáltam a teljes adatbázison végrehajtott módon kutatni, és arra jutottam, hogy Oosterhoff csoportonként is lineáris marad a vasformula.

131 OoI és 85 OoII gömbhalmazba tartozó *RRab* csillag szerepel az adatbázisban, így az illesztések szabadsági foka nagyobb az első csoportnál. Az OoII csoport tulajdonsága miatt rövidebb periódusoknál kevés a kifejezetten fémszegény OoII csillag. Ezek statisztikai eltolódást vihetnek az adatbázisba, így azt további statisztikai próbák alá szeretnénk vetni. A vasformula effajta viselkedésének kutatása már kívül esik a diplomamunkámban vállalt feladatok körén, a jövőben vizsgálni fogjuk azt.



### 3.5. A gömbhalmazokon kalibrált vasformula

Az alábbi felsorolásban összefoglalom a vasformula fémszegény gömbhalmazok *RRab* csillagainak vizsgálata során tapasztalt viselkedését:

- kétparaméteres lineáris illesztéssel megállapítható, hogy továbbra is a  $[\text{Fe}/\text{H}]$  ( $P, \varphi_{31}$ ) reláció a legszorosabb;
- a halmazfémtartalom csökkenésével az *RRab* csillagok átlagperiódusa növekszik;
- kétparaméteres nemlineáris illesztésekkel a vasformula pontossága nem változik;
- gömbhalmazok Oosterhoff dichotómia szerinti szétválasztásával javul az OoI csoportra illeszthető vasformula pontossága, az OoII csoportra illeszthetőé változatlan marad a teljes adatbázison vett vasformulához képest.

A 15 gömbhalmaz Harris-katalógusban publikált  $[\text{Fe}/\text{H}]$  átlagos vastartalma és ezen gömbhalmazok összesen 216 RR Lyrae változócsillagának Fourier paraméterei alapján kalibrált vasformula:

$$[\text{Fe}/\text{H}] = -3.514 - 5.277 \cdot P + 0.982 \cdot \varphi_{31}. \quad (20)$$

Összehasonlításképpen JK96 mezőcsillagokra kalibrálódott vasformulája:

$$[\text{Fe}/\text{H}] = -5.038 - 5.394 \cdot P + 1.345 \cdot \varphi_{31}. \quad (21)$$

Látszik, hogy a két formula konstans és  $\varphi_{31}$  együtthatói jelentősen eltérnek (a periódus együtthatói hibahatáron belül azonosak).

A gömbhalmazban levő *RRab* változók Fourier paraméterei a következőképpen viselkednek (lásd adatbázis). Ahogy a periódus növekszik, a  $\varphi_{31}$  ugyan nem monoton módon, de szintén növekszik (az M15 legrövidebb periódusú csillagánál  $\varphi_{31}=4.5$ , a leghosszabb periódusúnál  $\varphi_{31}=5.4$ ). A (20) vasformulában 0.363-del kisebb a  $\varphi_{31}$  együtthatója, mint JK96-nál. Rövid periódusoknál a konstans tagok közötti különbség a vas számolásánál „kiegyenlíti” ezt az eltérést, viszont a hosszabb periódusok felé a  $\varphi_{31}$  fentebb leírt viselkedése miatt a (20) formulával kisebb vastartalmat kapunk, mint amit (21)-ből lehet számolni.

A fémszegény OoII halmazokban több a hosszabb periódusú *RRab* változó, így a fent leírtak az átlagos halmazfémtartalomban szignifikánsabban jelentkezők, mint az OoI halmazoknál. A dolgozatomban közölt (20) vasformula részben feloldja a fémszegény gömbhalmazoknál tapasztalt vastartalom-felülbecslést.

A jövőben pontosítani fogjuk a gömbhalmazokra kalibrálódott vasformulát.

Egyedi csillagok vizsgálata alapján az anomális csillagokat ki fogjuk szűrni az adatbázisból. Figyelemmel kell lenni az „outlier” csillagokra is.

Szeretnénk megvizsgálni a periódus és a  $\varphi_{31}$  egyes halmazokon belül nemlineárisnak tűnő kapcsolatát és megválaszolni, hogy ez okozhat-e a vasformulában is belső nemlinearitást.

Részletesen megvizsgáljuk azt a kérdést, hogy valóban létezik-e az Oosterhoff I és az Oosterhoff II típusú gömbhalmazok változópopulációira egyaránt érvényes, egyszerű, lineáris vasformula.

Sobeck et al. (2011) az M15 vörös óriás és vörös horizontális ági csillagainak relatív abundanciáit vizsgálta, és azt találta, hogy a vörös óriás csillagokkal becsülhető vastartalom majdnem két tizeddel nagyobb, mint amit a horizontális ágiakra kaptak. Legtöbb esetben az RGB csillagain alapszanak a fémtartalom becslések és azt fogadják el átlagos gömbhalmaz-vastartalomnak. A jelen dolgozatban is az RGB csillagokból számolt vastartalmat használtam fel HB csillagokra, amely így munkájuk szerint a HB csillagoknál a valótól nagyobb vastartalmat ad. A jövőben ezt vizsgálnunk kell, hiszen a vasformula RGB csillagok alapján meghatározott vastartalmakhoz kalibrálódik.

## 4. Az eredményeim összefoglalása

Dolgozatomban galaktikus gömbhalmazok szakirodalomban már publikált fénygörbéinek és az M15 gömbhalmaz archív fotometriai anyagának feldolgozásával a vasformula fémszegény gömbhalmazokon való kalibrációját mutattam be. Az elért eredményeim a következő pontokban foglalom össze:

- Gömbhalmazbeli RR Lyrae fotometriákat gyűjtöttem össze a szakirodalomban. A jó minőségűnek talált anyagok átvizsgálása után 14 gömbhalmaz 194 modulálatlan *RRab* változójának Fourier analízisét végeztem el és epochafüggetlen fáziskülönbségeket számoltam. Az általam meghatározott Fourier paramétereket és a szakirodalomból felhasznált spektroszkópai vastartalmakat adatbázisban rendszereztem.
- Munkám során feldolgoztam az M15 (NGC 7078) gömbhalmaz archív mátrai CCD anyagát. A Piszkéstetői Observatórium 1m tükörátmérőjű RCC és a 0.9m tükörátmérőjű Schmidt távcsövével készültek mérések, 1998 és 2003 között. Az RCC távcsövön két kamerával, Johnson-Cousins  $BVI_c$  színekben, a Schmidt távcsövön egy kamerával, szintén három színben készültek felvételek. A nyers CCD képeket kiredukáltam. Az ISIS programcsomag képlevonásos módszerével és az IRAF programcsomag standard fotometriai taszkjainak segítségével mindhárom fotometriai anyagban színenként létrehoztam a változócsillagok instrumentális fénygörbéit. Ez a feladat összesen kilencféle fotometria kezelését kívánta meg. A diplomamunkámban felhasznált *RRab* változók fénygörbéit nemzetközi fotometriai rendszerbe transzformáltam.
- 22 extrém fémszegény *RRab* csillaggal bővítettem a szakirodalmi fénygörbék felhasználásával létrehozott adatbázist, ami így összességében 15 galaktikus gömbhalmaz 216 db modulálatlan, alaphangon pulzáló RR Lyrae csillagának Fourier paramétereit tartalmazza.
- Egyparaméteres és kétparaméteres illesztésekkel lépésenként felépítettem a vasformula fémszegény gömbhalmazok *RRab* változóin kalibrált alakját. A dolgozat végén összefoglaltam a vasformula tapasztalt viselkedését és megadtam annak alakját.

## Köszönetnyilvánítás

Megköszönöm témavezetőmnek, Dr. Jurcsik Johannának a munkám során nyújtott szakmai irányítását, segítségét, értékes kritikáit és hogy felkeltette érdeklődésemet a gömbhalmazok RR Lyrae változói iránt.

Köszönetemet fejezem ki Dr. Ábrahám Péternek, az MTA Konkoly Thege Miklós Csillagászati Kutatóintézete jelenlegi igazgatójának, hogy a budapesti tartózkodásaim minden alkalmával a Kutatóintézet területén szállást kaptam. Ezúton köszönöm meg az archív M15-CCD mérésekhez való hozzáférést. Köszönöm Dr. Jurcsik Johannának, Dr. Bakos Gáspárnak és Dr. Benkó Józsefnek, hogy munkámhoz felhasználhattam a mátrai méréseiket. Szeretném megköszönni Hajdu Gergely hallgatótársamnak a diplomamunkám átnézésekor nyújtott segítségét és az értékes diszkusszióit.

Köszönöm konzulensemnek, Dr. Szatmáry Károlynak, hogy felkeltette bennem a változócsillagászat iránti érdeklődést. Szeretném megköszönni Dr. Vinkó Józsefnek az egyetemi órákon felmerülő fizikai problémák értelmezéséhez nyújtott segítségét.

Hálás vagyok szüleimnek, hogy kitartó és kemény munkájukkal lehetővé tették egyetemi tanulmányaim elvégzését.

## Hivatkozások

- [1] Alard, C., & Lupton, R. H., 1998, *ApJ*, 503, 325
- [2] Arrellano, F. A., Giridhar, S., & Bramich, D. M., 2010, *MNRAS*, 402, 226
- [3] Arrellano, F. A., et al, 2008, *MNRAS*, 384, 1444
- [4] Arrellano, F. A., Garcia Lugo, G., & Rosenzweig, P. 2006, *RevMexAA*, 42, 75
- [5] Bingham, E. A., et al. 1984, *MNRAS*, 209, 765
- [6] Carretta, E., Bragaglia, A., Gratton, R., D’Orazi, V., & Lucatello, S. R., 2009, *A&A*, 508, 695
- [7] Carretta, E., Bragaglia, A., Gratton, R., Recio-Blanco, A., Lucatello, S. R., D’Orazi, V., & Cassisi, S., 2010, *A&A*, 516, 55
- [8] Clement, C. M., & Shelton, I., 1997, *AJ*, 113, 1711
- [9] Clement, C. M., Jankulak, M., & Simon, R. A., 1992, *ApJ*, 395, 192
- [10] Cohen, J. G., & Matthews, K., 1992, *PASP*, 104, 1205
- [11] Corwin, T. M., et al., 1999, *AJ*, 118, 2875
- [12] Corwin, T. M., et al., 2008, *AJ*, 135, 1459
- [13] Dékány, I., & Kovács, G., 2009, *A&A*, 507, 803
- [14] Durrell, P. R., & Harris, W. E., 1993, *AJ*, 105, 1420
- [15] Harris, W. E., 1996, *AJ*, 112, 1487
- [16] Jurcsik, J., 1995, *Acta Astron.* 45, 653
- [17] Jurcsik J., & Kovács, G., 1996, *A&A*, 312, 111
- [18] Jurcsik, J., 1998, *A&A*, 333, 571
- [19] Jurcsik, J., et al., 2011, *MNRAS* preprint
- [20] Kaluzny, J., Olech, A., & Stanek K. Z., 2001, *AJ*, 121, 1533
- [21] Kaluzny, J., Olech A., Thompson I., Pych W., Krzeminski W., & Schwarzenberg-Czerny A., 2000, *A&A*, 143, 215
- [22] Kopacki, G., 2000, *A&A*, 358, 547
- [23] Kopacki, G., 2001, *A&A*, 369, 862

- [24] Kovács, G., & Jurcsik J., 1997, A&A, 322, 218
- [25] Kovács, G., 2005, A&A, 438, 227
- [26] Lee, J.-W., & Carney, B. W., 1999, AJ, 117, 2868
- [27] Lee, J.-W., Carney, B. W., & Habgood, M. J., 2005, AJ, 129, 251
- [28] Nemec, J. M., 2004, AJ, 127, 2185
- [29] Oosterhoff, P. Th. 1939, Observatory, 62, 104
- [30] Ó Tuairisg et al. 2003, MNRAS, 345, 9
- [31] Reid, N., 1996, MNRAS, 278, 367
- [32] Samus, N. N., Kazarovets, E. V., Pastukhova, E. N., Tsvetkova, T. M., & Durlevich, O. V., 2009, PASP, 121, 1378
- [33] Simon, R. A., 1990a, MNRAS, 246, 70
- [34] Simon, R. A., & Clement, C. M, 1993, ApJ, 410, 526
- [35] Silbermann, N. A., & Smith, H. A. 1994, 109, 1119
- [36] Silbermann, N. A., & Smith, H. A. 1995, AJ, 110, 704
- [37] Sobek, J. S., et al., 2011, AJ, 145, 175
- [38] Sollima, A., Cacciari, C., Bellazzini, M., & Colucci, S., 2010, MNRAS, 406, 329
- [39] Storm, J., 1992, PASP, 104, 159
- [40] Snutzef, N. B., Kraft, R. P., & Kinman, T. D., 1988, AJ, 95, 91
- [41] Tianxing, L., & Janes, K. A., 1990, ApJ, 360, 561
- [42] Walker, A. R., 1994, AJ, 108, 555
- [43] Walker, A. R., 1998, AJ, 116, 220
- [44] Zorotovic, M., et al., 2010, AJ, 139, 357

# Függelék

ID	Periódus	$\overline{V}_{mag}$	$\overline{V}_{int}$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$	$\varphi_{21}$	$\varphi_{31}$	$\varphi_{41}$	$\varphi_{51}$
	[nap]			[mag]					[rad]			
M 2, [Fe/H]=-1.65 – OoII												
V004	0.56425129	15.970	15.928	0.351	0.164	0.121	0.084	0.068	2.369	4.842	1.212	4.002
V007	0.59486878	16.002	15.954	0.374	0.183	0.121	0.078	0.046	2.403	5.104	1.559	4.335
V009	0.60929393	16.044	16.001	0.350	0.176	0.118	0.079	0.046	2.406	5.127	1.649	4.483
V003	0.61971154	16.009	15.961	0.362	0.187	0.119	0.082	0.043	2.474	5.191	1.757	4.616
V008	0.64369823	15.982	15.941	0.313	0.160	0.107	0.066	0.024	2.384	5.036	1.610	4.385
V016	0.65584737	16.060	16.006	0.379	0.178	0.102	0.072	0.030	2.422	5.332	1.939	4.768
V012	0.66561278	15.943	15.898	0.358	0.187	0.122	0.072	0.042	2.552	5.284	1.924	4.603
V014	0.69376465	15.999	15.974	0.259	0.110	0.081	0.033	0.022	2.663	5.603	2.225	5.253
V013	0.70661790	15.949	15.923	0.289	0.148	0.092	0.046	0.024	2.619	5.474	2.187	5.027
V010	0.87573880	15.752	15.733	0.251	0.105	0.048	0.021	0.010	2.918	6.246	2.912	0.449
M 3, [Fe/H]=-1.50 – OoI												
V072	0.45607975	15.744	15.670	0.461	0.206	0.155	0.102	0.072	2.220	4.678	1.022	3.596
V077	0.45935068	15.818	15.731	0.492	0.213	0.154	0.100	0.065	2.226	4.711	1.068	3.666
V025	0.48006321	15.749	15.675	0.447	0.200	0.149	0.100	0.072	2.260	4.679	1.017	3.564
V074	0.49215384	15.726	15.662	0.430	0.195	0.154	0.101	0.073	2.261	4.722	1.052	3.645
V032	0.49534966	15.737	15.671	0.417	0.179	0.145	0.094	0.060	2.315	4.702	1.083	3.657
V083	0.50126544	15.733	15.674	0.418	0.187	0.144	0.097	0.069	2.226	4.695	1.064	3.648
V011	0.50789136	15.708	15.641	0.438	0.197	0.152	0.100	0.073	2.245	4.727	1.078	3.679
V016	0.51149247	15.759	15.696	0.400	0.187	0.146	0.092	0.067	2.280	4.838	1.185	3.869
V057	0.51218645	15.747	15.686	0.391	0.180	0.139	0.093	0.066	2.296	4.850	1.252	3.943
V006	0.51433424	15.756	15.694	0.388	0.179	0.140	0.092	0.062	2.268	4.824	1.147	3.854
V116	0.51481059	15.744	15.693	0.390	0.183	0.142	0.094	0.066	2.235	4.721	1.024	3.653
V021	0.51576008	15.789	15.734	0.389	0.182	0.140	0.094	0.066	2.251	4.818	1.164	3.799
V090	0.51703020	15.726	15.675	0.395	0.181	0.141	0.092	0.065	2.248	4.777	1.123	3.767
V108	0.51961089	15.741	15.685	0.381	0.178	0.138	0.092	0.063	2.254	4.792	1.124	3.826
V001	0.52059310	15.684	15.634	0.387	0.170	0.133	0.091	0.065	2.294	4.709	1.079	3.706
V094	0.52369319	15.725	15.672	0.386	0.176	0.137	0.090	0.063	2.261	4.812	1.168	3.843
V081	0.52912041	15.729	15.680	0.380	0.172	0.133	0.090	0.061	2.259	4.794	1.184	3.815
V055	0.52982266	15.724	15.671	0.379	0.171	0.133	0.087	0.063	2.251	4.794	1.160	3.804
V015	0.53008834	15.663	15.610	0.380	0.168	0.134	0.089	0.065	2.245	4.745	1.085	3.716
V109	0.53392022	15.746	15.702	0.372	0.176	0.130	0.085	0.057	2.309	4.943	1.295	4.035
V009	0.54155339	15.689	15.642	0.368	0.164	0.128	0.087	0.061	2.262	4.797	1.188	3.875
V036	0.54559303	15.659	15.593	0.403	0.190	0.144	0.095	0.065	2.264	4.875	1.240	3.946
V089	0.54847896	15.690	15.644	0.357	0.170	0.128	0.081	0.056	2.300	4.943	1.353	4.061
V040	0.55153791	15.712	15.670	0.340	0.160	0.119	0.077	0.049	2.287	4.957	1.360	4.151
V010	0.56954744	15.682	15.643	0.310	0.142	0.107	0.066	0.041	2.283	4.909	1.346	4.152
V027	0.57906528	15.679	15.651	0.301	0.149	0.105	0.065	0.038	2.372	5.147	1.631	4.512

14. táblázat. A vasformula adatbázis. A fejlécben szerepel az adott gömbhalmaz neve vagy katalógusbeli azonosítója, vastartalma és az Oosterhoff típusa. A táblázatban a fénygörbealakot leíró Fourier együtthatók szerepelnek. A jelölések a 8. táblázatnak megfelelőek.

ID	Periódus	$\overline{V}_{mag}$	$\overline{V}_{int}$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$	$\varphi_{21}$	$\varphi_{31}$	$\varphi_{41}$	$\varphi_{51}$
	[nap]	[mag]						[rad]				
M 3 – Folytatás												
V031	0.58072515	15.611	15.562	0.378	0.189	0.132	0.092	0.058	2.325	5.024	1.374	4.207
V051	0.58396889	15.686	15.654	0.293	0.140	0.102	0.062	0.033	2.351	5.085	1.624	4.510
V084	0.59572815	15.678	15.661	0.254	0.122	0.084	0.047	0.022	2.407	5.214	1.816	4.822
V026	0.59774257	15.640	15.605	0.338	0.153	0.120	0.077	0.051	2.287	4.908	1.344	4.104
V064	0.60545882	15.691	15.665	0.252	0.120	0.079	0.043	0.018	2.449	5.268	1.885	4.999
V100	0.61881226	15.721	15.702	0.235	0.107	0.066	0.034	0.015	2.483	5.334	2.049	5.152
V019	0.63197663	15.689	15.678	0.184	0.074	0.039	0.014	0.007	2.563	5.478	2.385	6.155
V120	0.64013929	15.638	15.628	0.177	0.070	0.036	0.014	0.007	2.537	5.443	2.514	6.146
V060	0.70772811	15.526	15.503	0.253	0.120	0.073	0.031	0.013	2.676	5.596	2.396	5.396
V124	0.75243922	15.551	15.545	0.149	0.052	0.019	0.006	0.004	2.782	5.865	3.306	0.469
M 4, [Fe/H]=−1.16 – OoI												
V029	0.52248542	13.328	13.282	0.356	0.178	0.136	0.081	0.063	2.421	5.128	1.559	4.318
V002	0.53568348	13.488	13.451	0.312	0.174	0.117	0.070	0.040	2.345	5.024	1.533	4.483
V033	0.57910485	13.211	13.187	0.295	0.131	0.089	0.053	0.028	2.642	5.532	1.963	4.762
V027	0.61203406	13.268	13.235	0.311	0.166	0.108	0.075	0.027	2.612	5.385	1.991	4.904
M 5, [Fe/H]=−1.29 – OoI												
V012	0.46770103	15.172	15.096	0.451	0.208	0.157	0.100	0.071	2.240	4.767	1.130	3.691
V041	0.48855368	15.119	15.029	0.456	0.220	0.173	0.120	0.091	2.247	4.766	0.995	3.516
V033	0.50147735	15.118	15.679	0.392	0.178	0.141	0.095	0.065	2.268	4.863	1.203	3.840
V010	0.53066491	15.141	15.091	0.366	0.179	0.132	0.087	0.056	2.292	4.937	1.310	4.073
V047	0.53972978	15.146	15.108	0.358	0.161	0.121	0.082	0.056	2.271	4.913	1.370	4.073
V059	0.54202598	14.995	14.953	0.310	0.160	0.110	0.070	0.045	2.349	5.042	1.447	4.220
V028	0.54393647	15.195	15.155	0.320	0.138	0.072	0.051	0.057	2.425	4.930	0.726	3.326
V006	0.54447726	15.122	15.071	0.352	0.180	0.138	0.099	0.072	2.350	5.006	1.390	4.116
V081	0.55728096	15.083	15.046	0.321	0.159	0.112	0.072	0.047	2.389	5.062	1.583	4.395
V082	0.55843678	15.062	15.028	0.299	0.155	0.111	0.071	0.042	2.345	5.211	1.428	4.647
V089	0.55844426	15.119	15.081	0.328	0.153	0.116	0.075	0.039	2.326	5.003	1.590	4.265
V003	0.56814308	15.071	15.046	0.268	0.150	0.099	0.048	0.037	2.263	5.190	1.577	4.276
V039	0.58904436	14.999	14.945	0.389	0.203	0.130	0.090	0.053	2.429	5.170	1.672	4.566
V011	0.59589180	14.989	14.931	0.389	0.209	0.120	0.092	0.053	2.436	5.173	1.726	4.612
V003	0.60018642	15.078	15.053	0.250	0.123	0.075	0.049	0.018	2.468	5.306	2.010	5.059
V021	0.60492408	15.043	15.000	0.330	0.179	0.110	0.069	0.037	2.493	5.229	1.837	4.666
V020	0.60948295	15.056	15.018	0.320	0.161	0.105	0.063	0.030	2.486	5.246	2.003	4.819
V045	0.61663990	15.011	14.970	0.318	0.173	0.111	0.069	0.038	2.450	5.342	1.878	4.550
V043	0.66022812	15.040	15.025	0.230	0.106	0.060	0.022	0.007	2.642	5.602	2.486	0.120
V75	0.68547801	15.003	14.995	0.209	0.092	0.047	0.018	0.009	2.696	5.640	2.639	6.303
V009	0.69896739	14.932	14.899	0.286	0.140	0.087	0.036	0.021	2.752	5.665	2.378	5.415
V087	0.73841882	14.920	14.910	0.155	0.052	0.025	0.012	0.009	2.848	6.060	3.455	0.639

15. táblázat. A vasformula adatbázis. Folytatás.



ID	Periódus	$\overline{V}_{mag}$	$\overline{V}_{int}$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$	$\varphi_{21}$	$\varphi_{31}$	$\varphi_{41}$	$\varphi_{51}$
	[nap]	[mag]						[rad]				
M 15, [Fe/H]=-2.37 – OoII												
V059	0.55471916	15.708	15.650	0.414	0.170	0.121	0.096	0.067	2.351	4.501	0.805	3.489
V056	0.57030979	15.659	15.614	0.364	0.136	0.116	0.085	0.057	2.259	4.543	0.822	3.459
V019	0.57233220	15.906	15.793	0.578	0.231	0.162	0.105	0.067	2.352	4.926	1.458	4.089
V013	0.57490560	15.730	15.691	0.353	0.142	0.116	0.085	0.062	2.285	4.645	1.002	3.625
V052	0.57564161	15.754	15.717	0.356	0.136	0.108	0.084	0.060	2.345	4.621	1.006	3.672
V033	0.58393820	15.626	15.574	0.387	0.171	0.120	0.082	0.053	2.267	4.866	1.171	4.051
V012	0.59285327	15.680	15.649	0.313	0.114	0.078	0.043	0.020	2.351	4.637	0.985	3.489
V008	0.64624490	15.768	15.712	0.386	0.163	0.121	0.092	0.053	2.391	5.070	1.578	4.520
V063	0.64689874	15.623	15.587	0.300	0.128	0.101	0.074	0.044	2.323	4.904	1.361	4.323
V080	0.66421174	15.705	15.676	0.300	0.146	0.108	0.056	0.039	2.384	5.291	1.753	4.599
V078	0.66475306	15.612	15.578	0.316	0.149	0.108	0.072	0.043	2.421	5.030	1.536	4.497
V025	0.66532758	15.910	15.863	0.378	0.164	0.130	0.080	0.048	2.403	5.110	1.664	4.643
V006	0.66596740	15.634	15.599	0.318	0.148	0.115	0.071	0.046	2.309	4.951	1.391	4.226
V047	0.68750258	15.527	15.497	0.325	0.156	0.103	0.067	0.046	2.412	5.222	1.773	4.595
V046	0.69146729	15.598	15.572	0.288	0.130	0.080	0.049	0.024	2.490	5.190	1.599	4.402
V097	0.69632937	15.620	15.605	0.241	0.110	0.077	0.041	0.021	2.366	5.116	1.693	4.935
V020	0.69694716	15.601	15.577	0.285	0.141	0.096	0.062	0.033	2.412	5.100	1.686	4.590
V009	0.71528456	15.654	15.619	0.322	0.151	0.103	0.070	0.032	2.504	5.243	1.889	4.933
V065	0.71818752	15.626	15.612	0.206	0.088	0.053	0.026	0.010	2.494	5.313	2.070	5.150
V055	0.74862515	15.652	15.643	0.210	0.091	0.055	0.024	0.012	2.623	5.524	2.313	5.541
V175	0.75390333	15.677	15.670	0.191	0.082	0.042	0.013	0.007	2.620	5.449	2.937	5.150
V102	0.75942023	15.651	15.646	0.161	0.053	0.026	0.007	0.005	2.533	5.439	2.452	5.365
M 53, [Fe/H]=-2.10 – OoII												
V007	0.54484867	16.855	16.804	0.381	0.187	0.152	0.107	0.074	2.111	4.623	1.118	3.709
V014	0.54546238	16.879	16.834	0.369	0.175	0.109	0.070	0.043	2.166	4.757	1.026	3.559
V010	0.60826141	16.837	16.797	0.361	0.170	0.130	0.086	0.063	2.269	4.880	1.176	3.937
V001	0.60982972	16.970	16.913	0.369	0.183	0.134	0.088	0.054	2.302	5.024	1.444	4.212
V008	0.61554030	16.862	16.819	0.371	0.186	0.110	0.072	0.026	2.148	4.941	1.266	4.237
V003	0.63060529	16.849	16.831	0.255	0.131	0.083	0.055	0.026	2.412	5.235	1.737	4.491
V005	0.63942462	16.889	16.860	0.323	0.162	0.110	0.074	0.046	2.359	5.124	1.575	4.402
V006	0.66402077	16.816	16.782	0.314	0.160	0.111	0.074	0.042	2.419	5.152	1.706	4.480
V027	0.67107113	16.861	16.831	0.295	0.153	0.094	0.059	0.030	2.497	5.250	1.840	4.638
V025	0.70516143	16.780	16.762	0.245	0.126	0.072	0.041	0.016	2.493	5.412	2.416	4.872
V038	0.70579151	16.749	16.727	0.237	0.118	0.071	0.038	0.015	2.550	5.290	2.113	4.738

16. táblázat. A vasformula adatbázis. Folytatás.

ID	Periódus	$\overline{V}_{mag}$	$\overline{V}_{int}$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$	$\varphi_{21}$	$\varphi_{31}$	$\varphi_{41}$	$\varphi_{51}$
	[nap]	[mag]						[rad]				
M 54, [Fe/H]=-1.49 – OoI-II átmeneti típus												
V055	0.42609073	18.708	18.659	0.364	0.210	0.126	0.079	0.048	2.488	5.324	1.836	4.540
V034	0.50269849	18.272	18.213	0.417	0.197	0.122	0.076	0.051	2.285	4.867	1.352	3.986
V047	0.50909524	18.257	18.244	0.247	0.093	0.046	0.037	0.021	2.559	5.238	1.723	4.487
V028	0.51319633	18.240	18.192	0.388	0.172	0.139	0.098	0.075	2.394	4.897	1.305	3.914
V085	0.52146017	18.172	18.138	0.334	0.133	0.093	0.060	0.036	2.217	4.531	0.868	3.335
V093	0.55830303	17.477	17.465	0.190	0.104	0.073	0.048	0.035	2.218	4.861	1.113	3.725
V096	0.56104948	18.188	18.153	0.310	0.140	0.110	0.076	0.054	2.324	4.939	1.392	4.195
V030	0.57391477	18.272	18.248	0.289	0.136	0.099	0.065	0.037	2.350	5.093	1.561	4.401
V003	0.57511919	15.209	15.188	0.277	0.127	0.087	0.062	0.032	2.351	4.981	1.393	4.389
V077	0.57679108	18.194	18.177	0.242	0.119	0.082	0.047	0.030	2.347	5.118	1.529	4.366
V005	0.57895130	18.164	18.129	0.329	0.154	0.119	0.080	0.050	2.245	4.942	1.201	3.919
V124	0.58244171	17.993	17.983	0.176	0.086	0.065	0.038	0.014	2.229	4.905	1.293	3.774
V082	0.58778166	18.186	18.166	0.244	0.127	0.083	0.044	0.020	2.497	5.314	1.932	4.863
V029	0.59017628	18.260	18.241	0.238	0.119	0.085	0.053	0.032	2.320	4.945	1.481	4.352
V043	0.59132165	18.217	18.199	0.250	0.109	0.062	0.026	0.011	2.398	4.944	1.440	4.092
V036	0.59890173	18.185	18.166	0.227	0.099	0.054	0.030	0.004	2.576	5.274	2.247	5.840
V041	0.61774497	18.215	18.169	0.343	0.175	0.120	0.079	0.045	2.391	5.134	1.650	4.512
V118	0.62628192	18.350	18.344	0.155	0.053	0.019	0.009	0.004	2.637	5.784	3.093	0.155
V037	0.62820029	18.230	18.218	0.195	0.084	0.046	0.018	0.007	2.461	5.132	1.833	6.140
V119	0.63575701	15.849	15.844	0.150	0.057	0.028	0.009	0.005	2.605	5.439	2.588	6.174
V131	0.63617198	18.150	18.145	0.141	0.049	0.023	0.008	0.005	2.554	5.378	2.143	0.063
V122	0.64982409	18.222	18.219	0.136	0.048	0.019	0.006	0.003	2.558	5.315	2.727	0.002
V094	0.65753093	18.238	18.235	0.109	0.033	0.013	0.004	0.003	2.736	6.009	3.099	1.240
V128	0.67927999	17.226	17.221	0.116	0.058	0.037	0.015	0.010	2.454	5.166	2.107	4.830
V048	0.68673348	18.134	18.113	0.225	0.105	0.068	0.042	0.019	2.701	5.600	2.298	4.843
V136	0.69558056	18.129	18.124	0.114	0.035	0.004	0.008	0.006	2.527	5.947	4.782	1.237
M 68, [Fe/H]=-2.23 – OoII												
V010	0.55134603	15.723	15.691	0.332	0.128	0.087	0.048	0.025	2.334	4.798	1.164	3.614
V014	0.55678078	15.732	15.677	0.420	0.154	0.116	0.071	0.043	2.366	4.787	1.059	3.508
V022	0.56346536	15.624	15.572	0.403	0.155	0.101	0.084	0.061	2.272	4.709	1.014	3.533
V002	0.57820714	15.751	15.728	0.281	0.086	0.057	0.042	0.027	2.463	4.886	1.359	4.174
V012	0.61576013	15.506	15.479	0.300	0.137	0.088	0.075	0.038	2.259	4.887	1.054	4.016
V023	0.65892040	15.608	15.571	0.338	0.160	0.120	0.079	0.050	2.334	5.014	1.466	4.299
V017	0.66768912	15.681	15.664	0.242	0.101	0.068	0.038	0.029	2.586	5.621	2.287	5.220
V035	0.70253876	15.566	15.528	0.328	0.167	0.110	0.075	0.044	2.467	5.208	1.777	4.524
V030	0.73363750	15.616	15.605	0.163	0.059	0.028	0.011	0.005	2.567	5.379	2.514	6.125
V046	0.73843682	15.634	15.627	0.200	0.071	0.051	0.029	0.011	2.554	5.339	2.110	5.645
M 92, [Fe/H]=-2.31 – OoII												
V005	0.61969349	15.187	15.149	0.343	0.150	0.124	0.064	0.050	2.315	4.789	1.090	3.883
V004	0.62722705	15.092	15.056	0.318	0.144	0.116	0.063	0.047	2.320	4.794	1.173	3.676
V003	0.63822400	15.176	15.134	0.382	0.172	0.131	0.096	0.062	2.312	4.863	1.241	3.973
V002	0.64201500	15.123	15.098	0.285	0.121	0.074	0.041	0.024	2.367	4.989	1.684	4.707
V008	0.67246737	15.147	15.125	0.254	0.097	0.076	0.048	0.017	2.314	4.758	1.221	3.743
V001	0.70728010	15.119	15.092	0.294	0.138	0.098	0.063	0.035	2.398	5.168	1.840	4.361

17. táblázat. A vasformula adatbázis. Folytatás.

ID	Periódus	$\overline{V}_{mag}$	$\overline{V}_{int}$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$	$\varphi_{21}$	$\varphi_{31}$	$\varphi_{41}$	$\varphi_{51}$
	[nap]			[mag]					[rad]			
M 107, [Fe/H]=-1.02 – OoI												
V010	0.41551741	15.814	15.767	0.351	0.173	0.157	0.079	0.052	1.986	4.694	1.069	3.510
V012	0.47287718	15.479	15.451	0.333	0.099	0.023	0.014	0.017	2.368	5.653	3.093	0.314
V014	0.48162388	15.765	15.693	0.434	0.227	0.157	0.100	0.070	2.310	4.971	1.240	4.051
V007	0.49745378	15.837	15.796	0.371	0.152	0.094	0.054	0.029	2.358	5.161	1.697	4.468
V008	0.55992107	15.654	15.613	0.358	0.188	0.125	0.080	0.037	2.434	5.199	1.769	4.776
V017	0.56118266	15.654	15.609	0.348	0.189	0.117	0.073	0.040	2.478	5.267	1.831	4.705
V018	0.56437645	15.775	15.746	0.294	0.144	0.095	0.056	0.025	2.612	5.491	2.276	5.062
V020	0.57810319	15.775	15.751	0.283	0.143	0.086	0.048	0.018	2.554	5.458	2.110	5.322
NGC 1851, [Fe/H]=-1.18 – OoI												
V016	0.48868809	16.189	16.129	0.441	0.207	0.133	0.070	0.046	2.323	4.852	1.101	3.714
V001	0.52058904	16.132	16.061	0.447	0.221	0.156	0.100	0.076	2.301	4.979	1.317	4.057
V012	0.57595492	16.157	16.122	0.321	0.163	0.108	0.071	0.039	2.458	5.240	1.777	4.744
V004	0.58510806	16.160	16.123	0.319	0.180	0.109	0.069	0.040	2.398	5.072	1.675	4.392
V007	0.58518476	16.096	16.051	0.362	0.189	0.120	0.084	0.046	2.408	5.168	1.641	4.534
V006	0.60662274	16.123	16.092	0.297	0.156	0.097	0.052	0.023	2.520	5.348	2.001	4.845
V011	0.66794422	15.967	15.938	0.297	0.148	0.092	0.040	0.024	2.605	5.485	2.194	5.262
V017	0.70029139	16.017	16.001	0.212	0.089	0.045	0.019	0.013	2.744	5.751	2.860	5.938
NGC 5053, [Fe/H]=-2.27 – OoII												
V003	0.59294502	16.730	16.712	0.263	0.101	0.075	0.043	0.020	2.484	5.186	1.727	4.411
V004	0.66707670	16.658	16.614	0.351	0.173	0.123	0.084	0.051	2.377	5.053	1.538	4.382
V005	0.71486016	16.638	16.622	0.231	0.099	0.066	0.032	0.014	2.543	5.338	2.105	5.476
V010	0.77584876	16.653	16.649	0.121	0.034	0.009	0.005	0.002	2.623	5.855	3.629	0.518
NGC 5286, [Fe/H]=-1.69 – OoII												
NV28	0.53792361	16.310	16.292	0.222	0.112	0.057	0.036	0.023	2.249	4.811	0.658	3.138
NV25	0.55004048	16.519	16.464	0.400	0.180	0.136	0.094	0.073	2.317	4.891	1.144	3.846
NV06	0.56557183	16.529	16.478	0.376	0.174	0.133	0.090	0.062	2.268	4.879	1.264	3.951
V010	0.56938108	17.138	17.077	0.398	0.196	0.130	0.078	0.052	2.308	4.907	1.113	3.609
NV21	0.57064239	16.496	16.457	0.350	0.170	0.119	0.089	0.067	2.346	4.793	1.244	3.863
NV13	0.58433401	16.069	15.997	0.449	0.230	0.158	0.097	0.059	2.421	5.222	1.585	4.308
V015	0.58566903	16.897	16.844	0.380	0.175	0.134	0.084	0.066	2.316	5.147	1.423	4.298
V005	0.58746882	17.399	17.327	0.447	0.219	0.145	0.109	0.082	2.330	5.033	1.413	4.293
V002	0.60968583	16.975	16.953	0.267	0.100	0.067	0.033	0.020	2.283	4.795	1.219	3.515
V001	0.63573963	16.730	16.699	0.328	0.169	0.117	0.079	0.046	2.401	5.103	1.666	4.383
V006	0.64678744	16.391	16.333	0.374	0.195	0.122	0.089	0.051	2.452	5.156	1.688	4.468
V003	0.68425381	16.698	16.682	0.264	0.113	0.065	0.030	0.013	2.575	5.343	2.164	4.950
NV27	0.70658794	16.680	16.653	0.271	0.129	0.077	0.041	0.020	2.658	5.550	2.293	5.398
NV04	0.78575829	16.527	16.523	0.097	0.024	0.008	0.003	0.001	2.688	6.087	3.339	0.843
NV08	0.80509140	16.461	16.460	0.121	0.036	0.010	0.003	0.002	2.767	5.944	3.783	5.970

18. táblázat. A vasformula adatbázis. Folytatás.

ID	Periódus	$\overline{V}_{mag}$	$\overline{V}_{int}$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$	$\varphi_{21}$	$\varphi_{31}$	$\varphi_{41}$	$\varphi_{51}$
	[nap]			[mag]					[rad]			
NGC 5466, [Fe/H]=-1.98 – OoII												
V003	0.57805740	16.581	16.534	0.368	0.178	0.138	0.095	0.072	2.105	4.680	0.977	3.660
V006	0.62093675	16.606	16.568	0.335	0.165	0.111	0.066	0.046	2.350	5.148	1.585	4.160
V008	0.62911837	16.549	16.511	0.326	0.143	0.115	0.077	0.056	2.436	4.964	1.380	4.281
V009	0.68503755	16.491	16.443	0.343	0.169	0.112	0.074	0.039	2.407	5.154	1.689	4.365
V007	0.70342681	16.501	16.463	0.324	0.141	0.041	0.131	0.109	3.120	4.350	1.809	6.259
V010	0.70927720	16.465	16.432	0.308	0.157	0.102	0.061	0.024	2.574	5.387	2.124	4.870
V014	0.78585462	16.407	16.393	0.237	0.114	0.062	0.022	0.015	2.722	5.797	2.188	6.133
NGC 6934, [Fe/H]=-1.47 – OoI												
V012	0.46421419	16.950	16.888	0.429	0.203	0.147	0.100	0.068	2.211	4.670	0.969	3.590
V002	0.48193166	16.928	16.881	0.389	0.170	0.123	0.064	0.037	2.279	4.772	1.095	3.575
V028	0.48508462	16.884	16.804	0.483	0.217	0.165	0.105	0.075	2.314	4.730	1.149	3.698
V036	0.49567204	16.828	16.770	0.392	0.181	0.140	0.102	0.072	2.256	4.798	1.051	3.588
V031	0.50507908	16.972	16.909	0.410	0.177	0.151	0.094	0.065	2.254	4.730	1.234	3.629
V025	0.50904911	16.859	16.815	0.386	0.164	0.111	0.081	0.048	2.348	4.686	0.991	3.504
V010	0.51993239	16.911	16.854	0.420	0.179	0.134	0.085	0.059	2.166	4.781	1.195	3.908
V041	0.52040021	16.972	16.933	0.359	0.156	0.101	0.058	0.031	2.481	5.123	1.365	4.061
V042	0.52418127	16.978	16.909	0.429	0.194	0.166	0.101	0.083	2.210	4.757	0.929	3.653
V003	0.53984400	16.887	16.833	0.367	0.168	0.132	0.087	0.056	2.249	4.780	1.149	3.885
V020	0.54832738	16.784	16.747	0.342	0.153	0.112	0.076	0.053	2.235	4.800	1.223	3.965
V009	0.54912771	16.920	16.884	0.336	0.157	0.117	0.072	0.049	2.304	4.917	1.302	3.944
V006	0.55584985	16.953	16.911	0.343	0.159	0.128	0.081	0.046	2.282	4.896	1.381	4.081
V034	0.56009513	16.840	16.801	0.323	0.158	0.109	0.076	0.054	2.342	5.001	1.376	4.161
V040	0.56078582	16.842	16.801	0.338	0.158	0.115	0.070	0.046	2.266	4.908	1.292	4.237
V048	0.56131244	16.902	16.870	0.318	0.149	0.114	0.071	0.041	2.306	4.989	1.424	4.186
V043	0.56317341	16.847	16.809	0.317	0.144	0.112	0.072	0.047	2.267	4.946	1.361	4.144
V051	0.56477520	16.750	16.724	0.262	0.128	0.097	0.072	0.033	2.224	4.959	1.202	3.900
V030	0.58987306	16.873	16.847	0.278	0.130	0.091	0.057	0.030	2.365	5.133	1.756	4.736
V027	0.59219569	16.869	16.838	0.298	0.145	0.098	0.056	0.026	2.458	5.303	1.728	4.773
V017	0.59825573	16.899	16.875	0.249	0.144	0.079	0.039	0.041	2.303	5.455	1.386	4.350
V016	0.60483444	16.870	16.852	0.254	0.120	0.079	0.046	0.017	2.491	5.325	2.063	5.186
V044	0.63042600	16.903	16.891	0.195	0.085	0.046	0.020	0.010	2.550	5.534	2.476	5.954
V050	0.63453105	16.886	16.876	0.171	0.061	0.025	0.009	0.004	2.614	5.544	3.057	0.864
V047	0.64090691	16.801	16.791	0.182	0.081	0.049	0.021	0.009	2.523	5.544	2.217	5.495
V060	0.66042390	16.855	16.848	0.166	0.064	0.015	0.007	0.005	2.544	5.384	4.059	0.489
V072	0.66794824	16.851	16.846	0.134	0.037	0.015	0.003	0.002	2.605	5.798	2.845	5.520

19. táblázat. A vasformula adatbázis. Folytatás.

# Nyilatkozat

Alulírott Kun Emma, csillagász szakos hallgató, kijelentem, hogy a diplomadolgozatban foglaltak saját munkám eredményei, és csak a hivatkozott forrásokat (szakirodalom, eszközök, stb.) használtam fel.

Tudomásul veszem azt, hogy diplomamunkámat a Szegedi Tudományegyetem könyvtárában, a kölcsönözhető könyvek között helyezik el.

.....

aláírás

.....

dátum