

# Szegedi Tudományegyetem

Elméleti Fizikai Tanszék

Diplomamunka

## Galaxis forgásgörbék a Navarro-Frenk-White modellben és a Verlinde elméletben

*Készítette:*

**Deák Bence**

Fizikus MSc szakos hallgató

*Témavezetők:*

**Dr. Keresztes Zoltán**

Egyetemi docens

SZTE Elméleti Fizikai Tanszék

**Dr. Kun Emma**

Tudományos segédmunkatárs

SZTE Kísérleti Fizikai Tanszék

Szeged

2019

# Tartalomjegyzék

<b>1. Bevezetés</b>	<b>3</b>
<b>2. Lineáris galaxis forgásgörbék származtatása a 2D sebességtérképekből</b>	<b>4</b>
<b>3. Távolságmérés az Univerzumban</b>	<b>9</b>
<b>4. Galaxis forgásgörbék: a barionikus komponens</b>	<b>12</b>
4.1. Barionikus forgásgörbe-modell . . . . .	13
<b>5. Galaxis forgásgörbék: az NFW sűrűségprofilú sötét anyag komponens járuléka</b>	<b>15</b>
<b>6. Galaxis forgásgörbék a Verlinde-féle elméletben</b>	<b>16</b>
6.1. A forgásgörbék analitikus alakja . . . . .	17
<b>7. A 10 törpegalaxis forgásgörbéinek vizsgálata</b>	<b>19</b>
7.1. Tiszta barionikus modell . . . . .	19
7.2. Barionikus+NFW modell . . . . .	22
7.3. Barionikus+Verlinde modell . . . . .	24
7.4. Az illesztések kiértékelése . . . . .	27
<b>8. Összefoglalás</b>	<b>33</b>
<b>9. Köszönetnyilvánítás</b>	<b>33</b>
<b>Irodalomjegyzék</b>	<b>33</b>
<b>Nyilatkozat</b>	<b>35</b>

# 1. Bevezetés

A jelenlegi kozmológiai eredmények szerint az Univerzum energiatartamának 26,8%-a az ún. sötét anyag formájában van jelen [1]. A galaxis halmazok kinematikája [2] és a galaktikus forgásgörbék alakja is a sötét anyag feltételezésével érthető meg [3,4]. Galaxis szerkezeti vizsgálatok szerint a galaxisok világító komponensének, az ún. barionikus anyagnak a tömege nem képes kielégítő pontossággal magyarázni a galaxisok észlelt forgásgörbéjét.

A galaxisok felületi fényességeloszlásából a barionikus anyag tömegeloszlására lehet következtetni. A galaxisok forgásgörbéje pedig a galaxisok fényességeloszlásának illesztésével a galaxisok barionikus tömegének eloszlása becsülhető, ami alapján a galaxisok barionikus komponensének forgásgörbéje számolható. A galaxisok észlelt forgásgörbéje a csillagok és a hidrogénfelhők keringési sebességének spektroszkópiai módszerekkel való mérése alapján határozható meg (előbbi optikai és infravörös, utóbbi pedig rádió hullámhossztartományban észlelhető). A csillagok mozgása alapján a galaxisok forgástengelyéhez közelebbi, a hidrogénfelhők mozgása alapján pedig az attól távolabbi régió forgási sebességét határozhatjuk meg. A galaxisok mért forgásgörbéje a galaxisok teljes tömegének eloszlásáról ad számot (barionikus és sötét anyag). A barionikus anyag tömegeloszlásából számolt forgásgörbe a kezdeti felfutó szakasz után lecseng. A megfigyelések alapján azonban a felfutó szakaszt sok esetben egy platós követi, ami nem magyarázható a fényességeloszlás alapján meghatározott barionikus anyageloszlásból számolt forgásgörbével. Ennek magyarázatára alapvetően kétféle módszer kínálkozik: i) egy ismeretlen, nem világító, úgynevezett sötét anyag komponens bevezetése, ii) a gravitáció elméletének módosítása az általános relativitás elméletéhez képest. Dolgozatomban mindkét lehetőséget megvizsgálom a törpe galaxisok forgásgörbéjének magyarázatára.

Sötét anyag komponensre az irodalomban egyik leginkább elfogadott Navarro-Frenk-White (NFW) tömegsűrűség modellt teszem fel [13]. Az NFW tömegsűrűségprofil a nagyskálájú anyageloszlás vizsgálatára vonatkozó N-test szimulációkból származtatták. Érdeemes megjegyezni, hogy ez a tömegsűrűségprofil a centrumban divergens. Vannak más sötét anyagmodellek, pl az Einasto tömegsűrűség profil [14], amely nem divergens a centrumban. Az N-test szimulációk nagyskálájú anyageloszlásra való megfigyelésekkel való összevetéseivel a véges térbeli felbontása miatt nem dönthető el jelenleg, melyik modell a jobb.

Másik lehetőségként Verlinde entrópiikus gravitációelméletében származtatott galaxis forgásgörbét fogom megvizsgálni. Ekkor nem teszem fel a barionikus anyag-

komponens jelenlétén kívül a sötétanyag jelenlétét. Az entrópikus gravitációelméletben megjelenő galaxis forgásgörbék lassú mozgások és gyenge gravitáció esetén a Newtoni gravitáció elméletéhez képest módosulnak (7.40) egyenlet az [5]-ös forrásban. A dolgozatomban megvizsgálom, hogy ezzel a módosult forgásgörbe kifejezéssel az erre vonatkozó megfigyelések magyarázhatóak e csupán a barionikus anyag jelenlétével.

## 2. Lineáris galaxis forgásgörbék származtatása a 2D sebességtérképekből

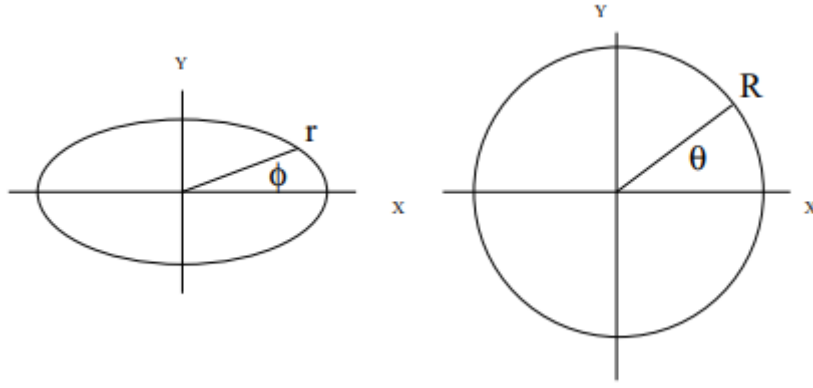
A galaxisok forgásgörbéjének mérésekor a galaxis spektrumában megjelenő emissziós vonalaknak a laboratóriumi hullámhosszukhoz képesti Doppler-eltolódását vizsgáljuk. Optikai hullámhossztartományban végzett mérésekor általában a  $H_\alpha$  vonal eltolódásának mértékéből, rádiócsillagászati megfigyelésekkor pedig a hidrogén 21 cm-es sugárzásának a frekvenciaeltolódásából következtethetünk a vonalakat kibocsátó közeg mozgási állapotára. Közeledő, negatív látóirányú sebességű régió fénye kék-eltolódik, távolodó, pozitív látóirányú sebességű régió fénye pedig vörös-eltolódik. Az eltolódott vonalak alapján számolt 2D sebességtérképekből levonjuk a rendszersebességet, és így a galaxison belüli lokális mozgásokra következtethetünk. Gyakorlatban egy pixelhálózattal fedik le a galaxisok égbolton látott képét, és a sebességtérképek ezen pixelekhez rendelnek sebességeket.

Az alábbiakban bemutatom, hogy hogyan származtatható a galaxisok forgásgörbéje a sebességtérképek alapján [10]. A számolások során feltételezzük, hogy a galaxis végtelenül vékony és elhanyagolható sebesség diszperzióval rendelkezik, a galaxist alkotó anyag pedig körpályán mozog. Ekkor a megfigyelt radiális sebesség:

$$v(x, y) = v_{sys} + v_{rot}(R) \cos \theta \sin \iota + v_{exp}(R) \sin \theta \sin \iota, \quad (1)$$

ahol  $R, \Theta$  a galaxis síkjában mért polárkoordináták,  $x, y$  az égbolt síkbeli derékszögű koordinátái, az  $\iota$  az inklináció, amely látóirány és a galaxis forgástengelye által bezárt szög. A  $v_{sys}$  a galaxis globális sebessége,  $v_{rot}$  a galaxis forgássebessége az egyenlítői síkban,  $v_{exp}$  pedig a kiterjesztési tag, amely a pályák ellipticitásával kapcsolatos mennyiség (körpályák esetén  $v_{exp} = 0$ ).

A látóirányra merőleges síkban és a galaxis síkjában mért koordináták közötti kap-



1. ábra. A galaktikus diszk geometriája. Bal oldalon a projektált, jobb oldalon a galaxis felülnézetben látszik [10].

csolatot a következő összefüggések adják:

$$\tan \theta = \frac{\tan \phi}{\cos \iota}, \quad (2)$$

$$R = r \frac{\cos \phi}{\cos \theta}, \quad (3)$$

ahol  $\iota$  az inklináció szöge,  $\phi$  pedig a galaxis pozíciószöge. A két koordináta-rendszert az 1. ábrán mutatom be.

A galaxis síkjában mért  $R$  koordináta szerint felírt forgási sebességek adják az úgynevezet lineáris forgásgörbét (ezentúl forgásgörbéként hivatkozom erre). Mérések szerint a galaxisok központi vidéke merevtest-szerűen forog, vagyis a sebesség a forgástengelytől mért távolsággal lineárisan növekszik:

$$v(R) = \Omega R, \quad (4)$$

ahol  $\Omega$  a szögsebesség. A sebességmező az (1)-es és (3)-as egyenlet felhasználásával:

$$v(x, y) = \Omega r \frac{\cos \phi}{\cos \theta} \cos \theta \sin \iota, \quad (5)$$

ahol az (1)-es egyenletben szereplő  $v_{sys} = 0$  és  $v_{exp} = 0$ . A  $\phi = 0$  esetén a rotációs sebességre a következő összefüggést kapjuk:

$$v(x, y) = \Omega x \sin \iota. \quad (6)$$

Ez azt jelenti, hogy az egyenlő sebességű kontúrvonalak az  $y$ -tengellyel párhuzamosak (lásd a 2a. ábrát).

Megfigyelések szerint a galaxisok forgásgörbéjének a forgástengelytől távolabbi része nem lecseng, mint ahogyan az a kepleri mozgásból várjuk, hanem platót mutat, vagyis a forgássebesség beáll egy konstans sebességre ebben a régióban:

$$v(R) = v_0. \quad (7)$$

Ekkor a sebesség mezőt a következő kifejezés adja:

$$v(x, y) = v_0 \sin \iota \cos \theta. \quad (8)$$

Fejezzük ki  $\cos \theta$ -t a  $\cos \iota$ -val:

$$v(x, y) = v(x, y) = v_0 \sin \iota \frac{\cos \iota \cos \theta}{\cos \iota}. \quad (9)$$

A  $\cos \theta = \frac{\sin \theta}{\tan \theta}$  behelyettesítéssel:

$$v(x, y) = v(x, y) = v_0 \sin \iota \frac{\cos \iota \sin \theta}{\tan \theta \cos \iota}. \quad (10)$$

a (2)-es egyenlet felhasználásával:

$$v(x, y) = v(x, y) = v_0 \sin \iota \frac{\cos \iota \sin \theta}{\tan \phi}. \quad (11)$$

Átírva a fenti egyenletet a következő alakba:

$$v(x, y) = v_0 \sin \iota \frac{\cos \iota}{\sqrt{\frac{\tan^2 \phi}{\sin^2 \theta}}}, \quad (12)$$

amely átírható:

$$v(x, y) = v_0 \sin \iota \frac{\cos \iota}{\sqrt{\frac{\tan^2 \phi}{\cos^2 \theta \tan^2 \theta}}}. \quad (13)$$

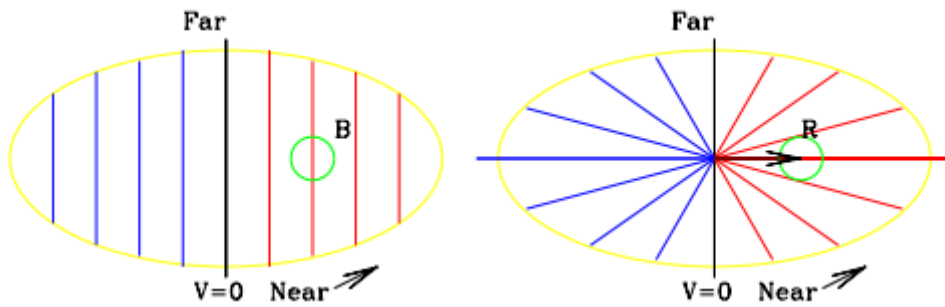
$v(x, y)$  tovább egyenlő

$$v(x, y) = v_0 \sin \iota \frac{\cos \iota}{\sqrt{\frac{(1 + \tan^2 \theta) \tan^2 \theta}{\tan^2 \theta}}}. \quad (14)$$

A zárójel felbontása után és a (2)-es egyenletet felhasználva megkapjuk a forgásgörbe keresett alakját:

$$v(x, y) = v_0 \frac{\sin \iota \cos \iota}{\sqrt{\cos^2 \iota + \tan^2 \phi}}. \quad (15)$$

Ez azt jelenti, hogy az azonos sebességekhez tartozó kontúrvonalak most sugárirányúak, amelyek a forgástengelyen áthaladnak (lásd 2b. ábra). A főtengely mentén ( $\phi = 0, 180$ ) a  $v \sin \iota$  maximális sebesség figyelhető meg.



2. ábra. Sebesség mező lineáris (bal) és lapos (jobb) rotációs görbék esetén. A galaxis távolodó oldala,  $v > 0$ , a galaxis jobb oldalán van. A galaxisok többnyire ezen kettő kombinációja: lineáris középen és lapos a külső részekben [10].

Elliptikus pályák esetén a forgássebességet a következő komponensekre bontjuk:

$$v_{rot} = v_0 + \epsilon \cos 2\theta, \quad (16)$$

$$v_{exp} = \epsilon \sin 2\theta \quad (17)$$

ahol  $\epsilon > 0$  a főtengelyre merőleges ( $\theta = \pi$ ) pályákra és  $\epsilon < 0$  a főtengely mentén elhelyezkedő pályákra ( $\theta = 0$ ). Kombinálva az (1)-es, (16)-es és a (17)-es egyenleteket:

$$v(x, y) = v_{sys} + (v_0 + \epsilon)(\cos 2\theta - \sin 2\theta) \cos \theta \sin \iota. \quad (18)$$

A  $\theta = \pi$ -t behelyettesítve a fenti egyenletbe a rotációs sebességekre kapjuk, hogy

$$v(x, y) = v_{sys} + (v_0 + \epsilon) \cos \theta \sin \iota \quad (19)$$

A  $v_{rot}$  forgásgörbét ezen egyenletek sebességtérképekhez való illesztésével kapjuk meg pl. az ún. döntött gyűrű, vagy angolosan "tilted ring" módszerrel, aminek alapját az alábbiakban mutatom be. A módszer alapja, hogy a galaxis látott képre vastag ellipsziseket vetítünk, amelyek valójában kör alakú gyűrűk projektált képei. Az illesztések célja ezen gyűrűk sugarának és átlagsebességének a meghatározása, amikből a galaxis forgásgörbéje felrajzolható.

$$v(x, y) = v_{sys} + v_{rot} \cos \theta \sin \iota + v_{exp} \sin \theta \sin \iota, \quad (20)$$

ahol

$$\cos \theta = \frac{-(x - X_0) \sin \phi_0 + (y - Y_0) \cos \phi_0}{r} \quad (21)$$

és

$$\sin \theta = \frac{-(x - X_0) \cos \phi_0 + (y - Y_0) \sin \phi_0}{r} \quad (22)$$

A körpályákhoz 6 szabad paraméter tartozik:  $v_{sys}$  a rendszer sebesség, forgássebesség  $v_{rot}$ ,  $\iota$  inklináció,  $\phi_0$  a galaxis helyzetszöge, és az  $X_0$  és az  $Y_0$  forgási központ. Ellipszis pályák az  $v_{exp}$  expanziós sebességet is fegyelembe vehetjük, növelve ezzel a nemlineáris illesztés szabad paramétereinek számát 7 pontra. A gyakorlatban általában körpályát feltételezünk.

A döntött gyűrűk 6 gyűrűnkénti szabad paraméterrel rendelkeznek. A gyakorlatban fontos a paraméterek számának csökkentése. Például meghatározva a közép-pont helyzetét és a galaxis globális sebességét a sebességtérképek alapján ismerjük, illetve  $\iota$ -t és  $\phi_0$ -t becsülhetjük fotometriai mérésekből. ( $V_{sys}$ ,  $X_0$  és  $Y_0$ ), ahol  $\iota$ ,  $\phi_0$  ésszerű értékeken, például optikai vagy IR fotometriai mérésekből, rögzítve vannak.

Ezenkívül rögzíthetjük a fix  $\phi_0$ -t, és egyszerűen csak illesztjük  $\iota$ -t és  $v_{rot}$ -ot. Ez csökkenti az  $\iota$  hibáját.

A mérések során szögeket mérünk ívmásodperc egységben, ezt át kell váltani fizikai távolságba, amit általában  $kpc$ -ben adunk meg (1 parszek=3,24 fényév) . Az átváltáshoz tudni kell milyen messze van a galaxis, az pedig kozmológia függő. A következő fejezetben a távolságmérésről szólok.



### 3. Távolságmérés az Univerzumban

Ezt a fejezetet a [13]-as forrás alapján írtam. A kozmológiában számos lehetőség van a két pont közötti távolság meghatározására, mert a táguló Univerzumban az objektumok közötti távolságok folyamatosan változnak. Minden távolságmérés valamilyen módon az események szétválasztottságát méri radiális null pályákon, vagyis a megfigyelőnél végződő foton pályákon.

Hubble paraméter: Edwin Powell Hubble amerikai csillagász 1929-ben megfigyelte, hogy minél távolabb van tőlünk egy galaxis, annál nagyobb sebességgel távolodik tőlünk, annál nagyobb a vöröseltolódása ( $z$ ). A Hubble-törvény kimondja, hogy a galaxisok távolodási sebessége ( $v$ ) arányos a távolságukkal ( $d$ ):

$$v = H_0 d = cz, \quad (23)$$

ahol az  $H_0$  feliratozás a jelen korszakra utal, mivel általában  $H$  idővel változik. A Hubble állandó  $s^{-1}$  dimenziójú, de a következő alakban szokás megadni:

$$H_0 = 74,2 \pm 3,6 \frac{km}{sMpc} \quad (24)$$

szokásos még a  $h$  dimenziómentes paraméterrel is megadni:

$$H_0 = 100h \frac{km}{sMpc}. \quad (25)$$

A Hubble-paraméter értékének meghatározása: 2001-ben a Hubble űrtávcső cefeida típusú pulzáló változócsillagok vizsgálata [16] szerint  $H_0 = 72,0 \pm 8,0 \frac{km}{sMpc}$ . A mikrohullámú háttársugárzás fluktuációit vizsgáló WMAP űrszonda eredményei [17] szerint  $H_0 = 70,8 \frac{km}{sMpc}$ , a hibahatár pedig 1,6 vagy  $4,0 \frac{km}{sMpc}$  attól függően, hogy sík vagy görbült az univerzum geometriája.

A Hubble-állandó inverze a Hubble-idő:

$$t_H = \frac{1}{H_0} = 9,78 \cdot 10^9 h^{-1} yr = 3,09 \cdot 10^{17} h^{-1} s. \quad (26)$$

A  $c$  fénysebesség és a Hubble-idő szorzata a Hubble-távolság:

$$D_H = \frac{c}{H_0} = 3000 h^{-1} Mpc \quad (27)$$

Vöröseltolódás: Egy tárgy vöröseltolódása a sugárirányú mozgásból származó kibocsátott fény Doppler eltolódása:

$$z = \frac{\nu_e}{\nu_0} - 1, \quad (28)$$

ahol a  $\nu_0$  a megfigyelt és a  $\nu_e$  az emittált frekvencia és hullámhossz. A vöröseltolódás a radiális sebességekkel:

$$1 + z = \sqrt{\frac{1 + v/c}{1 - v/c}}. \quad (29)$$

Szögátmérő távolság ( $d_A$ ) a csillagászatban használatos távolságmérés:

$$d_A = \frac{x}{\theta}, \quad (30)$$

ahol  $x$  az objektum fizikai mérete,  $\theta$  pedig a látószög radiánban. Most határozzuk meg a szögátmérő távolság és a Hubble-állandó kapcsolatát [13].

$$\frac{H^2(z)}{H_0^2} = \Omega_m(1+z)^3 + \Omega_k(1+z)^2 + \Omega_\Lambda, \quad (31)$$

ahol  $\Omega_m$  az Univerzum teljes tömeghez,  $\Omega_\Lambda$  a sötét energiához és  $\Omega_k$  a görbülethez tartozó dimenziótlan kozmológiai paraméterek, melyek között a következő összefüggés áll fent:

$$\Omega_m + \Omega_k + \Omega_\Lambda = 1 \quad (32)$$

Mivel sík univerzumot nézünk azért  $\Omega_k = 0$ .

A galaxis  $\chi(z)$  radiális koordinátájára írhatjuk [13], hogy

$$\chi(z) = \frac{c}{a(t_0)} \int_0^z \frac{dz}{H(z)}, \quad (33)$$

ahol  $a(t_0) = a(z = 0)$  a skálafaktor. A vöröseltolódást kifejezhetjük a skálafaktor segítségével:

$$1 + z = \frac{a(t_0)}{a(t_e)}, \quad (34)$$

ahol a  $a(t_0)$  a skálafaktor megfigyeléskori értéke, amíg  $a(t_e)$  a skálafaktor értéke a fénykibocsátásakor. A fenti két egyenlettel kifejezve a szögátmérő távolságot:

$$d_A = \frac{a(t_0)\chi(z)}{1+z} = \frac{c}{1+z} \int_0^z \frac{dz}{H(z)}, \quad (35)$$

amely a következő alakba írható át

$$\frac{H_0 d_A}{c} = \frac{1}{1+z} \int_0^z \frac{dz}{\Omega_m(1+z)^3 + \Omega_\Lambda}. \quad (36)$$

Kicsi  $z$ -ket feltételezve  $H(z) = H_0$  és az integrálást elvégezve kapjuk, hogy

$$d_A = \frac{cz}{(1+z)H_0}. \quad (37)$$

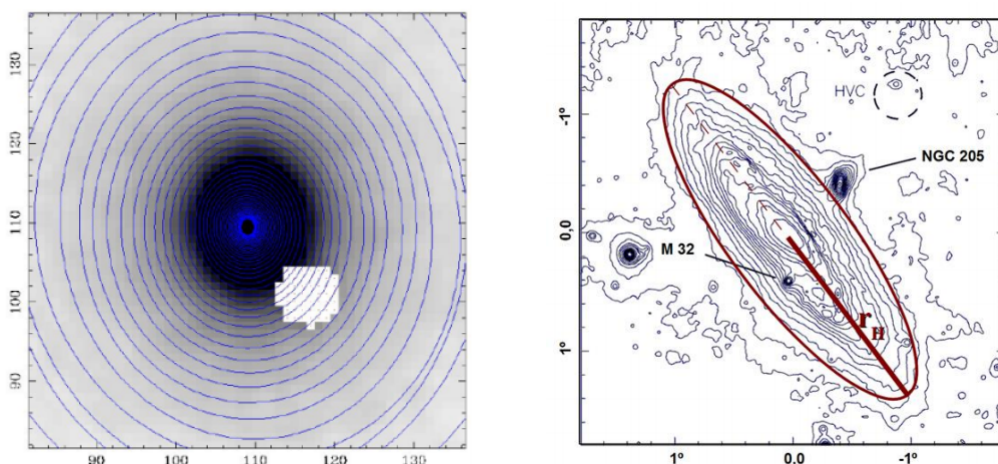
Így megkaptuk a  $d_A$  szögátmérő távolságot a  $z$  vöröseltolódással és a  $H_0$  Hubble-állandó jelenlegi értékével kifejezve.

## 4. Galaxis forgásgörbék: a barionikus komponens

A galaxisok forgásgörbéjének barionikus járuléka a világító anyag sűrűségének eloszlásából határozható. Az eljárás során alkalmazott módszert alapja az, hogy a galaxisok felületi fényességének eloszlása tulajdonképpen a világító anyag tömegének felületi eloszlását méri, amiből pedig alkalmas barionikus modell használatával forgássebességet lehet számolni. Az alábbiakban ismertetem az eljárás alapját.

A  $\mu$  felületi fényességet általában optikai vagy infravörös hullámhossztartományban mérjük, és dimenziója  $\frac{mag}{\text{arccos}^2}$ ). A galaxisok általában kiterjedt forrásokként jelennek meg a fotometriai mérésekben. Ha feltesszük hogy a galaxis kör alakú, akkor általános esetben a projektált képe egy ellipszis lesz. Ezen 2D dimenziós fényességeloszlásokból szeretnénk valamilyen módszerrel  $\mu(R)$ -t meghatározni, ahol  $R$  a galaxis félnagy tengelyén, a galaxis egyenlítői síkjában mért koordináta.

Általános esetben egy kör lap alakú galaxis projektált képe egy ellipszis. A projekció szögei az inklináció, ami a galaxis forgástengelyének a látóiránnyal bezárt szöge, illetve a pozíciószög, ami a galaxis projektált képének a nagy tengelyének egy választott referenciáiránnyal bezárt szögét méri, az égboltnak a galaxis középpontjához húzott érintősíkjában. Izofótáknak nevezzük azokat a kontúrvonalakat, amelyek összekötik a galaxisok azonos felületi fényességű pontjait (pl. 3. ábra). Gyakorlatban  $\mu(R)$  a galaxishoz tartozó izofóták alapján határozható meg oly módon, hogy az izofótákon belüli összfényességét elosztjuk az adott, átlagosan  $R$  sugarú izofótához tartozó területtel. Az eljárás során az inklináció illesztésével de-projektáljuk a galaxis képét,  $\mu(R)$  valójában a galaxis egyenlítői síkjában értendő.



3. ábra. Az NGC3193 galaxis CCD felvétele (Schombert 2007,bal).Az Andromeda galaxis izofótákkal. (Ferguson et al. 2002,jobb)

A luminozitás sűrűségének a meghatározásához a  $mag / \text{arcsec}^2$  dimenziójú felü-

leti fényességet át kell váltani  $L_{\odot}/kpc^2$  egységbe, ahol  $L_{\odot}$  a Nap luminozitása (Nap által egységnyi idő alatt kibocsátott energia). Az átváltás definíciója:

$$L = 4.255 \cdot 10^{0.4(M_{\odot} - \mu)}, \quad (38)$$

ahol  $L$  a felületi fényesség  $L_{\odot}/kpc$  egységben,  $M_{\odot}$  pedig a nap abszolút magnitúdója.

#### 4.1. Barionikus forgásgörbe-modell

A barionikus rotációs görbék alapja a világító anyag eloszlása, amely a galaxis felszíni fényességéből határozható meg. Dolgozatomban az [7]-es forrást követjük a felületi fényesség meghatározásánál. Feltételezve, hogy minden egyes látható komponens térbeli luminozitás eloszlását a következő összefüggés adja meg:

$$l(a) = l(0) \cdot \exp \left[ - \left( \frac{a}{ka_0} \right)^{\frac{1}{N}} \right], \quad (39)$$

ahol  $l(0) = hL/4\pi qa_0^3$ ,  $a_0$  az adott komponens kiterjedését jellemzi,  $h$ ,  $k$  és  $N$  a felületi fényességeloszlásra való illesztéssel meghatározandó paraméterek,  $a$  pedig egy paraméter:

$$a = \sqrt{R^2 + \frac{z^2}{q^2}}. \quad (40)$$

Itt  $R$  és  $z$  hengerkoordináták,  $q$  a kis- és a nagy féltengelyek aránya. Az  $l(a)$  dimenziója luminozitás/térfogat ( $L_{\odot}/kpc^3$ ).

A fenti összefüggés a bulge térbeli luminozitás eloszlását adja meg törpegalaxisok esetén. Azonban mi ennek csak a látóirányú projekcióját tudjuk mérni, így:

$$L(R) = 2q \int_A^{\infty} \frac{l(a)a}{\sqrt{a^2 - R^2}} da, \quad (41)$$

ahol  $i$  a komponensek indexe,  $q$  a tengelyek látszólagos aránya az  $R$  pedig a látszólagos főtengelyen mért távolság. A projekció dimenziója luminozitás/felület. Ezt illesztve az 1 dimenziós profilunkra, megkapjuk a galaxisunk térbeli eloszlását. Az így kapott eloszlás már csak egy konstanssal tér el a barionikus anyag tömegeloszlásától.

$$\rho_{bar}(a) = Yl(a), \quad (42)$$

Ez a konstans a  $Y$  a bulge komponenshez tartozó tömeg-fényesség arány ( $M_{\odot}/kpc^3$ ), amelyet a sebesség görbékre való illesztéssel kaphatunk meg.

A következőkben a forgási sebességet határozzuk meg gömb szimmetrikus anyagot feltételezve. Vegyük a Poisson-egyenletet:

$$\nabla^2\Phi(R) = 4\pi G\rho(R, z). \quad (43)$$

Ebből a forgási sebesség a következő képen határozható meg:

$$v^2(R, z = 0) = R \frac{\partial\Phi(R)}{\partial R}. \quad (44)$$

A [9]-es forrás alapján a forgási sebesség a galaktikus síkban ( $z = 0$ ), a barionikus komponensre a következő képen határozható meg:

$$v^2(R) = 4\pi q_i G \int_0^R \frac{\rho(a)a^2}{\sqrt{R^2 - a^2e^2}} da, \quad (45)$$

ahol  $e = \sqrt{a - q^2}$  az excentricitás.

A mért és a fenti modell alapján meghatározott rotációs görbét egy grafikonon ábrázolva jól látható eltérés tapasztalható a felfutó szakasz után. Jól látható, hogy az illesztett modellhez tartozó rotációs sebesség gyorsabban lecsökken, mint ahogy azt a mérési adataink mutatják.

Törpe galaxisoknál elegendő egy komponenst figyelembe venni, tehát nem szükséges felbontani a galaxisokat egy bulge-ra és egy disk-re. Az illesztések során feltettem, hogy a vizsgált galaxisok gömbszimmetrikusak, tehát a kis- és a nagy fél-tengelyek aránya egy ( $q = 1$ ). Ebben az esetben a (45)-es egyenlet egyszerűsödnek:

$$v_{bar}^2(R) = \frac{4\pi G}{R^2} \int_0^R \rho(a)a^2 da, \quad (46)$$

ezzel megkaptuk a barionikus komponens rotációs sebességét.

## 5. Galaxis forgásgörbék: az NFW sűrűségprofilú sötét anyag komponens járuléka

A barionikus komponenshez tartozó rotációs sebességeket ábrázolva láthatjuk, hogy nem egyezik meg a kísérleti eredményekkel. Erre az eltérésre jelent egy lehetséges megoldást egy újabb komponens bevezetése, amely fotometriai módszerekkel nem mérhető. Ez az úgynevezett sötét anyag. A sötét anyag bevezetésével a galaxisok tömegeloszlása a következő alakba írható:

$$\rho_{galaxis}(r) = \rho_{bar}(r) + \rho_{NFW}(r), \quad (47)$$

ahol a  $\rho_{bar}$ -t behelyettesítve:

$$\rho_{galaxis}(r) = Yl(r) + \rho_{NFW}(r), \quad (48)$$

ahol  $\rho_{DM}$  a sötét anyag tömegelosztása. A sötét anyag komponens paramétereit is illesztéssel határozzuk meg, úgyhogy a lehető legjobban illeszkedjen a mérési eredményekre.

Dolgozatomban az ún. Navarro-Frenk-White (NFW) sötét anyag modellt vizsgálom, melyet kozmológiai szimulációk indokolnak.

Az NFW modell sűrűség profilja:

$$\rho_{NFW}(r) = \frac{\rho_0}{\left(\frac{r}{r_s}\right) \left(r + \frac{r}{r_s}\right)^2}, \quad (49)$$

ahol  $\rho_0$  a karakterisztikus sűrűség és  $r_s$  pedig a karakterisztikus távolság. Az NFW modell sebességprofilja a következő ( $z = 0$ ):

$$v_{NFW}^2(r) = \frac{4\pi G}{R} \int_0^R \rho_{NFW}(a) a^2 da \quad (50)$$

Az integrálás után kapjuk, hogy

$$v_{NFW}^2(r) = \frac{4\pi G}{r} \rho_0 r_s^3 \left[ \ln \left( a + \frac{r}{r_s} \right) - \frac{r}{r_s} \left( \frac{1}{1 + \frac{r}{r_s}} \right) \right]. \quad (51)$$

A rotációs görbék számolása során a  $\rho_0$  és az  $r_s$  paramétereket a sebességgörbék-re való illesztéssel határoztuk meg.

A spektroszkópai mérésekre illesztett rotációs sebességeket a (46)-es egyenlet alapján a következő összefüggés adja:

$$v^2(r) = v_{bar}^2(r) + v_{DM}^2(r). \quad (52)$$

## 6. Galaxis forgásgörbék a Verlinde-féle elméletben

A következő fejezetben az [5]-ös forrás eredményeit ismertetem. Einstein általános relativitás elmélete szerint a téridőnek a görbült geometrián kívül, amelyen az anyag mozog az erők hatására, nincs más belső tulajdonsága. A tény, hogy az Univerzum 95% ismeretlen energia vagy anyagfajtából áll elegendő okot ad, hogy átgondoljuk ezt a fajta szemléletet. A fekete lyukak fizikájában és a húrelméletben való betekintés azt mutatja, hogy a „makroszkopikus” fogalmak a téridőről és a gravitációról egy mögöttes mikroszkópos leírásból származnak.

A Verlinde elméletben a gravitációnak az első jele a fekete lyukak termodinamikájából származik. Központi szerepe van a Bekenstein-Hawking entropiának

$$S = \frac{A}{4G\hbar} \quad (53)$$

és a Hawking hőmérségletnek:

$$T = \frac{\hbar\kappa}{2\pi}, \quad (54)$$

ahol  $A$  a horizont felülete,  $\kappa$  pedig a felszíni gravitációs gyorsulás. A Bekenstein-Hawking entrópia számos betekintést engedett az elmélet megértésébe. Kezdve a húrelmélet mikroszkopikus eredetének magyarázatától az AdS/CFT (Anti de-Sitter tér/ konformális térelmélet) fejlesztésében, valamint kvantum-összefonódásról vákuumban. Ezek az elméletek kapcsolatot mutatnak a kvantuminformáció elmélet, a téridő és a gravitáció között.



## 6.1. A forgásgörbék analitikus alakja

Ahhoz hogy az eredményeink összhangban legyenek a megfigyelésekkel keressünk kell egy összefüggést a  $\rho_{bar}$  barionikus és a  $\rho_{DM}$  látszólagos sötét anyag sűrűsége között. Tegyük fel, hogy a vizsgált barionikus anyag gömb szimmetrikus.

A barionikus és a látszólagos sötét anyag tömege közötti összefüggés [5]:

$$\int_0^r \frac{GM_{DM}^2(a)}{a^2} da = \frac{M_{bar}(r)a_0 r}{6}. \quad (55)$$

ahol az  $a_0 = cH_0$  gyorsulási skála.

A (55)-es formula áll ennek a fejezetnek a középpontjában. Leírja a látszólagos sötét anyag tömege és a barionikus anyag tömeg közötti kapcsolatot gömb szimmetrikus esetben. Ezzel lehetővé teszi az elmélet és a megfigyelési eredmények összehangolását.

Kifejezve az  $M_{DM}(r)$  látszólagos sötét anyag tömegét az  $M_{bar}(r)$  barionikus tömeggel:

$$M_{DM}^2(r) = \frac{cH_0 r^2}{6G} \frac{d(M_{bar}(r)r)}{dr}. \quad (56)$$

Végezzük el a deriválást:

$$\frac{d(M_{bar}(r)r)}{dr} = M_{bar}(r) + r \frac{dM_{bar}(r)}{dr}, \quad (57)$$

ahol az  $M_{bar}(r)$  a barionikus tömeg. A fenti egyenlet a deriválás elvégzése után a következő alakú lesz:

$$M_{DM}^2(r) = \frac{cH_0 r^2}{6G} (M_{bar}(r) + 4\pi\rho_{bar}(r)r^3). \quad (58)$$

$M_{DM}$  meghatározása után ki kell számolnunk a teljes gyorsulást:

$$g(r) = g_{bar}(r) + g_{DM}(r), \quad (59)$$

ahol a  $g_{bar}(r)$  és a  $g_{DM}(r)$  gravitációs gyorsulások adják az általános Newton-i kifejezést.

$$g_{bar}(r) = \frac{GM_{bar}(r)}{r^2} \quad (60)$$

és

$$g_{DM}(r) = \frac{GM_{DM}(r)}{r^2}. \quad (61)$$

Visszahelyettesítve a (59)-as egyenletbe a (60) és (61)-as egyenleteket és körpályát feltételezve kapjuk, hogy

$$\frac{v^2(r)}{r} = \frac{GM_{bar}(r)}{r^2} + \frac{GM_{DM}(r)}{r^2}. \quad (62)$$

Amely a következő alakba írható

$$\frac{v^2(r)}{r} = \frac{GM_{bar}(r)}{r^2} + \frac{1}{r} \sqrt{Ga_M(M_{bar}(r))'}, \quad (63)$$

ahol a ' az  $r$  szerinti deriválást jelöli. Felhasználva, hogy

$$GM_{bar}(r) = g_N(r)r^2 \quad (64)$$

és

$$(GM_{bar}(r)r)' = (g_N(r)r^3)' = 3r^2g_N(r) + r^2g'_N(r) \quad (65)$$

és visszahelyettesítve a (62)-es egyenletbe

$$\frac{v^2(r)}{r} = g_N(r) + \sqrt{3g_N(r) + g'_N(r)}. \quad (66)$$

Az  $r$ -vel való szorzás után és sebességnégyzetet kifejezve az  $M_B(r)$  barionikus tömeggel kapjuk, hogy

$$v^2(r) = \frac{GM_{bar}(r)}{r} + \sqrt{Ga_M \frac{d}{dr}(M_{bar}(r)r)}. \quad (67)$$

Végezetül a galaxisok rotációs sebességére a következő összefüggést kapjuk:

$$v^2(R) = \frac{4\pi G}{R} \int_0^R \rho(a)a^2 da + \sqrt{a_M G 4\pi \int_0^R \rho(a)a^2 da + \rho_B(R)R^3}. \quad (68)$$

## 7. A 10 törpegalaxis forgásgörbéinek vizsgálata

Az észlelt forgásgörbék illesztése során a SZTE által biztosított Wolfram Mathematica program-csomagot használtam. Az illesztések során felhasznált adatokat, korábbi cikkekből ([6],[9]) szereztem, valamint gömbszimmetrikus eseteket vizsgáltam.

Dolgozatomban 10 darab törpe galaxist vizsgáltam. Az illesztéseket a hibák figyelembevételével súlyozzuk. Az illeszkedés jóságát a  $\chi^2$  próba módszerrel vizsgáltam, amely egy a diszkrét eloszlású változók vizsgálatára alkalmas statisztikai eljárás. Eszerint a kiindulási adatok és a modell közti eltérést a következő képen adhatjuk meg:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \frac{(y_i - y(x_i))^2}{\sigma_i^2}, \quad (69)$$

ahol  $y_i$  az  $i$ -edik adat,  $y(x_i)$  az  $i$ -edik adatt helyén felvett értéke az illesztésnek,  $\sigma_i$  pedig az  $i$ -edik adathoz tartozó hiba.

### 7.1. Tiszta barionikus modell

A tisztán barionikus tagnál a 4.2.-es fejezetben származtatott

$$v_{bar}^2(R) = \frac{4\pi G}{R^2} \int_0^R \rho(a) a^2 da \quad (70)$$

(46)-os egyenletet vizsgáltuk. Ebben az esetben a forgási sebesség csak a barionikus tagot tartalmazza. Az illesztéseket a

$$v(R) = v_{bar}(R) \quad (71)$$

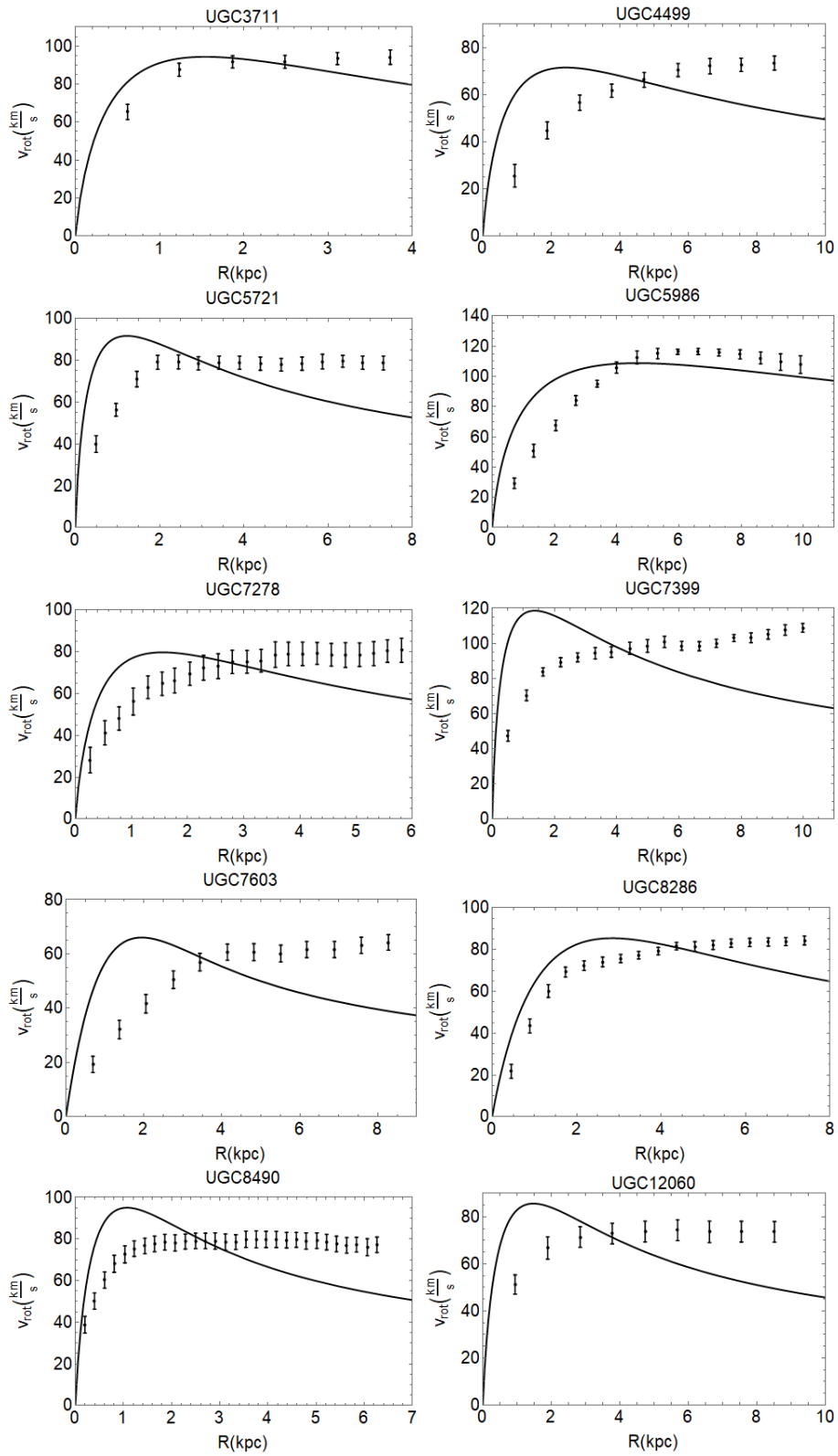
alapján készítettem el.

Az illesztések során az  $l(0)$ ,  $N$  és  $ka_0$  paramétereket a fényességprofilokra való illesztéssel határoztuk meg ([6], [9]). Lásd 1. táblázat. Az 4. ábrán az illesztések eredményei láthatók, ahol a fekete vonallal jelöltük az illesztések eredményeit, A fekete pontok a mért értékek, amelyeket a hozzájuk tartozó hibákkal együtt ábrázoltunk. A tisztán barionikus részt tartalmazó illesztéseknél jól látható, hogy a modell

nem alkalmas a kísérleti eredmények magyarázatára, ezért szükséges a barionikus komponens mellé egy másik komponens bevezetése is ([6], [9]).

ID	$z$	$l(0)$	$ka_0$	$N$	$Y$	$\chi^2$
		$\frac{10^8 L_\odot}{kpc^3}$	$kpc$		$\frac{M_\odot}{L_\odot}$	
UGC3711	0,00146	25,1	0,05	1,96	6,22	36,11
UGC4499	0,002297	3,53	0,12	1,83	7,89	239,55
UGC5721	0,001785	36,6	0,03	2,06	7,88	499,294
UGC5986	0,002055	18,3	0,04	2,48	3,73	437,635
UGC7278	0,000977	26,4	0,07	1,88	3,54	163,58
UGC7399	0,001734	27,1	0,025	2,23	20,41	20129,44
UGC7603	0,002125	1,47	0,66	0,91	3,59	473,27
UGC8286	0,001358	2,89	0,55	1,21	2,72	401,07
UGC8490	0,000670	10,2	0,09	1,87	14,14	583,592
UGC12060	0,002949	1,6	0,1	1,7	50,92	156,777

1. táblázat. A tisztán barionikus modell illesztéseinek eredményei.



4. ábra. A tiszta barionikus modell illesztési eredményei.

## 7.2. Barionikus+NFW modell

Ebben a fejezetben a barionikus tag (46) mellett az 5. fejezetben bemutatott NFW sötét anyag komponens is figyelembe vesszünk. Ebben az esetben a rotációs sebességekre a következő egyenlet áll fent

$$v(r) = \sqrt{v_{bar}^2(r) + v_{DM}^2(r)}, \quad (72)$$

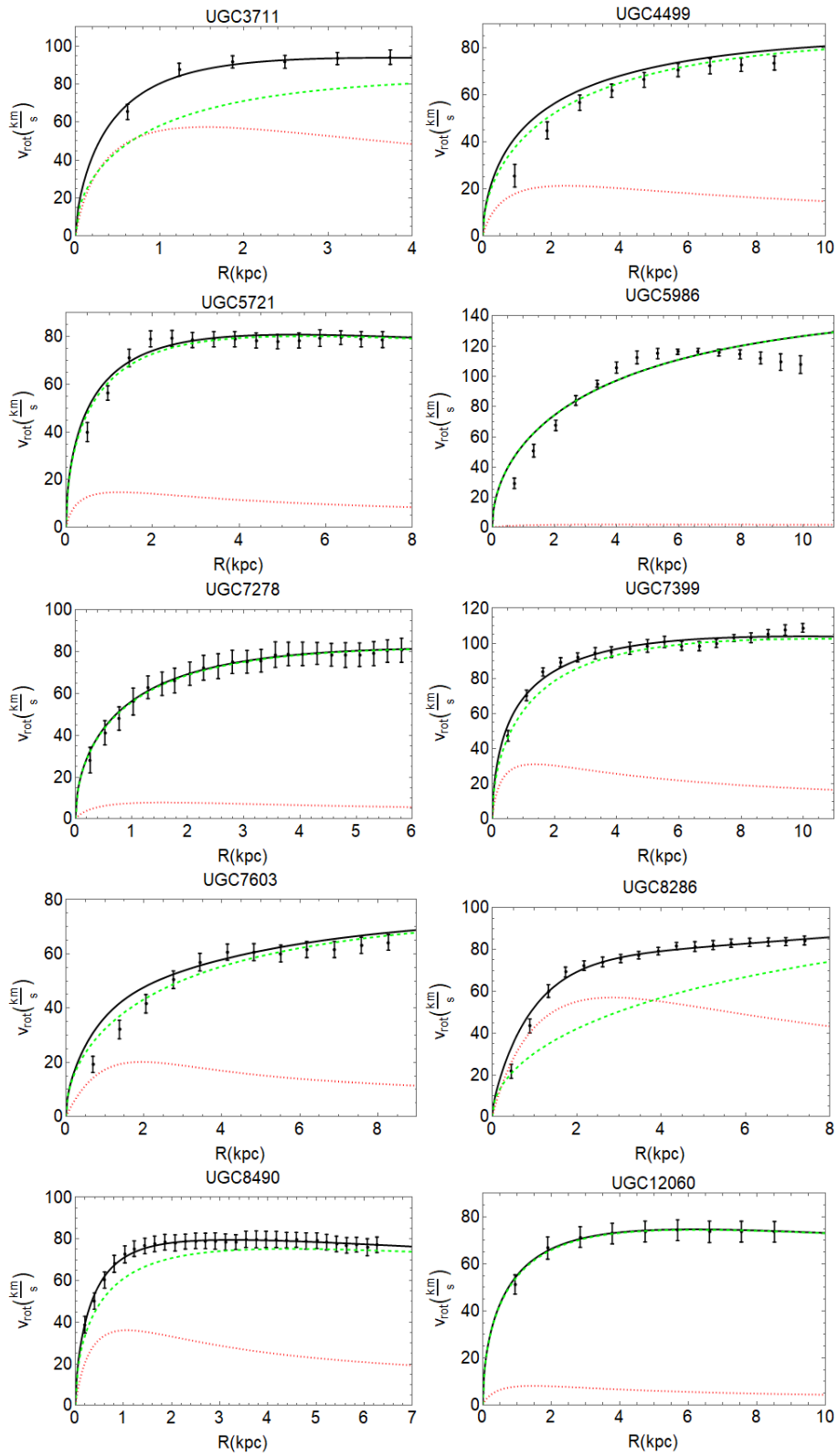
ahol a  $v_{DM}^2(R)$ -t az (51)-es egyenlet definiálja. Ezt a mennyiséget illeszttem a mért forgásgörbékre.

A vizsgált 10 törpegalaxis NFW modellel való illesztései a 5. ábrán láthatóak. Az illesztések során felhasznált  $l(0)$ ,  $N$  és  $ka_0$  paramétereket, amelyeket fényesség-profilokra való illesztéssel határoztam meg, ezért nem változtak az értékeik (Lásd 1. táblázat). Az  $Y$  a tömegfényesség arány,  $\rho_s$  karakterisztikus sűrűség és a  $r_s$  karakterisztikus távolság, amelyek az illesztendő paraméterek voltak és az illesztésekhez tartozó  $\chi^2$  értékekkel a 2. táblázatban találhatóak. Az ábrázolások során piros szaggatott vonallal jelöltem a barionikus komponens, zöld szaggatott vonallal pedig az NFW modellhez tartozó komponens, míg fekete folytonos vonal a kétféle modellt együttesen.

Az 5. ábra alapján jól látható, hogy a sötét anyag bevezetése jelentősen javította a csak barionikus komponens tartalmazó modellt (Lásd 4. ábra).

ID	$Y$	$\rho_s$	$r_s$	$\chi^2$	$1\sigma$	$2\sigma$	$3\sigma$
	$\frac{M_\odot}{L_\odot}$	$\frac{M_\odot}{kpc^3}$	$kpc$				
UGC3711	2,3	54	3,3	2,18	3,52	8,02	14,16
UGC4499	0,7	6,74	9,36	35,47	7,04	12,85	20,06
UGC5721	0,2	85,43	2,54	15,46	13,74	21,35	30,097
UGC5986	0,0013	8,46	14,41	98,30	13,74	21,35	30,097
UGC7278	0,034	45,6	3,54	1,82	22,43	31,798	42,08
UGC7399	1,41	35,83	5,01	20,93	17,02	25,34	34,71
UGC7603	0,33	4,04	10,76	34,07	10,42	17,21	25,26
UGC8286	1,21	1,29	27,86	18,08	15,93	24,03	33,19
UGC8490	2,05	114	2,06	1,99	29,93	40,54	51,94
UGC12060	0,45	5,7	2,9	0,689	7,0384	12,85	20,06

2. táblázat. A NFW modell illesztéseinek eredményei.



5. ábra. A NFW modell illesztési eredményei. Piros színel jelöltem a barionikus komponenst, zöld színel az NFW modellhez tartozó komponenst, míg fekete színel a kettő összegét.

### 7.3. Barionikus+Verlinde modell

A 6. fejezet alapján a forgásgörbéket magyarázhatjuk a sötét anyag bevezetése helyett az ún. származtatott gravitációs elmélettel is. Ebben az esetben a rotációs sebesség az (46)-es egyenlettel a

$$v^2(r) = v_{bar}^2(r) + v_{Ver}^2(r), \quad (73)$$

alakban írható, amely a (68)-es egyenlet alapján a következő alakú

$$v^2(r) = \frac{4\pi G}{R} \int_0^R \rho(a)a^2 da + \sqrt{a_M G 4\pi \int_0^R \rho(a)a^2 da + \rho_B(R)R^3}. \quad (74)$$

Az illesztések során a

$$v(r) = \sqrt{v_{bar}^2(r) + v_{Ver}^2(r)}, \quad (75)$$

formulát illesztettem.

(75)-ös egyenlet illesztésénél először az  $Y$  tömegfényesség arányt illesztettem (3. táblázat), a galaxisok felületi fényességének eloszlása alapján fixáljuk a 3 luminizitás sűrűséget leíró mennyiséget ( $l(0)$ ,  $N$ ,  $ka_0$ ) [8](Lásd 1. táblázat.). A  $H_0$  Hubble-állandót fixáltuk a  $67,8 km/sMpc$  értéknél [18]. Ebben az esetben a 10. ábra alapján, ahol az illesztéseket ábrázoltuk, látható, hogy az illesztések nem tudják visszaadni a kísérleti eredményeket. A problémát a Hubble-paraméter változtatása sem oldotta meg.

A második illesztésnél a  $\rho(0) = l(0) \cdot Y$ , a  $k \cdot a_0$  szorzatokat valamint az  $N$  paramétert illesztettük [12], ezen paraméteréhez tartozó illesztési eredmények a 4. táblázatban találhatóak. Az illesztéseket elvégeztük a  $H_0$  Hubble-állandó értékét változtatva is. A ([8],[12]) forrásokban a  $H_0$ -ra egy jelentősen kisebb értéket kaptak, ennek oka, hogy mi feltehetően egy másik barionikus modellt használtunk. Alapul a  $H_0 = 67,8 km/sMpc$  értékét vettük, amely a [18]-as forrás alapján a legjobban illeszkedő értékeket adta, ehhez közeli értékeket vizsgáltunk:  $H_0 = 60 km/sMpc$  Ennek eredményei a 5. táblázatban és a 7. ábrán,  $H_0 = 65 km/sMpc$  a 6. táblázatban és a 8. ábrán és a  $H_0 = 70 km/sMpc$  a 7. táblázatban és a 9. ábrán láthatóak. A kapott eredményekből látható, hogy az illesztés nem függ a  $H_0$  ezen tartományom



vett értékeitől. Az illesztett  $\rho(0) = l(0) \cdot Y$ , a  $k \cdot a_0$  paraméterek pedig azonos nagyságrendbe estek mind a 4 esetben.

Összehasonlítva a a fényességeloszlással kapott adatokat (Lásd 1. táblázat) a Verlinde modellel kapottakkal (4.,5. és 6. táblázatok) látható, hogy a Verlinde modellben kapott értékek jelentősen eltérnek a fényességeloszlásnál kapott értékektől.

ID	Y	$\chi^2$	$1\sigma$	$2\sigma$	$3\sigma$
	$\frac{M_\odot}{L_\odot}$				
UGC3711	1,99	6,547	5,88	11,32	18,21
UGC4499	1,12	91,34	9,31	15,79	23,57
UGC5721	1,93	112,07	15,94	24,03	33,195
UGC5986	0,81	215,69	15,94	24,03	33,195
UGC7278	0,83	49,13	24,59	34,33	44,94
UGC7399	5,81	551,9	19,19	27,95	37,70
UGC7603	0,51	213,45	12,64	19,99	28,51
UGC8286	0,53	140,61	18,11	26,65	36,22
UGC8490	4,04	97,848	32,05	43,002	54,68
UGC12060	10,66	31,063	9,30	15,789	23,57

3. táblázat. A Verlinde elméletéhez tartozó illesztések a fényességeloszlás alapján a  $H_0 = 67,8 \text{ km/sMpc}$  Hubble-állandó rögzített értékénél.

ID	$\rho(0)$	$ka_0$	N	$\chi^2$	$1\sigma$	$2\sigma$
	$10^9 \frac{M_\odot}{\text{kpc}^3}$	kpc				
UGC3711	2,699	0,12	1,62	1,28646	3,53	8,02
UGC4499	0,123	1,9	0,44	0,93	7,04	12,85
UGC5721	0,4731	0,43	1,41	5,64	13,74	21,34
UGC5986	0,035	4,74	0,46	1,46	13,74	21,34
UGC7278	0,749	0,15	1,96	0,54	22,44	31,79
UGC7399	1,595	0,183	1,84	24,44	17,03	25,34
UGC7603	0,024	0,36	1,74	6,23	10,42	17,21
UGC8286	0,071	0,56	1,42	19,19	15,94	24,03
UGC8490	1,4	0,10	1,8	5,76	29,93	40,55
UGC12060	0,331	0,13	1,91	0,175	70,4	12,85

4. táblázat. A Verlinde elméletéhez tartozó illesztések eredményei a  $H_0 = 67,8 \text{ km/sMpc}$  Hubble-állandó rögzített értékénél.

ID	$\rho(0)$	$ka_0$	$N$	$\chi^2$	$1\sigma$	$2\sigma$
	$10^9 \frac{M_\odot}{kpc^3}$	$kpc$				
UGC3711	2,139	0,14	1,62	1,28647	3,53	8,02
UGC4499	0,062	2,13	0,94	0,7481	7,04	12,85
UGC5721	0,105	0,50	1,407	5,64178	13,74	21,34
UGC5986	0,073	5,39	0,459	1,4651	13,74	21,34
UGC7278	0,0,165	0,17	1,959	0,541	22,44	31,79
UGC7399	0,208	0,144	1,93	24,4387	17,03	25,34
UGC7603	0,028	0,34	1,76	6,2365	10,42	17,21
UGC8286	0,0072	0,575	1,43	19,164	15,94	24,03
UGC8490	1,38	0,11	1,79	5,65	29,93	40,55
UGC12060	0,369	0,125	1,92	0,176	70,4	12,85

5. táblázat. A Verlinde elmélethez tartozó illesztések eredményei a  $H_0 = 60km/sMpc$  Hubble-állandó rögzített értékénél.

ID	$\rho(0)$	$ka_0$	$N$	$\chi^2$	$1\sigma$	$2\sigma$
	$10^9 \frac{M_\odot}{kpc^3}$	$kpc$				
UGC3711	2,367	0,131	1,618	1,28576	3,53	8,02
UGC4499	0,076	1,98	0,94	0,7481	7,04	12,85
UGC5721	0,106	0,495	1,407	5,644	13,74	21,34
UGC5986	0,086	4,93	0,459	1,46392	13,74	21,34
UGC7278	0,198	0,159	1,959	0,541	22,44	31,79
UGC7399	0,195	0,143	1,918	24,453	17,03	25,34
UGC7603	0,022	0,37	1,745	6,2342	10,42	17,21
UGC8286	0,06793	0,577	1,43	19,19	15,94	24,03
UGC8490	1,41	0,124	1,802	5,72	29,93	40,55
UGC12060	0,346	0,128	1,91	0,174	70,4	12,85

6. táblázat. A Verlinde elmélethez tartozó illesztések eredményei a  $H_0 = 65km/sMpc$  Hubble-állandó rögzített értékénél.

ID	$\rho(0)$ $10^9 \frac{M_\odot}{kpc^3}$	$ka_0$ $kpc$	$N$	$\chi^2$	$1\sigma$	$2\sigma$
UGC3711	3,03	0,117	1,629	1,28898	3,53	8,02
UGC4499	0,086	1,858	0,44	0,74659	7,04	12,85
UGC5721	0,1479	0,412	1,42	5,645	13,74	21,34
UGC5986	0,098	4,64	0,46	1,4663	13,74	21,34
UGC7278	0,244	0,144	1,962	0,541	22,44	31,79
UGC7399	0,211	0,143	1,92	24,436	17,03	25,34
UGC7603	0,028	0,34	1,76	6,2365	10,42	17,21
UGC8286	0,0775	0,54	1,426	19,18	15,94	24,03
UGC8490	1,39	0,105	1,8	5,802	29,93	40,55
UGC12060	0,323	0,131	1,9	0,1737	70,4	12,85

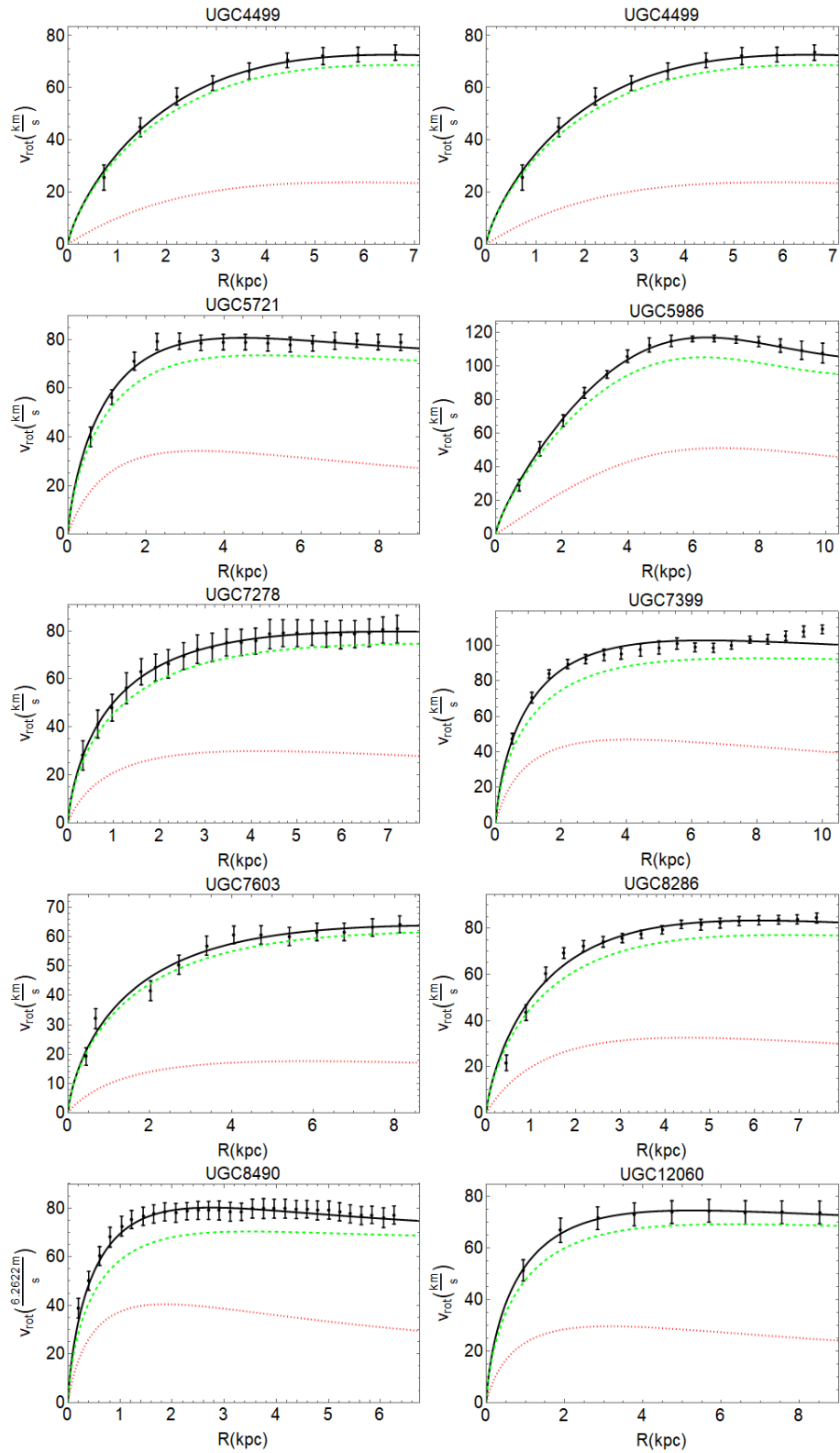
7. táblázat. A Verlinde elmélethez tartozó illesztések eredményei a  $H_0 = 70km/sMpc$  Hubble-állandó rögzített értékénél.

#### 7.4. Az illesztések kiértékelése

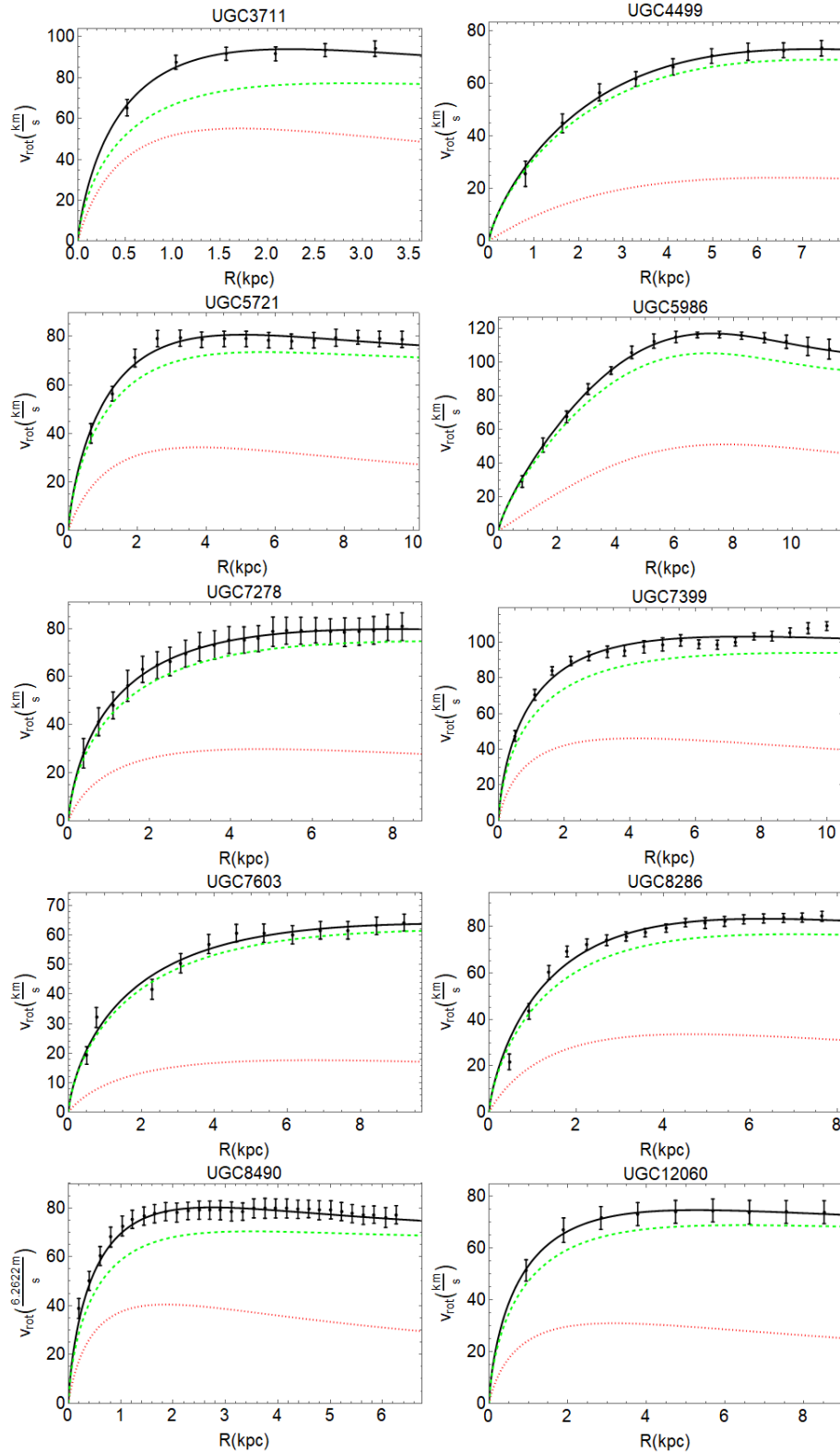
A 7.1.-es fejezet eredményei alapján nyilvánvalóvá vált, hogy a mért forgás-görbék értelmezéséhez, az általános relativitás elméletben, szükséges a barionikus anyag mellett egy másik tag bevezetése is. Ez összhangban áll az irodalmakban szereplő eredményekkel ([6],[9]).

A 7.2-es fejezetben lévő illesztések során az  $Y$  tömeg-fényesség arányt, a  $\rho_s$  karakterisztikus sűrűséget és az  $r_s$  karakterisztikus távolságot illesztéssel határoztuk meg. Megfigyelhető, hogy a kapott tömeg-fényesség arányok szignifikánsan kisebbek a 7.1.-es fejezetben kapottaknál. Az illesztések eredményei az 1. táblázatban találhatóak. A 10 galaxis  $\chi^2$  értékeiből 4 darab található  $1\sigma$ -n belül, 3 darab  $2\sigma$ -n belül, a maradék 3 galaxisnál pedig  $3\sigma$ -n kívüliek ezek az értékek.

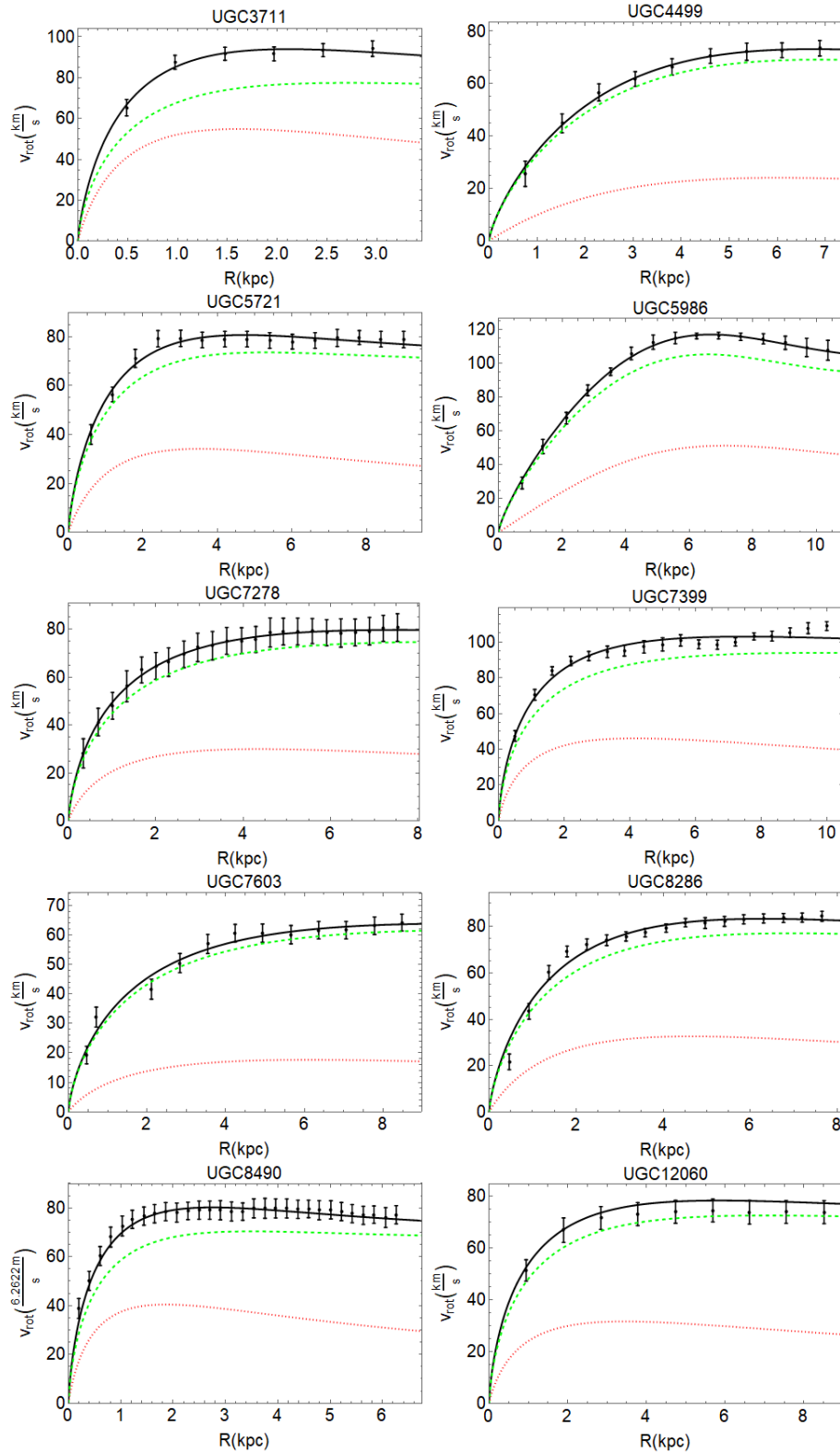
A 7.3-as fejezetben felületi fényességeloszlás alapján végzett illesztésnél (3. táblázat, 10. ábra) látható, hogy ez a fajta módszer nem alkalmas a mérési eredmények magyarázatára [8]. Azonban, amikor az illesztési paraméterek a  $\rho(0)$ , a  $ka_0$  szorzat és az  $N$  paraméterek voltak, amelyeket nem a fényesség profilokra való illesztéssel kaptuk meg, mint az NFW modellnél, hanem újra illesztettük őket [12], jelentősen javultak az illesztéseink. A 4.,5.,6. és 7. táblázatokban szereplő adatokat vizsgálva látható, hogy az illesztett galaxisokhoz tartozó  $\chi^2$ -ekből 8db  $1\sigma$ -n belül van és a maradék kettő is  $2\sigma$ -n belül található. Ekkor a  $H_0$ -t a  $67,8km/sMpc$ -es értéken rögzítettük. A  $H_0$  különböző értékei nem változtatták meg jelentősen az illesztések  $\chi^2$  értékeit. Az illesztett paraméterek nagyságrendileg azonosak maradtak.



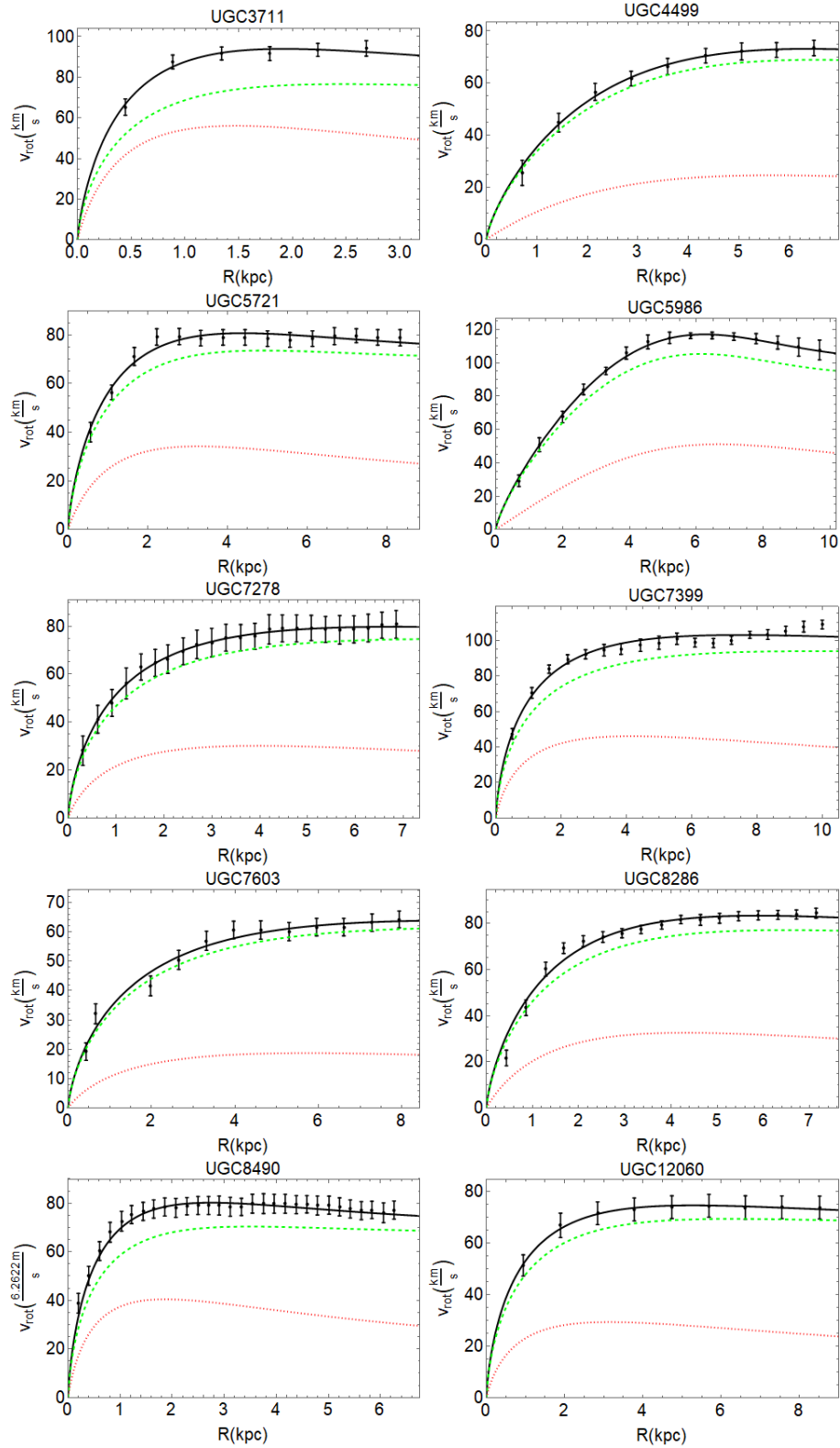
6. ábra. A Verlinde elmélethez tartozó illesztések a  $H_0 = 67,8 \text{ km/sMpc}$  Hubble-állandó rögzített értékénél. Piros színel jelöltem a barionikus komponenst, zöld színel a Verlinde elmélet komponensét, míg fekete színel a kettő összegét.



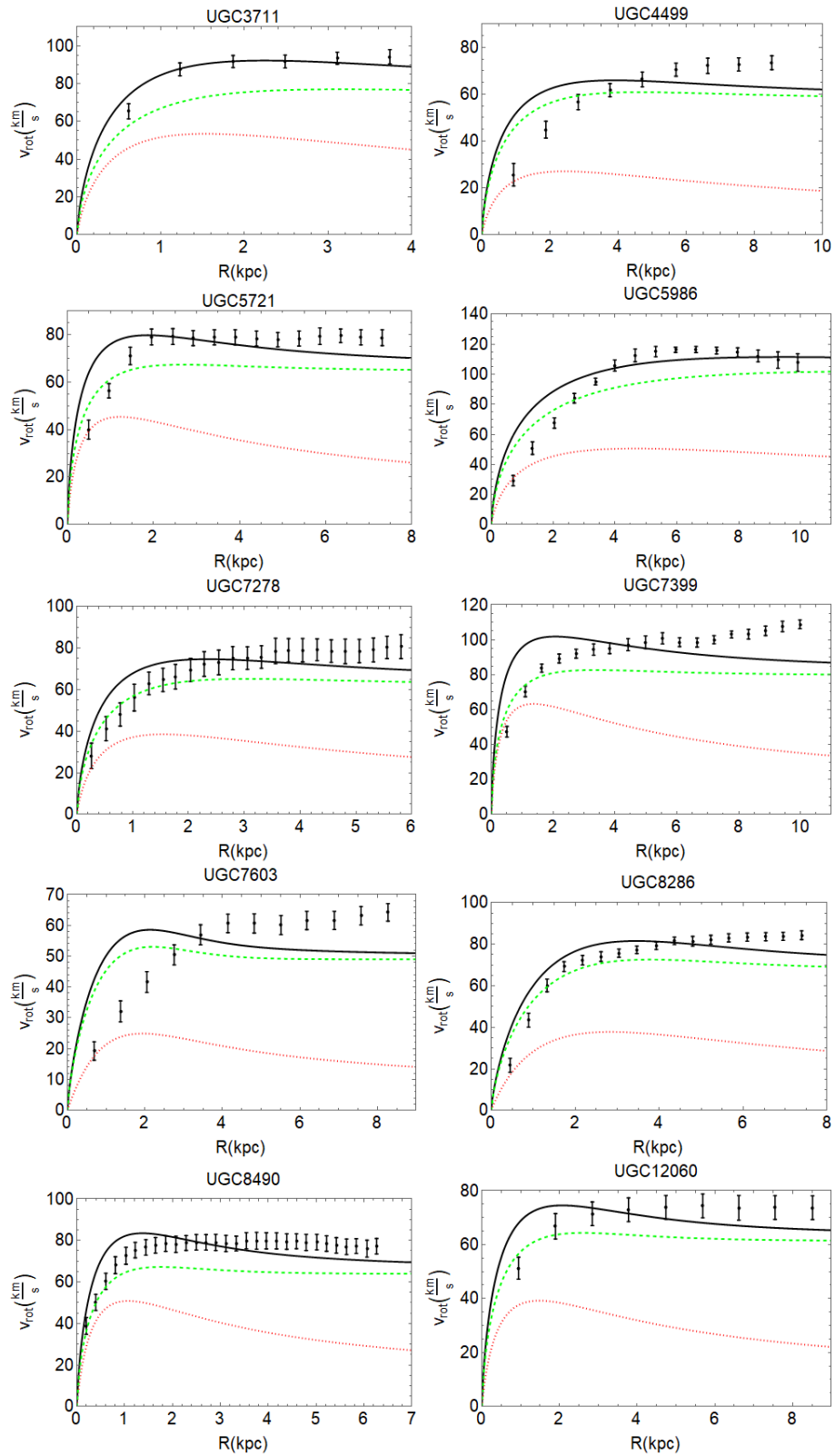
7. ábra. A Verlinde elmélethez tartozó illesztések a  $H_0 = 60 \text{ km/sMpc}$  Hubble-állandó rögzített értékénél. Piros színel jelöltem a barionikus komponenst, zöld színel a Verlinde elmélet komponensét, míg fekete színel a kettő összegét.



8. ábra. A Verlinde elmélethez tartozó illesztések a  $H_0 = 65 \text{ km/sMpc}$  Hubble-állandó rögzített értékénél. Piros színel jelöltem a barionikus komponenst, zöld színel a Verlinde elmélet komponensét, míg fekete színel a kettő összegét.



9. ábra. A Verlinde elmélethez tartozó illesztések a  $H_0 = 70 \text{ km/sMpc}$  Hubble-állandó rögzített értékénél. Piros színel jelöltem a barionikus komponenst, zöld színel a Verlinde elmélet komponensét, míg fekete színel a kettő összegét.



10. ábra. A Verlinde elméletéhez tartozó illesztések a fényességeloszlás alapján a  $H_0 = 67,8 \text{ km/sMpc}$  Hubble-állandó rögzített értékénél. A piros szín a barionikus komponenst, zöld szín a Verlinde komponensét jelenti, míg fekete a kettő összegét.



## 8. Összefoglalás

A tisztán barionikus illesztések alapján látható, hogy a mért forgásgörbék értelmezéséhez, az általános relativitás elméletben, szükséges a barionikus anyag mellett egy másik tag bevezetése is [6].

Az egyik ilyen korrekciós tag a NFW modell volt, amellyel már jelentősen javult az illesztések pontossága. [14]

A másik tag a Verlinde modell volt, amellyel több különböző illesztést is végeztem. Azt tapasztaltuk, hogy a Verlinde modellben nem lehet magyarázni a forgásgörbéket csak barionikus anyag jelenlétében ha figyelembe vesszük a fényességeloszlás adatokat [8]. Azonban ha nem vesszük figyelembe a fényességeloszlásból kapott adatokat [12], akkor megfelelő barionikus modell használatával lehet magyarázni a forgásgörbéket olyan Hubble konstans értékre is, amit a PLANCK űrszonda méréseiből származtattak ([16],[17]). A Hubble-állandó 4 fix értékéhez tartozó illesztések is jelentősen javították a pontosságon.

Ezek alapján elmondhatjuk, hogy a vizsgált 10 törpegalaxisnál a NFW és Verlinde modellek alkalmazása jelentősen javították az illesztések pontosságát a tisztán barionikus modellhez képest. Viszont a 10 vizsgált galaxis nem elég egy végleges konklúzió megállapításához.

## 9. Köszönetnyilvánítás

Szeretnék köszönetet mondani témavezetőimnek, **Dr. Keresztes Zoltánnak** és **Dr. Kun Emmának**, az ő segítőkészségük és határtalan türelmük nélkül nem készülhetett volna el a diplomamunkám. Továbbá hálás vagyok a sok hasznos tanácsért és instrukcióért is.

## Hivatkozások

- [1] Planck Collaboration et al., *Astronomy & Astrophysics*, 594, 13 (2016).
- [2] F. Zwicky, *Astrophys. J.* 86, 217 (1937).
- [3] V. C. Rubin, N. Thonnard, W. K. Ford, Jr., *Astrophys. J. Lett.* 225, L107 (1978).
- [4] V. C. Rubin, D. Burstein, W. K. Ford, Jr., N. Thonnard, *Astrophys. J.*, 289, 81 (1985).
- [5] Erik P. Verlinde, arXiv:1611.02269 (2016).

- [6] E. Kun, Z. Keresztes, A. Simkó, G. Szűcs, and L. Á. Gergely, *Astronomy & Astrophysics*, 668 (2017).
- [7] E. Tempel, P. Tenjes, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 371, 1269 (2006).
- [8] Andrius Tamosiunas, David Bacon, Kazuya Koyama, Robert C. Nichol, arXiv:1901.05505 (2019)
- [9] E. Kun, Z. Keresztes, A. Simkó, G. Szűcs, and L. Á. Gergely, *Astronomy & Astrophysics*, (2018).
- [10] Peter J. Tuben, 2002ASPC..275..217T
- [11] R. A. Swaters, R. H. Sanders, S. S. McGaugh, arXiv:1005.5456
- [12] Aurelien Hees, Benoit Famaey, Gianfranco Bertone, arXiv:1702.04358
- [13] M. P. Hobson, G. P. Efstathiou and A. N. Lasenby 2006 *General Relativity*
- [14] Julio F. Navarro, Carlos S. Frenk, Simon D. White *The Astrophysical Journal*, 462:563-575, 1996
- [15] E. Tempel, A. Tamm and P. Tenjes *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 000, 1–12 (2008)
- [16] Wendy L. Freedman, Barry F. Madore, Brad K. Gibson arXiv:astro-ph/0012376v1
- [17] David N. Spergel, M. Bolte and W. Freedman *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* 94 (1997)
- [18] Planck Collaboration, 2016, *A&A*, 594, A13

## Nyilatkozat

Alulírott Deák Bence Fizikus MSc szakos hallgató (ETR azonosító: bedvaat.sze.) a Galaxis forgásgörbék a Navarro-Frenk-White modellben és a Verlinde elméletben című diplomamunka szerzője fegyelmi felelősségem tudatában kijelentem, hogy dolgozatom önálló munkám eredménye, saját szellemi termékem, abban a hivatkozások és idézések általános szabályait következetesen alkalmaztam, mások által írt részeket a megfelelő idézés nélkül nem használtam fel.

Szeged, 2019. május 18.

Deák Bence  
aláírás