

**Szegedi Tudományegyetem
Természettudományi és Informatikai Kar**



Diplomamunka

Válogatott nyílthalmazok griz szűrős fotometriai vizsgálata

Czavalinga Donát Róbert
Fizikus MSc szakos hallgató

Témavezető: Dr. Hegedüs Tibor

Szeged
2017

Tartalomjegyzék

1.	Bevezetés	2
2.	Elméleti áttekintés	3
2.1.	Nyílthalmazok	4
2.2.	Hertzsprung-Russel Diagram	5
2.3.	Csillagok feketetest-sugárzása	6
2.4.	CMD (colour-magnitude diagram)	8
2.5.	Izokrón görbe	8
3.	Használt műszerek	9
3.1.	ugriz szűrőrendszer	9
3.2.	CCD detektor	10
4.	Képfeldolgozás	11
4.1.	Képek alapkorrekciója	11
4.1.1	Bias korrekció	11
4.1.2	Dark korrekció	11
4.1.3	Flat korrekció	12
4.2.	Fotometriai eljárások	14
4.2.1	Apertúra fotometria	15
4.2.2	PSF fotometria	15
4.3.	Extinkciós korrekció és standard transzformáció	15
5.	Adatok elemzése	19
5.1.	NGC 2281 nyílthalmaz	19
5.2.	NGC 6738 nyílthalmaz	21
5.3.	NGC 7142 nyílthalmaz	23
6.	Összefoglalás	24
7.	Irodalomjegyzék	25
8.	Függelék	26
8.1.	NGC 2281 nyílthalmaz adatai	26
8.2.	NGC 6738 nyílthalmaz adatai	28
8.3.	NGC 7142 nyílthalmaz adatai	30
8.4.	Csillagokat összepárosító program	32
9.	Köszönetnyilvánítás	33

1. Bevezetés

Az égre tekintve az ember különböző fényességű csillagokat lát. Szabad szemmel vizsgálódva a városban pár tucat fényes csillag mellett több száz halványabb csillagot figyelhet meg. Tiszta időben a városoktól távol, ahol alacsony a fényszennyezés az ember szabad szemmel kb. 2000-2500 csillagot tudna összeszámolni. A csillagok különböző fényességének az a két fő oka, hogy maguk a csillagok különböző fizikai jellemzőkkel rendelkeznek, így más és más intenzitással sugároznak fényt. A másik ok pedig, hogy a csillagok különböző távolságokra vannak tőlünk. Minél távolabbról vizsgálunk, egy csillagot annál halványabbnak látjuk azt.

Ez a fizikai törvényszerűséget már nagyon rég óta ismerték. A 17. században William Herschel a Tejútrendszer szerette volna feltérképezni. Ehhez viszont ismernie kellett volna a csillagok Földhöz viszonyított távolságát. Azt feltételezte, hogy a csillagok egyforma mértékben sugároznak és csak azért látja halványabbnak az egyes csillagokat, mert azok messzebb helyezkednek el. Ez a feltevés szigorúan nézve természetesen nem volt helyes, így hibás eredményt is kapott. De Herschel problémája rámutatott arra, hogy milyen nehéz a csillagokat összehasonlítani, ha nem ismerjük azok távolságát. Mivel nem tudjuk megmondani, hogy egy közeli, de halvány csillagot figyelünk meg vagy egy távoli, de igen fényes csillagot vizsgálunk éppen. A távolságok hiányos ismerete mind a mai napig a csillagászat egyik legnagyobb problémája. Ennek okán rengeteg módszer született arra, hogy hogyan legyünk képesek csillagok távolságát megmérni. Egyik ilyen ötlet volt, hogy mivel a Föld kering a Nap körül, félévente mindig a Nap másik oldalára kerül át és így egy csillag távolságát egy egyszerű háromszögeléssel meg lehetne állapítani. De távoli csillagok pontos távolságának meghatározásához igen precíz műszerek kellenek. A nemrég munkába állt Gaia űrszonda segítségével úgy néz ki, hogy a Tejútrendszeren belül végre sikerülhet valóban nagyszámú csillag pontos távolságát kimérni. De ameddig a Gaia nem állt munkába több más eszközt és módszert is kidolgoztak, amelyek segítségével lehetséges volt csillagokat összehasonlítani és mivel a Gaia sem tudja az összes csillagot kimérni, a jövőben is fontosak maradnak ezek a módszerek.

Az egyik legegyszerűbb ötlet, ha csak olyan csillagokat hasonlítunk össze, amelyekről tudjuk, hogy közelítőleg azonos távolságra vannak a Földtől, így a távolság miatti fényességcsökkenés ugyanúgy hat az összes csillagra.

Többek között ezért is igen fontos a nyílthalmazok tanulmányozása mivel a tagjairól el lehet mondani, hogy jó közelítéssel azonos távolságra vannak a Földtől.

2. Elméleti áttekintés

(web1) A csillagok nagy tömegű interstelláris molekulafelhők belsejében keletkeznek. Egy óriás molekulafelhő tipikus mérete 10-100 parszek közötti. A Tejútrendszerben rengeteg ilyen molekulafelhő található.

A molekulafelhők dinamikus egyensúlyhoz közeli állapotban vannak.

$$2U + \Omega \approx 0 \quad (1)$$

ahol az U a belső energia, míg Ω a felhő teljes potenciális energiája

Ha viszont valamilyen perturbáció hatására ez az egyensúly megbomlik, előfordul, hogy a gravitáció legyőzi a belső nyomást és a felhő összehúzódásba kezd.

$$|\Omega| > 2U \quad (2)$$

Kiindulva a fenti egyenletből, ha ismerjük a felhő belső és potenciális energiáját a következő kifejezést kapjuk,

$$M_J = \left(\frac{3}{4\pi} \cdot \frac{5\mathcal{R}}{G\mu} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot T^{\frac{3}{2}} \rho^{-\frac{1}{2}} \quad (3)$$

ahol, az \mathcal{R} az egyetemes gázállandó, μ az átlagos molekulásúly, G a gravitációs állandó, T a hőmérséklet és ρ a sűrűség. M_J pedig a Jeans-tömeg.

Tehát ha a felhő eléri ezt a kritikus tömeget, akkor összehúzódásba kezd. A felhő anyaga kezdetben igen ritka, az összehúzódás során jó ideig a felszabaduló gravitációs energia kisugárzódik, így az összehúzódásnak ez a fázisa izotermikus.

Az összehúzódás során a felhő Jeans-tömege folyamatosan csökken mivel arányos a sűrűséggel: $M_J \sim \frac{1}{\sqrt{\rho}}$ és a ρ folyamatosan nő az összehúzódás miatt. A felhő kisebb részei is instabillá válnak, és önálló összehúzódásba kezdenek. Ilyenkor több kisebb részre szakad szét a felhő. Ezt nevezzük fragmentációnak. A fragmentáció leállása után a felhő továbbra is

folytatja az összehúzódást és egyedi protocsillagok jönnek létre. Később ezekből lesznek a normál csillagok. Ezért van az, hogy a csillagok csoportosan keletkeznek, általában egy helyen és egy időben.

Ezen folyamatok során jönnek létre az asszociációk, melyek igen laza csoportosulások. Nagyobb számosságúak és kötöttebb csoportokat pedig nyílthalmaznak nevezünk.

2.1 Nyílthalmazok

A nyílthalmazok pár tucattól az ezres darabszámig terjedő csillagok laza társulásai, amelyek a Tejútrendszer síkja közelében keringenek. A halmaz átmérője 1-20 parsec között van. Tagjai általában fiatal, fémben gazdag csillagok.

Mivel a nyílthalmazok gravitációsan csak gyengén kötöttek, ezért relatíve hamar „szétszélednek” az egyedi csillagok és csillagászati értelemben rövid idő elteltével már nem lehet felismerni az addig létezett nyílthalmazt. Tehát ha ilyet látunk, még a szétesés előtti állapotban kell, hogy legyen.

A fiatal csillagok pedig általában azért fémben gazdagok, mivel keletkezésük ideje előtt az életüket már leélt, korábbi csillagok már teleszórták a csillagokat szülő molekulafelhőket nehezebb elemekkel.

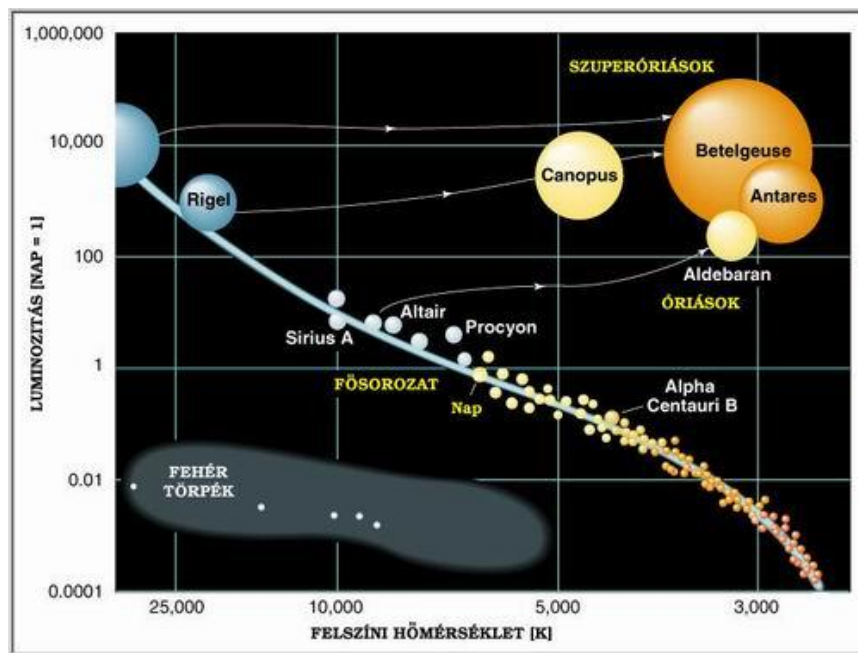
A nyílthalmaz csillagai csillagászati értelemben körülbelül egy időben és egy helyen keletkeztek. Ezen két plusz információ segítségével pedig a halmazban található csillagokat össze tudjuk hasonlítani egymással. A Tejútrendszerben rengeteg ilyen halmaz van, számukat több ezerre becsüljük.



1. ábra Az egyik legközelebbi nyílthalmaz a Fiala (web 2)

2.2 Hertzsprung-Russell Diagram

(web 1, web 4) A 20. század elején Einar Hertzsprung (1873-1967) dán–holland és Henry Norris Russell (1877-1957) amerikai csillagász hozta létre a csillagászat egyik legfontosabb diagramját. A vízszintes tengelyen fordított skálán a csillag felszíni hőmérséklete, míg a függőleges tengelyen a csillag abszolút fényessége vagy luminozitása van.



2. ábra Hertzsprung-Russel Diagram (web 1)

Látható, ha felpöttyözzük a csillagokat, akkor nem véletlenszerűen oszlanak el, hanem jól meghatározott csoportokban. Egy csoportban hasonló fizikai jellemzőkkel rendelkező csillagok vannak. A csillagok a fejlődésük során ezeket a csoportokat járják végig. Fontos itt megjegyezni, hogy ez az útvonal erősen függ a csillag tömegétől.

Főbb csoportok:

Fősorozat (Main Sequence): A csillagok magjában hidrogén égés történik. Ebbe a csoportba tartozik bele a mi Napunk is.

Vörös óriás ág (Red Giant Branch): a héjban van hidrogén égés, a mag inaktív.

Horizontális ág (Horizontal Branch): a héjban továbbra is hidrogén égés megy végbe viszont, a magban beindul a Hélium égés.

Aszimptotikus óriás ág (Asymptotic Giant Branch): szén és oxigén égés a magban, héjban pedig hidrogén- és héliumfúzió van.

Tehát ha ismerjük a csillagok abszolút fényességét és a felszíni hőmérsékletét, akkor fel tudjuk helyezni a Hertzsprung-Russell diagramra és ezzel már meg tudjuk mondani, hogy milyen folyamatok mehetnek végbe a csillagban.

A probléma viszont az, hogy nem tudunk odamenni és megmérni, hogy a csillag abszolút fényessége mennyi, és első nekifutásra azt sem könnyű meghatározni, hogy mekkora a hőmérséklete.

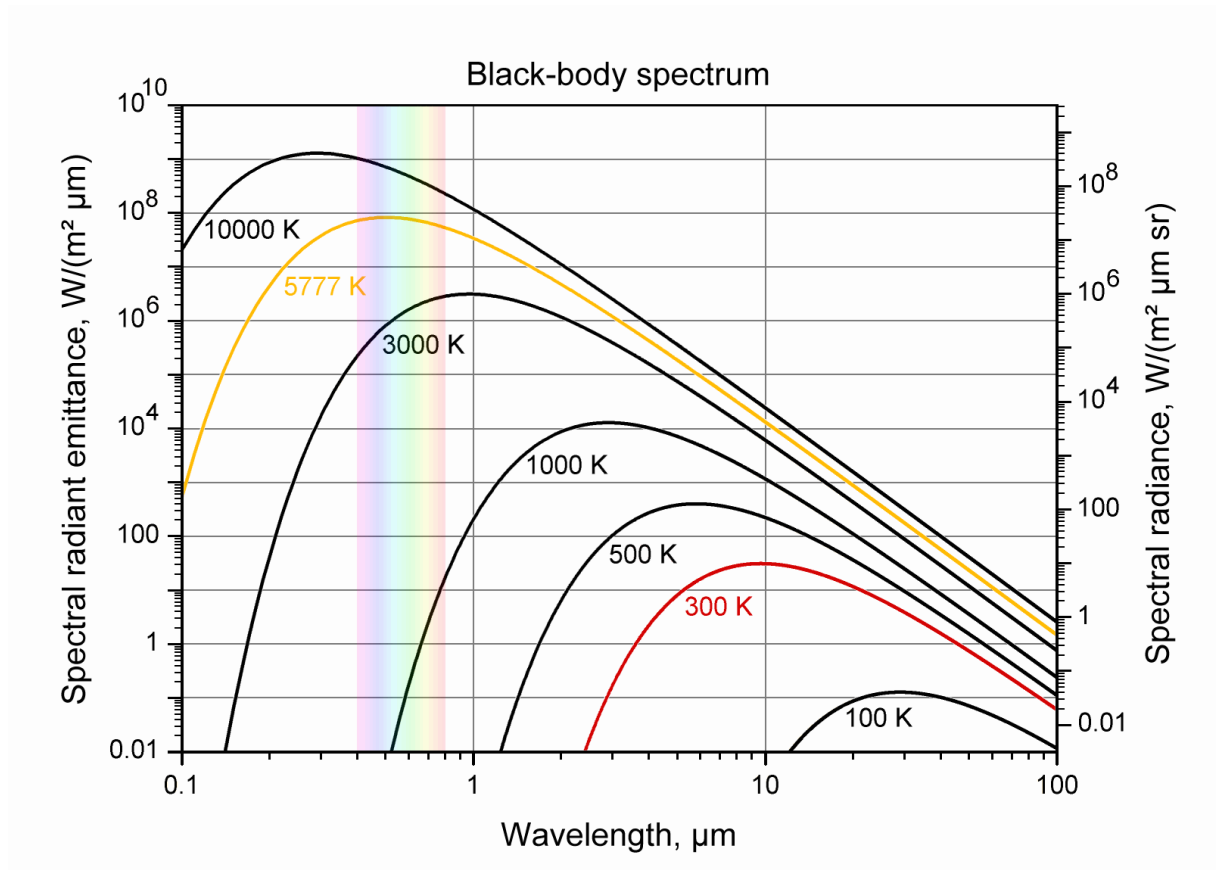
2.3 Csillagok feketetest-sugárzása

Mivel a csillagok felszíni hőmérsékletét nem tudjuk közvetlenül megmérni, ezért más módszert kellett kitalálni. A csillagok spektroszkópiai elemzése során felvették az energia kisugárzás spektrális eloszlását és azt figyelték meg, hogy igen hasonló a Földön ekkor már előállított feketetest-sugárzás spektrális eloszlásához. A feketetest egy olyan ideális test, amely bármilyen hullámhosszú elektromágneses sugárzást teljes mértékben elnyel. A csillagokra ez a feltétel egész jól teljesül és ezt fel lehet használni a felszíni hőmérséklet kiszámítására.

Ezt a fajta spektrális eloszlást a Planck-féle sugárzási törvény írja le (web 1):

$$I(\lambda, T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1} \quad (4)$$

ahol, λ a hullámhossz, c a fénysebesség, k a Boltzmann-állandó, T az abszolút hőmérséklet.



3. ábra Planck görbe (web 4)

Látható, hogy az intenzitás a hullámhossz függvényében csak a hőmérséklettől függ.

Ha két hullámhosszon is mintavételezzük a csillag látszó magnitúdóját, majd ezt kivonjuk egymásból, akkor a csillag felszíni hőmérsékletével korreláló értéket kapunk. Ezt nevezzük színindexnek. Megfelelő kalibráció után ennek megmérése megadja a csillag „effektív” hőmérsékletét.

2.4 CMD (Colour-Magnitude Diagram)

A csillagok valódi luminozitását sem ismerjük. De nekünk az is elegendő lehet, hogy a csillagok egymáshoz viszonyított fényességértékeit hasonlíttjuk össze. Azonban a bevezetőben már volt szó, hogy ez erősen függ a csillagok távolságától is. Viszont egy nyílthalmazban, feltételezhetjük azt, hogy a csillagok nagyjából egyforma távolságokra vannak tőlünk hisz egymáshoz nagyságrendekkel közelebb vannak, mint a Földhöz.

Ha a csillagok mért fluxusait úgy ábrázoljuk, hogy a függőleges tengelyre a látszó magnitúdó kerül, és a vízszintes tengelyen pedig egy színindex van, akkor az így ábrázolt diagramnak CMD (colour-magnitude diagram) a neve. Célunk ennek a diagramnak az elkészítése. Ismerve a látszó magnitúdót, ha ismernénk az abszolút magnitúdót, az intersztelláris vörösödést és az extinkciót, akkor a távolságmodulus segítségével ki tudnánk számolni a nyílthalmaz távolságát. A csillagászat fotometriai távolságformulája alapján:

$$\mu = m - M = -5 + 5 \log d + A_\lambda \quad (5)$$

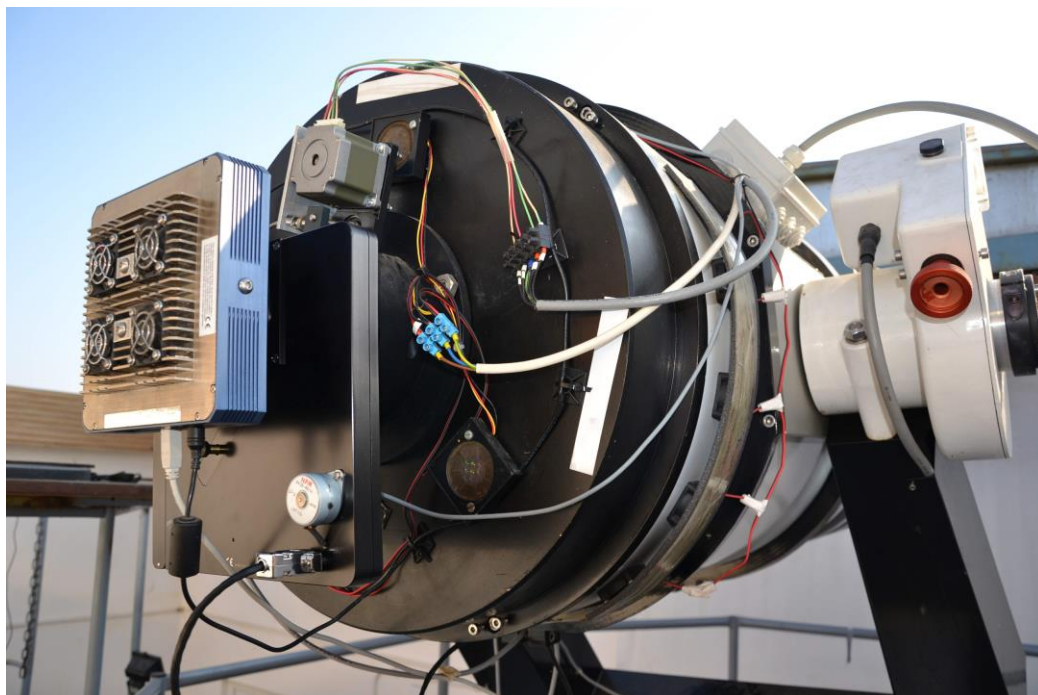
ahol, d a távolság parszekben, μ a m látszó-, és az M abszolút magnitúdó közötti különbség, az A_λ pedig az extinkcióval arányos tényező, a csillag és az észlelő közötti térben fizikai okokból bekövetkezett fényességcsökkenés mértéke.

2.5 Izokrón görbe

Mivel a nyílthalmaz tagjairól feltételezzük, hogy egyszerre születtek meg, így egy elméletileg számolt modellt illeszthetünk az adott halmaz CMD-jére. Egész pontosan egy úgynevezett izokrón görbét, amely összeköti az azonos korú, de különböző tömegű csillagokat. Az adott, általunk vizsgált halmaz életkorát az izokrón görbeseregéből a méréseinkből felrajzolt CMD-re legjobban illeszkedő izokrónhoz tartozó korról jellemezhetjük. Ha az elméletileg számolt értékeket abszolút magnitúdóban adtuk meg, akkor az eltolás mértéke adja meg $\mu = m - M$ -et. A izokrón görbe vízszintes eltolása pedig a $E(\lambda_1 - \lambda_2)$ színexcesszust, amelyből lehet következtetni az A_λ értékére. Így pedig ki lehet számolni a nyílthalmaz tőlünk mért távolságát is.

A munkám során (Girardi, 2004) által, elméletileg számolt izokrón görbéit használtam, mivel ezeket a görbéket az ugriz fotometriai rendszerben is meghatározták.

3. Használt műszerek



4. ábra A Bajai Observatórium BART nevű távcsőve

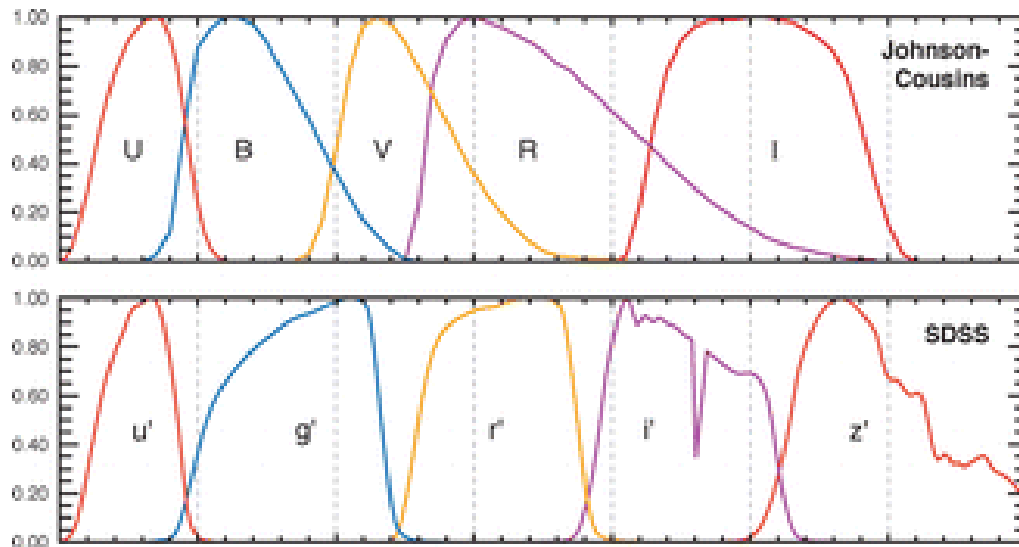
2013 és 2015 között több közeli nyílthalmazról készültek képek a Bajai Observatóriumban. A képeket a témavezetőm Dr. Hegedüs Tibor és munkatársai készítették. Ezen képek még nem kerültek feldolgozásra és az én feladatomban volt a képek kiértékelése. A felvételek a BART 50cm-es tükörátmérővel rendelkező távcsővel készültek. A távcső érdekessége, hogy SDSS ugriz szűrőrendszert használt, ami akkoriban még egyedülálló volt hazánkban, és egy új kísérleti próbálkozás kezdetének tekinthető. A távcsövön és a szűrőrendszeren keresztül érkező fotonokat pedig egy a távcsőre szerelt CCD detektor rögzítette.

3.1. ugriz szűrőrendszer

A tudományos célú csillagászati képek mindig több különböző szűrőben készülnek el. A szűrők csak bizonyos hullámhosszokon eresztenek át. A legelterjedtebb ilyen szűrőrendszer a Johnson-Morgan féle UBVRI rendszer.

De léteznek másfajta, szűrőrendszerek, is mint például a SDSS égbolt felmérő programban is használt SDSS ugriz szűrőrendszer. Előnye, a Johnson-Morgan szűrőkkel szemben, hogy a szűrők átteresztési függvényei az SDSS ugriz szűrők esetén nem fedik át egymást, a széleken

sem. Így nem eresztnek át ugyanazon a hullámhosszon. A SDSS ugriz szűrőrendszer 5 szűrőből áll az u-ból, g-ből, r-ből, i-ből és a z-ből. Az áteresztő képességük a Johnson-Morgan féle szűrőrendszerrel összehasonlítva a 5. ábrán látható:



5. ábra A UVBRI és ugriz szűrők közötti különbség (web 5)

Munkám során én csak a g, r, i, z, szűrőket használtam

3.2 CCD detektor

(web 6) A CCD detektorok a csillagászatban jelenleg a legelterjedtebb képrögzítő eszközök. A CCD rövidítés jelentése (Charge-coupled Device) azaz töltéscsatolt eszköz. A kamera működésének alapja a fotodióda, amely fényérzékeny és benne a belső fotóeffektus miatt a beérkezett fény mennyiségével arányos mértékű töltés keletkezik, amely egy potenciálgödör kialakításával a CCD elemi egységében (ezt pixelnek nevezzük) halmozódik fel. Az összegyűlt töltés nagyságát megmérve következtethetünk az adott pontra beérkezett fény mennyiségére. Ha egymás mellé több ilyen kis egységet helyezünk el, s megfelelően változtatjuk az ezekre kapcsolt feszültséget, akkor a bennük összegyűlt töltéscsomagok mozgathatóvá válnak.

A CCD kamera tehát fotodiódákból, tárolóegységekből és az ezekhez kapcsolódó töltésléptető elektródákból áll, amelyek egy mozaikszerűen elhelyezett négyzet alakú szilíciumlapkán vannak hozzá kapcsolva egy kiolvasó áramkörhöz.

Mint minden mérőeszköz, ezek a kamerák sem tökéletesek, így minden kép hibákkal terhelt. A hibák nagy része viszont ismert és korrigálhatóak.

4. Képfeldolgozás

4.1. Képek alapkorrekciója

A korrekciók elvégzésére az IRAF (Image Reduction and Analysis Facility) nevű programcsomagot használtam. Dr. Bíró Imre Barna, a Bajai Observatórium csillagásza, írt az IRAF-hez, egy a munkámat megkönnyítő programcsomagot. Ennek segítségével a Bajai Observatóriumban készült képek gyorsabban feldolgozhatóak voltak.

4.1.1 Bias korrekció

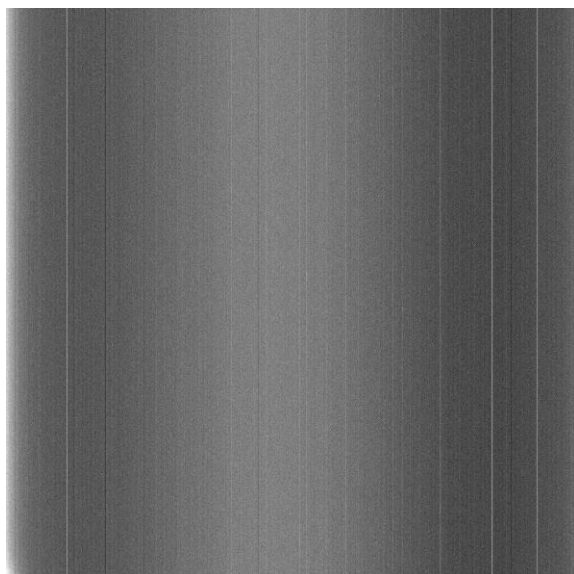
A kiléptetés miatt elő van feszítve a CCD detektor, és emiatt, ha nem is csinálunk semmit csak kiolvassuk a pixeleket már bekerül jel a rendszerbe. A tapasztalat szerint ennek a zajnak a döntő része az előerősítő chipben keletkezik.

A bias képek elkészítése során a kamera rekesze zárva marad és 0 expozíciós idejű képeket készítünk. Ez a kép megmutatja, hogy mekkora a kamera alapjelszintje. Több ilyen felvételt készítünk az éjszaka folyamán majd átlagoljuk ezeket és levonjuk a feldolgozásra szánt képekből. Egyes CCD chip típusok fényérzékeny területe mellett, fénytől eltakarva kialakítanak néhány plusz sort/oszlopot, amelyek folyamatosan, akár minden expozíciónál mintavételezhetővé teszik a bias-t.

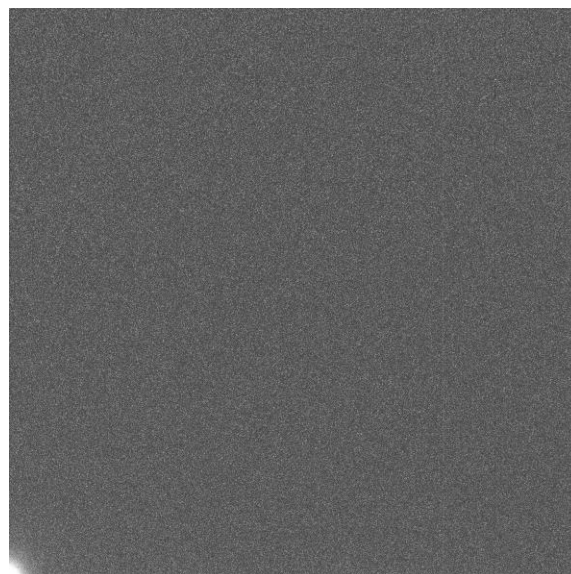
4.1.2 Dark korrekció

A fotodiódában nemcsak fotonok miatt válik ki elektron, de hőmérséklet hatására is. Bár ezen elektronok száma sokkal kevesebb, mint a fotonok által kiváltott elektronok, de számuk nem elhanyagolható.

A dark képek elkészítése során a kamera rekesze zárva marad, de már nem olvassuk ki azonnal a képet, hanem hosszabb expozíciós idejű képeket készítünk. Fontos, hogy az expozíciós idő és a kamera hőmérséklete megegyezzen a dark és az objektumról készített képek során, mivel a keletkező elektronok száma függ az expozíciós időtől is, és a hőmérséklettől is. Az este folyamán ebből a képtípusból is többet készítünk, majd átlagoljuk és elvégezzük a bias korrekciót (az átlagolt bias képpel). Végezetül az így kapott „mester dark” képet levonjuk a bias-korrigált objektumképekből.



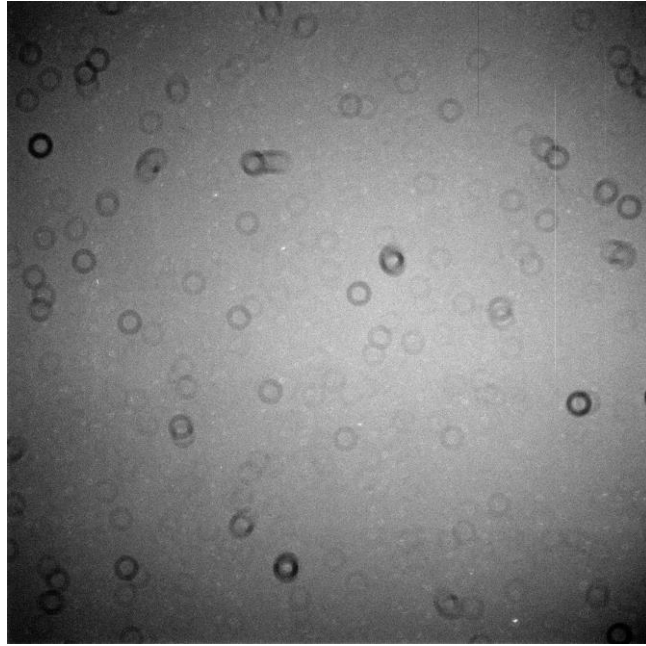
6. ábra Átlagolt bias kép



7. ábra Átlagolt Dark kép

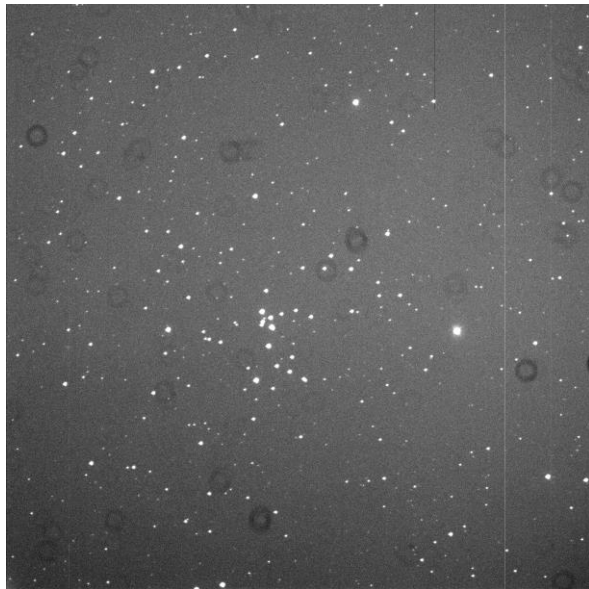
4.1.3 Flat korrekció

A CCD detektor pixeljei különböző érzékenységek, valamint a távcső és a chip elé helyezett szűrők helytől függő fényáteresztő képessége miatt, konstans fényességű kivilágítás esetén is, különböző a pixelekből különböző fényességértékeket kapunk. Emellett, a detektorra és a szűrőkre kerülő por- és jégszemcsék is árnyékot vetnek a detektor pixeleire. A flat képek elkészítése során a detektor pixeleit konstans fényességgel világítjuk ki. Két lehetőségünk van ilyen típusú képek elkészítésére: vagy a szürkületi, hajnali égboltról készítünk képeket, vagy a kupolában van elhelyezve egy kivilágított fehér lepedő. A képeket több szűrőben is el kell készíteni. Szűrőnként átlagoljuk a képeket, úgy, hogy a képek mediánját vesszük. A flat képek is terheltek az előző kétféle hibával, így azokat is le kell vonni a képekből. Majd az elkészült és egyre normált flat képpel le kell osztani az objektum képeket.



6. ábra Átlagolt r szűrős flat kép

Végeredményül pedig megkapjuk a már redukált, tiszta objektumképeket:



7. ábra Nyers objektum kép



8. ábra Redukált objektum kép

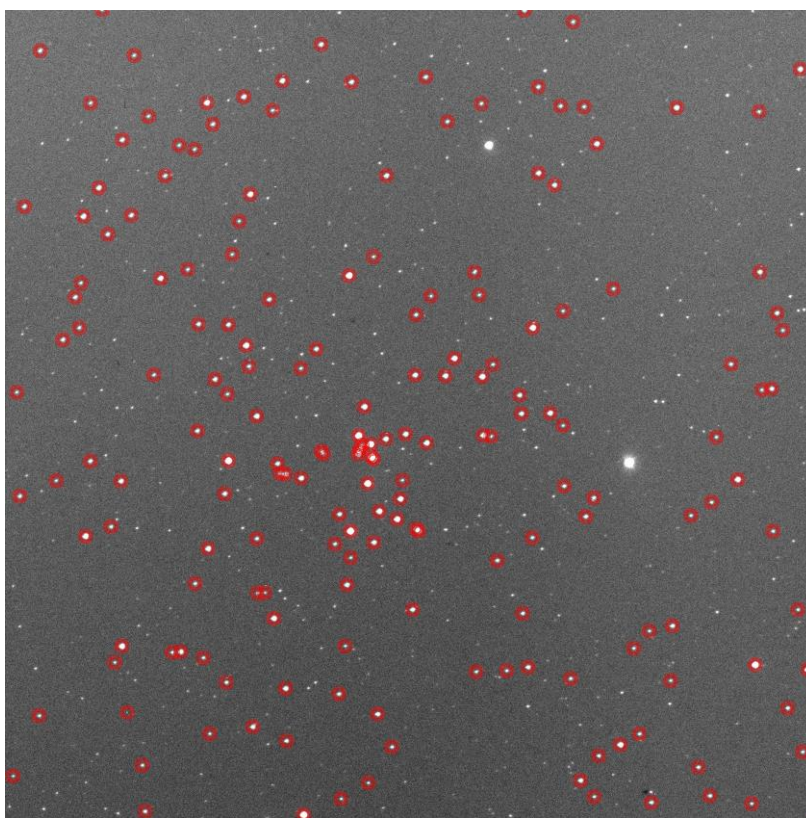
4.2 Fotometriai eljárások

A képeken a csillagok nem pontszerűek, mivel egyrészt a fény hullámtermészete miatt a távcső kör alakú bemeneti nyílásán elhajlik a fény. Az intenzitás eloszlása pontos fókuszálás esetén jellegzetes Airy-féle korongba fog rendeződni. Emellett a légkör is elkeni a csillagoknak a képét, ezért végsősoron a detektoron „csillagprofil”-ként egy jellegzetes intenzitás-eloszlású korong jelenik meg.

Mivel csillag összfényességének a túlnyomó része a korongon belül van, ezért olyan eljárást kell találni, ahol az összes olyan pixel intenzitásértékét megmérjük és összeadjuk, amelyre a csillag profilja ráesik.

A csillagok koordinátáinak megkeresését az IRAF-en belül végeztem. Nekem elegendő volt megadni a csillagok átlagos félérték-szélességét, a program pedig magától megkereste a csillagokat és az egyes képeken kiszámolta a háttér szórását is.

Mivel az éjszaka folyamán több kép is készült és a bár távcső követi az objektumot de, ennek ellenére is a csillagprofil közepe különböző képeken nem ugyanarra a pixelre fog esni, ezért képről képre újra el kell végezni a csillagok azonosítását.



9. ábra A megtalált csillagok

4.2.1 Apertúra fotometria

Az apertúra fotometria esetén a már megtalált csillagok korongja körül definiálunk egy apertúrát és az azon belül található pixelek intenzitását adjuk össze. Úgy kell megválasztani az apertúrát, hogy lehetőleg a legkisebb átmérőjű legyen, de a teljes csillagprofil lefedje. Ezzel a módszerrel azonban bele számoljuk a háttér fényességét is ezért, ezt le kell vonni. Az apertúra köré teszünk egy körgyűrűt és az ott található pixelek intenzitását átlagoljuk, ez pedig a háttér fényességeként definiáljuk. Ezt is minden képre külön elvégezzük.

A következő program az egyes képeken azonosítja a csillagokat és ellátja egy sorszámmal. Majd a csillagok eloszlásának segítségével megkeresi a referenciaképen található csillagokat a többi képen is és ugyanazon sorszám mögé teszi be. A végén, így kaptam egy olyan fájlt, amelyben szerepelnek az egyes csillagok instrumentális magnitúdó értékei képekre lebontva. Az apertúra fotometria esetén, megvan az esélye annak, hogy egy másik csillagprofil is belelóg az apertúrába és hozzáadódik a mért csillagunk fényességéhez meghamisítva a keresett fényességértékeket.

4.2.2 PSF fotometria

A PSF fotometria esetén arról van szó, hogy a 3 dimenziós csillagprofil egy függvény forgatásával nyert felülettel közelíthető. A csillaghoz tartozó PSF (Point Spread Function) pontkiszélesedési függvény térfogati integrálja a csillag fényességével arányos. Ez határozza meg a csillag fényességét. Ez az eljárás igen hosszadalmas, és igen jó csillagprofilok kellenek hozzá, de nagy előnye, hogy sűrű csillagmező esetén is megbízhatóan működik.

A PSF fotometriát azonban nehéz automatizálni, minden egyes képre külön el kell készíteni.

4.3 Extinkciós korrekció, standard transzformáció

A kapott instrumentális magnitúdók nem egyeznek meg a csillagtól származó „tiszta” látszó magnitúdóval mivel, egyrészt a légkörön keresztül mérünk és az optikai rendszerünknek is van egy átviteli függvénye, amely torzítja az adatokat.

Ahhoz, hogy ki tudjuk számolni a valós látszó magnitúdókat ismerni kell mind a levegő hatását mind pedig az optikai rendszer átviteli függvényét.

A légkörünk fényelnyelő és fényszóró közeg ezért csökkenti a csillagok fényességét, ezt nevezzük extinkciónak. Az extinkció erősen függ a sugárzás hullámhosszától és hogy a fény

milyen vastag légrétegen halad keresztül. Az atmoszféra vastagságát csillagászatban a levegő tömeggel jellemezzük. A zenitben, vagyis a fejünk feletti pontban definíció szerint 1 a levegőtömeg értéke. A horizonthoz közeledve egyre inkább növekedik. A Föld görbülete miatt elég bonyolult kiszámolni a valódi levegőtömeget, de van egy közelítő interpolált formulája, amely jó közelítéssel adja vissza a levegőtömeget (X) a zenittávolság (z) függvényében. (Hardie, 1962)

$$X(z) = \sec(z) - 0,0018167(\sec(z) - 1) - 0,002875(\sec(z) - 1)^2 - 0,0008083(\sec(z) - 1)^3 \quad (6)$$

A program, amelyet használtam automatikusan kiszámolta a levegőtömeget minden egyes képre. Mivel jó közelítéssel feltételezhetjük azt, hogy a kép két széle között nincs akkora eltérés a levegőtömegben, így az egy képen lévő csillagokra használhatjuk ugyanazt a levegőtömeget. A levegőtömeg ismeretében pedig végrehajtható az extinkciós korrekció, ha a következő egyenleteket használjuk:

$$g_0 = g - k_g \cdot X \quad (7a)$$

$$r_0 = r - k_r \cdot X \quad (7b)$$

$$i_0 = i - k_i \cdot X \quad (7c)$$

$$z_0 = z - k_z \cdot X \quad (7d)$$

ahol, a g, r, i, z az instrumentális magnitúdók, a g_0, r_0, i_0, z_0 a légkörön túli instrumentális magnitúdó, X a levegő tömeg k_g, k_r, k_i, k_z extinkciós együtthatók. Az g, r, i, z indexek pedig a megfelelő szűrőket jelölik.

Látható, hogy az instrumentális magnitúdó, a levegőtömegtől, a légkörön túli instrumentális magnitúdótól és az extinkciós együtthatótól függ. A légkörön túli instrumentális magnitúdó minden képen megegyezik ugyanarra a csillagra és az extinkciós együttható is feltételezhetően állandó marad az este folyamán. Azonban az éjszaka előrehaladtával a csillagokról különböző levegőtömegek alatt készültek a képek. Ezért az egyedi csillagok instrumentális magnitúdóját ábrázolhatjuk a levegőtömeg függvényében. Erre a ponthalmazra pedig egy egyenest tudunk illeszteni. Az egyenes meredeksége határozza meg az extinkciós együtthatót, míg a függőleges tengelymetszete a légkörön túli instrumentális magnitúdó lesz.

Minden optikai rendszernek más az átviteli függvénye ezért, ha szeretnénk más mérésekkel is összehasonlítani a saját mérésünket, át kell transzformálni a csillagok fényességértékeit egy standard rendszerbe. Ehhez a képeken látható csillagok közül találni kell olyanokat, amelyeknek már ismerjük a standard rendszerbeli fényességeit. Ezek segítségével meghatározhatók a távcső konstansok és a zérus ponti konstansok. Majd a többi csillagra a távcsőkonstansok segítségével kiszámoljuk a valódi látszó magnitúdókat.

$$m_g = \mu \cdot g_0 + \xi_g \quad (8a)$$

$$m_r = \nu \cdot r_0 + \xi_r \quad (8b)$$

$$m_i = \eta \cdot I_0 + \xi_i \quad (8c)$$

$$m_z = \lambda \cdot z_0 + \xi_z \quad (8d)$$

ahol m_g, m_r, m_i, m_z látszó magnitúdóérték, g_0, r_0, I_0, z_0 a légkörön túli instrumentális magnitúdó, μ, ν, η, λ a távcső konstansok, a $\xi_g, \xi_r, \xi_i, \xi_z$ pedig a zérus ponti konstansok.

Mivel SDSS ugriz szűrőrendszerben dolgoztam ezért az SDSS (Sloan Digital Sky Survey) adatbázisát használtam, amelyek Apache Point Observatóriumban működő 2,5 méteres tükörátmérővel rendelkező teleszkóppal készültek. A távcső, ugyanolyan szűrőrendszert használ, mint a BART távcső. Azonban az általam vizsgált nyílthalmazok nem voltak benne az adatbázisban. Ezért tehát olyan éjszakákat választottam, amelyek során nem csak a nyílthalmazokról, hanem az égterület más részeiről is készültek felvételek. Ezeken a képeken találhatóak voltak olyan csillagok, amelyek benne vannak az SDSS adatbázisában.

A távcsőkonstansok meghatározását a következőképpen végezzük.

Ha az SDSS katalógusból származó látszó magnitúdók függvényében ábrázoljuk a légkörön túli instrumentális magnitúdókat egy a képen található csillagok esetén, akkor a pontokra itt is egy egyenest tudunk illeszteni. A meredekség a távcsőkonstansokat határozza meg, míg a tengelymetszet a zérus ponti konstansokat.

A minél pontosabb illesztés elérése érdekében sok csillagot használtam. Írtam egy programot, amely SDSS adatbázisból kikereste azokat a csillagokat, amelyek a redukált képeken is megtalálhatóak voltak és összepárosította ezeket. Ennek köszönhetően, sok kb. 50-80db csillagra tudtam egyenest illeszteni.

Kiszűrtem azokat a csillagokat, amelyek valószínűleg rosszul lettek összepárosítva majd a maradék csillagokra illeszttem az egyenest. Ezt a folyamatot mind a négy szűrőben elvégeztem. (Az illesztések és a csillagokat párosító program a függelékben találhatóak meg.)

Az 1-től való eltérés az SDSS által definiált szűrőfüggvénytől való eltérés „mértéke”.

Fenti képletek (7a,7b,7c,7d) segítségével kiszámoltam az nyílthalmazok csillagjainak légkörön túli instrumentális magnitúdóit majd utána pedig a távcsőkonstansok és a zérusponyi konstansok segítségével, a csillagok látszó magnitúdóit is (8a, 8b, 8c,8d).

Ennek köszönhetően fel tudtam rajzolni a szín-fényesség diagramokat.

Az értékek elemzése közben arra jutottam, hogy az r, i szűrőben készült képek sikerültek a legjobban, így erre készítettem el a szín-fényesség diagramokat.

5. Adatok elemzése

5.1. NGC 2281 nyílthalmaz

Az NGC 2281 volt az első nyílthalmaz, amelyet elemeztem. 2013 december 24.-én az NGC 2281 nyílthalmazon kívül az M74 galaxis környékéről is készültek felvételek. Mind a nyílthalmazról, mind a galaxisról készült képeket alávettem a redukciós eljárásoknak. Mind a kettő esetben először apertúra fotometriát alkalmaztam. A NGC 2281 nyílthalmaz képei segítségével meghatároztam az extinkciós korrekciót, amely segítségével és a levegőtömeg ismeretében ki tudtam számolni a M 74 körül található csillagok légkörön túli instrumentális magnitúdóit. Majd ezekből meghatároztam az érvényes távcsőkonstansokat.

Ezután pedig az NGC 2281 nyílthalmaznak ugyanazon éjszaka folyamán készült felvételeiből kiválasztottam a legstabilabbakat. A kiválogatott képeken található csillagoknak, pedig újra meghatároztam a fényességüket most már PSF fotometria segítségével.

Az extinkciós korrekció és a standard transzformáció elvégzése után pedig fel tudtam rajzolni az NGC 2281 nyílthalmaz szín-fényesség diagramját.

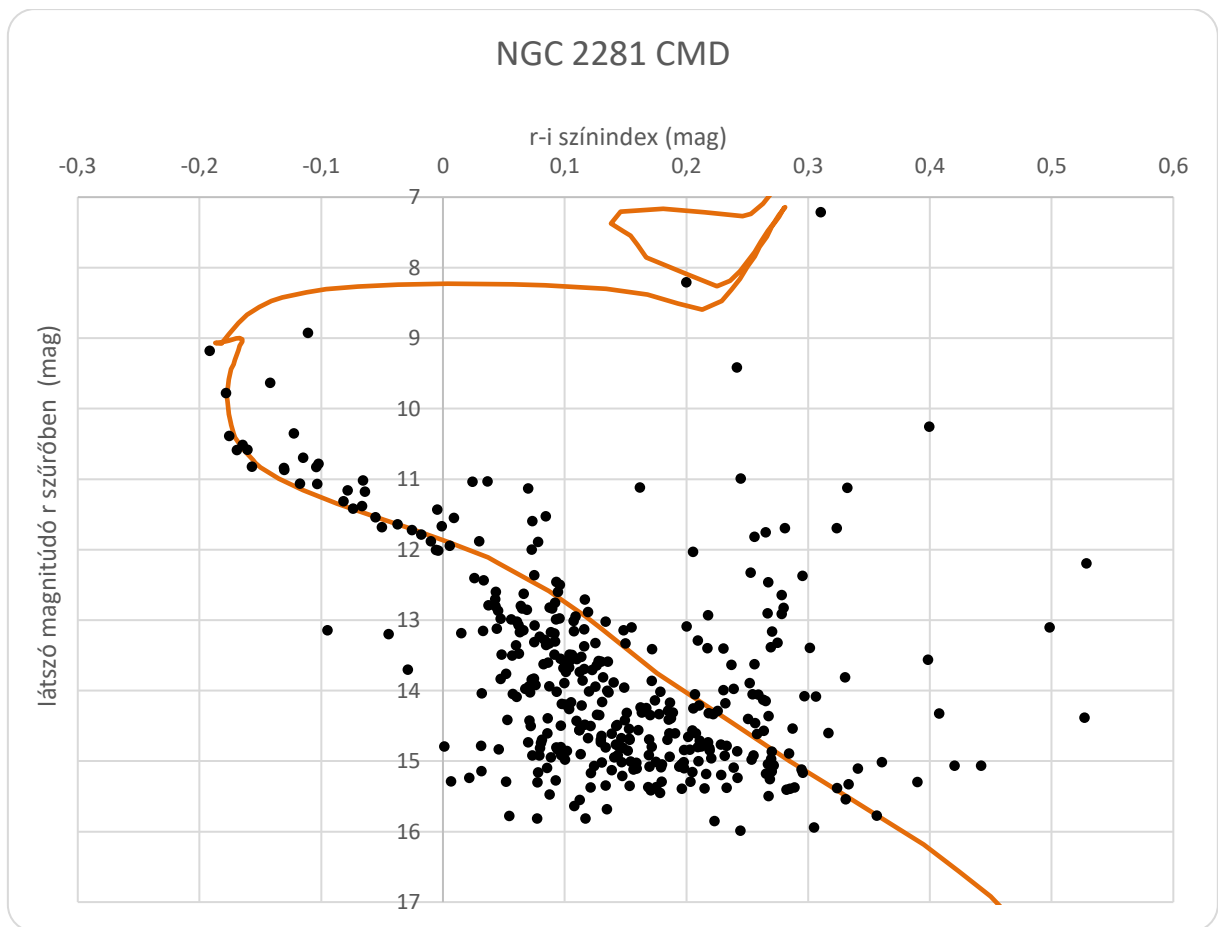
Az extinkciós együtthatók és a távcsőkonstansok a következők lettek a vizsgált éjszakán:

	távcső konstansok	zérusponti konstansok	extinkciós együttható
g szűrő	$\mu = 0,856$	$\xi_g = -1,435$	$k_g = 0,266$
r szűrő	$\nu = 0,949$	$\xi_r = -3,061$	$k_r = 0,145$
i szűrő	$\eta = 0,946$	$\xi_i = -3,844$	$k_i = 0,098$
z szűrő	$\lambda = 0,883$	$\xi_z = -3,732$	$k_z = 0,0916$

Az NGC 2281 az korábbi mérések alapján (Yoshizawa, 1978), egy igen közeli tőlünk kb. 450parszekre levő nyílthalmaz. Későbbi vizsgálatok során megállapították (Kharchenko, 2005), hogy egy igen fiatal nyílthalmazról van szó, mindössze 600 millió évesre tehető az életkora.

Az izokrón görbe (Girardi, 2004) kiválasztása során célirányosan a fenti életkor alapján választottam ki a görbét, amelynek a fémességét $[Fe/H]=0$ a Napunkéhoz hasonlóan választottam.

A nyílthalmaz nem tartalmaz sok csillagot és a fősorozat felső, kék csillagokból álló ágát nem tudtam megfigyelni, mivel az igazán fényes csillagok beégték a bajai felvételeken, és ezek közül kerülhettek volna ki a kék csillagok. Egy fiatal nyílthalmaznál arra következtethetünk, hogy gyakorlatilag még csak pár csillag fejlődött el a fősorozatról, pont azok, amelyeket nem lehetett fotometrálni. Mivel nem láttam az úgynevezett elfordulási pontot, azaz ahol a csillagok elhagyják a fősorozatot, ezért csak a fősorozatra tudtam izokrón görbét illeszteni. Az izokrón görbétől távolabbi pontok pedig előtér- és háttércsillagok.



10. ábra Az NGC 2281 szín-fényesség diagram

Az illesztés során függőleges irányban: $m_r - M_r = 8,3^m$

Vízszintes eltolásra $(m_r - m_i) - (M_r - M_i) = 0,065^m$

Yoshizawa a munkája során a nyílthalmaz irányában a színexcessusra $E(B - V) = 0,07^m$ kapott. Ennek segítségével kiszámoltam a vörösödést az Johnson-Cousins V szűrőben, feltételezve, hogy az $R_v = A_v/E(B - V) = 3,1$

Ezután kiszámoltam a SDSS griz szűrőrendszer r szűrőjére a vörösödés értékét, amihez (An, 2008) cikkét használtam fel.

$$\frac{A_r}{A_v} = 0,877 \quad (9)$$

Az r szűrőben a vörösödés, így $A_r = 0,19^m$

A távolság az izokrón függőleges eltolásából és a vörösödésből egyszerűen számolható,

$$m_r - M_r = -5 + 5 \cdot \log(d) + A_r \quad (10)$$

$$d = 10^{\frac{m-M+5-A_v}{5}} \quad (11)$$

Ebből elemzésemből az alábbi távolság adódik:

$$d = 418pc$$

amely, Yoshizawa kb, 450pc kb 7% tér el.

5.2. NGC 6738 nyílthalmaz

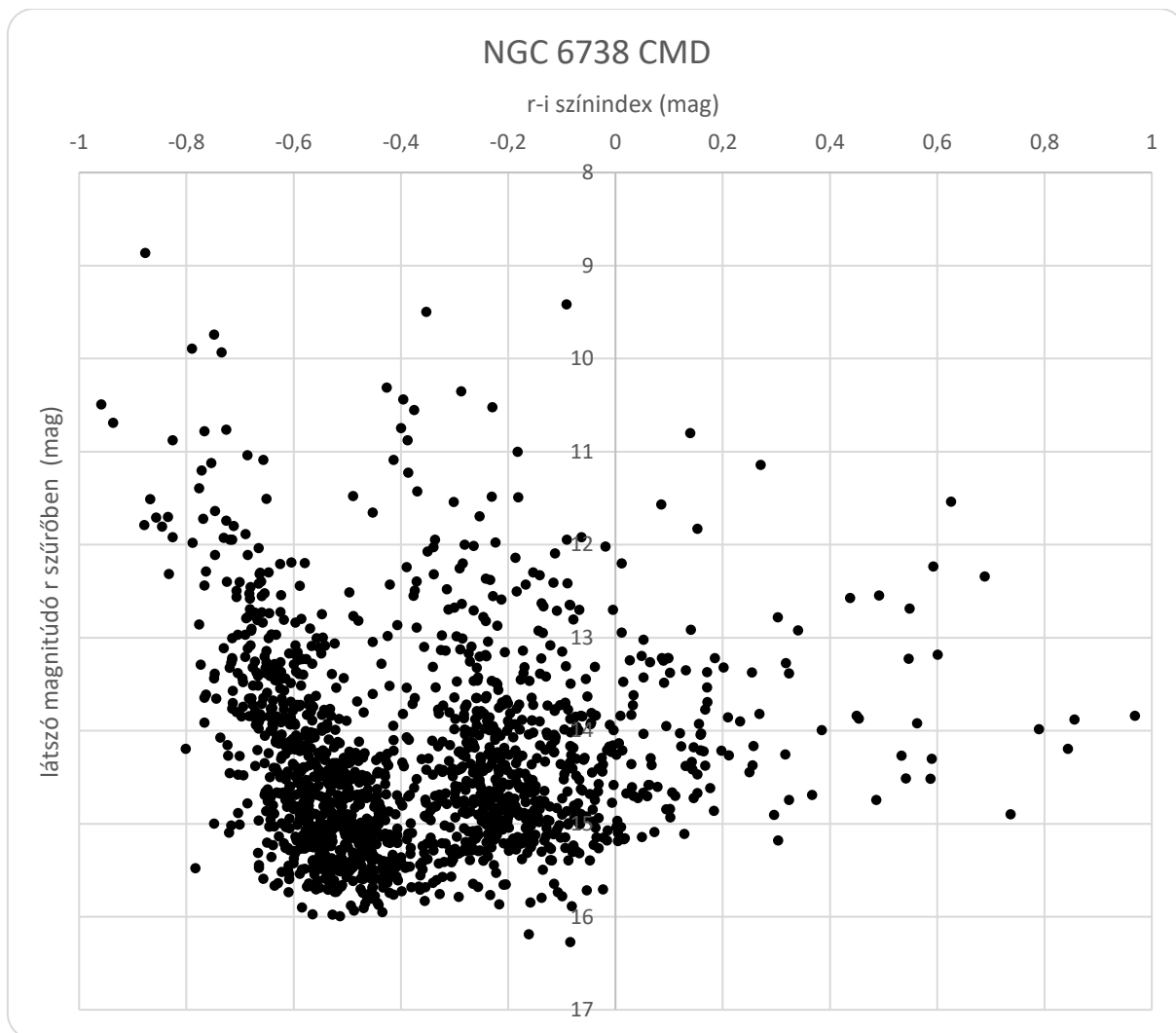
2014 június 22.-én az NGC 6738 nyílthalmazon felül az NGC 3448 galaxis környékéről is készültek felvételek. Mind a nyílthalmazról, mind a galaxisról készült képeket alávettem a redukciós eljárásoknak. Mind a kettő esetben először ismét apertúra fotometriát alkalmaztam. Az este folyamán viszont az NGC 6738 képei szinte azonos levegő tömeg alól készültek, emiatt az extinkciós korrekciót a NGC 3448 képeiből kellett megállapítanom, de ezekből szűrőnként csak 5db készült.

Az extinkciós korrekció és a standard transzformáció elvégzése után pedig fel tudtam rajzolni az NGC 6738 nyílthalmaz szín-fényesség diagramját.

Az extinkciós együtthatók és a távcsőkonstansok a következők lettek a vizsgált éjszakán:

	távcső konstansok	zérusponti konstansok	extinkciós együttható
g szűrő	$\mu = 0,921$	$\xi_g = -2,749$	$k_g = 0,266$
r szűrő	$\nu = 1,053$	$\xi_r = -4,797$	$k_r = 0,145$
i szűrő	$\eta = 0,943$	$\xi_i = -3,507$	$k_i = 0,098$
z szűrő	$\lambda = 0,954$	$\xi_z = -5,096$	$k_z = 0,092$

A halmaz CMD-je a következő lett:



11. ábra Az NGC 6738 szín-fényesség diagramja

Látható, hogy nem igazán lehet megfigyelni a fősorozatot. Ennek több lehetséges oka van. Egyik lehetséges ok, hogy az NGC 6738 nyílthalmaz nagyon kevés csillagot tartalmaz, ezért a fősorozata elveszik az előtér és a háttércsillagok halmazában. A fősorozat a különböző távolságú csillagok különböző mértékű fénycsökkenése miatt, gyakorlatilag szétkenődik. De itt valószínű nem csak ez játszik szerepet, hanem az, hogy más kutatók korábbi mérései során az a gyanú merült fel, hogy az NGC 6738 nem is egy valódi nyílthalmaz (Boeche, 2003).

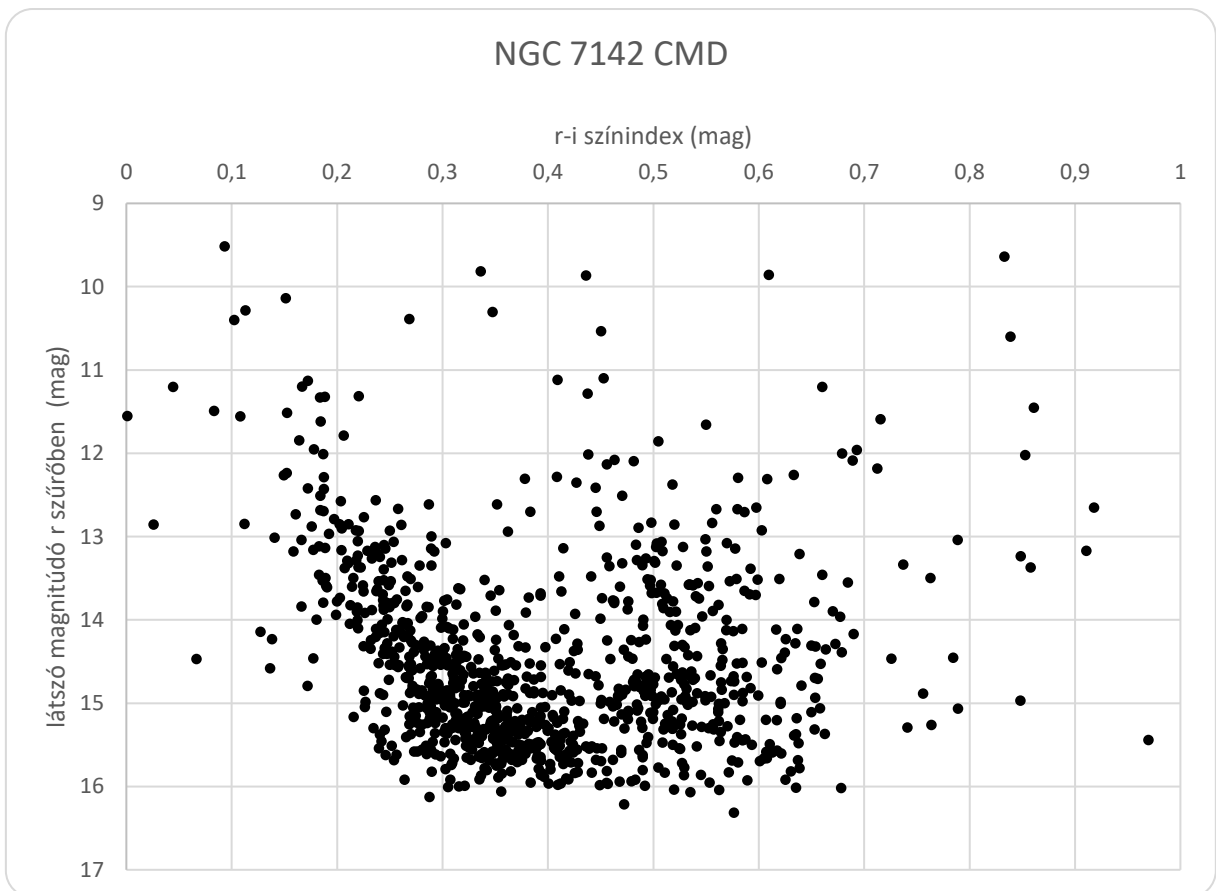
5.3. NGC 7142 nyílthalmaz

2013 szeptember 4.-én az NGC 7142 nyílthalmazon kívül az M 74 galaxis környékéről is készültek felvételek. Ugyanazt, az eljárást használtam, mint az NGC 2281 nyílthalmaznál. Az extinkciós korrekció és a standard transzformáció elvégzése után pedig fel tudtam rajzolni az NGC 7142 nyílthalmaz szín-fényesség diagramját.

Az extinkciós együtthatók és a távcsőkonstansok a következők lettek a vizsgált éjszakán:

	távcső konstansok	zérusponi konstansok	extinkciós együttható
g szűrő	$\mu = 0,895$	$\xi_g = -1,527$	$k_g = 0,69$
r szűrő	$\nu = 0,954$	$\xi_r = -2,578$	$k_r = 0,48$
i szűrő	$\eta = 0,949$	$\xi_i = -3,541$	$k_i = 0,29$
z szűrő	$\lambda = 0,879$	$\xi_z = -3,342$	$k_z = 0,38$

A halmaz CMD-je a következő lett:



12. ábra NGC 7142 szín-fényesség diagramja

Hasonló az előző nyílthalmaz CMD-hez. Ez esetben ténylegesen van nyílthalmaz de az eddigi mérések során ez egy nagyon öreg és távoli nyílthalmaz (Straizys, 2003). Az elfordulási pont 15^m látszó magnitúdónál van. Ezek miatt a fősorozat elveszik az előtér csillagok között. Ha csak a nyílthalmaz területéről vesszük a csillagokat, akkor sem lehet sajnos megtalálni az elfordulási pontot. A halmaz csillagjainak biztos azonosításához spektroszkópiai méréseket kellene végezni.

6. Összefoglalás

Céлом a Bajai Observatórium által korábban, egy kínai-cseh együttműködés keretében készített képek elemzése volt. A nyílthalmazok fotometria elemzését végeztem el. A munkám során megismerkedtem a fotometria alapjaival és a Bajai Observatórium berendezéseinek sajátosságaival. Sikerült egy olyan módszert kifejlesztenem, amely segítségével a transzformációk során nagy mennyiségű csillaggal is gyorsan tudok dolgozni. A céлом végül is az volt, hogy kidolgozzam azt a módszert, amely segítségével a BART távcsövön található SDSS ugriz szűrőrendszerrel készült képeket gyorsan fel lehet dolgozni. Az NGC 2281 nyílthalmazról megállapítottam, hogy egy fiatal halmaz, és a mérésekből kirajzolódott a fősorozat amelyre sikeresen illesztettem egy izokrón görbét. Az NGC 6378 esetén én is arra a megállapításra jutottam, hogy nem látható fősorozat és valószínűleg a nyílthalmaz nem létezik. Az NGC 7142 nyílthalmaz esetén pedig spektroszkópiai mérésekre lenne szükségem, hogy külön a halmaztagokat figyelhessem meg. De ez esetben is a távcső véges érzékenysége miatt csak a fősorozat felső ágára tudnék izokrón görbét illeszteni.

Hosszú távú céлом, hogy több nyílthalmazt is elemezzek ugyanezzel az itt bemutatott módszerrel. Többek között lehetőleg a közeljövőben elvégzendő saját mérések alapján is. Ennek köszönhetően pedig egy a korábbiaknál eredményesebb együttműködés elindítása az osztrák és cseh nyílthalmazos kutatócsoporttal (folyamatban).

7. Irodalomjegyzék

Kharchenko, N. V.; et al. 2005, *Astrophysical parameters of Galactic open clusters*, A&A, 438 (3): 1163–1173,

Girardi et al. 2004, *Theoretical isochrones in several photometric systems. II. The Sloan Digital Sky Survey ugriz*, A&A 422, 205.

Yoshizawa 1978, *Study of the intermediate-age galactic cluster NGC 2281. I. UBV photoelectric observations, binary frequency, and the luminosity function of bright members* Publications of the Astronomical Society of Japan, Vol. 30, p. 123 – 138

An et al. 2008, *Galactic globular and open clusters in the sloan digital sky survey. I. crowded-field photometry and cluster fiducial sequences in ugriz* Astrophysical Journal Supplement Series, 179:326Y354

Hardie, R. H. 1962, In *Astronomical Techniques*. Hiltner, William Albert Chicago, University Press

Boeche et al. 2003, *NGC 6738: Not a real open cluster* A&A, v.406, p.893-898

V. Straizys et al. 2003, *The open cluster NGC 7142: interstellar extinction, distance and age*, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society 000, 1–8

web 1: <http://astro.u-szeged.hu> (2016)

web2: <http://hubblesite.org/newscenter/archive/releases/2004/20/image/a/> (2016)

web3: https://en.wikipedia.org/wiki/Hertzsprung%E2%80%93Russell_diagram (2016)

web 4: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:BlackbodySpectrum_loglog_150dpi_en.png (2016)

web 5: <https://www.astro.umd.edu/~ssm/ASTR620/mags.html> (2016)

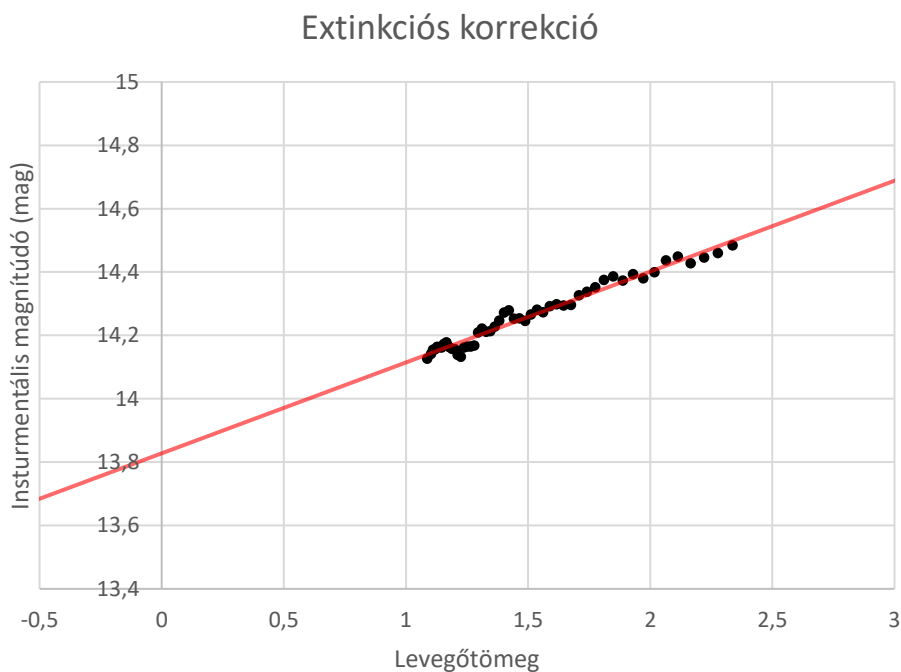
web 6: <http://www.muszeroldal.hu/assistance/ccd.pdf> (2016)

8.Függelék

8.1 NGC 2281 nyílthalmaz adatai

Nyílthalmaz adatai				
nyílthalmaz neve	NGC 2281			
képek készítésének időpontja	2013 december 24.			
képek darabszáma	g=52	r=53	i=53	z=53
Szakirodalmi adatok (Yoshizawa, 2978) (Kharchenko, 2005)				
extinkciós korrekció [E(B-V)]	0,07 mag			
vörösödés [A _V]	0,217 mag			
távolság	457 pc			
kor	kb. 600 millió év			
Összehasonlító csillagok adatai				
hely	M 74 körül			
oka	SN2013ej megfigyelése			
képek darabszáma	g=5	r=5	i=5	z=5

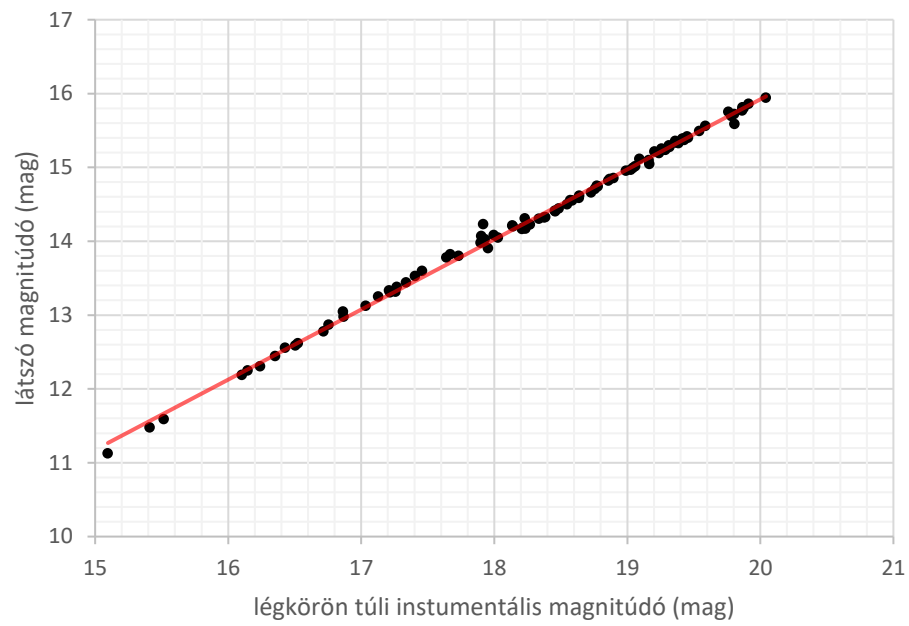
Légkörön túli instrumentális magnitúdó és az extinkciós korrekció megállapítása 1db csillagra:



13. ábra

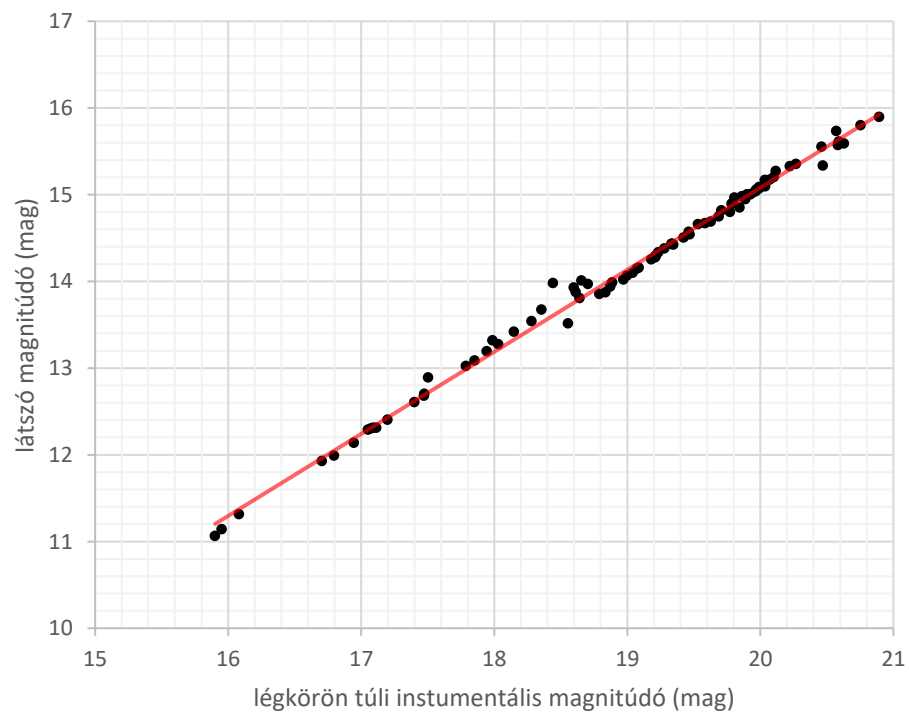
Távcsőkonstansok illesztése:

r szűrő



14. ábra

i szűrő

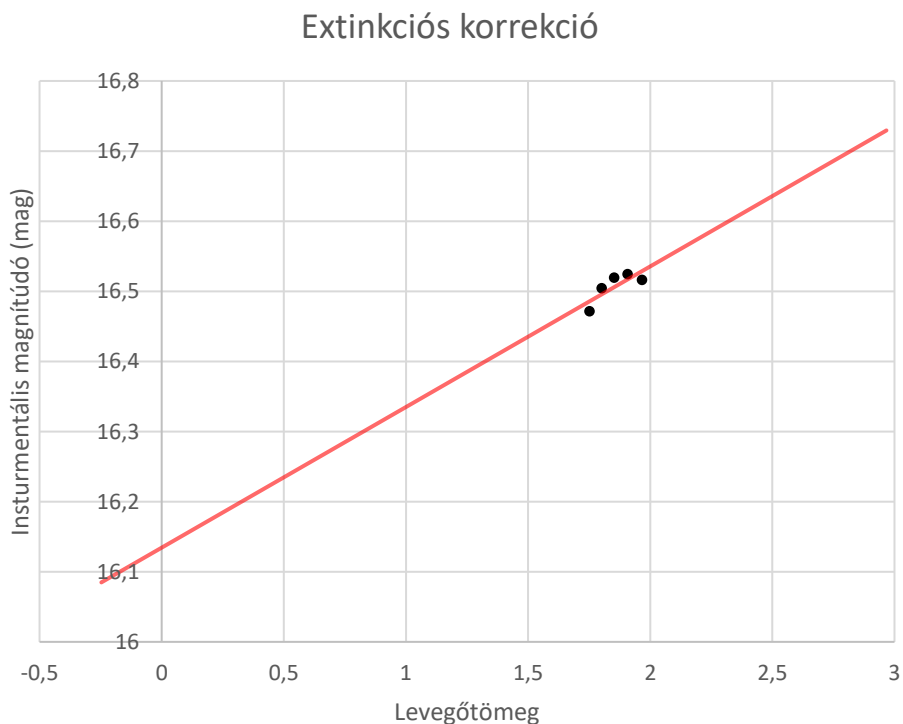


15. ábra

8.2 NGC 6738 nyílthalmaz adatai

Nyílthalmaz adatai			
nyílthalmaz neve	NGC 6738		
képek készítésének időpontja	2014 június 22.		
képek darabszáma	g=10	r=10	i=10 z=5
Szakirodalmi adatok (Boeche, 2003)			
extinkciós korrekció [E(B-V)]	nincs		
vörösödés [A _V]	nincs		
távolság	nincs		
kor	nincs		
Összehasonlító csillagok adatai			
hely	NGC 3448 körül		
oka	SN2014g megfigyelése		
képek darabszáma	g=5	r=5	i=5 z=5

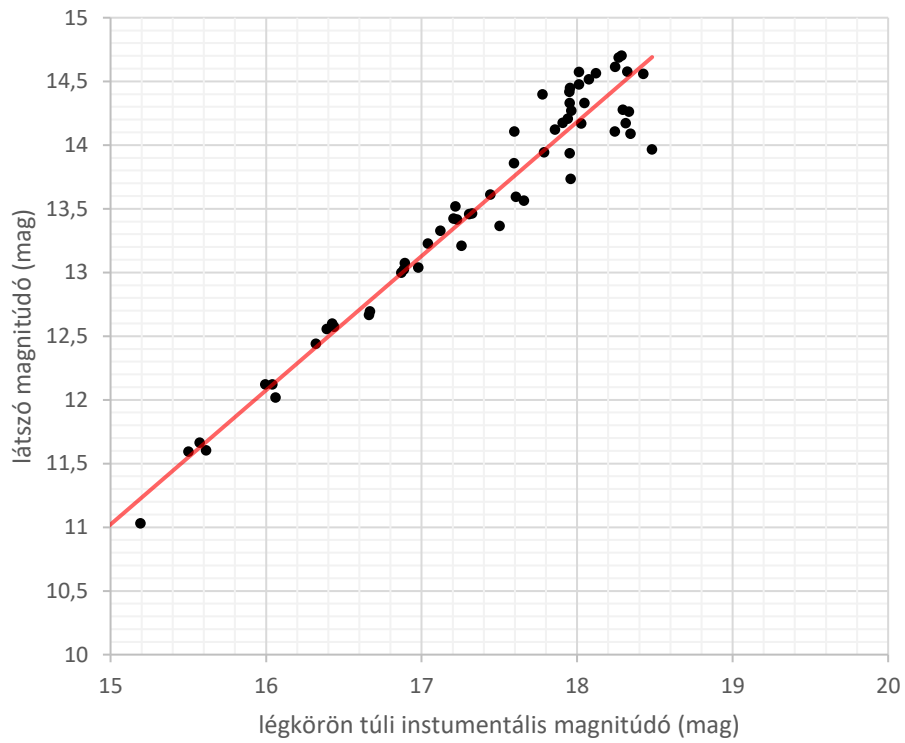
Légkörön túli instrumentális magnitúdó és az extinkciós korrekció megállapítása 1db csillagra:



16. ábra

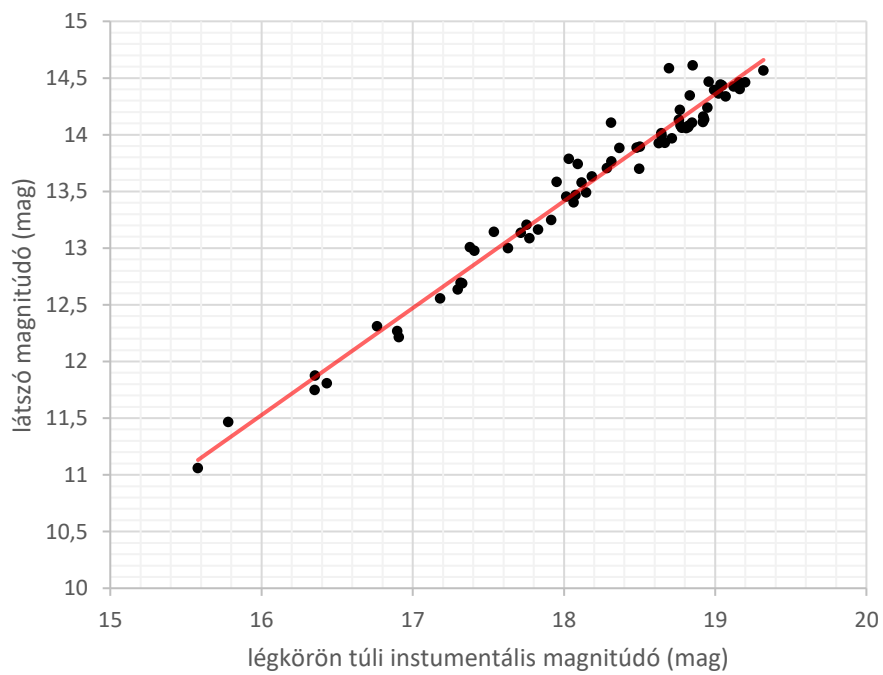
Távcsőkonstansok illesztése:

r szűrő



17. ábra

i szűrő

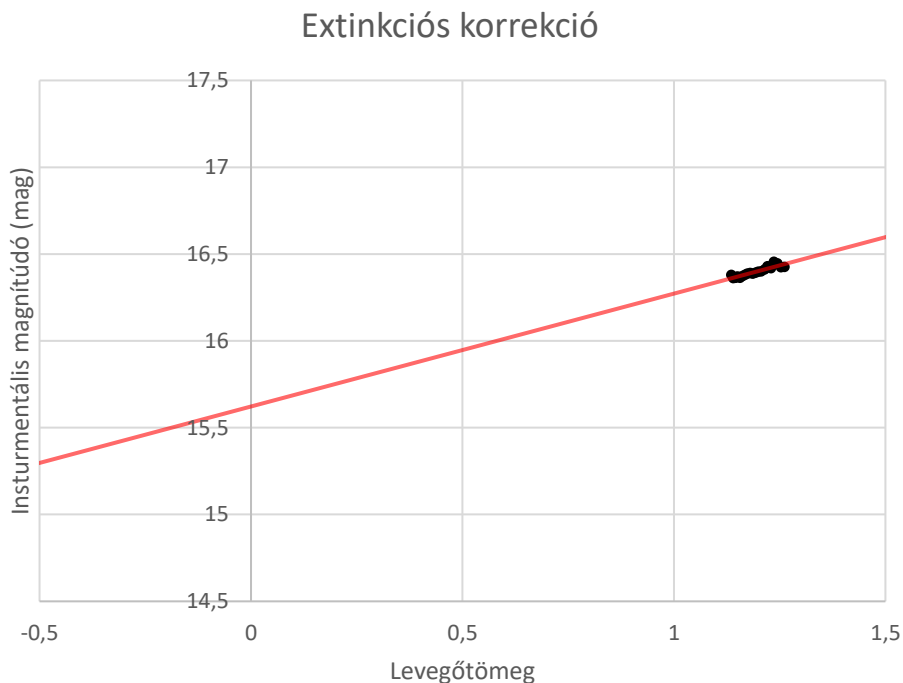


18. ábra

8.3 NGC 7142 nyílthalmaz adatai

Nyílthalmaz adatai				
nyílthalmaz neve	NGC 7142			
képek készítésének időpontja	2013 szeptember 4.			
képek darabszáma	g=17	r=17	i=15	z=20
Szakirodalmi adatok				
extinkciós korrekció [E(B-V)]	0,35 mag			
vörösödés [A _v]	1,1 mag			
távolság	2,3±0,16kpc			
kor	3,0±0,5 milliárd év			
Összehasonlító csillagok adatai (Straizys, 2003)				
hely	M 74 körül			
oka	SN2013ej megfigyelése			
képek darabszáma	g=5	r=5	i=5	z=5

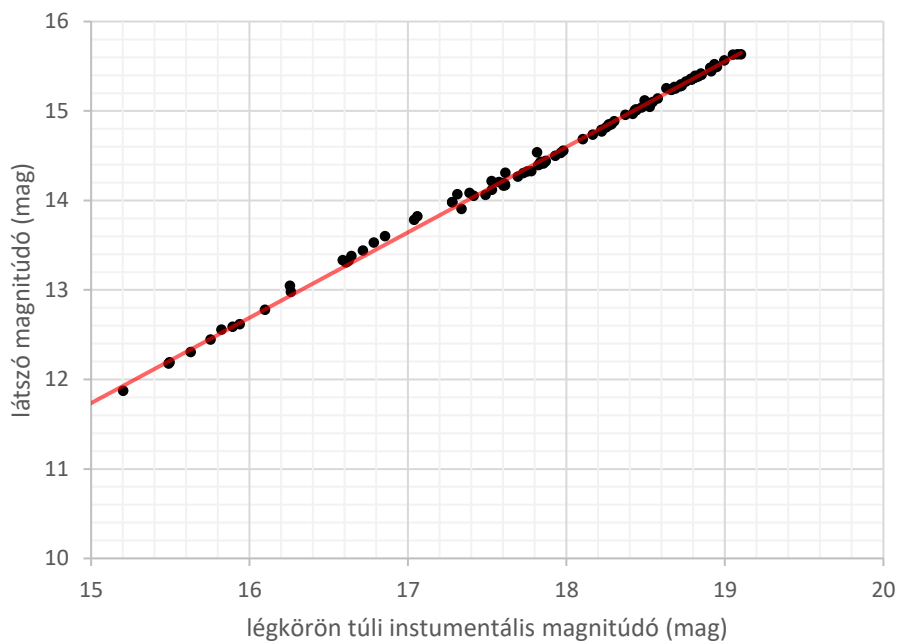
Légkörön túli instrumentális magnitúdó és az extinkciós korrekció megállapítása 1db csillagra:



19. ábra

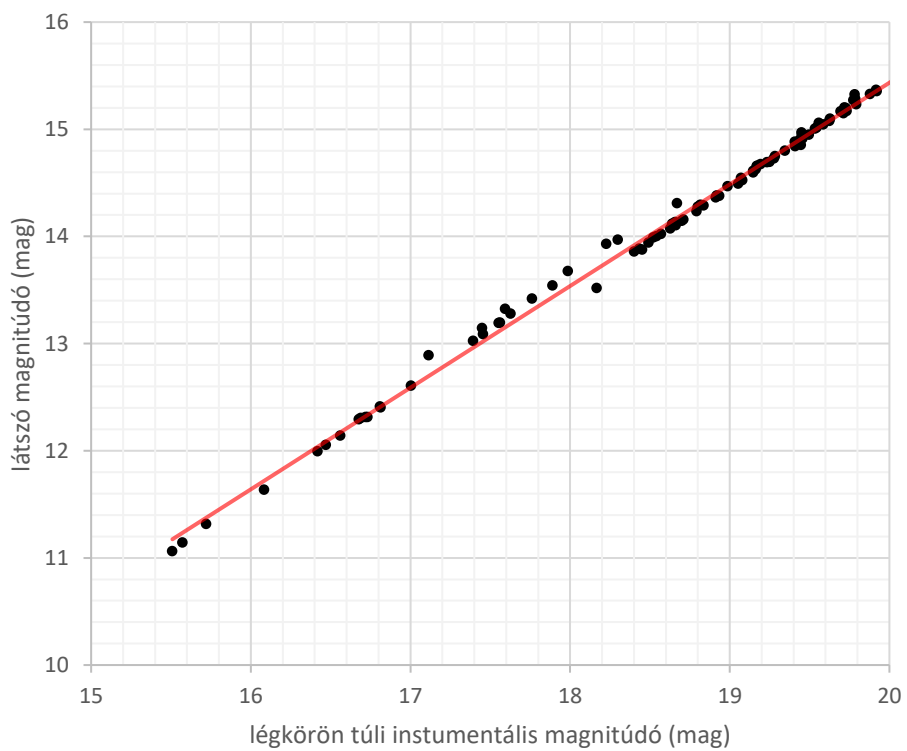
Távcsőkonstansok illesztése:

r szűrő



20. ábra

i szűrő



21. ábra

8.4 Csillagokat összepárosító program:

Egy egyszerű C programról van szó, amely beolvassa az SDSS katalógusból a rektacenziót és a deklinációt valamint a csillaghoz tartozó fényességértéket is.

Majd beolvassa az általam kiszámolt csillagkoordinátákat, amelyek jó közelítéssel hasonlóak azokhoz, amelyek az SDSS katalógusában vannak, de nem pont ugyanazok az értékek. A program lényegében az SDSS katalógusból származó koordináták körül megkeresi azokat az általam számolt koordinátákat, amelyek bele esnek a katalógus-beli koordináta körüli, előre definiált méretű kis térrészbe. Ha két csillagot is találna közel ugyanarra a koordinátára, akkor azokat törölöm a listából. Ez nem okoz problémát, mivel az apertúra fotometria miatt ezek az egymáshoz igen közeli csillagok amúgy is rossz eredményt adtak voltak.

C PROGRAM:

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>

#define N 500
#define M 500

FILE *f,*k;

int i,j,n,m,t;
double R1[N],D1[N] ,g1[N];
double R2[N],D2[N],x2[N],y2[N];
int sorszam[N];
double a,b,c;

int main(){

/*Beolvasás*/
/*sdssadat.dat kinézete: [re][dec][g]*/
k=fopen("sdss-g.dat","rt");
if(k==NULL){printf("Nincsen fajl\n"); exit(1);}
i=0;
while(fscanf(k,"%lf %lf %lf",&R1[i],&D1[i],&g1[i])!=EOF){
i++;
if(i==N) break;
}
n=i;
/*koord.dat kinézete: [re][dec][x][y][sorszam]*/
```

```

f=fopen("xyredec.dat","rt");
if(f==NULL){printf("Nincsen fajl\n"); exit(1);}
i=0;
while(fscanf(f,"%lf %lf %lf %lf %d",&R2[i],&D2[i],&x2[i],&y2[i],&sorszam[i])!=EOF){
i++;
if(i==M) break;
}
m=i;

//Összepárosítás
t=0;
printf("%d %d %d %d %d %d\n",t,t,t,t,t,t); /*sorok számának megmaradása miatt be kell ütni
pár nullát */
printf("%d %d %d %d %d %d\n",t,t,t,t,t,t);
for (i=0; i<n;i++){
j=0;
do{
a=R1[i]-R2[j];
a=fabs(a);
if(a<0.01){
b=D1[i]-D2[j];
b=fabs(b);
c=R1[i]-R2[j];
c=fabs(c);
if((b<0.01) && (c<0.01)){
printf("%d %lf %lf %lf %lf %lf\n",sorszam[j],R1[i],D1[i],x2[j],y2[j],g1[i]);
}
else ;
}
else ;
j=j+1;
}
while (j<m);
}
}

```

Végül kiírja egy fájlba a csillag sorszámát az SDSS-ből hozzá tartozó koordinátáját és a standard fényességértékét.

9. Köszönetnyilvánítás

Szeretném megköszönni Dr. Hegedüs Tibornak a folyamatos segítségét és, azt hogy betekintést nyerhettem általa a Bajai Obszervatórium működésébe.

Emellett pedig köszönöm Dr. Bíró Imre Barnának az általa írt IRAF programcsomagokat, amelyek segítségével gyorsabban tudtam dolgozni.

NYILATKOZAT

Alulírott Czavalinga Donát Róbert Fizikus MSc szakos hallgató (Neptun azonosító: CZDTAAT.SZE) *Válogatott nyílthalmazok griz szűrős fotometriai vizsgálata* című (angol címe: *Photometric analysis of selected open clusters in griz filters*) diplomamunka szerzője fegyelmi felelősségem tudatában kijelentem, hogy dolgozatom önálló munkám eredménye, saját szellemi termékem, abban a hivatkozások és idézések általános szabályait következetesen alkalmaztam, mások által írt részeket a megfelelő idézés nélkül nem használtam fel.
Szeged, 2017. május 19.

.....
a hallgató aláírása