

Szegedi Tudományegyetem
Természettudományi és Informatikai Kar
Kísérleti Fizikai Tanszék

Diplomamunka

**Kepler-mezőben található mira és kis amplitúdójú
vörös óriás csillagok periódus analízise**

Készítette:

Csányi István

Csillagász MSc szakos hallgató

Témavezető:

Dr. Szatmáry Károly

egyetemi tanár

Konzulens:

Bódi Attila

PhD hallgató

Szeged

2017

Tartalomjegyzék

Bevezetés	4
1. Fénygörbék	7
1.1. A <i>Kepler</i> fénygörbék	7
1.2. AAVSO	9
1.3. ASAS	9
2. Elméleti összefoglaló	10
2.1. Periódus kettőződés	12
2.2. Hosszú másodlagos periódus	12
2.3. Kis amplitúdójú vörös óriások	13
2.4. Csillag modellek	13
2.4.1. Ostlie és Cox (OC) modell	13
2.4.2. Xiong, Deng és Cheng (XDC) modell	13
2.4.3. Fox és Wood (FW) modell	14
2.4.4. Takayama, Saio és Ita (TSI) modell	14
3. Felhasznált programok és módszerek	14
3.1. Period04	14
3.2. Súlyozott Wavelet Z-transzformáció (WWZ)	14
3.3. O–C diagram	15
3.4. Csillag sugarak meghatározása	15
4. Vizsgált csillagok	17
4.1. Mirák	19
4.1.1. TU Cygni	21
4.2. Hosszú másodlagos periódust mutató félszabályos változók	27
4.2.1. KIC 11759262	30
4.2.2. KIC 10157826	32
4.2.3. KIC 4679457	37
4.2.4. KIC 6665041	40
4.2.5. KIC 5621913	43
4.2.6. KIC 10658947	45
4.2.7. KIC 5296307	47
4.3. Kis amplitúdójú vörös óriások	49
Összefoglalás	53

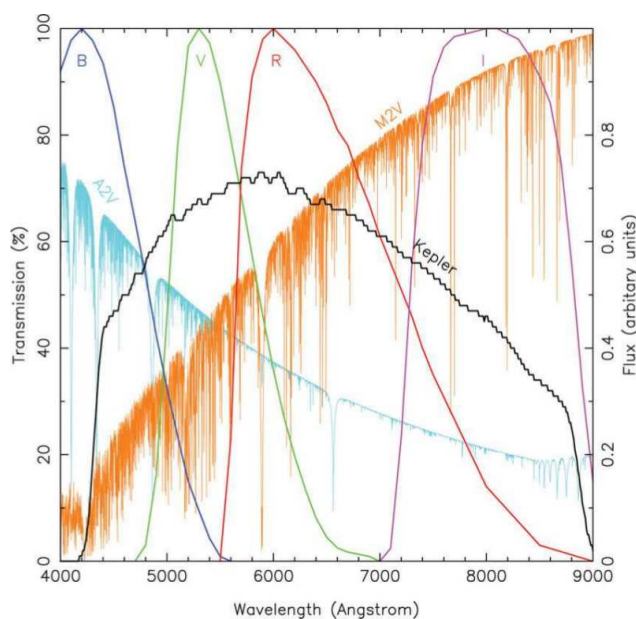
Köszönetnyilvánítás	54
Hivatkozások	55
Nyilatkozat	62

Bevezetés

A *Kepler* űrtávcsövet 2009 márciusában indították azzal a céllal, hogy Föld-típusú exobolygókat keressen tranzit módszerrel. Ez azon alapul, hogy a csillag előtt elhaladó bolygó enyhe fényesség csökkenést okoz. Ennek kimutatására nagy pontosságú fotometriára és hosszú, folyamatos megfigyelésre van szükség, lehetőleg minél több csillagnál. A keletkező fénygörbék azonban nagyon hasznosak a változócsillagok vizsgálatához is.

Hasonló feladatot korábban már más űrtávcsövek (CoRoT és MOST) is végeztek, melyek Föld középpontú poláris pályán mozogtak (Benkő & Szabó 2010). Ez azonban nem volt előnyös, mivel nem tudták ugyanazt az égbőlterületet figyelni egész éven át.

A *Kepler* űrtávcső egy 1,4 méter átmérőjű főtükörrel rendelkező Schmidt-távcső (Van Cleve és mtsai 2009). A korrekciós lemez átmérője 95 centiméter, ami a hasznos fénygyűjtő felületet jelenti. Detektora 42 CCD-ből áll, amelyeket egyenként 2200x1024 pixel alkot. Látómezeje 105 négyzetfok. A fényútba nem helyeztek semmilyen szűrőt, hogy a legtöbb fényt begyűjthesék (1. ábra).



1. ábra. A *Kepler* űrtávcső hullámhossz szerinti érzékenysége a B, V, R és I szűrőkkel, illetve egy A2V és egy M2V színképosztályú csillag spektrumával összehasonlítva (Borucki és mtsai 2009).

Az űrtávcsövet Nap körüli pályára állították, hogy folyamatosan megfigyelhesse ugyanazt az égbőlterületet. Keringési ideje 372,5 nap, így folyamatosan lemarad a Földtől (Borucki és mtsai 1997). Az adatátviteli sáv szélesség így folyamatosan csökken, ami behatárolja a *Kepler* hasznos élettartalmát. Az űreszközön a napelemtáblák és a hűtőradiátorok fixen vannak rögzítve, emiatt a távcsövet negyedévente 90°-kal el kell forgatni. Az adatokat havonta egyszer a Földre

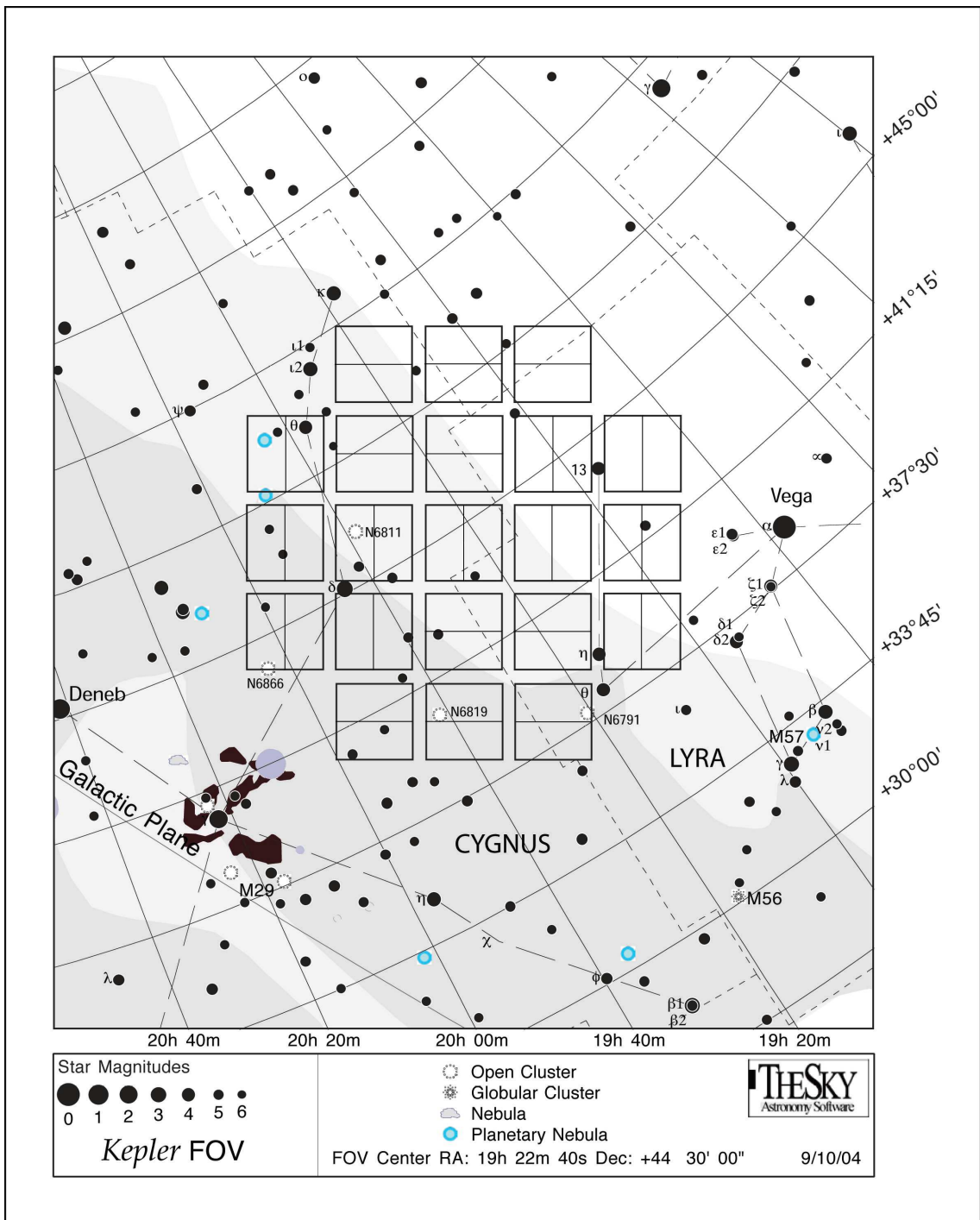
sugározzák. Mivel az antennát sem lehet külön mozgatni, az egész űreszközt ekkor is elfogatják (Van Cleve és mtsai 2016).

A *Kepler* eredeti küldetésében a látómezőt úgy választották ki, hogy távol legyen az ekliptika síkjától, hogy a Nap ne zavarja a mérést, valamint közel legyen a Tejút síkjához, a kellő számú célpont miatt. A választás a Hattyú, a Lant és a Sárkány csillagképek határára esett (Borucki és mtsai 1997; 2. ábra), ahol már három korábban felfedezett exobolygó is található. Az égterületen 150000, 9 és 16 magnitúdó közötti csillagot választottak ki. A mezőben van még 4 nyílthalmaz is.

Eredetileg 3,5 évre tervezték a küldetést, amit meghosszabbítottak 4 évvel, de a pontos pozicionálást végző lendkerekek meghibásodása miatt a programnak 2013 májusában vége szakadt. Azóta a K2-nek nevezett küldetéssel folynak a *Kepler* űrtávcsővel a megfigyelések (Szabó és Hanyecz 2016).

Dolgozatomban a *Kepler*-mező néhány vörös óriás csillagát vizsgálom, amelyekről rendelkezésre állnak spektroszkópiai mérések is. Ezeket a csillagokat szeretném fénygörbéjük alapján csoportosítani. Célom, hogy a vizsgált objektumok közt található TU Cygni periódus kettőződését, valamint a hosszú másodlagos periódust mutató csillagokat részletesen bemutassam. Továbbá, hogy elkészítsem az összes vizsgált objektum fénygörbéjének frekvencia spektrumát és idő-frekvencia (wavelet) térképét.

Az azonosított periódusokat modellekből származó periódus értékekkel és arányokkal szeretném összehasonlítani, hogy ez alapján azonosíthassam a csillagok pulzációs módusait. A kapott eredményeket más csillagok hasonló vizsgálataival is össze szeretném vetni.

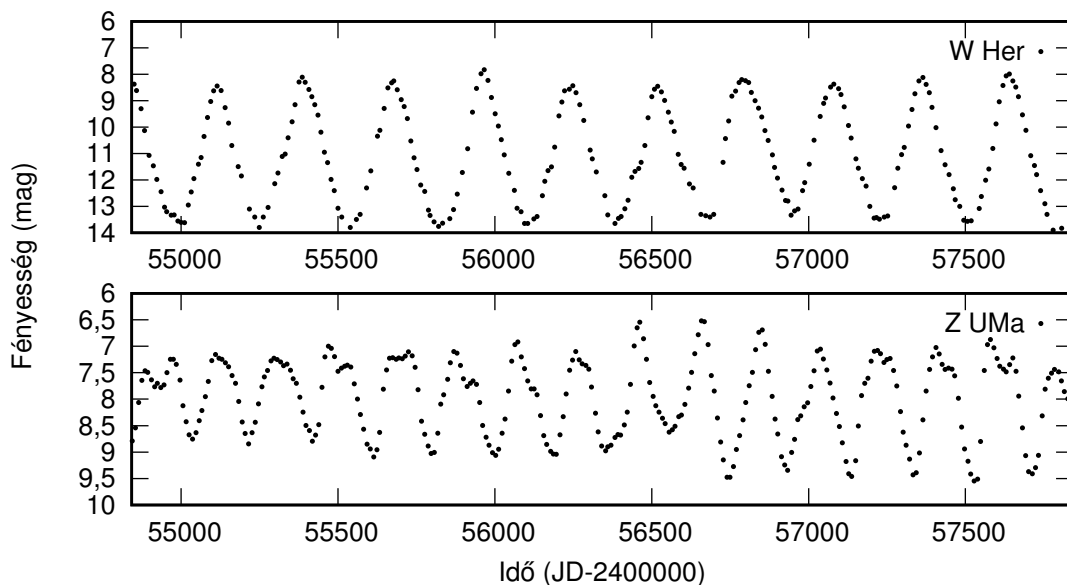


2. ábra. Az eredeti *Kepler*-mező a Hattyú, a Lant és a Sárkány csillagképek határán (Van Cleve és mtsai 2009).

1. Fénygörbék

A vörös óriás csillagokat a Változócsillagok Általános Katalógusa (GCVS), fénygörbéjük alapján, több csoportba sorolja.

A mira típusú változók fényességváltozásának amplitúdója vizuális tartományban 2,5-11 magnitúdó (Kiss 2006, Szatmáry és mtsai 2013; 3. ábra felül). A változás periódusa 80-1200 nap, jellemzően 1 év. A fényességváltozás többnyire szabályos, de két egymást követő maximum közötti időtartam ciklusról ciklusra kis mértékben változhat.



3. ábra. Felül a W Her mira típusú változó, alul a Z UMa SR csillag 10 napra átlagolt vizuális fénygörbéje.

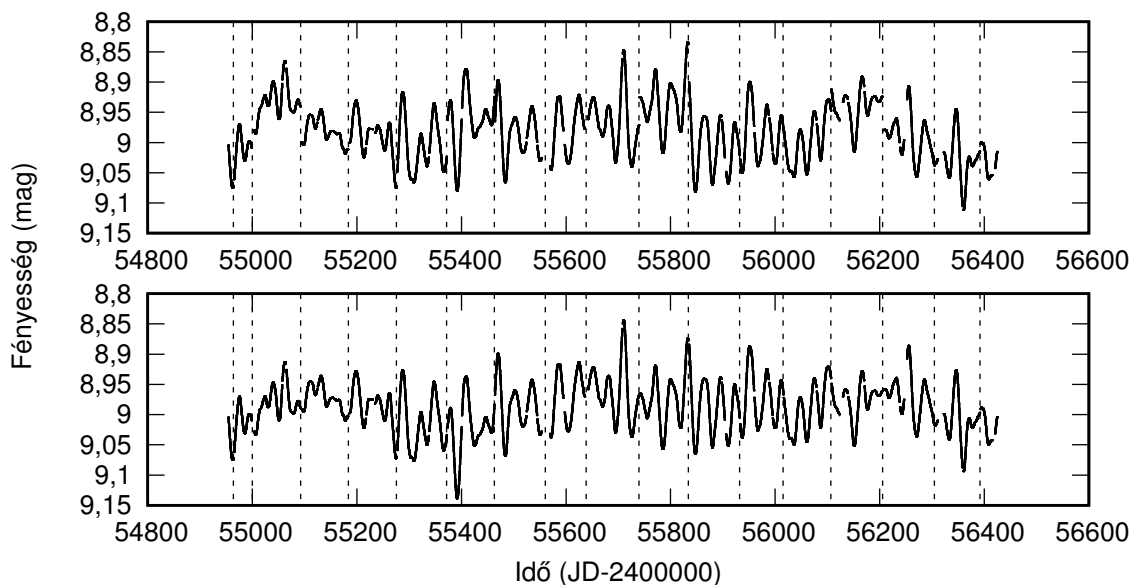
A félszabályos (SR) változók a mirákhoz hasonló csillagok, de fényességváltozásuk kisebb amplitúdójú és szabálytalan. Vannak azonban szabályos szakaszok is fénygörbéjükben. Az SR csillagok több alcsoportba sorolhatóak. Az SRa és SRb változók vörös óriások, periódus idejük 35-1200 nap. Utóbbi típusban gyakori a periódus és az amplitúdó változása és a többszörös periodicitás.

1.1. A Kepler fénygörbék

A Kepler extrém fotometriai pontossága mellett időben sűrűn, egyenletesen mintavételezett méréseket végez. 6,02 másodperces expozíciós idővel készít felvételeket, a kiolvasási idő 0,52 másodperc és 270 képet ad össze, vagyis 29,425 percenként készít méréseket *long cadence* (LC) módban (Van Cleve és mtsai 2016). Lehetőség van *short cadence* (SC) mérésekre is, ekkor 58,85 másodpercenként készül mérés, azonban egyszerre csak 512 célpontot tud ilyen módon megfigyelni. A Kepler nem olvassa ki az egész CCD-t, csak a megfigyelt objektumok közvetlen

környezetét. Ezeken apertúra fotometriával állapítják meg a fluxusban mért fényességeket. A fénygörbék előállítása teljesen automatizált módon történik, ekkor korrigálják a legtöbb instrumentális effektus hatását.

A távcső negyedévenkénti forgatása során az adatsorban űrök keletkeznek, mivel ilyenkor a csillag képe átkerül egy másik CCD chipre, amely kissé eltérő érzékenységű. Az egy negyedév alatt készült fénygörbe szakaszok (*quarter*, Q) közt fényességbeli ugrás van, ezért a görbedarabokat össze kell fűzni (Bányai és mtsai 2013). Ehhez egy quarter végére és a következő elejére – 10 órás vagy 2 napos szakaszokra – egyenest illesztettem. A második darabot úgy toltam el fényességben, hogy a két egyenes a szakaszok közt lévő űr közepén metsze egymást (4. ábra).



4. ábra. Egy *Kepler* által mért fénygörbe (KIC 4459725) a quarterek összefűzése előtt (felül) és után (alul). A quarterek határait függőleges szaggatott vonalak jelzik.

Az így összefűzött görbékben, főként kis amplitúdójú csillagok esetében, megfigyelhető egy hosszabb fényváltozás, amely periódus ideje szinte pontosan megegyezik a *Kepler* űrtávcső Nap körüli keringési idejével (372,5 nap), amit egy műszereffektus okoz (Bányai és mtsai 2013). Továbbá egyes csillagoknál megfigyelhető az átlagfényesség folyamatos növekedése vagy csökkenése (trend). Ez a trend a görbe periódus analízise közben egy nagyon hosszú (>1000 nap) periódusként jelentkezik, amely a legtöbb esetben hosszabb a *Kepler* eredeti missziójának működési időszakánál (~1500 nap).

Az alábbiakban vizsgált csillagokról nem készült SC mérés, de a hosszú periódusok miatt nem is indokolt ez az időbeli felbontás. Néhány esetben megfigyelhető kis amplitúdójú, nagyon rövid periódusú (~1 perces) változás is, de ezek feltehetően az apertúrába belekerült más objektum fényváltozásai.

1.2. AAVSO

Az 1911-ben alapított American Association of Variable Star Observers (AAVSO) a legnagyobb – online is elérhető – adatbázissal rendelkező amatőr csillagász szervezet (www.aavso.org). A vizuális megfigyelések mellett újabban sok műszeres mérés is található az adatok közt. Bár az előbbieket pontossága jóval elmarad a műszeres megfigyelésektől, különösen az űrtávcsövektől, ellenben akár száz évre visszamenőleg is tartalmaznak adatokat, így bizonyos szempontból hasznosabbak hosszú periódusú változók esetében, mint az időszakos műszeres megfigyelések. Mivel a mira és SR csillagok nagy vizuális amplitúdóval változtatják fényességüket, a pontatlanabb mérések is jól használhatóak.

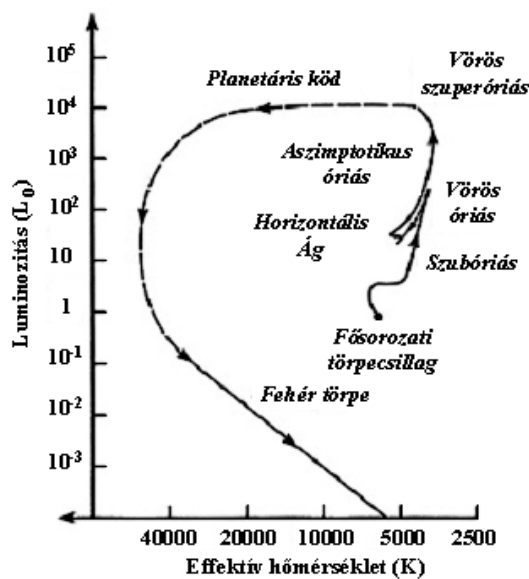
Az egyedi vizuális fényességbecslések pontossága nagyjából 0,3 magnitúdó, ami átlagolással javítható (Kiss 2006). Emiatt az adatok felhasználásához a fénygörbéket 5 és 10 napra átlagoltam és ezekre a pontok szórásából hibát számoltam. Az ilyen hibaszámítás nem megbízható kevés pont esetén, ahol egyetlen pont van az átlagolt szakaszon ott a módszer nem ad hibát. Ebben az esetben 0,5 magnitúdót választottam hibának.

1.3. ASAS

Az 1997-ben indított All Sky Automated Survey (ASAS) program 15 magnitúdónál fényesebb csillagokat monitoroz automatikusan az egész égbolton (Pojmanski 1997 és 2002). A *Kepler*-mezőt 2006 júliusától és 2007 decembere között vizsgálta a Haleakalán (Maui, Hawaii-szigetek) található ASAS3-északi állomás (Pigulski és mtsai 2009). A körülbelül 500 nap alatt V-ben ~ 90 , I-ben ~ 110 mérést végzett. Az alacsony felbontás ($15''/\text{pixel}$) problémát okozott a változók beazonosításánál. A felvételeket 5 különböző méretű apertúrával értékelték ki. Az általam vizsgált csillagoknál nem volt jelentős eltérés az apertúrák között, így a legkisebbet használtam a kisebb hibák miatt. A mezőben található változókról egy katalógust is kiadtak, amely 947 csillagot tartalmaz, ebből 58 mira-típusú változó.

2. Elméleti összefoglaló

A Hertzsprung–Russell-diagramon (HRD) a főszorozati csillagok a magbéli hidrogént alakítják át héliummá. Amikor elfogy innen a hidrogén, az energiatermelés átkerül a mag körüli héjba (Kiss 2006). A fél és öt naptömeg közötti csillagok sugara megnő, miközben hőmérsékletük csökken és luminozitásuk növekszik. A HRD-n jobbra felfele mozdulnak, rákerülnek az első vörös óriás ágra (*Red Giant Branch*, RGB; 5. ábra). Az ághoz egy jól meghatározott maximális luminozitás tartozik (*tip of the Red Giant Branch*, TRGB), amely szinte teljesen független a tömegtől. A TRGB-t akkor éri el a csillagok, amikor magjukban beindul a hélium fúziója. Ekkor a csillag összehúzódik és felmelegszik.



5. ábra. Egy kis tömegű csillag fejlődési útvonala a Hertzsprung–Russell-diagramon (Link1).

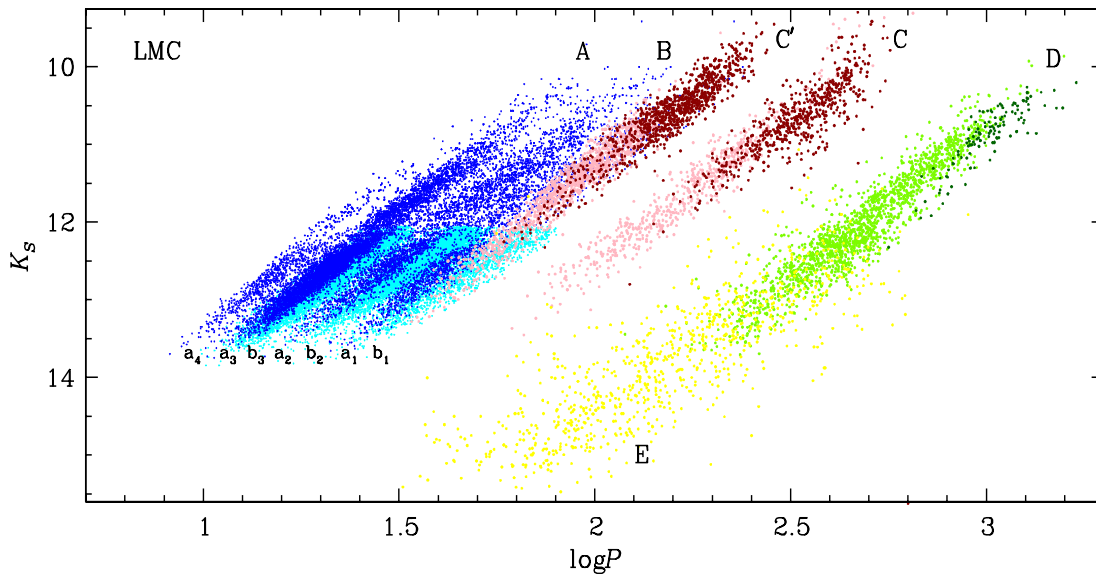
Amikor a magbéli hélium elfogy, az energiatermelés újra kikerül a hidrogén és hélium gazdag héjakba. Ekkor a csillag sugara és luminozitása újból megnő, hőmérséklete pedig lecsökken. Rákerül az aszimptotikus óriás ágra (*Asymptotic Giant Branch*, AGB; 5. ábra). Az energia termelő héjak felett a csillag méretének nagyjából 99%-át adó hidrogén burok található, ebben az energia konvekcióval terjed.

A mira és SR csillagok kivétel nélkül mind az aszimptotikus óriás ághoz tartoznak. Ezek a csillagok egy vagy több radiális módussal pulzálnak. Akkor a leghalványabbak, amikor a leginkább kiterjedtek és a leghidegebbek. Az alacsony hőmérséklet lehetővé teszi molekulák kialakulását a légkörben (pl. Bessell és mtsai 1989), ezek elnyelése okozza az akár 10 magnitúdós vizuális fényesség csökkenést. Ugyanezek a csillagok infravörösben jóval kisebb (~ 1 magnitúdó) amplitúdóval változnak.

Az RGB-n lévő csillagok vizuális tartományban legfeljebb néhány század magnitúdóval változtatják fényességüket, ezért a közelmúltig nem sokat vizsgálták őket. Először az OGLE

(*Optical Gravitational Lensing Experiment*, Udalski és mtsai 1992) program detektált számos ilyen objektumot.

Az OGLE mérésekből megállapították, hogy a vörös óriás csillagok a periódus-fényesség diagramon szekvenciákat alkotnak (6. ábra). A Nagy Magellán-felhőben (Large Magellanic Cloud, LMC) Wood és mtsai (1999) öt szekvenciát mutattak ki. Az *A*, *B* és *C* pulzáló, az *E* kettős és a *D* hosszú másodlagos periódust mutató csillagokat tartalmaz. A *C* az alaplómódus (mirák), *B* az első felhang, az *A* a második és harmadik felhang periódusainak felelnek meg.



6. ábra. Periódus-fényesség diagram az LMC-ben található vörös óriás csillagokról. Függőleges tengelyen az infravörös K sávban mért fényesség magnitúdójában, a vízszintes tengelyen a napban mért periódus logaritmususa van ábrázolva. A kis amplitúdójú vörös óriás csillagokat a kék pontok jelölik (világoskék RGB, sötétkék AGB csillagok). Mirákat és SR változókat a rózsaszín (oxigén gazdag) és piros (szén gazdag) pontok jelölik. A világos és sötétzöld az oxigén és szén gazdag LSP-s csillagokat, a sárga pontok az ellipszoidális változókat mutatják (Soszynski és mtsai 2007).

Főleg az utóbbi évtizedben nem radiális módusokat is azonosítottak vörös óriás csillagoknál. Különösen a *CoRot* és *Kepler* űrtávcsövek ezred magnitúdónál pontosabb fotometriai mérései alapján sikerült főként Nap-típusú oszcillációkat kimutatni. Ezek többnyire p-típusú nem radiális módusok, melyek sztohasztikusan gerjesztődnek a csillag konvekciós zónájában. A legtöbbet K színkép típusú óriások között találták. Mivel ezeket a csillagokat konzekvensen vörös óriásoknak nevezték ez némi zavart okozott a valóban vörös azaz M színkép típusú óriásokat vizsgáló csoport számára (Stello és mtsai 2013; Chaplin & Miglio 2013; Bedding és mtsai 2011).

2.1. Periódus kettőződés

A periódus kettőződés pulzációs ciklusról ciklusra váltakozó, magasabb és alacsonyabb maximumok formájában figyelhető meg. A frekvencia spektrumban a főperiódus és harmonikusai között fél-egész frekvenciák jelennek meg (Szabó 2016). Ez kaotikusan viselkedő rendszerre utal, amit okozhatnak erősen kölcsönható, rezonanciához közeli rezgések (pl. Buchler és mtsai 2004). A jelenséget kimutatták már többek közt fehér törpékben (pl. Goupil és mtsai 1988), RV Tauri változóknak (pl. Kolláth 1990) és mirákban is (pl. Kiss & Szatmáry 2002).

2.2. Hosszú másodlagos periódus

Néhány vörös óriás csillag jól elkülöníthetően mutat rövidebb és hosszabb periódusú változásokat is. A jelenséget hosszú másodlagos periódusnak (*long secondary period*, LSP) hívják. Több mint száz éve ismerik, korábban átlagfényesség változásnak nevezték (pl. Wood 1976). A hosszabb periódusa 200-1500 nap közötti és általában nyolcszor hosszabb, mint a rövid periódus (Saio és mtsai 2015). Az LSP okát még nem sikerült megmagyarázni, de több elképzelés is született.

Az LSP lehet pulzációs eredetű. A radiális pulzáció nem valószínű. A felszíni radiális sebesség mérések gyors mozgást mutatnak (Wood és mtsai 2004; Nicholls és mtsai 2009), így a hosszú periódus alatt a csillag mérete nagy mértékben változna. Erre azonban más jelenségek nem utalnak. Az effektív hőmérsékletnek és a rövidebb periódusnak is módosulnia kellene nagymértékű sugár változás esetén, de nem változnak jelentősen. Továbbá modell számítások alapján a fundamentális módus periódus ideje rövidebb mint az LSP (Wood és mtsai 1999). Ez is azt támasztja alá, hogy a feltételezett pulzációs módus nem radiális. A g módusok hosszabbak lehetnek a fundamentális módusnál, így magyarázhatnák a jelenséget (Wood és mtsai 1999), de a vörös óriások felépítése miatt ezek csak kis amplitúdóval jelennek meg.

Ha az LSP-t mutató csillag szoros kettős, akkor a fénygörbe magyarázható ellipszoidális vagy fedési változással (Soszyński 2007; Derekas és mtsai 2006), de a fényességváltozás tipikus alakja ettől eltérő (Wood és mtsai 1999). Radiális sebesség mérésekből megállapítható, hogy a kísérő nagyon kis tömegű lehet (Wood és mtsai 2004; Nicholls és mtsai 2009).

A jelenséget okozhatják csillagfoltok is (Wood és mtsai 2004), de a rotációs sebességek alapján a periódusoknak jóval hosszabbnak kellene lenniük (Olivier & Wood 2003).

A csillagközi por is okozhat hasonló fényváltozást (Wood és mtsai 1999). Az RVb típusú változók is az LSP-hez hasonló jelenséget mutatnak (Bódi, Szatmáry és Kiss 2016; Vega és mtsai 2017).

2.3. Kis amplitúdójú vörös óriások

Kis amplitúdójú vörös óriásokat már Stebbins és Huffer 1930-ban kimutatott, de a csekély fényváltozás miatt sokáig nem lehetett vizsgálni őket. Először Edmonds és Gilliland (1996) vizsgált alaposabban ilyen objektumokat, amikor 2-4 napos periódusú K óriásokat talált a 47 Tuc gömbhalmazban. Szélesebb körű vizsgálatukat az OGLE tette lehetővé, méréseiből nagy tömegben mutattak ki ilyen csillagokat. Kiss és Bedding (2003) a TRGB alatt és felett két jól elkülönülő csoportot mutatott ki az adatokból. Ezeket az objektumokat OGLE kis amplitúdójú vörös óriásoknak (*OGLE small amplitude red giant*, OSARG) nevezik, periódusuk 10-100 nap, amplitúdójuk 0,005-0,13 magnitúdó közötti (Soszynski és mtsai 2004).

OSARG csillagok szekvenciákat alkotnak a periódus-fényesség diagramon (6. ábra). A TRGB feletti, az AGB OSARG csillagok, az a_1 , a_2 , a_3 és a_4 , az az alattiak (RGB OSARG) a b_1 , b_2 és b_3 szekvenciákat alkotják (Soszynski és mtsai 2004). Az a_3 az A (Wood és mtsai 1999), az a_1 és a_2 együtt a B szekvenciának felel meg, még az a_4 különálló csoport és kevés csillagot tartalmaz.

2.4. Csillag modellek

A vizsgált csillagok periódus arányait különböző modellekkel vettem össze, hogy képet kapjak azok fizikai tulajdonságairól. A modellek közül három csak radiális, egy viszont nemradiális módusokat is figyelembe vett. Az összehasonlításnál először a periódusarányokat, ezt követően a hőmérsékletek majd a sugarak eltérését (lásd lentebb) vettem figyelembe.

2.4.1. Ostlie és Cox (OC) modell

Ostlie és Cox (1986) mira típusú csillagokról készített lineáris pulzációs modelleket. Nagyjából száz, 0,8 és $2 M_{\odot}$ közötti csillagot modelleztek, 2700-3400 K közötti hőmérséklet tartományban. A luminozitást $1500 L_{\odot}$ és $7000 L_{\odot}$ intervallumban változtatták. Minden modell kémiai összetétele ($Y=0,28$; $Z=0,02$) azonos volt. Ez alapján határozták meg a molekuláris opacitást, a konvektív zónában horizontálisan átlagolt opacitást használtak. Néhány esetben turbulens nyomást is figyelembe vettek. Az alap (P_0), első (P_1) és második (P_2) felhang pulzációs periódusait számították ki adiabatikus és nem adiabatikus esetben.

2.4.2. Xiong, Deng és Cheng (XDC) modell

Xiong, Deng és Cheng (1998) $1,0$ naptömegű csillagokat modelleztek, amelynek során időfüggő konvekciót is figyelembe vettek. A nem adiabatikus lineáris modelleket hat sorozatban számolták ki, különböző kémiai összetétellel és luminozitás értékekkel. Ezek közül az egyikhez ($X=0,70$; $Z=0,02$ és $L=5000 L_{\odot}$) közöltek pulzációs periódusokat, az alapreprezentáción kívül az elsőől a negyedik felhangig.

2.4.3. Fox és Wood (FW) modell

Fox és Wood (1982) lineáris nem adiabatikus csillagmodelleket készített vörös óriás és szuper óriás csillagokról és meghatározták az első három radiális módus periódusát, növekedési rátáját és pulzációs konstansát. A modellekben a Nap kémiai összetételét ($X=0,68$; $Z=0,02$) használták fel, de néhány esetben eltértek ettől.

2.4.4. Takayama, Saio és Ita (TSI) modell

Takayama, Saio és Ita (2013) 1,1 naptömegű modellre, 500 és 2200 napluminozitás közt határozták meg a radiális P_0 , P_1 , P_2 és P_3 periódusokat, valamint dipól ($l = 1$) és kvadrupól ($l = 2$) frekvenciákat.

A további fölhasználás céljából a pdf formátumú cikk ábráit svg formátumba mentettem, ami szövegesen kódolja a vektorgrafikus ábrákat, amely lehetővé tette a görbe adatok kinyerését.

3. Felhasznált programok és módszerek

3.1. Period04

A Period04 egy Java és C++ alapú program, amely speciálisan változócsillagok elemzésére készítették (Lenz & Breger 2005). A Period98 (Sperl 1998) továbbfejlesztett változata. Segítségével a fénygörbét harmonikus komponensekre lehet bontani, amihez diszkrét Fourier-transzformációt alkalmaz. A program három modulból áll. A *Fourier* modulban elkészíthetjük a fénygörbe spektrálablak függvényét és frekvencia spektrumát, amely során a legnagyobb amplitúdójú csúcs frekvenciáját felkínálja illesztésre. Az *Fit* modulban illeszthetjük a harmonikusokat a fénygörbére, amit a legkisebb négyzetek módszerével hajt végre a program. Erre több mód is van. A *Calculate* funkció az amplitúdókat és a fázisokat illeszti a frekvenciákat változatlanul hagyja. Az *Improve all* a frekvenciákat is változtatja. Az *Improve special* esetében tétőlegesen megadhatjuk az illeszteni kívánt komponenseket. Az utóbbi két funkció nem mindig sikeres, ekkor hibás értékeket kapunk (Bódi 2012). A megillesztett frekvenciákkal a *Fourier* modulban fehérethetünk. Az *Time String* modulban tölthetünk be adatsorokat és itt jeleníthetjük meg az egyes illesztéseket.

3.2. Súlyozott Wavelet Z-transzformáció (WWZ)

A Fourier-analízis segítségével a görbe egészére jellemző periódusok állapíthatók meg, de valódi csillagokban a periódus, amplitúdó és fázis időbeli változását is fontos lehet figyelemmel

kísérni (Foster 1996; Szatmáry 1994). A wavelet transzformáció ezt teszi lehetővé. A folytonos wavelet transzformáció (Grossmann és mtsai 1989):

$$W(\omega, \tau, x(t)) = \omega^{\frac{1}{2}} \int x(t) f^*(\omega(t - \tau)) dt = \omega^{-\frac{1}{2}} \int x(\omega^{-1}z + \tau) f^*(z) dz \quad (1)$$

Ahol ω a skálafaktor, τ az eltolási paraméter, $f(z)$ a magfüggvény és f^* ennek komplex konjugáltja. Az AAVSO honlapján elérhető, fortran nyelven írt WWZ program rövidített Morlet magfüggvényt használ:

$$f(z) = e^{iz - cz^2} = e^{i\omega(t-\tau) - c\omega^2(t-\tau)^2} \quad (2)$$

Ez nagyon hasonlít egy ablakozott Fourier-transzformációhoz, ahol az ablak $e^{c\omega^2(t-\tau)^2}$. Látható, hogy az ablak mérete függ az ω frekvenciától és a c paramétertől.

3.3. O–C diagram

Egy periódus időbeli változásának vizsgálatára használhatjuk az O-C diagramot (Sterken 2005). Ehhez meg kell határozni a vizsgált periódushoz tartozó maximumok időpontjait a fénygöréből. Ezek az obszervált (O) időpontok. Illetve a jellemző periódus értékkel ki kell számítani a várt időpontokat. Ezek a számított időpontok (calculated, C). O-C diagramon a két érték különbségét ábrázoljuk az idő vagy epocha függvényében. Így képet kaphatunk a periódus időbeli változásáról.

3.4. Csillag sugarak meghatározása

A csillagok és a modellek összehasonlítását a sugarak segítségével is elvégeztem. A modell sugarát (R_1), a modell effektív hőmérséklete (T_m) és luminozitása (L_m) alapján, a Stefan–Boltzmann-törvény használatával határoztam meg.

$$L_m = R_1^2 * T_m^4 \quad (3)$$

$$R_1 = \sqrt{\frac{L_m}{T_m^4}} \quad (4)$$

A mennyiségek a Nap egységeihez viszonyítva szerepelnek.

A csillag sugarát a gravitációs törvény alapján számoltam ki. Ehhez azonban nem állt elegendő adat rendelkezésre, csak a spektroszkópiai mérésekből származó $\log g$ értékek. Ezért minden egyes modellhez az ahhoz tartozó tömeggel (M_m) határoztam meg egy becsült csillag-sugarat (R_2).

$$g = \gamma * \frac{M_m}{R_2^2} \quad (5)$$

$$R_2 = \sqrt{\frac{\gamma * M_m}{g}} \quad (6)$$

A sugarat a $\log g$ alsó és felső hibahatárán is kiszámítottam (R_{2min} és R_{2max}). A megfelelő modell kiválasztásakor feltétel volt, hogy R_1 a két határ közt legyen.

4. Vizsgált csillagok

A KASC WG12 munkacsoport 317 vörös óriás csillagot vizsgált részletesebben. Ezek közül 123-hoz állnak rendelkezésre kiértékelt spektroszkópai adatok. A diplomamunkámban ezekkel a csillagokkal foglalkoztam, és ezek egy részét részletesen is bemutatom. A spektroszkópai mérésekből effektív hőmérsékletet (T_{eff}), felszíni gravitációs gyorsulást ($\log(g)$) és kémiai összetételt állapítottak meg. Az adatokat Bódi Attila konzulensem bocsátotta rendelkezésemre, aki a mérésekből származó T_{eff} felhasználásával asztroszeizmológiai módszerekkel is meghatározta a $\log(g)$ értékeket (Bódi és mtsai 2017).

Három forrásból származnak földfelszíni spektroszkópai mérések. Az *Apache Point Observatory Galactic Evolution Experiment* (APOGEE) a Sloan Digitális Égbolttelmérési Program (*Sloan Digital Sky Survey*; SDSS-III) egyik alprogramja (Steven és mtsai 2016), amelynek során a Sloan 2,5 méteres távcsővel három éven keresztül végeztek nagy felbontású ($R=22500$) spektroszkópiát az infravörös tartományban. Nagyjából 146000 csillagot vizsgáltak, ebből 27 tartozik az általam vizsgáltak közé.

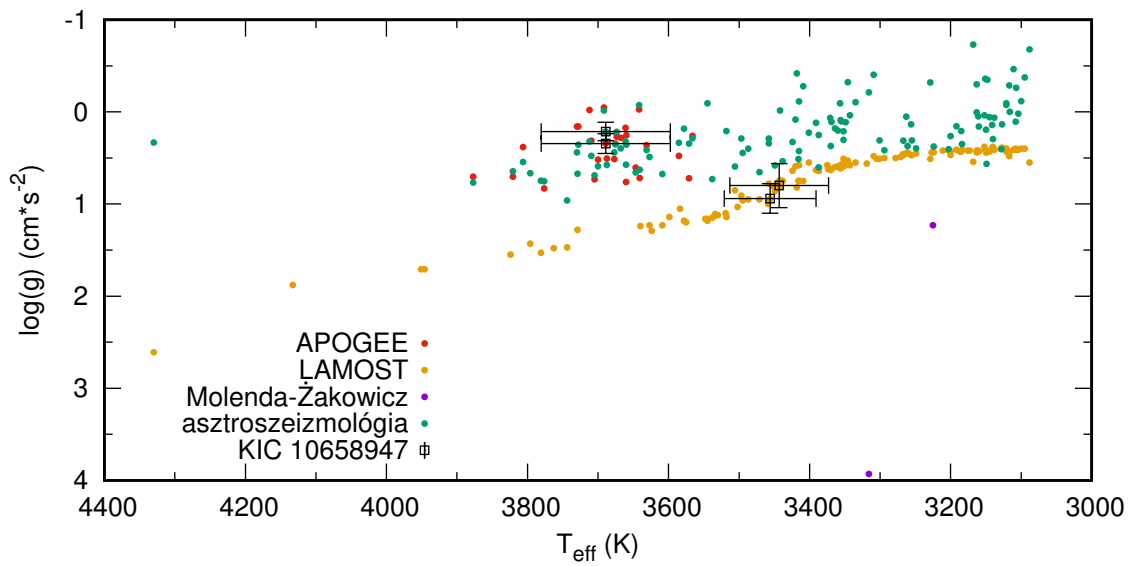
A kínai Xinglong obszervatóriumban található a 4 méteres *Large Sky Area Multi-Object Fiber Spectroscopic Telescope* (LAMOST) (De Cat és mtsai 2015). A távcsőnek nagy (5° -os) látómezeje van és 4000 fiberen keresztül 16 spektrográffal van összeköttesben. Ezzel az eszközzel a LAMOST-Kepler program keretében a Kepler-mezőben található csillagokról készítettek alacsony felbontású ($R=1800$) spektroszkópai méréseket. Frasca és mtsai (2016) több mint 61000 spektrumot értékelt ki 51385 csillagról a ROTFIT program segítségével. Ezek közül 109 volt az általam vizsgált objektumok közt, amelyekről összesen 130 mérés állt rendelkezésre.

Molenda-Żakowicz és mtsai (2013) mérései közt további két csillagról áll rendelkezésre információ.

A T_{eff} - $\log(g)$ diagramon (7. ábra) a különböző forrásokból származó mérések jól elkülönülnek egymástól. Az ábrán látható, hogy még egy adott csillag esetében is jelentős eltérés mutatkozik az adatok közt. A különféle mérések hibahatárokkal sem fednek át.

Az asztroszeizmológiai számításokból származó $\log(g)$ értékek az APOGEE mérésekkel hibahatáron belül egyezést mutatnak. A LAMOST adatok esetén azonban szignifikáns eltérés látható. Ennek átlagos értéke $0,51 dex$. A két Molenda-Żakowicz mérés nagyon eltér a többitől és nagy hibával adják meg a $\log(g)$ -t.

Az általam vizsgált 123 csillagot fénygörbéjük alapján három csoportba osztottam. Az elsőbe a mirák kerültek. Ezekből 8 van a vizsgált objektumok közt. A második csoportba az a 7 csillag került, amely jól elkülönülő rövidebb és hosszabb periódusú fényváltozást is mutat. A harmadik csoportba a félszabályos és kis amplitúdójú vörös óriások kerültek.



7. ábra. Effektív hőmérséklet- $\log(g)$ grafikon. A színezés az adatok forrására vonatkozik. Négyzettel a KIC 10658947 jelű csillaghoz tartozó mérések vannak kiemelve.

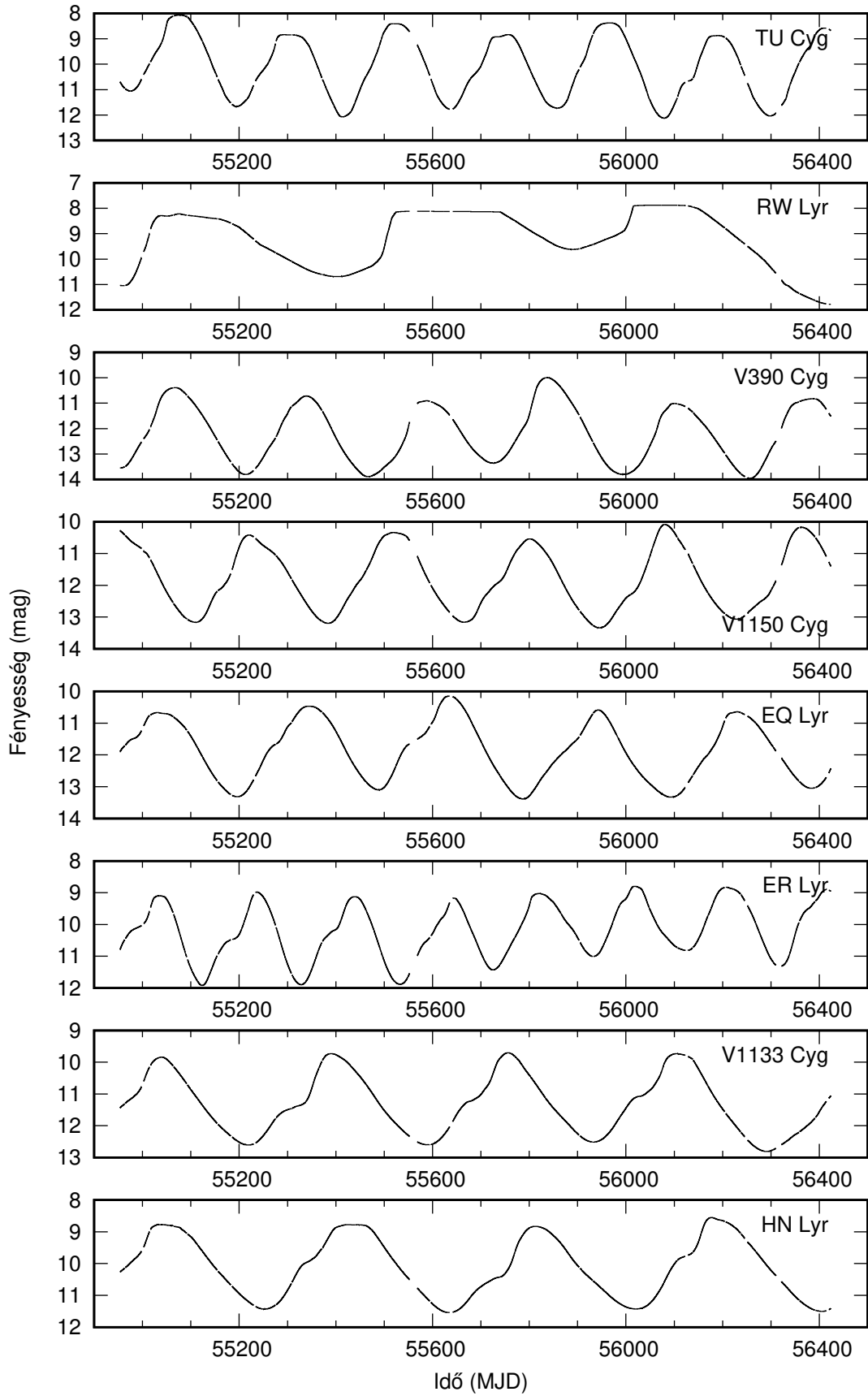
4.1. Mirák

Az ide tartozó 8 csillag a mirákra jellemzően, egyetlen periódussal leírható nagy amplitúdójú fényváltozást mutat (8.ábra). Az RW Lyr esetén megfigyelhető plató nem valós fényváltozás. Ezt az okozza, hogy a nagy fényessége miatt a CCD pixelek telítődnek. A többitől eltérően a TU Cygni fénygörbéjén láthatóan minden második maximum halványabb. Ezen jelenség perióduskettőződésre utal, ezért ezt a csillagot részletesen is megvizsgálom.

A vizsgált csillagok közt található mirák periódusai az 1. táblázatban láthatóak. Ezek az értékek a típusra jellemzőek.

Változó név	KIC szám	periódus (<i>nap</i>)	amplitúdó (<i>magnitúdó</i>)
TU Cyg	11307603	220,54	1,6157
RW Lyr	7868889	488,77	1,2485
V390 Cyg	10978008	259,19	1,5197
V1150 Cyg	7624629	282,20	1,3698
EQ Lyr	5870047	299,36	1,3089
ER Lyr	5093223	197,18	1,1160
V1133 Cyg	7368621	357,13	1,2960
HN Lyr	7274171	381,53	1,2843

1. táblázat. A vizsgált csillagok közt található mirák periódusai és amplitúdói a *Kepler* fénygörbék alapján.



8. ábra. A vizsgált csillagok közt lévő mirák *Kepler* fénygörbéi.

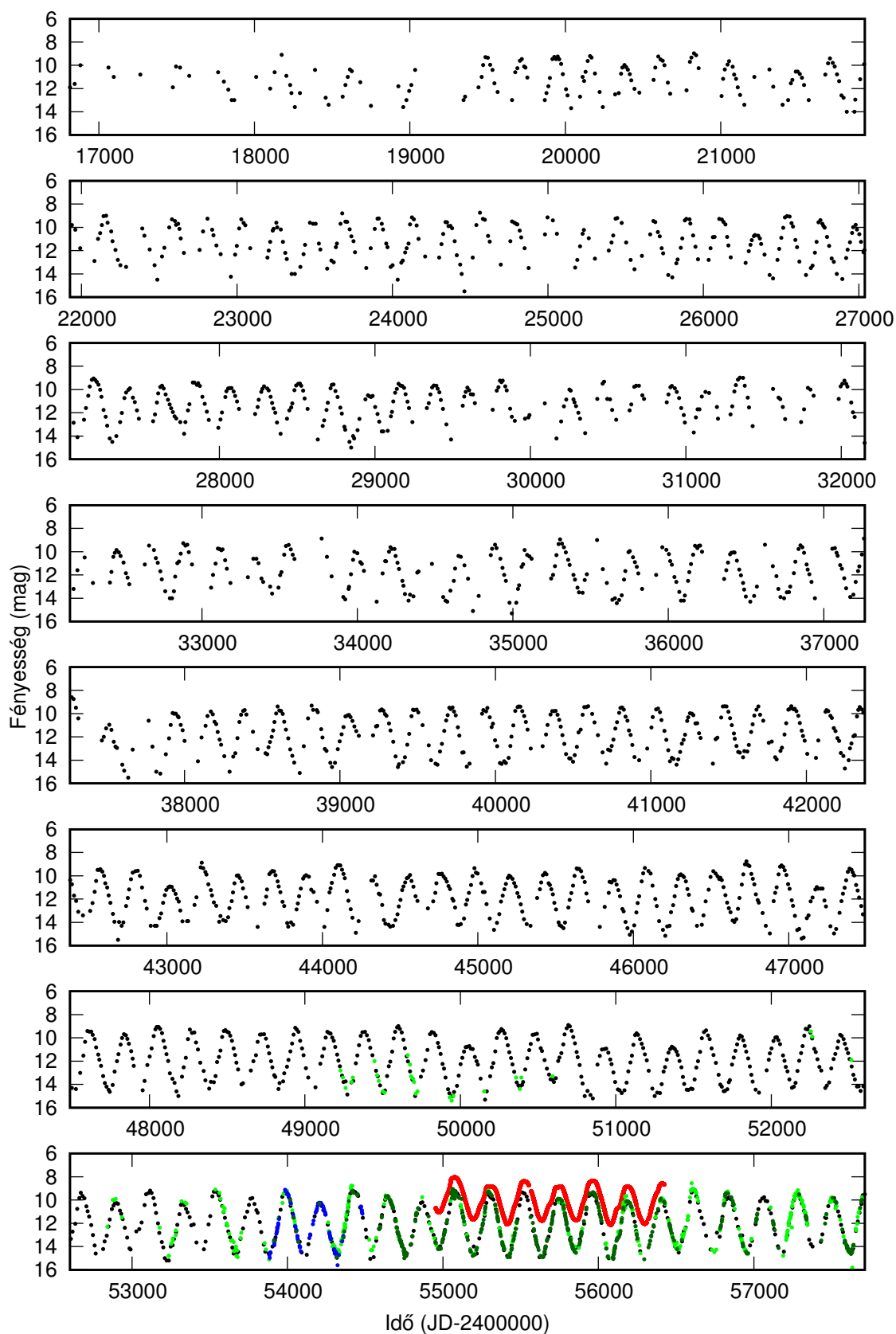
4.1.1. TU Cygni

A TU Cygni (KIC 11307603) vizsgálatához a *Kepler* űrtávcső által mért fénygörbe mellett az ASAS és AAVSO adatbázisában található méréseket is felhasználtam. Az AAVSO vizuális fénygörbéje több mint 112 év hosszú, de ennek első szakaszán kevés mérés található. Az elemzéshez a vizuális görbe 5 és 10 napra átlagolt változatát használtam. A rendelkezésre álló fotoelektromos mérések, az AAVSO Johnson V és RGB zöld szűrős, valamint az ASAS Johnson V szűrős mérései jól kiegészítik egymást (9. ábra). A *Kepler* által mért fénygörbe a mirákra jellemző, de minden második maximum fényesebb. Ilyen jelenséget más hasonló csillagoknál is kimutattak (Kiss & Szatmáry 2002; Bódi, Szatmáry és Kiss 2016; Buchler & Kolláth 2001; Buchler & Kolláth 2003). Az AAVSO adatokban ez megfigyelhető hosszabb időszakokon keresztül, de nem mindenhol (15. ábra). A *Kepler* mérési időszaka épp egy szabályos szakasszal esik egybe.

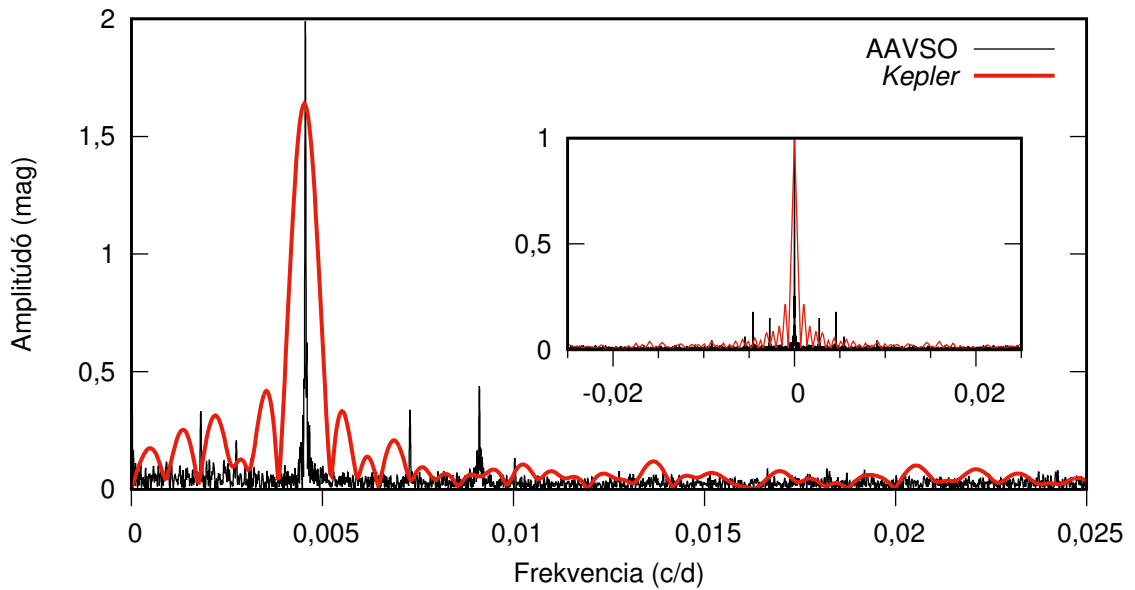
A frekvencia spektrumban 220 napnál megjelenő csúcs dominál (10. ábra). Az ezzel, valamint két hosszabb periódussal való fehérités után megjelennek a főcsúcs egész és fél-egész felharmonikusai is (11. ábra; 6. táblázat). Ezen jelenség a periódus kettőződését mutató csillagokra jellemző; valószínűsíthető, hogy a TU Cygni fényességváltozása alacsony dimenziójú káosz jelenlétével magyarázható. A wavelet térképen $c=0,0625$ esetén jól megfigyelhető a maximumok változása (11. ábra). A főperiódussal vett fázisdiagramon látható, hogy a periódus stabil, de fázisban és amplitúdóban jelentősen változik (12. ábra).

Az O-C diagram elkészítéséhez a maximumok meghatározása szükséges. Ehhez kiválasztottam a maximum várható helyének környezetébe eső pontokat és ezekre Gauss-görbét illeszttem legkisebb négyzetek módszerével. Az illesztett görbe maximum helye adta a csúcspont időpontját és fényességét. Az AAVSO fénygörbe korai szakaszán az egyes ciklusok nem tartalmaznak öt mérési pontot sem, így ide nem illesztettem. A maximum helyzete ott is pontatlan, ahol csak kevés pont állt rendelkezésre. A vizuális adatsort ezért négy különböző módon használtam fel. Az 5 és 10 napra átlagolt görbét a hibák figyelembe vételével és anélkül is megillesztettem, így általában négy különböző eredményt kaptam, melyekből átlagot és standart deviációval hibát számoltam. A görbe későbbi szakaszán a fotoelektromos és *Kepler* mérésekből is meghatároztam a maximumok időpontjait. A kapott eredményt a 14. ábrán ábrázoltam. Az O-C más mirákhoz hasonló változást mutat. A diagram alakja a véletlen hibák akkumulálódásával is magyarázható (Sterken 2005).

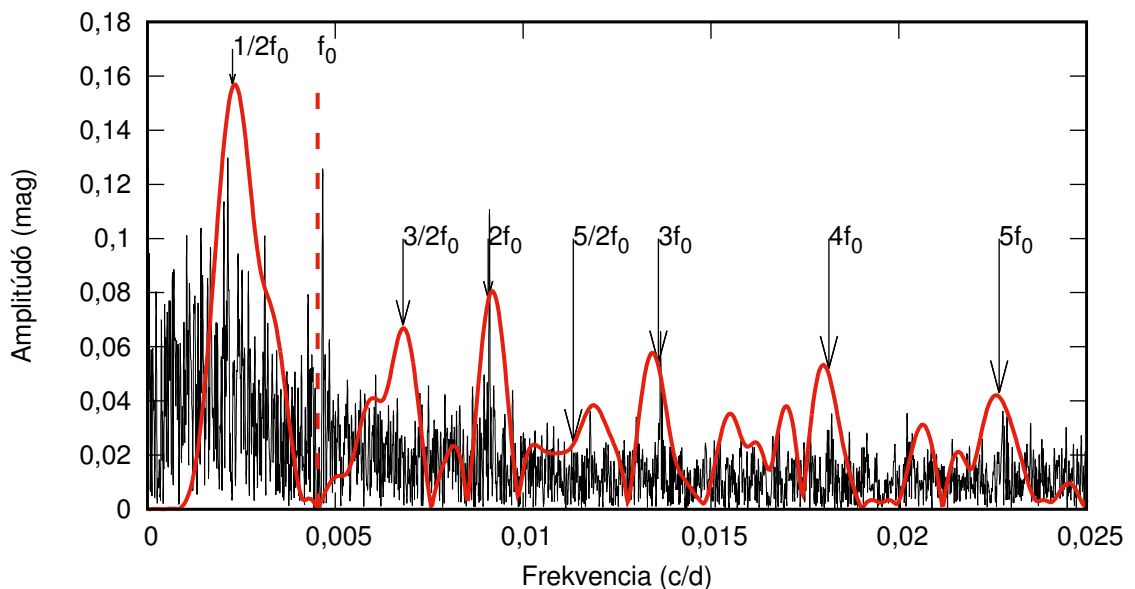
Ha minden másodikat összekötve ábrázoljuk a maximumokat, akkor jól megfigyelhetővé válik az, hogy bizonyos szakaszokon belül a páros vagy a páratlan maximumok a fényesebbek (15. ábra). Vannak azonban olyan szakaszok, ahol ez nem figyelhető meg. Ilyen a fénygörbe első része is, de itt a kevés megfigyelés miatt a maximumok fényessége nagyon bizonytalan. Az alternáló maximumok sorrendjének felcserélődése, valamint a jelenség időszakos megszűnése a pulzációs mechanizmus kaotikus jellegét erősítik.



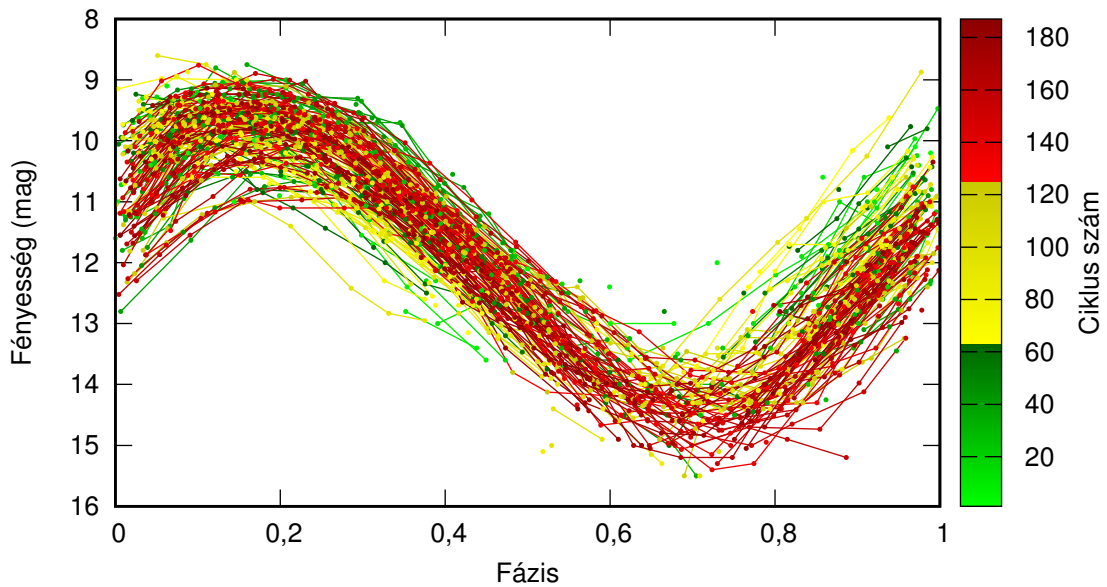
9. ábra. TU Cygni AAVSO vizuális (fekete), fotoelektromos (zöld), ASAS V (kék) és a *Kepler* (piros) által mért görbe összehasonlítása.



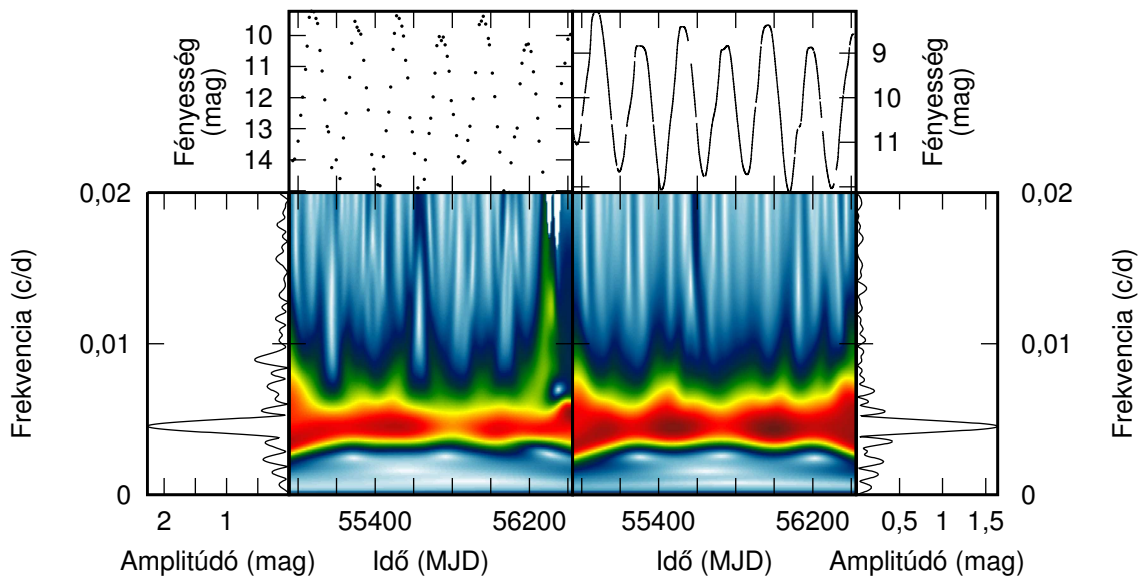
10. ábra. A TU Cygni frekvencia spektrumai. AAVSO feketével, *Kepler* fénygörbéjének frekvencia spektruma pirossal van jelölve. Inzertben a spektrál ablak függvények láthatóak.



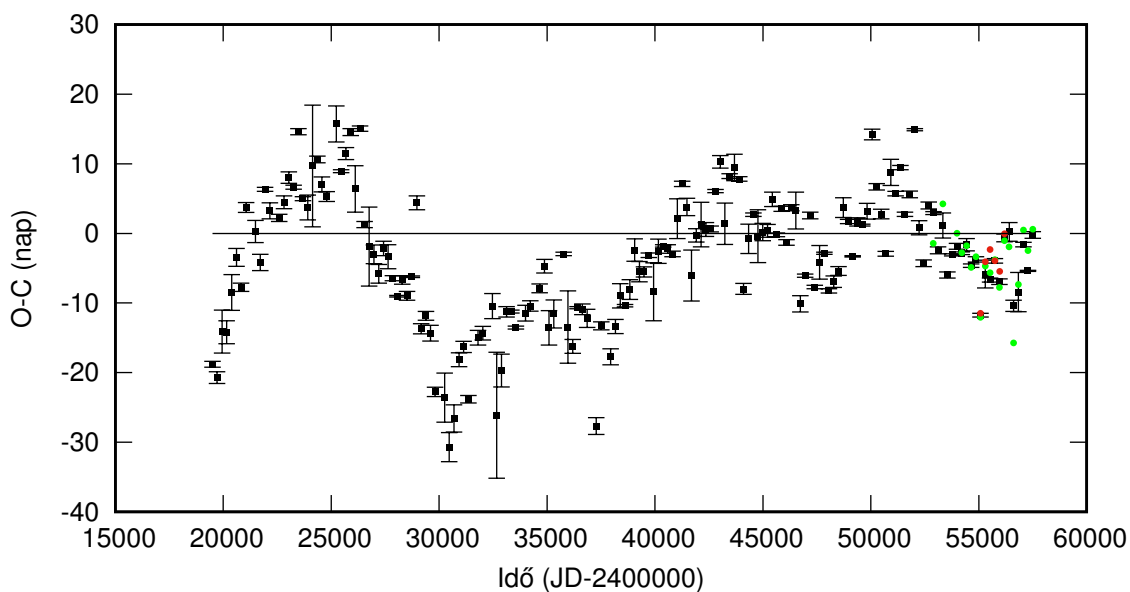
11. ábra. A TU Cygni frekvencia spektruma a fő- és két hosszabb periódus (2305 és 1237 napos) levonása után. A piros szaggatott vonal a főperiódus (f_0) helyét jelöli. AAVSO feketével, *Kepler* fénygörbéjének frekvencia spektruma pirossal van jelölve.



12. ábra. A TU Cyg AAVSO fénygörbéjének fázisdiagramja ($P=219,57$ nap). A színek a pulzációs ciklus sorszámára utalnak.



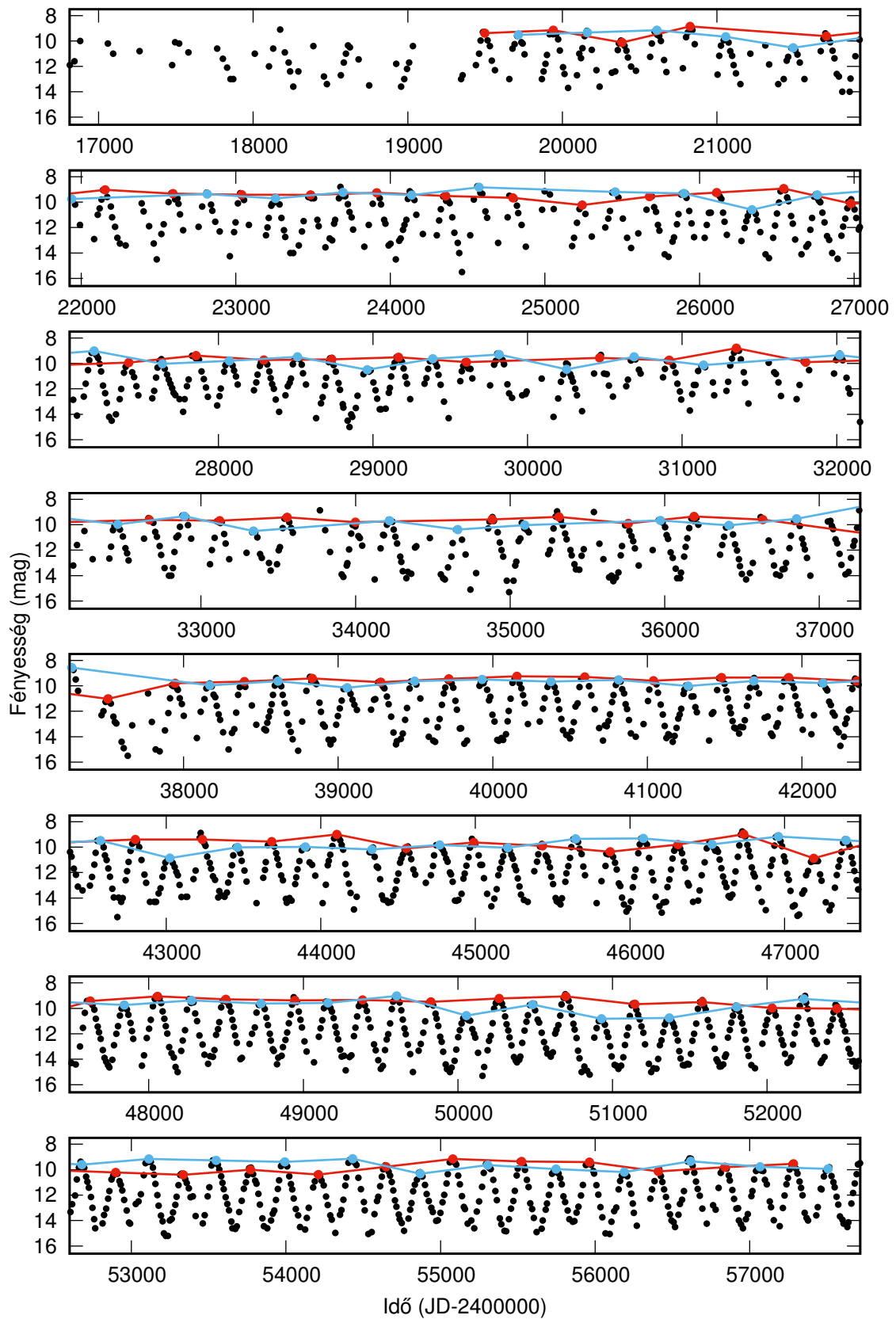
13. ábra. A TU Cygni wavelet térképe. Jobbról a *Kepler*, balról az AAVSO adatok a *Kepler* mérési időszakában. Felül a csillag fénygörbéi, oldalt a frekvencia spektrumai láthatók.



14. ábra. A TU Cygni O-C diagramja. Fekete a vizuális, zöld a fotoelektromos (ASAS és AAVSO) és a piros pontok a Kepler méréseiből meghatározott maximumok adatait jelölik ($JD_{max} = 2419497,8091 + 219,57 * E$).

Periódus (<i>nap</i>)	Frekvencia ($\frac{c}{d}$)	Amplitúdó (<i>magnitúdó</i>)	Fázis (<i>rad/2π</i>)	Frekvencia arányok
220,54	0,0045343	1,6157	0,9724	f_0
442,48	0,0022600	0,1932	0,2732	$0,498f_0 \simeq \frac{1}{2}f_0$
2305,27	0,0004338	0,5894	0,9989	$0,536f_h \simeq \frac{1}{2}f_h$
1236,62	0,0008087	0,3556	0,5918	f_h
311,27	0,0032126	0,1118	0,1067	$0,709f_0$
108,92	0,0091808	0,0824	0,5394	$2,025f_0 \simeq 2f_0$
55,49	0,0180215	0,0541	0,4651	$3,974f_0 \simeq 4f_0$
145,59	0,0068686	0,0600	0,5202	$1,515f_0 \simeq \frac{3}{2}f_0$
74,64	0,0133971	0,0504	0,0051	$3,974f_0 \simeq 3f_0$
44,16	0,0226459	0,0426	0,8834	$4,994f_0 \simeq 5f_0$
85,49	0,0116970	0,0362	0,4999	$2,580f_0 \simeq \frac{5}{2}f_0$

2. táblázat. A TU Cygni *Kepler* fénygörbéjében talált tizenegy legnagyobb amplitúdójú harmonikus komponens adatai.



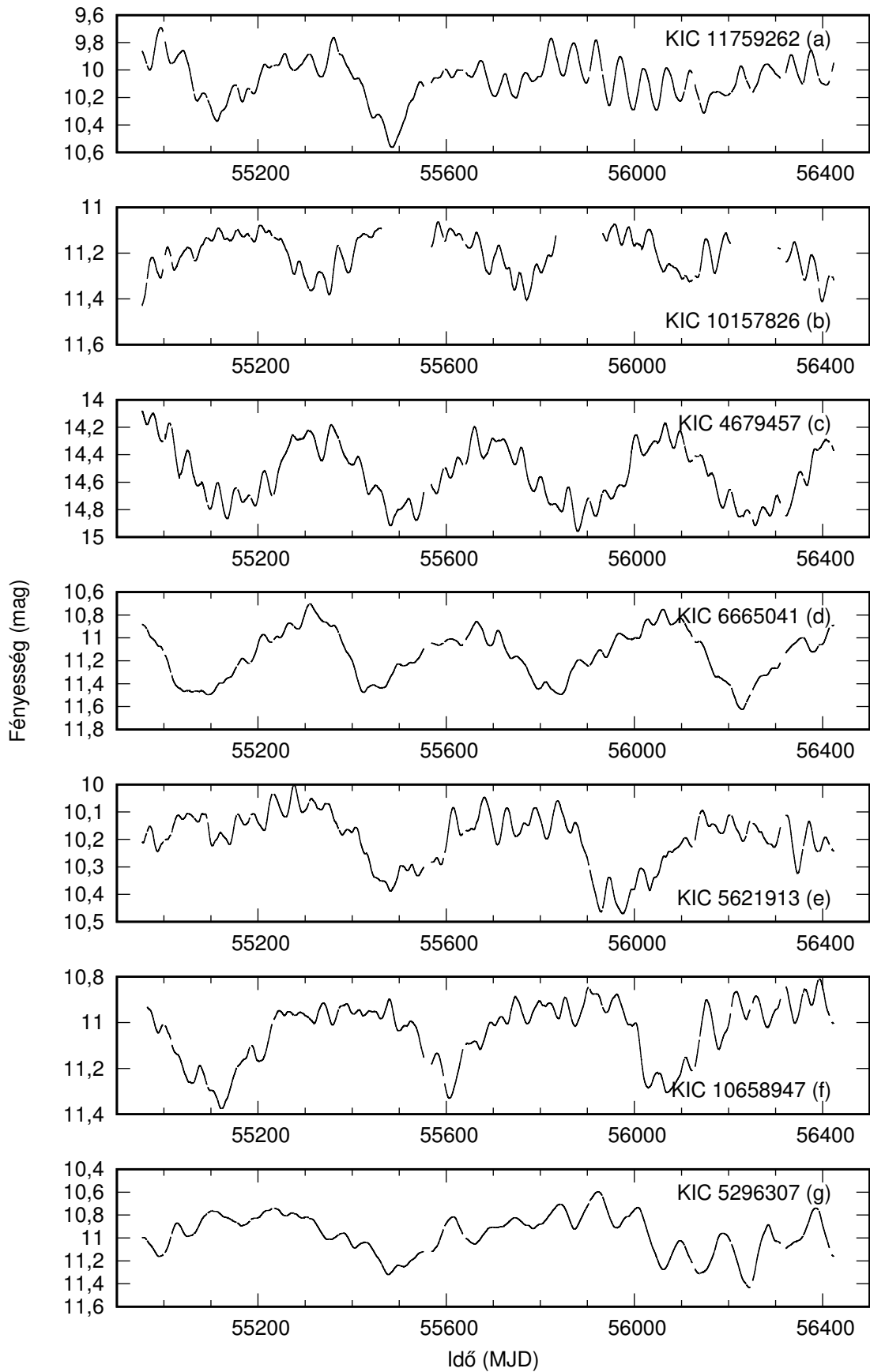
15. ábra. A TU Cygni 5 naponként átlagolt AAVSO görbéje és a maximumok pontjai. Pirossal a páros, késsel a páratlan maximumok vannak jelölve.

4.2. Hosszú másodlagos periódust mutató félszabályos változók

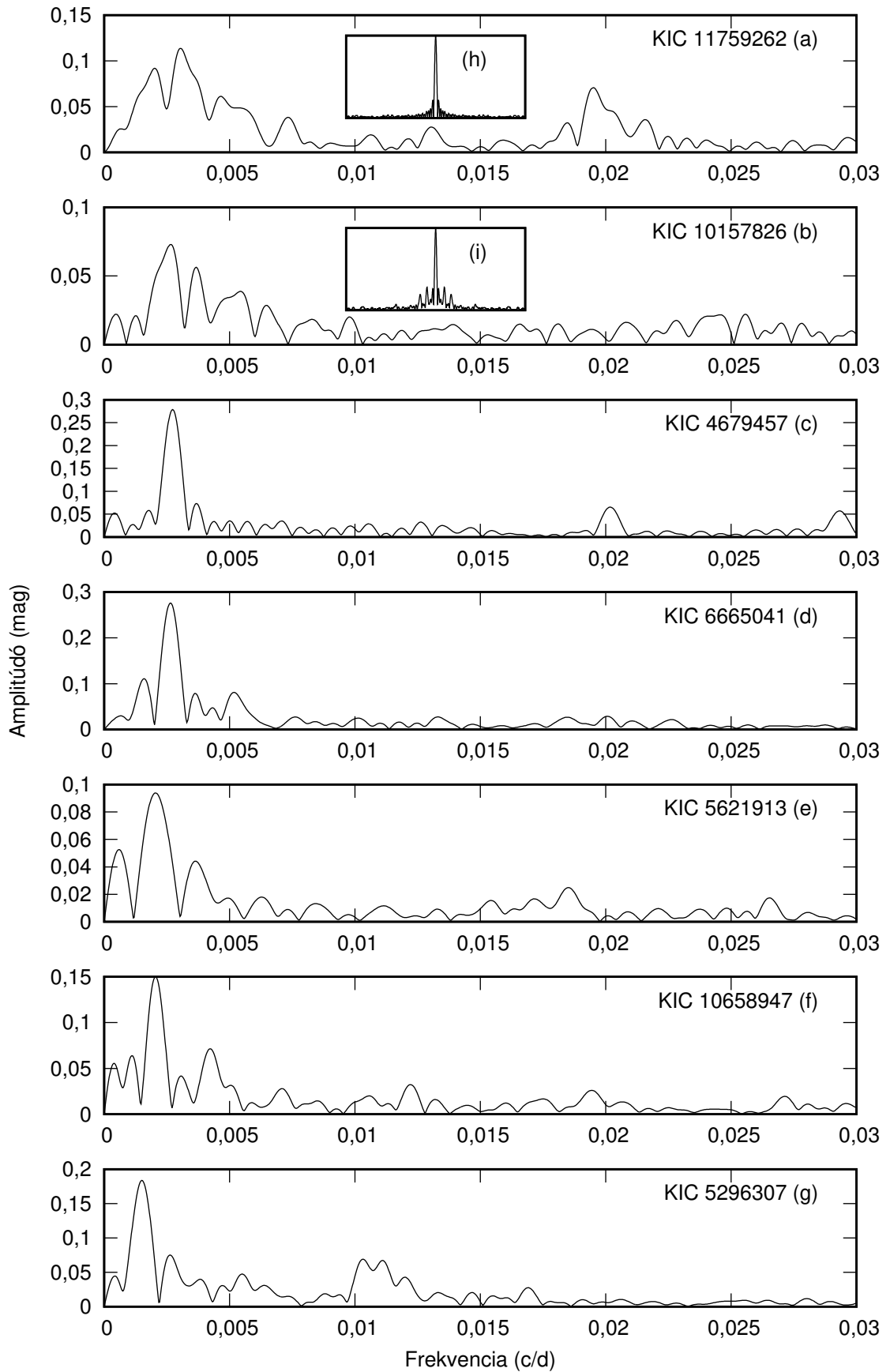
Ebben a fejezetben azokat a csillagokat mutatom be részletesebben, melyek hosszabb és rövidebb fényváltozást is egyaránt mutatnak. Ennek többféle oka lehet, az egyik ilyen a *Kepler* adatsoraiban jelentkező egy éves (372,5 nap) periódus, ami a fénygörbékben megjelenő instrumentális effektus (Bányai és mtsai 2013). Ennek a változásnak az amplitúdója legfeljebb 0,1 magnitúdó.

Vannak azonban olyan csillagok, amelyek hasonló fényváltozást mutatnak 1-1,5 év periódussal, de amplitúdójuk több tized magnitúdó, és ez nem csak a *Kepler*, de az ASAS fénygörbéiben is jelentkezik. Ahogyan azt már korábban más *Kepler*-mezőben található csillagoknál is kimutatták (Derekas és mtsai 2010), a hosszabb és rövidebb periódusok arányai az LSP jelenségére utalnak.

Az általam vizsgált objektumok közt hét ilyen szerepelt (16. ábra). Az alábbiakban ezekkel foglalkozom részletesebben. A spektroszkópia mérésekből származó fizikai paramétereket és az általam meghatározott periódusok arányait csillagmodellekkel vetem össze, hogy megállapíthassam a csillagok pulzációs módusait, és hogy lehet-e pulzáció az LSP jelenségnek az oka.



16. ábra. Hosszú másodlagos periódust mutató félszabályos változó csillagok fénygörbéi.



17. ábra. Hosszú másodlagos periódust mutató félszabályos változó csillagok frekvencia spektrumai. Inzertben a spektrálablakok láthatóak. A (h)-val jelölt spektrálablak a (c)-(g) jelű csillagokra is vonatkozik.

4.2.1. KIC 11759262

A fénygörbe első szakaszán a hosszú periódus megfigyelhető, de a görbe második részén teljesen eltűnik és SR csillagokra jellemző változást mutat (16. ábra (a)). Frekvencia spektrumában két csúcs csoport különül el (17. ábra (a)). A hosszabb periódusok 550 és 200 nap közöttiek, 325 napos domináns csúccsal, a rövidebbek 50 nap körüliek (3. táblázat). A wavelet térképen megfigyelhető, hogy a fénygörbe első és második szakasza közt hirtelen változás van (18. ábra). A hosszú periódus eltűnésével a rövidebb periódus felerősödik.

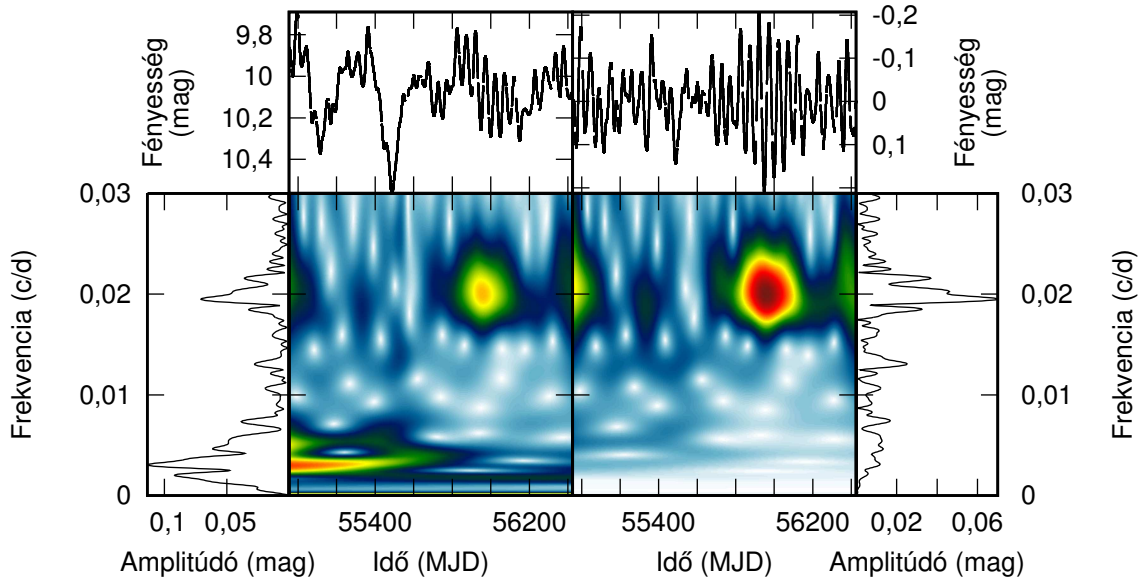
Periódus (<i>nap</i>)	Frekvencia ($\frac{c}{d}$)	Amplitúdó (<i>magnitúdó</i>)	Fázis ($\frac{rad}{2\pi}$)
325,10	0,0030759	0,1016	0,5359
283,11	0,0035322	0,1132	0,4372
544,62	0,0018362	0,0925	0,2697
216,24	0,0046244	0,0748	0,5373
51,24	0,0195177	0,0719	0,3173
49,43	0,0202317	0,0452	0,3043
188,52	0,0053045	0,0426	0,9892
46,61	0,0214558	0,0366	0,9289
919,04	0,0010881	0,0327	0,9234
138,07	0,0072426	0,0318	0,4969

3. táblázat. A KIC 11759262 fénygörbéjében talált tíz legnagyobb amplitúdójú harmonikus komponens adatai.

Annak érdekében, hogy a rövidebb változások is jobban vizsgálhatóak legyenek, a hosszú változásokat le kellett vonni a fénygörbékből. Ehhez előállítottam a fénygörbéknek a simított változatait (19. ábra). Ezt több lépésben hajtottam végre, mert egy simítás után még maradt a görbében rövid változás is. Maga a simítás úgy történt, hogy egy adott hosszúságú időablakban a görbe fényességértékeit összeátlagoltam és ezt az ablakot egy napos lépésközzel végigvezettem a teljes fénygörbén. Azért választottam ezt a lépésközt, mert az itt vizsgált csillagok ennél jóval hosszabb periódussal változtatják fényességüket és a görbe egy napon belül jó közelítéssel egyenes. Az így kapott simított görbét tovább simítottam még három lépésben egyre rövidülő időablakokkal, hogy minden apró változást megszüntessenek benne. Ennél a csillagnál 60, 50, 25 és 5 napos ablakokat használtam, de ezek az értékek csillagonként eltértek.

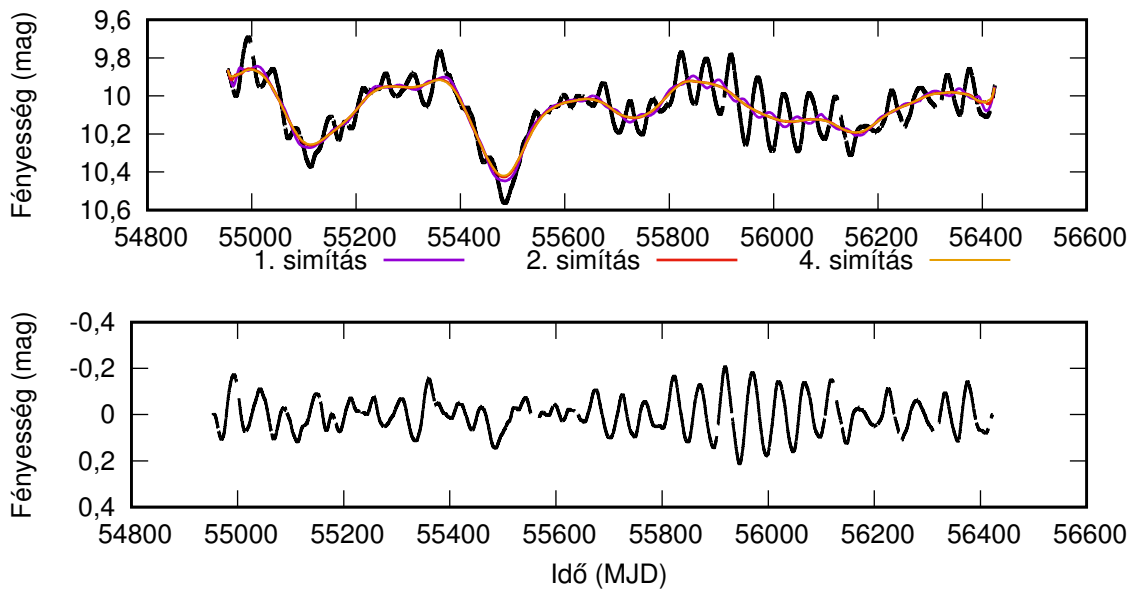
A folyamat végén kapott simított görbét levontam az eredeti görbéből. A fehérített fénygörbe félszabályos változókhöz hasonlít, az elején szabálytalan, a második felében szabályos fényváltozással (18. ábra jobb oldala).

A legnagyobb amplitúdójú hosszú és rövid periódus aránya 6,5. A modellekkel összeha-



18. ábra. A KIC 11759262 wavelet térképei. Balról az eredeti *Kepler*, jobbról a simított görbe levonása utáni reziduál. Felül a fénygörbék, oldalt a frekvencia spektrumok láthatók.

sonlítva ez nem felel meg két radiális módus arányának. A rövidebb periódusok pulzációs eredetűek lehetnek, míg a hosszabb LSP jellegű, de nincs végig jelen a fénygörbében.



19. ábra. Felül a simított görbe előállításának lépései. A csillag fénygörbéjét 60, 50, 25 és 5 napos átlagolással simítottam. A 3. lépés nincs ábrázolva, mert a 4. simítás nagyon rövid periódusú változásokat szüntetett meg, az ábrán a két görbe közt nem lenne lényeges eltérés. Alul a négy lépéssel kapott simított görbe levonása utáni reziduál.

4.2.2. KIC 10157826

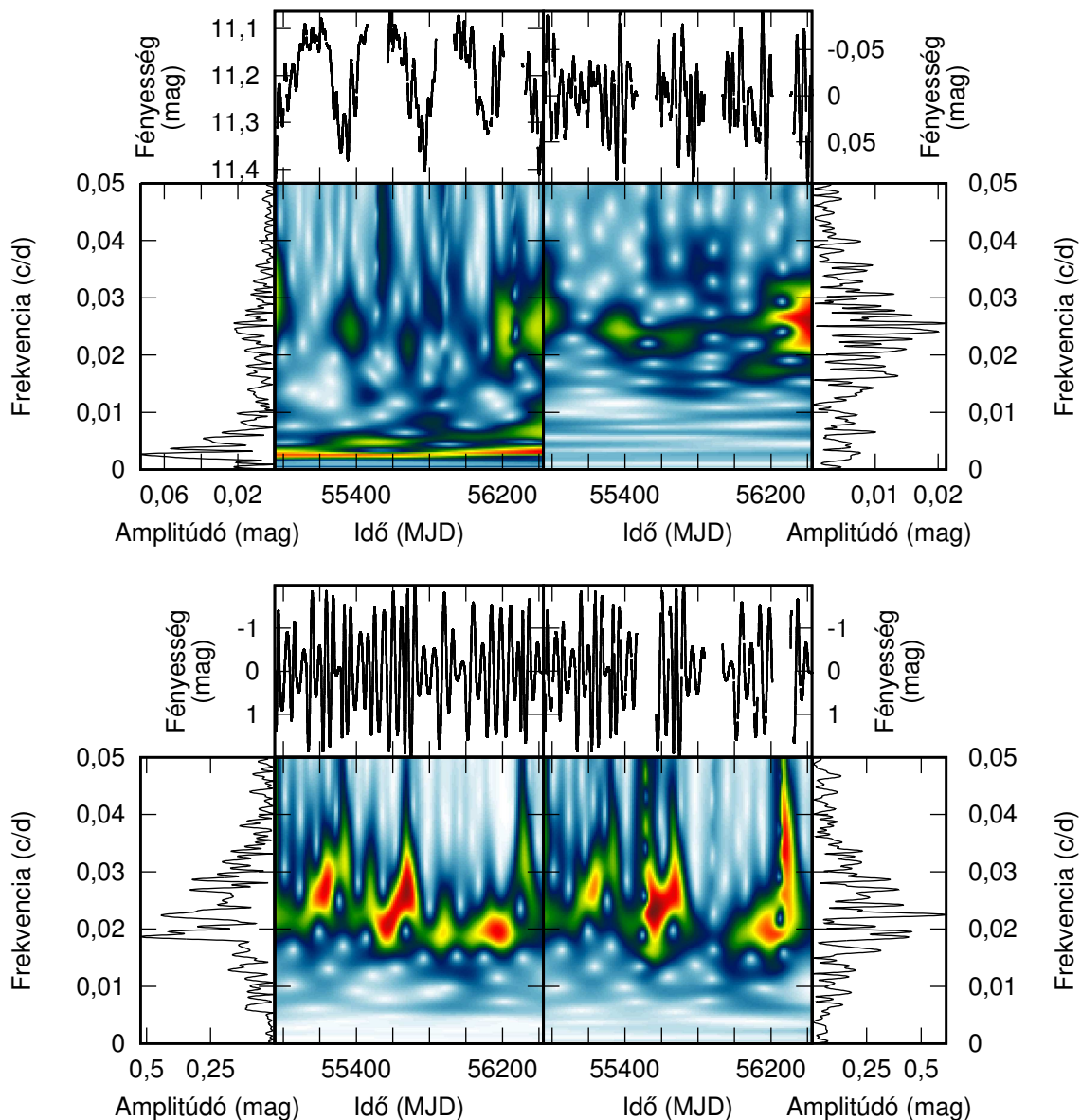
A csillag fénygörbéjét egy 370 napos hosszabb és 40 nap körüli rövidebb periódusú változás jellemzi (16. ábra (b)). A *Kepler* egyes CCD chipjeinek hibája miatt néhány negyedéves fénygörbe szakasz hiányzik (Q7, Q11, Q15). Ez a szakaszok egymáshoz illesztését megnehezítette. Így a kapott görbe nem teljesen egyértelmű, főként a görbe utolsó darabjának helyzete kérdéses. Frekvencia spektrumát két csúcs csoport jellemzi (17. ábra (b)). Az említett 370 napos perióduson kívül több hosszabb periódus is megfigyelhető (4. táblázat), valamint 40 napos periódus körüli középponttal egy széles csúcscsoport. A hiányzó fénygörbe darabok, a *Kepler* forgatása miatt periódikusan, évenként hiányoznak. Emiatt a spektrálablakban erős csúcsok jelennek meg (17. ábra (i)), ami miatt a frekvencia spektrumban – annak jellege és a spektrálablak miatt – igen nehéz beazonosítani a valódi csúcsokat. Wavelet térképén csak a 370 napos periódus látszik stabilnak, a többi csak helyenként erősödik meg (20. ábra balra fent).

Periódus (<i>nap</i>)	Frekvencia ($\frac{c}{d}$)	Amplitúdó (<i>magnitúdó</i>)	Fázis ($\frac{rad}{2\pi}$)
363,64	0,0027500	0,0960	0,0041
580,85	0,0017216	0,0324	0,1476
283,29	0,0035300	0,0404	0,1706
202,72	0,0049329	0,0359	0,2770
39,10	0,0255783	0,0234	0,5833

4. táblázat. A KIC 10157826 fénygörbéjében talált öt legnagyobb amplitúdójú harmonikus komponens adatai.

Az átlaggörbével fehérített fénygörbében jól megfigyelhető a rövidebb periódusú változás, amelynek amplitúdója és periódusa is nagy mértékben váltakozik. A változás látszólag véletlenszerű (20. ábra fent jobbra). Ennek igazolására készítettem egy mesterséges fénygörbét. Egy 40 napos periódusú szinuszos változást vettem alapul, mert a csillagban található periódusok ezen érték körül szóródnak. A generált görbe amplitúdóját és periódusát is véletlenszerűen változtattam ciklusról ciklusra (21. ábra; 5. táblázat). A fázist úgy változtattam, hogy minden periódus a 0 értéknél kezdődjön és végződjön, így kerülve el a szakadozást. A görbét állandó mintavételezéssel, a *Kepler* LC méréseinek megfelelő, félóránként vett pontokban (*a* jelű görbék) és a KIC 10157826 mérési időpontjaiban (*b* jelű görbék) is kiszámítottam így lehetőség volt a spektrálablak hatását is megfigyelni (20. ábra alul). A két görbe spektrumában az eltérések abból is származnak, hogy bizonyos periódusok csak a csillag mérésiben lévő űrűök ideje alatt vannak jelen az állandó mintavételezésű görbében.

A legjobban hasonlító generált görbe (3-as modell) periódusa 20 és 60 nap között változott, amplitúdója az alap görbének 0-2-szerese lehetett (22. ábra). A csillaghoz skálázva 0 és 0,1

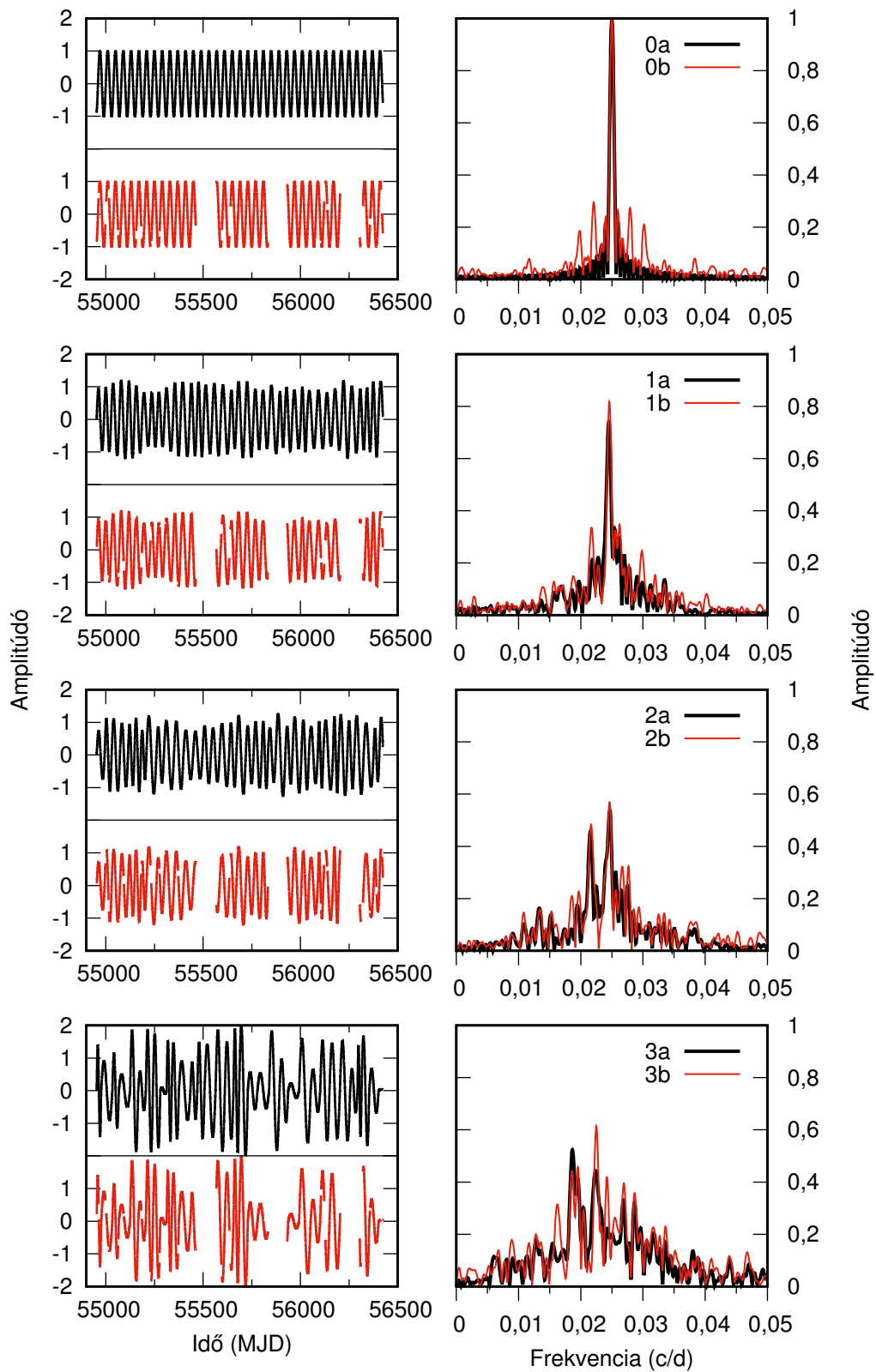


20. ábra. A KIC 10157826 (fent balról) és az átlagolt görbével fehérített fénygörbe frekvencia spektruma és wavelet térképe (fent jobbról). Lent balra a 3a modell, lent jobbra a 3b modell frekvencia spektruma és wavelet térképe.

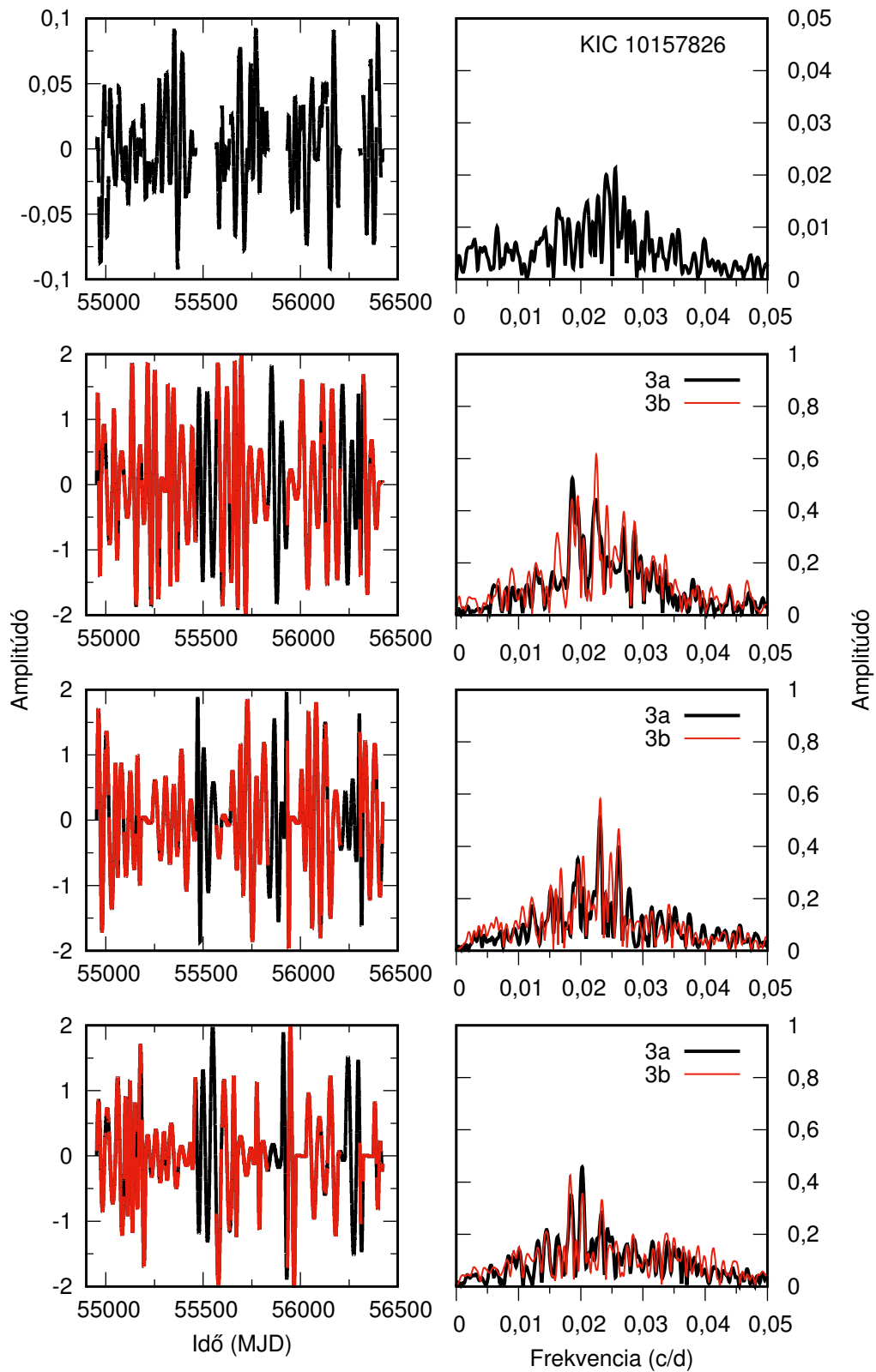
magnitúdó közötti változásnak felel meg. A frekvencia spektrumában (21. ábra, 3b modell) hasonló struktúrát mutat, mint a csillag. Wavelet térképében, a csillaghoz képest, eltérő szerkezetek láthatóak (20. ábra jobbról), amelyet a frekvenciák véletlenszerű változása okoz. Ilyen, véletlenszerű fényességváltást a konvenció által sztochasztikusan gerjesztett pulzáció, az ún. Nap-típusú oszcilláció okozhat.

Modell görbe	$\pm\Delta P$ (<i>nap</i>)	$\pm\Delta Amp$ <i>A</i> egységben	Űr
0a	0	0	nem
0b	0	0	igen
1a	8	0,2	nem
1b	8	0,2	igen
2a	15	0,8	nem
2b	15	0,8	igen
3a	20	1	nem
3b	20	1	igen

5. táblázat. Véletlenszám sorozattal generált görbék adatai. $\pm\Delta P$ a periódus idő, $\pm\Delta Amp$ az amplitúdó legnagyobb lehetséges eltérése a kezdeti értékhez képest. Utóbbi a kiinduló szinuszkörbe amplitúdójának egységében van megadva. Az űr nélküli görbe egyenletesen, félóránként mintavételezett, az űrrel rendelkező görbe a KIC 10157826 mérési időpontjaiban meghatározott görbét jelöl.



21. ábra. Generált fénygörbék (balra) és azok frekvencia spektrumai (5. táblázat). Feketével az egyenletesen mintavételezett görbe. Pirossal a KIC 10157826 csillag fénygörbéjének időpontjaiban meghatározott generált (űr nélküli) görbe.



22. ábra. Felül a KIC 10157826 fehérített fénygörbéje. Az alsó három ábra a 3-as modell különböző véletlenszám sorozattal generálva. Fekete az űr nélküli (3a modell), piros az űrel rendelkező (3b modell) görbéket jelölik ezeken az ábrákon.

4.2.3. KIC 4679457

A csillag fénygörbéjében egy év körüli 0,8 magnitúdós szabályos fényváltozásra $\sim 0,1$ magnitúdós szabálytalannak tűnő rövidebb változás rakódik (16. ábra (c)). Frekvencia spektrumát egy 374,5 hosszabb és két rövidebb 49,5 és 34 napos periódus jellemzi (17. ábra (c); 6. táblázat).

Periódus (<i>nap</i>)	Frekvencia ($\frac{c}{d}$)	Amplitúdó (<i>magnitúdó</i>)	Fázis ($\frac{rad}{2\pi}$)
374,54	0,0026700	0,2768	0,0376
49,45	0,0202219	0,0552	0,2628
34,07	0,0293543	0,0496	0,8795
2262,25	0,0004420	0,0499	0,5201
502,31	0,0019908	0,0344	0,2373
71,28	0,0140296	0,0247	0,0431
143,27	0,0069798	0,0192	0,9064
32,68	0,0306034	0,0164	0,1080
79,00	0,0126584	0,0174	0,9600
51,03	0,0195949	0,0155	0,9604

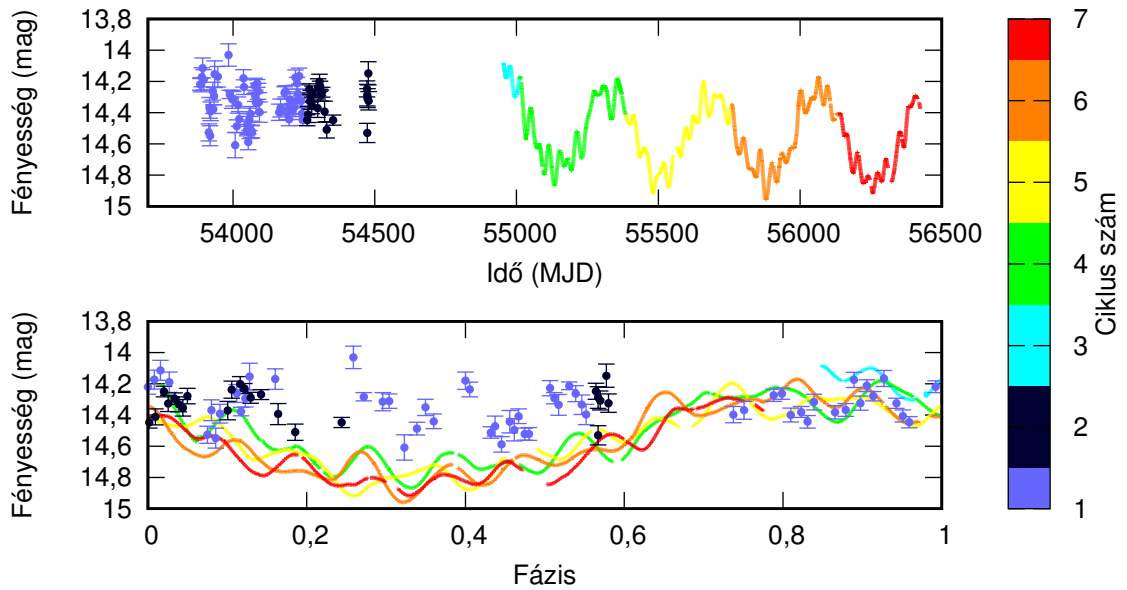
6. táblázat. A KIC 4679457 fénygörbéjében talált tíz legnagyobb amplitúdójú harmonikus komponens adatai.

A főperiódus közel áll a *Kepler* évhez (372,5 nap; Bányai és mtsai 2013), de a csillag fényességváltozása az effektus mértékénél jóval nagyobb amplitúdójú. Az ASAS görbében nem egyértelmű a főperiódus jelenléte (23. ábra), ennek ellenére valószínű, hogy valós fényváltozásról van szó.

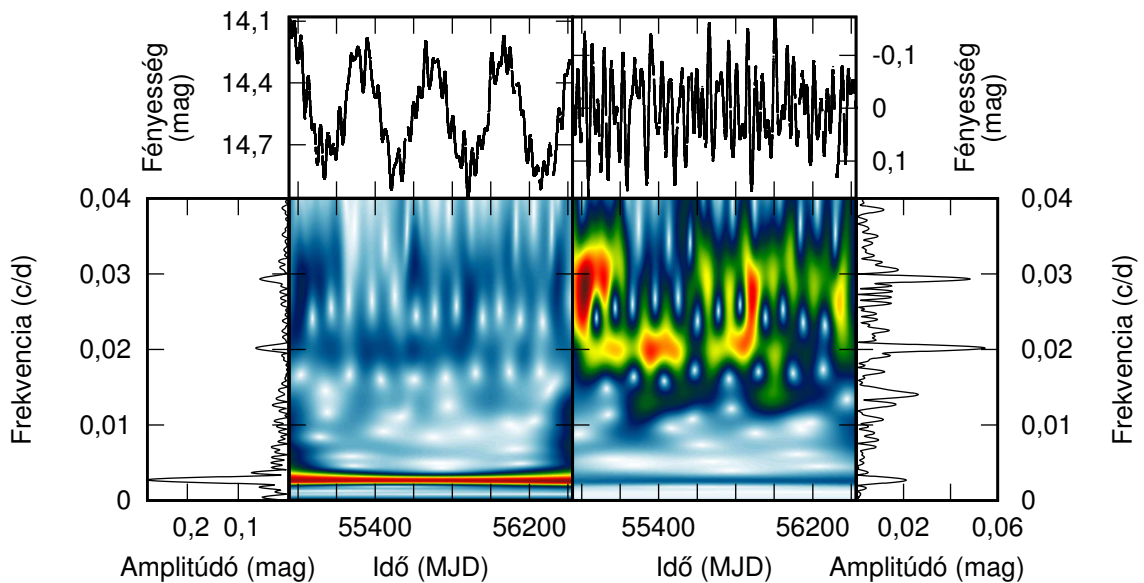
Ennél a csillagnál is levontam egy simított görbe segítségével a hosszabb változást a fénygörbéből (24. ábra jobb oldala). A fehérített fénygörbére intervallumonként (ablakozva) 49,5 és 34 napos periódusú szinuszt illesztettem, amelyek a pulzációs periódusoknak felelnek meg. Az ablak mérete a periódus kétszerese volt, amit naponként csúsztatva illesztettem. A 25. ábrán az illesztésből származó amplitúdó értékeket ábrázoltam a vizsgált intervallum középső időpontjának függvényében. A kapott ábrán jól látható, hogy az amplitúdó periodikusan változik mindkét esetben. Ez a wavelet térképen is megfigyelhető (24. ábra).

A 49,5 és 34 napos periódusok amplitúdója ~ 110 és ~ 166 napos periódussal változik. Az amplitúdó modulációk periódusainak a másik pulzációs periódussal vett arányai nagyjából 3,3. A két pulzációs periódus frekvencia különbségének reciproka 109,5 nap. Ez jó közelítéssel megegyezik a 110 napos amplitúdóváltozással, ami lebegésre utal.

A hosszabb és rövidebb periódusok arányai (7,5 és 11) nem mutatnak jó egyezést a modellekkel. A két rövidebb periódusra jellemző arány (1,45) azonban megfelelhet a P_0/P_1 vagy a

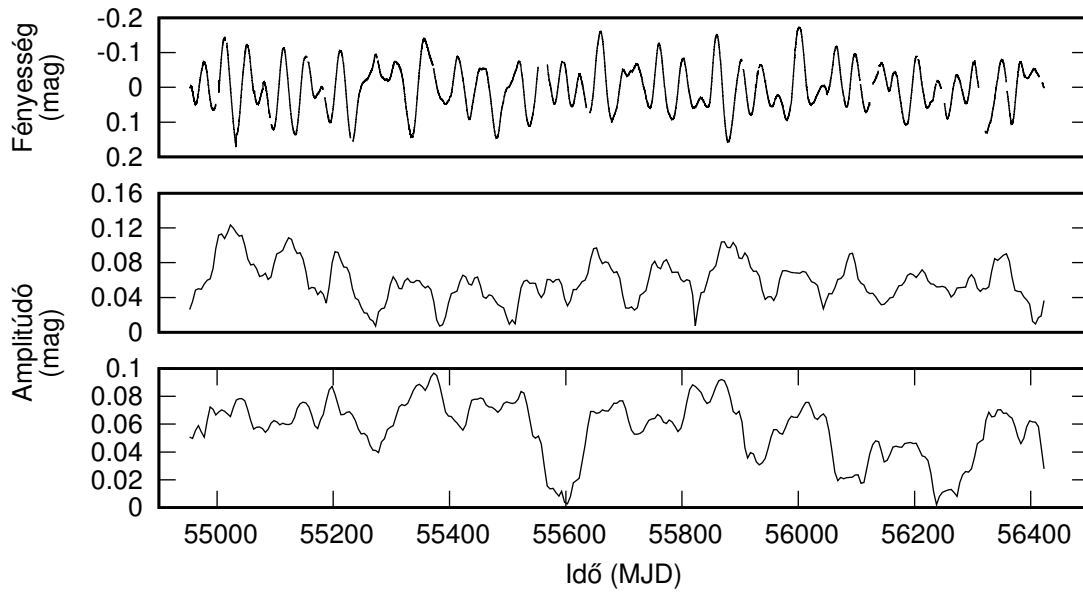


23. ábra. Felül a KIC 4679457 ASAS V és *Kepler* fénygörbéjének összehasonlítása. Alul a csillag fázisdiagramja ($P=374,54$ nap). A pontok az ASAS, a folytonos görbe a *Kepler* méréseket jelöli.



24. ábra. A KIC 4679457 wavelet térképei. Balról az eredeti *Kepler*, jobbról a simított görbe levonása utáni reziduál. Felül a fénygörbék, oldalt a frekvencia spektrumok láthatók.

P_1/P_2 frekvencia arányának is (7. táblázat). A hőmérsékletet és csillag sugarakat is figyelembe véve az mondható, hogy a csillag inkább első és második felhangban pulzál, azaz a két rövidebb periódus ezeknek a módusoknak feleltethető meg. A hosszabb periódusok közül a 2200 napost a *Kepler* görbéből – annak hossza miatt – nem lehet megbízhatóan kimutatni. A 374,5 napos periódus az LSP-nek megfelelő periódus arányokat mutatja a rövidebbekkel.



25. ábra. KIC 4679457 fehérített fénygörbéjére (felül) intervallumonként (ablakozva) illesztett 34 (középen) és 50 (lent) napos periódusú szinuszok amplitúdói az idő függvényében.

mérés sorszama	T_{eff} (K)	$\log(g)$ (dex)	Fe/H (dex)	Forrás
1	3458 ± 97	$0,78 \pm 0,31$	$-0,09 \pm 0,13$	LAMOST
2		0,288	-	Asztroszeizmológia

p_i (nap)	p_k (nap)	P_0 (nap)	P_1 (nap)	P_2 (nap)	M (M_\odot)	$\frac{p_i}{p_k}$	$\frac{P_i}{P_k}$	R_1 (R_\odot)	R_2 (R_\odot) ($R_{2min}-R_{2max}$)	Modell [mérés]
49,5	34,1	59,3	37,5	-	1,4	1,45	1,58	109	80 (56-114)	OC[1]
49,5	34,1	-	53,1	35,7	2,0	1,45	1,49	154	168 (150-189)	OC[2]
49,5	34,1	-	41,0	28,0	2,0	1,45	1,46	132	95 (67-136)	FW[1]
49,5	34,1	-	49,0	33,0	1,5	1,45	1,48	132	146 (130-163)	FW[2]

7. táblázat. Felül a KIC 4679457 jelű csillag fizikai paramétereit. Alul a csillag periódusai (p_i , p_k) és a legjobban illeszkedő csillagmodellek adatait. P_0 , P_1 és P_2 az alap, első és második felhang, M a csillagtömeg, R_1 a modell, R_2 a csillag sugarát jelöli. Az utolsó oszlopban a csillagmodell és zárójelben a felső táblázatban szereplő mérés sorszáma van feltüntetve.

4.2.4. KIC 6665041

A fénygörbét hosszabb periódusok jellemzik, amelyre egy jóval kisebb amplitúdójú rövidebb változás rakódik (16. ábra (d)). Frekvencia spektrumában 379 napos periódusnál található a legmagasabb csúcs, ezen kívül 650 és 191 nap körüli periódus is jellemzi a görbét (17. ábra (d); 8. táblázat). A 379 és 191 napos periódusok aránya $\sim 0,5$, amelyek az Oxlie és Cox (1986) model alapján az alaplómódusnak (P0) és az első felhangnak (P1) feleltethetőek meg (27. ábra). A 650 nap körüli periódus abból származik, hogy a középső maximum alacsonyabb, de az adatsor túl rövid ahhoz, hogy ennek periodikusságát igazolja.

Ha az előbbi csillagokhoz hasonlóan a simított görbével lefehérítünk a levonása után vizsgálhatóvá válnak a rövidebb változások (26. ábra jobb oldala). A reziduál fénygörbe frekvencia spektrumában 75 és 50 napos periódus körül mutatkozik jellemző csúcscsoport, de 30 nap körül is van egy csoportosulás sokkal kisebb amplitúdóval. Az 54 és 75 napos periódusok a P_0 P_1 vagy a P_1 P_2 módusoknak (9. táblázat).

A 379 és 75 napos periódusok aránya nagyjából 5, ami alacsonyabb az LSP-t mutató csillagokra jellemzőnél. Az 50 napos periódussal vett arány 7,6, ami jobban megfelel a jelenségnek megszokottnak. Mind a hosszabb, mind a rövidebb periódusok között van olyan, amely megfeleltethető az alaplómódusnak vagy az első felhangnak. Ha feltételezzük, hogy a rövidebb periódusok közül valójában egyik sem radiális irányú pulzáció, akkor az LSP-t ezen csillag esetében radiális pulzáció okozhatja.

A wavelet térképen látható, hogy a hosszú periódusok folyamatosan jelen vannak, míg a rövidebbek véletlenszerűen jelennek meg (26. ábra).

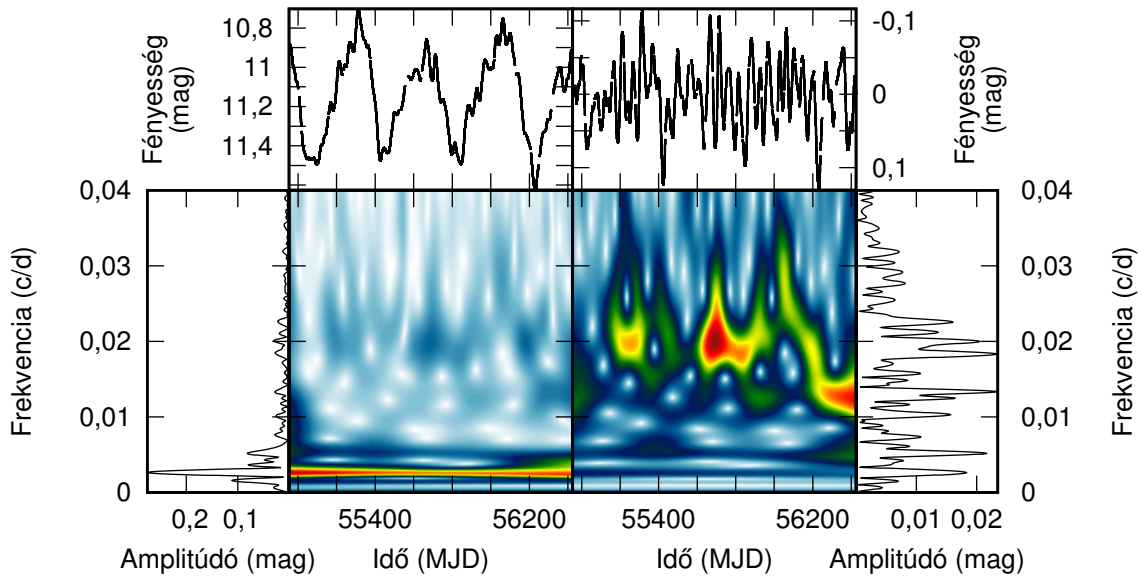
Periódus (<i>nap</i>)	Frekvencia ($\frac{c}{d}$)	Amplitúdó (<i>magnitúdó</i>)	Fázis ($\frac{rad}{2\pi}$)
378,60	0,0026413	0,2632	0,7418
191,44	0,0052234	0,0804	0,6820
646,19	0,0015475	0,0675	0,0402
276,23	0,0036202	0,0370	0,5603
75,04	0,0133257	0,0243	0,9560
136,77	0,0073113	0,0227	0,0331
54,28	0,0184220	0,0205	0,4654
50,10	0,0199617	0,0215	0,6508
97,24	0,0102837	0,0194	0,1872
44,49	0,0224754	0,0178	0,7047

8. táblázat. A KIC 6665041 fénygörbéjében talált tíz legnagyobb amplitúdójú harmonikus komponens adatai.

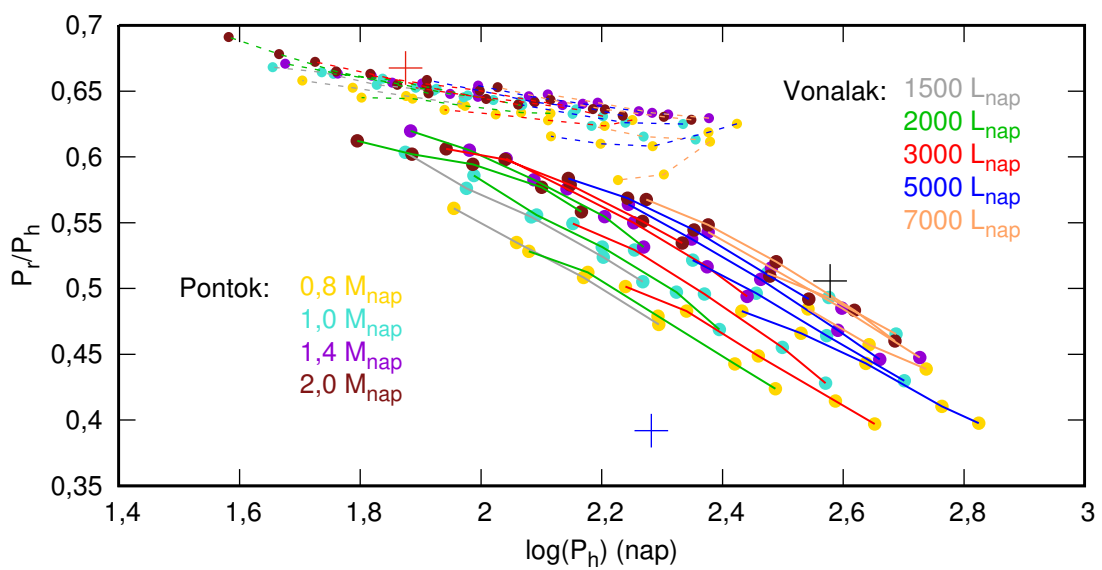
mérés sorszama	T_{eff} (K)	$\log(g)$ (dex)	Fe/H (dex)	Forrás
1	3391 ± 103	$0,63 \pm 0,27$	$-0,09 \pm 0,12$	LAMOST
2		0,118	-	Asztroszeizmológia

p_i (nap)	p_k (nap)	P_0 (nap)	P_1 (nap)	P_2 (nap)	M (M_\odot)	$\frac{p_i}{p_k}$	$\frac{P_i}{P_k}$	R_1 (R_\odot)	R_2 (R_\odot) ($R_{2min}-R_{2max}$)	Modell [mérés]
75,0	54,3	123,6	68,7	45,3	1,0	1,38	1,52	142	145 (162-129)	OC[2]
75,0	54,3	138,8	79,9	52,4	1,4	1,38	1,52	174	171 (192-153)	OC[2]
75,0	54,3	131,0	68,0	53,0	0,8	1,38	1,28	132	129 (145-115)	FW[2]
75,0	54,3	139,5	81,4	53,6	2,0	1,38	1,52	199	205 (230-182)	OC[2]
75,0	54,3	74,0	45,8	30,7	1,4	1,38	1,62	123	95 (130-70)	OC[1]
75,0	54,3	74,9	45,2	30,2	1,0	1,38	1,66	109	80 (109-59)	OC[1]
75,0	54,3	76,9	46,3	31,4	2,0	1,38	1,66	142	113 (155-83)	OC[1]

9. táblázat. Felül a KIC 6665041 jelű csillag fizikai paramétereit. Alul a csillag periódusai (p_i , p_k) és a legjobban illeszkedő csillagmodellek adatait. P_0 , P_1 és P_2 az alap, első és második felhang, M a csillagtömeg R_1 a modell, R_2 a csillag sugarát jelöli. Az utolsó oszlopban a csillagmodell és zárójelben a felső táblázatban szereplő mérés sorszama van feltüntetve.



26. ábra. A KIC 6665041 wavelet térképei. Balról az eredeti *Kepler*, jobbról a simított görbe levonása utáni reziduál. Felül a fénygörbék, oldalt a frekvencia spektrumok láthatók.



27. ábra. A KIC 6665041 csillagról készült Petersen diagram. A fekete a 378,6-191,44 a kék a 191,44-75,04 és a piros kereszt a 75,04-50,10 napos periódus pároknak megfelelő pontokat jelölik. Pontokkal és vonalakkal az Ostlie és Cox (1986)-féle modellek vannak ábrázolva. A folytonos vonalak a P_1/P_0 , a szaggatott a P_2/P_1 módusoknak megfelelő modellek.

4.2.5. KIC 5621913

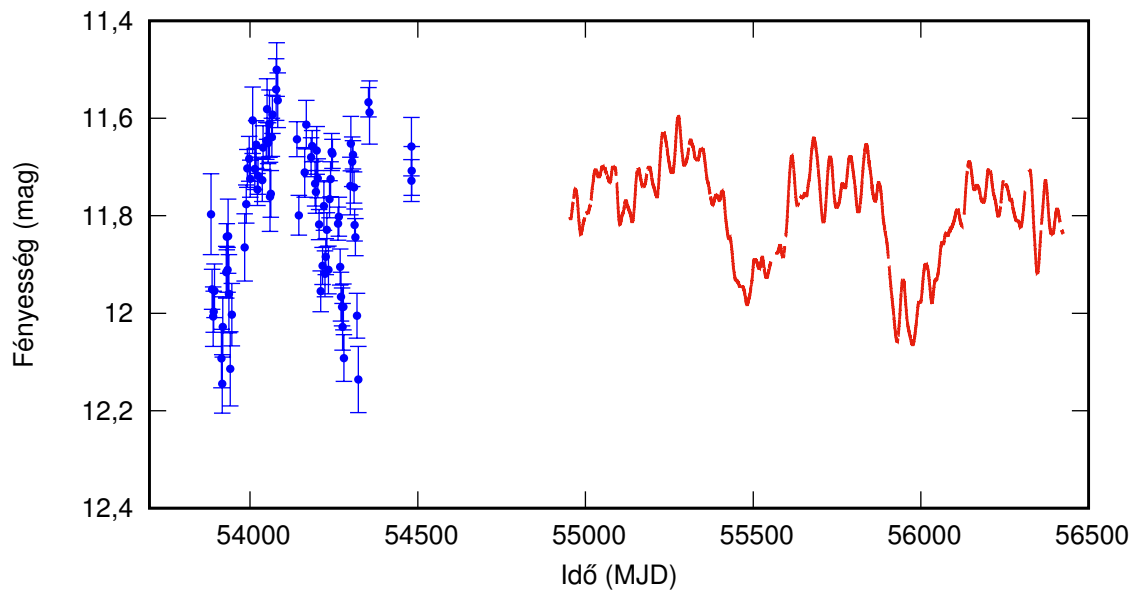
A fénygörbét egy 490 napos hosszabb és két rövidebb, 54 és 38 nap körüli változás jellemzi (10. táblázat). A *Kepler* mérési időszakában a hosszú periódus három maximuma és két minimuma figyelhető meg. Az adatsor szélein látható maximumok platós szerkezete miatt nehéz megállapítani, hogy a minimumok periodikusak-e. Az ASAS méréseiből (28. ábra) azonban egyértelműen látszik a periodikusság.

Periódus (<i>nap</i>)	Frekvencia ($\frac{c}{d}$)	Amplitúdó (<i>magnitúdó</i>)	Fázis ($\frac{rad}{2\pi}$)
490,15	0,0020402	0,1010	0,0268
1960,62	0,0005100	0,0499	0,6968
269,81	0,0037063	0,0468	0,7007
367,62	0,0027202	0,0279	0,1096
54,06	0,0184976	0,0266	0,9264
208,58	0,0047944	0,0228	0,0160
37,70	0,0265223	0,0189	0,8251
57,67	0,0173415	0,0180	0,2599
717,30	0,0013941	0,0165	0,0475
158,11	0,0063245	0,0156	0,5309

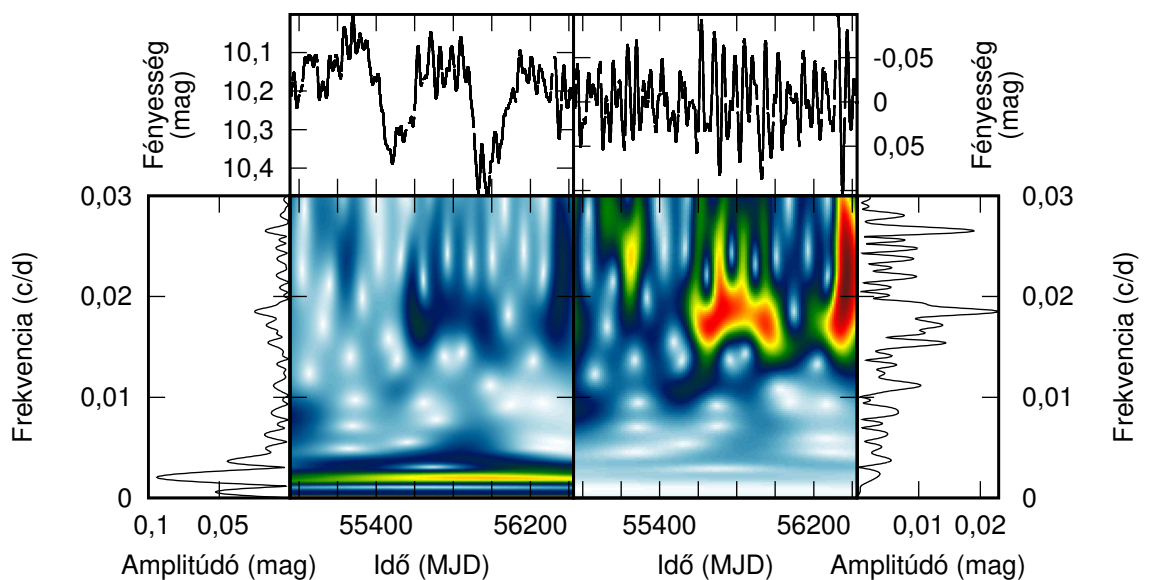
10. táblázat. A KIC 5621913 fénygörbéjében talált tíz legnagyobb amplitúdójú harmonikus komponens adatai.

A frekvencia spektrumban a jól kiemelkedő 490 napos csúcson kívül megfigyelhető egy 1960 napos is, amit műszereffektus okozhat. Továbbá láthatóak a főperiódusnál valamivel rövidebb 270 és 368 napos periódusok is.

Annak érdekében, hogy a rövidebb periódusok is jól megfigyelhetőek legyenek, az eredeti fénygörbéből levontam egy simított görbét. A wavelet térképen látható (29. ábra), hogy a görbe első felében főként csak a 38 napos periódus mutatkozik, a másodikban azonban az 54 napos is megerősödik.



28. ábra. A KIC 5621913 ASAS V (kék) és *Kepler* (piros) fénygörbéi. A *Kepler* adatsor átlagfényessége úgy lett módosítva, hogy megegyezzen az ASAS görbe átlagával. Jól látható, hogy a minimumok az ASAS méréseiben is megjelennek.



29. ábra. A KIC 5621913 wavelet térképei. Balról az eredeti *Kepler*, jobbról a simított görbe levonása utáni reziduál. Felül a fénygörbék, oldalt a frekvencia spektrumok láthatók.

4.2.6. KIC 10658947

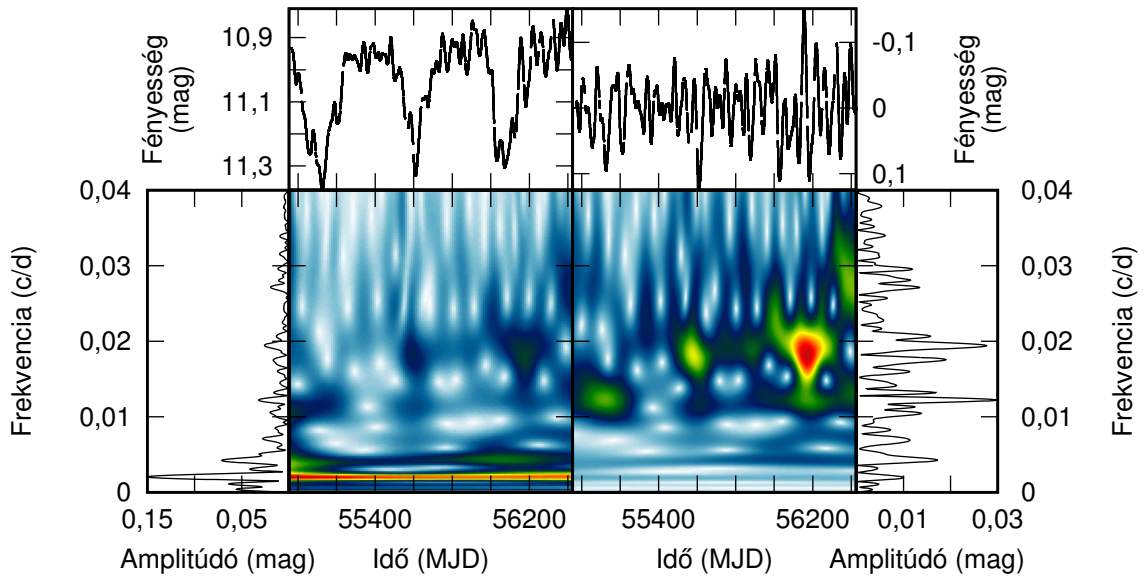
A csillag fénygörbéje platós maximumokat és keskeny minimumokat mutat (16. ábra (f)). A *Kepler* mérési időszakában három minimum és maximum volt megfigyelhető. Frekvencia spektrumában több hosszabb periódus látható (17. ábra (f); 11. táblázat). A legnagyobb csúcs 495 napos, a második legnagyobb 238 napos periódusnál található. Ezek nagyjából 2:1 arányban állnak egymással és P_0 , P_1 módusok lehetnek (ld. 27. ábra; Ostlie és Cox 1986). Látható még egy 1946 napos periódusú hosszú trend is, amit műszeres effektus vagy a quarterek pontatlan összefűzése okozhat. A wavelet térképből látható, hogy a főperiódus stabilan jelen van végig a fénygörbén, viszont a 238 napos periódus csak a görbe kezdetén és végső szakaszán van jelen erősebben (30. ábra).

A hosszú változás levonásával kapott görbének a frekvencia spektrumában két jellemző csúcs figyelhető meg 82 és 52 napnál, illetve egy további csúcscsoport 35 nap körül (30. ábra jobb oldal). Az 52 napos periódus a görbe második felében erősödik meg.

Ahogy a 12. táblázat is mutatja a rövidebb periódusok is megfeleltethetőek a P_0 és P_1 esetleg a P_1 és P_2 módusoknak. Valószínűbb azonban, hogy a hosszabb periódusok a P_0 , P_1 radiális módusok. A 495 napos periódus aránya a 82 és 52 naposéval 6 és 9,5, így LSP is lehet a hosszabb változás.

Periódus (<i>nap</i>)	Frekvencia ($\frac{c}{d}$)	Amplitúdó (<i>magnitúdó</i>)	Fázis ($\frac{rad}{2\pi}$)
494,85	0,0020208	0,1634	0,8949
237,60	0,0042087	0,0695	0,2674
1945,99	0,0005139	0,0321	0,0532
51,51	0,0194133	0,0277	0,5433
81,76	0,0122303	0,0259	0,0521
635,34	0,0015740	0,0392	0,3039
201,74	0,0049569	0,0220	0,3847
147,63	0,0067738	0,0207	0,6140
57,23	0,0174719	0,0174	0,6462
48,01	0,0208292	0,0156	0,1189

11. táblázat. A KIC 10658947 fénygörbéjében talált tíz legnagyobb amplitúdójú harmonikus komponens adatai.



30. ábra. A KIC 10658947 wavelet térképei. Balról az eredeti *Kepler*, jobbról a simított görbe levonása utáni reziduál. Felül a fénygörbék, oldalt a frekvencia spektrumok láthatók.

mérés sorszáma	T_{eff} (K)	$\log(g)$ (dex)	Fe/H (dex)	Forrás
1	$3689,09 \pm 91,47$	$0,34 \pm 0,11$	$-0,73 \pm 0,04$	APOGEE
2	3456 ± 65	$0,94 \pm 0,16$	$-0,04 \pm 0,1$	LAMOST
3	3443 ± 70	$0,8 \pm 0,24$	$-0,07 \pm 0,11$	LAMOST
4		0,21		Asztroszeizmológia

p_i (nap)	p_k (nap)	P_0 (nap)	P_1 (nap)	P_2 (nap)	M (M_\odot)	$\frac{P_i}{p_k}$	$\frac{P_j}{P_k}$	R_1 (R_\odot)	R_2 (R_\odot)	Modell [mérés]
81,8	51,5	76,5	47,4	31,8	1,4	1,59	1,61	126	132 (149-117)	OC[1]
81,8	51,5	87,6	53,1	35,7	2,0	1,59	1,65	154	158 (178-140)	OC[1]
81,8	51,5	74,9	45,2	30,2	1,0	1,59	1,66	109	112 (126-99)	OC[1]
81,8	51,5	82,0	49,0	33,0	1,5	1,59	1,67	132	137 (155-121)	FW[1]
81,8	51,5	139,5	81,4	53,6	2,0	1,59	1,52	199	183 (206-163)	OC[4]
81,8	51,5	90,2	50,6	33,3	0,8	1,59	1,78	109	116 (130-103)	OC[4]
81,8	51,5	90,2	50,6	33,3	0,8	1,59	1,78	109	100 (113-88)	OC[1]

12. táblázat. Felül a KIC 10658947 jelű csillag fizikai paramétereit. Alul a csillag periódusai (p_i, p_k) és a legjobban illeszkedő csillagmodellek adatait. P_0, P_1 és P_2 az alap, első és második felhang, M a csillagtömeg R_1 a modell, R_2 a csillag sugarát jelöli. Az utolsó oszlopban a csillagmodell és zárójelben a felső táblázatban szereplő mérés sorszáma van feltüntetve.

4.2.7. KIC 5296307

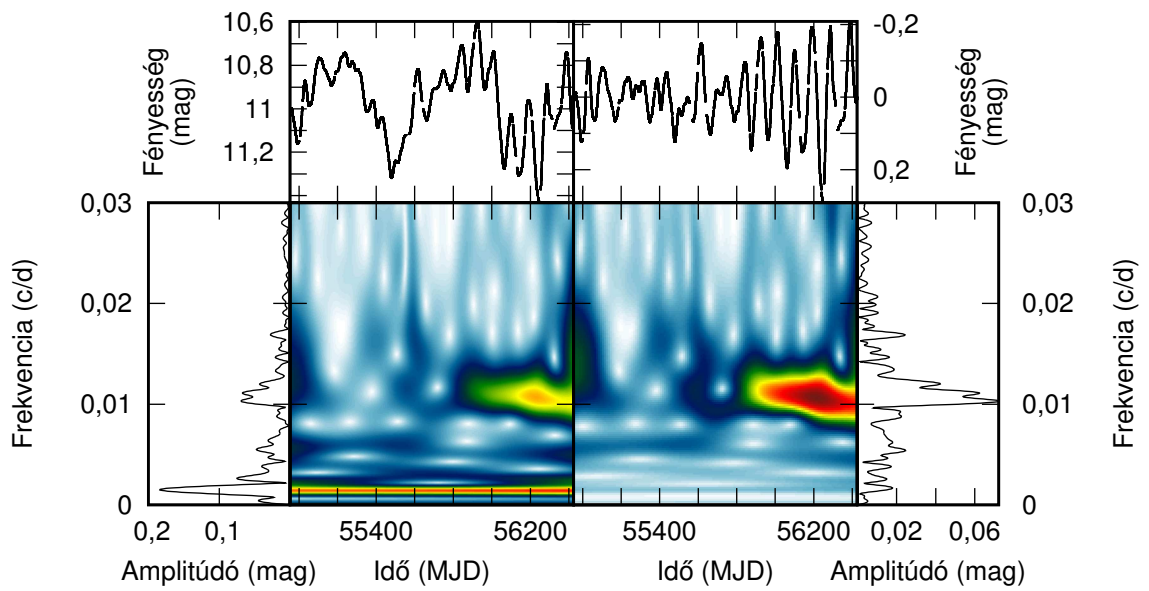
A csillag fénygörbéjében egy 670 nap körüli hosszabb és egy 90 nap körüli rövidebb változás látható (16. ábra (g)). A Kepler űrtávcső mérési időszakában csak két minimumot és maximumot tudott megfigyelni. A frekvencia spektrumban látható egy 668 napos periódushoz tartozó főcsúcs, illetve egy 90 nap körüli csúcscsoport (17. ábra (g); 13. táblázat), amelyben egy 96, 91 és egy 85 napos periódus a legnagyobb amplitúdójú. További csúcsok találhatóak 327 és 179 napos periódusoknál, amelyek közül az előbbi a főperiódus közel fele. Ostlie és Cox (1986) modellje (27. ábra) alapján ezek nem feleltethetők meg egyetlen pulzációs módusnak sem, ellenben a 329 és a 179 napos periódusok a P_0 és P_1 módusok lehetnek. A wavelet térképből látszik, hogy a főperiódus végig jelen van a fénygörbében, a rövidebbek azonban csak a görbe második felében erősödnek fel (31. ábra bal oldala).

A hosszú periódussal való lefehérítés után kapott fénygörbe első fele szabálytalan fényváltozást mutat, ami a görbe második felében szabályossá válik és amplitúdója is megnövekszik.

A 668 és 96 napos periódus aránya ~ 7 , ami megfelel az LSP esetén tapasztalt periódus arányoknak.

Periódus (<i>nap</i>)	Frekvencia ($\frac{c}{d}$)	Amplitúdó (<i>magnitúdó</i>)	Fázis ($\frac{rad}{2\pi}$)
668,39	0,0014961	0,2002	0,1862
96,42	0,0103709	0,0760	0,9732
90,77	0,0110169	0,0630	0,6490
326,77	0,0030603	0,0606	0,5251
179,32	0,0055765	0,0418	0,6263
84,75	0,0117990	0,0394	0,7463
155,60	0,0064266	0,0318	0,6287
255,73	0,0039103	0,0285	0,1497
78,85	0,0126831	0,0269	0,4385
59,29	0,0168654	0,0243	0,7228

13. táblázat. A KIC 5296307 fénygörbéjében talált tíz legnagyobb amplitúdójú harmonikus komponens adatai.



31. ábra. A KIC 5296307 wavelet térképei. Balról az eredeti *Kepler*, jobbról a simított görbe levonása utáni reziduál. Felül a fénygörbék, oldalt a frekvencia spektrumok láthatók.

4.3. Kis amplitúdójú vörös óriások

A vizsgált csillagok nagy részét, több mint százat, a kis amplitúdójú vörös óriások adták. Ezek fényesség változása egy-két tized vagy néhány század magnitúdónyi. Pulzációjuk szabálytalan, de néhány periódussal jellemezhetőek. Frekvencia spektrumukban ennek megfelelően egy, esetleg két csúcscsoport látható. A hosszabb periódusoknál található csúcsokat feltehetőleg műszer effektus vagy a fénygörbék hibás összefűzése okozza. Wavelet térképükön általában az figyelhető meg, hogy az egyes frekvenciák nincsenek folyamatosan gerjesztődve, véletlenszerűen erősödnek meg.

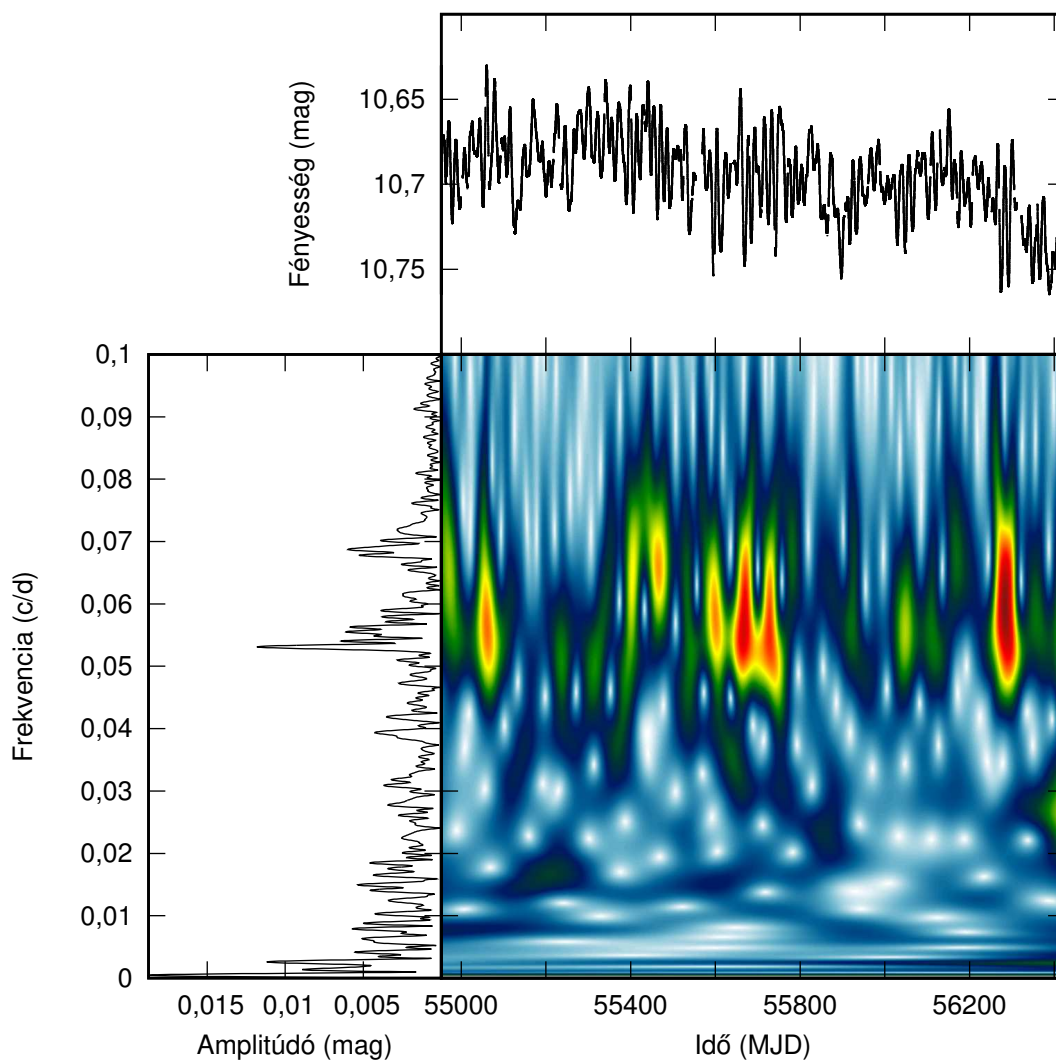
Az egyik ilyen csillag a KIC 6871672 (32. ábra). Fénygörbéjében kivehető egy folyamatos fényesség csökkenés és egy nagyjából egy éves periódusú változás, ezek azonban valószínűleg nem valós fényváltozások. Frekvencia spektrumában az említett hosszú változásokon kívül két csúcscsoport jelenik meg 18 és 14 napos periódusoknál. Az első csoportból kiemelkedik egy csúcs 18,83 napos periódussal. Wavelet térképéből látható, hogy egyik rövid periódus sincs folyamatosan jelen a görbében. Azonban a 18 napos csoport mintha periodikusan erősödne meg.

Takayama, Saio és Ita (2013) az LMC-ben vizsgált hasonló csillagokat. Az ott találhatóak periódusait Petersen diagramon ábrázolták, ahol modellekből származó módusokat is feltüntettek. Ezzel vettem össze az általam vizsgált csillagok közt lévő hasonló objektumok adatait (33. ábra). Ahogy az ábrán is látható, az LMC és a *Kepler*-mező csillagai hasonlóan csoportosulnak. A csoportok és a radiális modellek nem esnek egybe, a nemradiálisok jobban illeszkednek, ez különösen a 0,9 körüli aránynál jelentkezik (34. ábra). Ezek a csillagok feltehetően nemradiális pulzációt végeznek, és az egyes rezgések véletlenszerűen gerjesztődnek és csillapodnak. Ezek a Nap-típusú oszcillációk jellemzői.

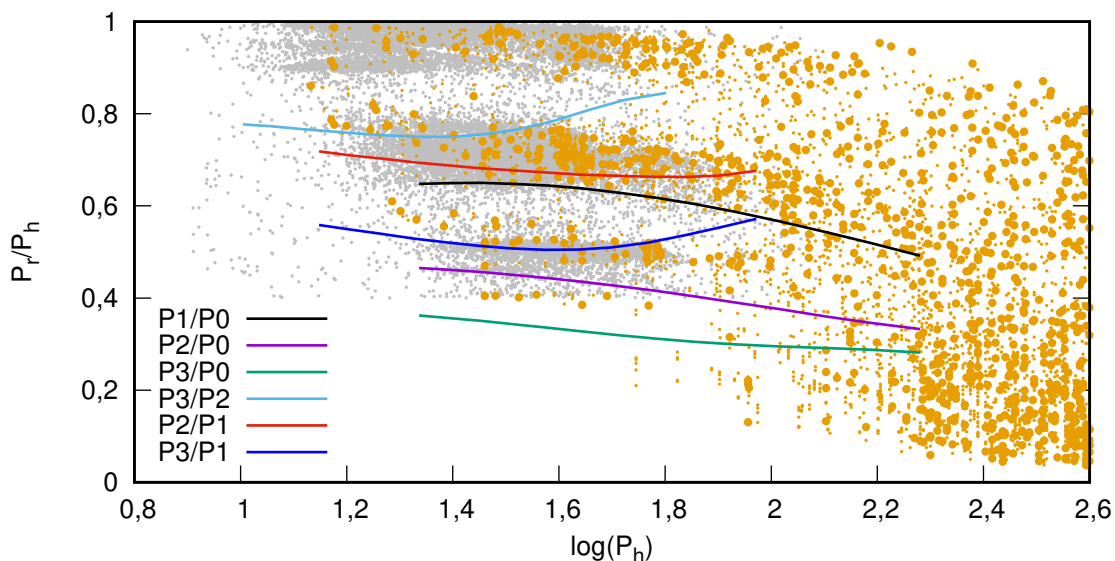
A periódus arányok a 35. ábrán látható módon csoportosulnak. A 400 napnál rövidebb periódusoknál láthatóan 0,1-0,2 arányoknál jelenik meg egy csoport, ezen kívül 0,5 és 0,7 körüli, valamint 0,9 feletti frekvencia arányoknál látható nagyobb csoportosulás. Ha csak a 100 napnál rövidebb periódusokat vesszük figyelembe, akkor csak az utóbbi hármat lehet látni.

A nagyszámú vizsgált csillagnál a jellemző periódus értékek nem egyenletesen oszlanak el. A 36. ábrán láthatóan a jellemző periódusok 50 nap körül vannak. A periódus növekedésével számuk folyamatosan csökken, majd nagyjából 300 napos periódusoknál kezd el növekedni. Ha csak az öt legnagyobb amplitúdójú periódust vesszük figyelembe, akkor az 50 napos értékek még jobban kiemelkednek. Érdekes, hogy a 280 és 290 napos periódusok között látható egy kiugrás, amely sem a Föld, sem a Kepler keringési idejéhez nem köthető. Továbbá az 50 nap körüli periódusokkal nem mutat LSP-re jellemző periódusarányt.

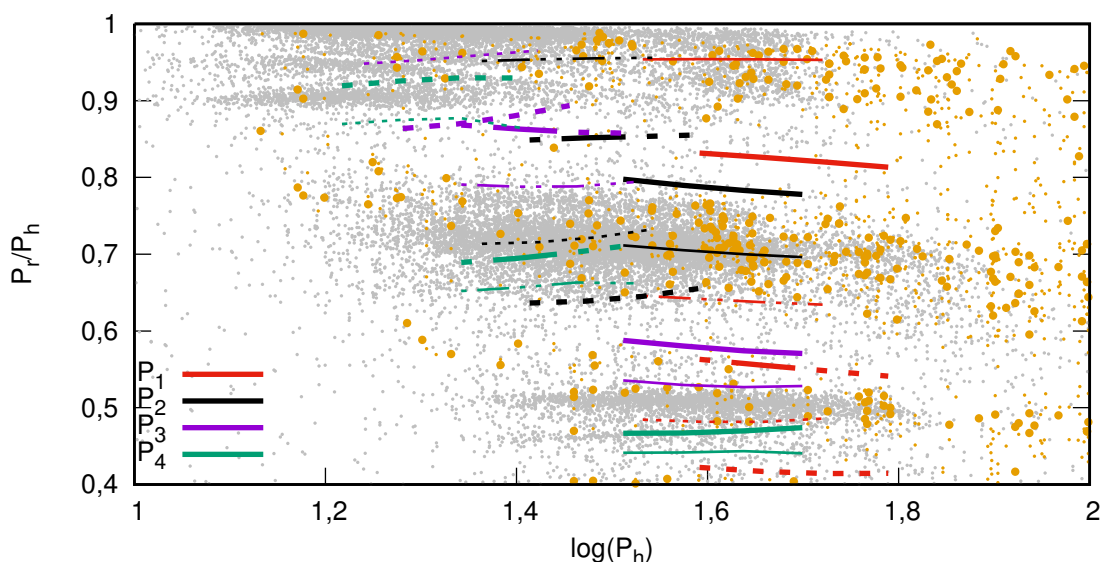
Az előző fejezetben vizsgált LSP-t mutató csillagok fénygörbéje a hosszú periódus levonása után hasonló a legtöbb kis amplitúdójú vörös óriás fényváltozásához.



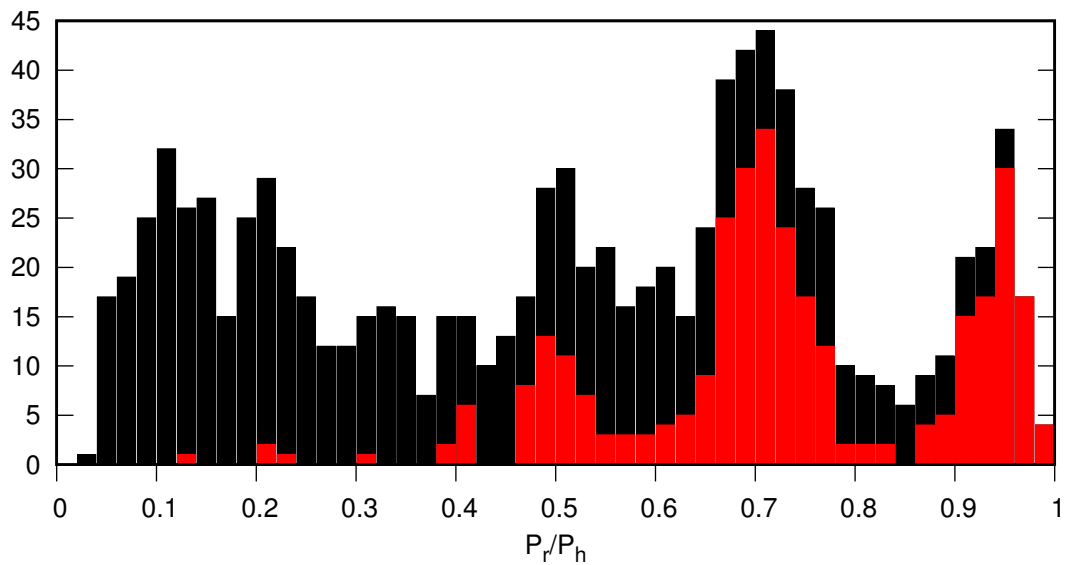
32. ábra. A KIC 6871672 *Kepler* mérései alapján készült wavelet térképe. Felül a fénygörbéje, oldalt a frekvencia spektruma látható.



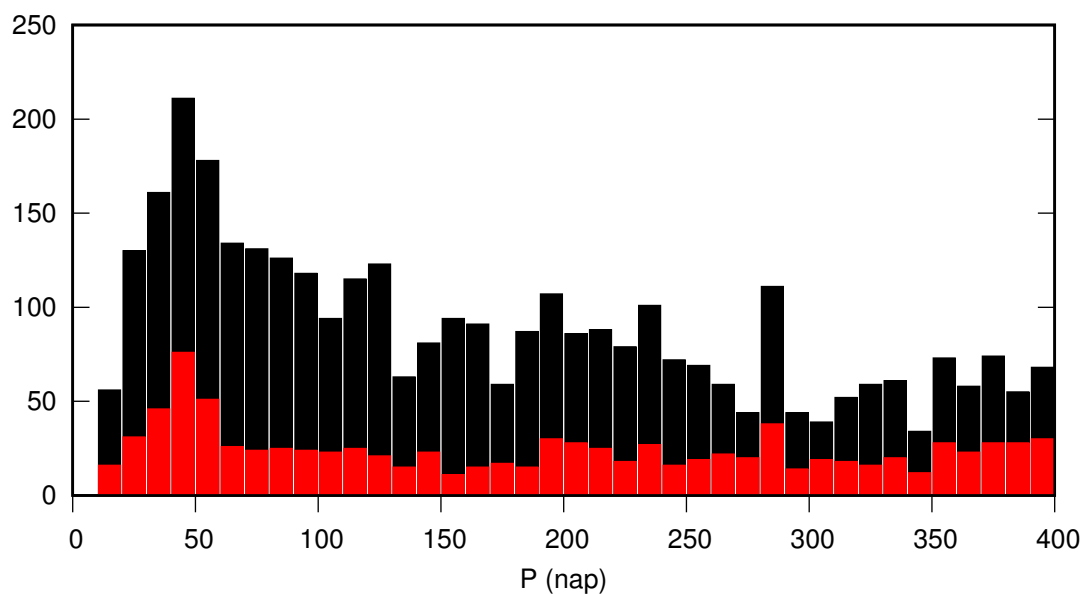
33. ábra. A vizsgált csillagok Petersen diagramja. A rövidebb (P_r) és hosszabb periódus (P_h) arányai a hosszabb periódusok függvényében vannak ábrázolva. A narancs színű a dolgozatban vizsgált csillagok öt (nagyobb) és tíz (kisebb pontok) legnagyobb amplitúdójú periódus felhasználásával meghatározott periódusait, a szürke pontok a Takayama, Saio és Ita (2013) által vizsgált OSARG csillagok adatait, a színezett vonalak az általuk használt radiális pulzációs modelleket jelölik.



34. ábra. A fenti 33. ábrához hasonló Petersen diagram, amelyen a színezett vonalak a Takayama, Saio és Ita (2013) által használt pulzációs modelleket jelölik. A P_1 - P_4 radiális módusokhoz tartozó dipól ($l = 1$; vastag vonalak) és kvadrupól ($l = 2$; vékony vonalak) pulzációs periódusok és a radiális első (folytonos), második (szaggatott) és harmadik (félíg szaggatott vonal) felhanggal vett arányai.



35. ábra. A kis amplitúdójú vörös óriások periódus arányairól készült hisztogram az öt legnagyobb amplitúdójú periódus felhasználásával. Feketével a 400 napnál rövidebb, pirossal a 100 napnál rövidebb periódusokkal vett arányok vannak ábrázolva.



36. ábra. A kis amplitúdójú vörös óriások periódus eloszlása. Pirossal az öt, feketével a tíz legnagyobb amplitúdójú harmonikus komponens van ábrázolva.

Összefoglalás

Diplomamunkám során több mint száz csillagot elemeztem. Elkészítettem ezek fénygörbéinek frekvencia spektrumait, amelyekből megállapítottam a jellemző periódus értékeket. Továbbá a legtöbb fénygörbét idő-frekvencia szempontból is elemeztem. A vizsgálataim során kimutattam a TU Cyg *Kepler* fénygörbéjének frekvencia spektrumában a főperiódus egész és fél-egész harmonikusait, amely a periódus kettőződés, azaz alacsony dimenziójú káosz jele. Az AAVSO fénygörbe alapján megmutattam, hogy a jelenség csak néhány pulzációs cikluson keresztül stabil, amely megerősíti a pulzáció kaotikus eredetét.

Az LSP-t mutató csillagokban a hosszú és rövid periódus aránya ~ 7 , amely megfelel az ilyen csillagokra jellemző értékeknek. Vannak azonban olyan esetek, amikor a hosszabb változás két periódusból áll, amelyek aránya az alap és az első felhangú radiális módusoknak megfelel. Ezekben a csillagokban a hosszú másodlagos periódus (LSP) pulzációs eredetű lehet. Ugyanakkor a rövidebb periódusokra is találhatók illeszkedő modellek, amelyek vagy a $P_0 P_1$ vagy a $P_1 P_2$ módusoknak felelnek meg.

A rövidebb periódusokra egy esetben bemutattam, hogy a fényváltozást okozhatják a pulzációs periódus és amplitúdó véletlenszerű változásai, amelyet a wavelet térképen nyomon lehet követni. Ilyen sztochasztikus folyamat a Nap-típusú oszcillációkra jellemző. Megvizsgáltam azt is, hogy a *Kepler* űrtávcső meghibásodása okozta űrök mennyire nehezítik meg az egyes periódusok beazonosítását.

A kis amplitúdójú vörös óriás csillagokat jellemző periódusokat összevettem radiális és nemradiális pulzációs csillagmodellekkel. Azt találtam, hogy a periódusok nem jó egyezést mutatnak a radiális módusokkal. A jellemző periódus értékek 50 nap körüliek. A periódus arányok a száz napnál rövidebb periódusok esetén három csoportba különülnek el. Ezek 0,5 és 0,7 körül, valamint 0,9 feletti arányokat jelentenek. Ezekre a csoportokra nemradiális pulzációs modellek jobban illeszkednek a radiálisoknál, különösen a 0,9 feletti csoportra.

A TU Cyg esetében a periódus kettőződés nemlineális pulzációs vizsgálatokkal tovább elemezhető lenne, hogy egyértelműen igazolni lehessen a az alacsony dimenziójú káosz jelenlétét.

Az LSP jellegű csillagoknál talált több módusú hosszú periódust érdemes lenne jobban megvizsgálni és összefüggést keresni a rövidebb periódusokkal. Továbbá érdemes lenne hasonló jelenséget keresni további csillagok esetében is.

A kis amplitúdójú vörös óriások mindegyikét idő hiányában nem tudtam részletesen vizsgálni, ezt a jövőben szeretném folytatni.

Köszönetnyilvánítás

Ezúton szeretném megköszönni témavezetőmnek, Szatmáry Károlynak, hogy segítséget nyújtott a diplomamunkám megírásában és lehetőséget adott, hogy a *Kepler* űrtávcső mérési adataival foglalkozzam. Továbbá köszönettel tartozom konzulensemnek, Bódi Attilának, aki a spektroszkópiai méréseket összegyűjtötte és a saját számításait megosztotta velem, valamint értékes tanácsokkal látott el. Ezentúl szeretném megköszönni az AAVSO-nak, hogy az amatőr csillagászok által gyűjtött adatokkal dolgozhattam.

Hivatkozások

- [1] Bányai, E.; Kiss, L. L.; Bedding, T. R. és mtsai; 2013
Variability of M giant stars based on Kepler photometry: general characteristics
Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 436 (2), 1576-1587
- [2] Bedding, T. R.; Mosser, B.; Huber, D. és mtsai; 2011
Gravity modes as a way to distinguish between hydrogen- and helium-burning red giant stars
Nature, 471 (7340), 608-611
- [3] Benkő, J.; Szabó, R.; 2010
Idősorok az űrből
Meteor csillagászati évkönyv 2011, MCSE Budapest 2010, 207-232
- [4] Bessell, M. S.; Brett, J. M.; Wood, P. R.; Scholz, M.; 1989
The effects of photospheric extension upon the spectra of M-type Mira variables
Astronomy and Astrophysics, 213 (1-2), 209-225
- [5] Bódi, A.; 2012
Változócsillagok fénygörbe elemzése
Szakdolgozat SZTE
- [6] Bódi, A.; Szatmáry, K.; Kiss, L. L.; 2016
Periodicities of the RV Tauri-type pulsating star DF Cygni: A combination of Kepler data with ground-based observations
Astronomy & Astrophysics, 596 (A24), 8
- [7] Bódi, A.; Kiss L. L.; Szatmáry K.; 2017
Variability of M giant stars based on Kepler photometry: asteroseismic analysis and physical parameters
Előkészületben
- [8] Borucki, W. J.; Koch, D. G.; Dunham, E. W.; Jenkins, J. M.; 1997
The Kepler Mission: A Mission To Determine The Frequency Of Inner Planets Near The Habitable Zone For A Wide Range Of Stars
Planets Beyond the Solar System and the Next Generation of Space Missions. Proceedings of a workshop held at Space Telescope Science Institute, Baltimore, MD, October 16-18, 1996. ASP Conference Series, 119, 153
- [9] Borucki, W.; Koch, D.; Batalha, N. és mtsai; 2009
KEPLER: Search for Earth-Size Planets in the Habitable Zone

Transiting Planets, Proceedings of the International Astronomical Union, IAU Symposium, Volume 253, p. 289-299

- [10] Buchler, J. R.; Kollath, Z.; 2001
Du chaos dans la musique des étoiles
Chaos temporel et chaos spatio-temporel, Le Havre, FRANC
- [11] Buchler, J. R.; Kollath, Z.; 2003
Nonlinear Properties of the Semiregular Variable Stars
Mass-Losing Pulsating Stars and Their Circumstellar Matter, Eds. Y. Nakada & M.Honma, ASSL Ser.
- [12] Buchler, J. R.; Kolláth, Z.; Cadmus, R. R., Jr.; 2004
Evidence for Low-dimensional Chaos in Semiregular Variable Stars
The Astrophysical Journal, 613 (1), 532-547
- [13] Chaplin, W. J.; Miglio, A.; 2013
Asteroseismology of Solar-Type and Red-Giant Stars
Annual Review of Astronomy and Astrophysics, 51 (1), 353-392
- [14] De Cat, P.; Fu, J. N.; Yang, X. H. és mtsai; 2015
LAMOST observations in the Kepler field
The Space Photometry Revolution - CoRoT Symposium 3, Kepler KASC-7 Joint Meeting, Toulouse, France, Edited by R.A. García; J. Ballot; EPJ Web of Conferences, 101 (01011)
- [15] Derekas, A.; Kiss, L. L.; Bedding, T. R. és mtsai; 2006
Ellipsoidal Variability and Long Secondary Periods in MACHO Red Giant Stars
The Astrophysical Journal, 650 (1), L55-L58
- [16] Derekas A.; Kiss L.L.; Szatmáry K. és mtsai; 2010
Long Secondary Periods in luminous red giant stars
poster on Third Kepler Asteroseismology Workshop: “Kepler Asteroseismology in Action”, June14-18, 2010, Aarhus, Denmark
- [17] Edmonds, P. D.; Gilliland, R. L.; 1996
K Giants in 47 Tucanae: Detection of a New Class of Variable Stars
Astrophysical Journal Letters, 464, L157
- [18] Foster, G.; 1996
Wavelets for period analysis of unevenly sampled time series
Astronomical Journal 112, 1709

- [19] Fox, M. W.; Wood, P. R.; 1982
Theoretical growth rates, periods, and pulsation constants for long-period variables
Astrophysical Journal, 259, 198-212
- [20] Frasca, A.; Molenda-Żakowicz, J.; De Cat, P. és mtsai; 2016
Activity indicators and stellar parameters of the Kepler targets. An application of the ROT-FIT pipeline to LAMOST-Kepler stellar spectra
Astronomy & Astrophysics, 594 (A39), 31
- [21] Grossmann, A.; Kronland-Martinet, R.; Morlet, J.; 1989
Reading and Understanding Continuous Wavelet Transforms
Wavelets. Time-Frequency Methods and Phase Space, Proceedings of the International Conference, Marseille, France, December 14-18, 1987. Edited by Jean-Michel Combes, Alexander Grossmann, and Philippe Tchamitchian. Berlin: Springer-Verlag, 1989, p.2
- [22] Kiss, L. L.; Szatmáry, K.; 2002
Period-doubling events in the light curve of R Cygni: Evidence for chaotic behaviour
Astronomy and Astrophysics, 390, 585-596
- [23] Kiss, L. L.; Bedding, T. R.; 2003
Red variables in the OGLE-II data base - I. Pulsations and period-luminosity relations below the tip of the red giant branch of the Large Magellanic Cloud
Monthly Notice of the Royal Astronomical Society, 343 (3), L79-L83
- [24] Kiss, L. L.; 2006
Pulzáló vörös óriáscsillagok
Értekezés az MTA doktora cím megszerzéséért
- [25] Kolláth, Z.; 1990
Chaotic Behaviour in the Light Variation of the RV-Tauri Star R-Scuti
Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 247 (3/DEC1), 377
- [26] Lenz, P.; Breger, M.; 2005
Period04 User Guide
Communications in Asteroseismology, 146, 53-136
- [27] Molenda-Żakowicz, J.; Sousa, S. G.; Frasca, A. és mtsai; 2013
Atmospheric parameters of 169 F-, G-, K- and M-type stars in the Kepler field
Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 434 (2), 1422-1434

- [28] Nicholls, C. P.; Wood, P. R.; Cioni, M.-R. L.; Soszyński, I.; 2009
Long Secondary Periods in variable red giants
Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 399 (4), 2063-2078.
- [29] Olivier, E. A.; Wood, P. R.; 2003
On the Origin of Long Secondary Periods in Semiregular Variables
The Astrophysical Journal, Volume 584 (2), 1035-1041
- [30] Ostlie, D. A.; Cox, A. N.; 1986
A linear survey of the Mira variable star instability region of the Hertzsprung-Russell diagram
Astrophysical Journal, 311, 864-872
- [31] Pigulski, A.; Pojmański, G.; Pilecki, B.; Szczygieł, D. M.; 2009
The All Sky Automated Survey. The Catalog of Variable Stars in the Kepler Field of View
Acta Astronomica, 59 (1), 33-46
- [32] Pojmanski, G.; 1997
The All Sky Automated Survey
Acta Astronomica, 47, 467-481
- [33] Pojmanski, G.; 2002
The All Sky Automated Survey. Catalog of Variable Stars. I. 0 h - 6 h Quarter of the Southern Hemisphere
Acta Astronomica, 52, 397-427
- [34] Saio, H.; Wood, P. R.; Takayama, M.; Ita, Y.; 2015
Oscillatory convective modes in red giants: a possible explanation of the long secondary periods
Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 452 (4), 3863-3868
- [35] Soszynski, I.; Udalski, A.; Kubiak, M. és mtsai; 2004
The Optical Gravitational Lensing Experiment. Small Amplitude Variable Red Giants in the Magellanic Clouds
Acta Astronomica, 54, 129-152
- [36] Soszyński, I.; 2007
Long Secondary Periods and Binarity in Red Giant Stars
The Astrophysical Journal, 660 (2), 1486-1491
- [37] Soszynski, I.; Dziembowski, W. A.; Udalski, A. és mtsai; 2007
The Optical Gravitational Lensing Experiment. Period–Luminosity Relations of Variable

Red Giant Stars

Acta Astronomica, 57, 201-225

- [38] Sperl, M.; 1998
Manual for Period98: V1.0.4; A period search-program for Windows and Unix
Communications in Asteroseismology, 111, 1-100
- [39] Stebbins, J.; Huffer, C. M.; 1930
The constancy of the light of red stars
Publications of the Washburn Observatory of the University of Wisconsin, 15, 140-174
- [40] Stello, D.; Huber, D.; Bedding, T. R. és mtsai; 2015
Asteroseismic Classification of Stellar Populations among 13,000 Red Giants Observed
by Kepler
The Astrophysical Journal Letters, Volume 765 (2) id. L41, 5
- [41] Sterken, C.; 2005
The O-C Diagram: Basic Procedures; 2005
The Light-Time Effect in Astrophysics, Proceedings of ASP Conference Series, Vol. 335,
held in Brussels 19-22 July 2004. Edited by C. Sterken. San Francisco: Astronomical
Society of the Pacific, 3
- [42] Majewski S. R.; Schiavon R. P.; Frinchaboy P. M. és mtsai; 2016
The Apache Point Observatory Galactic Evolution Experiment (APOGEE)
arXiv:1509.05420 (Submitted to The Astronomical Journal)
- [43] Szabó, R.; 2016
Pulzáló változócsillagok és exobolygók kutatásai a precíziós űrfotometria korában
Értekezés az MTA doktori címért
- [44] Szabó, R.; Hanyecz, O.; 2016
http://www.konkoly.hu/KIK/hu/kepler_hu.html
- [45] Szatmáry K.; 1994
Változócsillagok periódus-analízise az idő és a frekvencia tartományban
kandidátusi értekezés, JATE, Szeged
- [46] Szatmáry, K.; Vinkó, J.; Gergely, Á. L.; Keresztes, Z.; 2013
Asztrofizika
elektronikus segédanyag SZTE <http://astro.u-szeged.hu/oktatas/asztrofizika/html/asztrofizika.html>

- [47] Takayama, M.; Saio, H.; Ita, Y.; 2013
On the pulsation modes and masses of RGB OSARGs
40th Liège International Astrophysical Colloquium. Ageing Low Mass Stars: From Red Giants to White Dwarfs, Liège, Belgium, Edited by J. Montalbán; A. Noels; V. Van Groenel; EPJ Web of Conferences, 43, id.03013
- [48] Udalski, A.; Szymanski, M.; Kaluzny, J. és mtsai; 1992
The Optical Gravitational Lensing Experiment
Acta Astronomica, 42 (4), 253-284.
- [49] Van Cleve J. E.;Caldwell D. A.; Thompson R. és mtsai; 2009
Kepler Instrument Handbook (KSCI-19033-001)
- [50] Van Cleve J. E.; Christiansen J. L.; Jenkins J. M. és mtsai; 2016
Kepler Data Characteristics Handbook (KSCI-19040-005)
- [51] Vega, L. D.; Stassun, K. G.; Montez, R., Jr. és mtsai ; 2017
Evidence for Binarity and Possible Disk Obscuration in Kepler Observations of the Pulsating RV Tau Variable DF Cygni
The Astrophysical Journal, 839 (1), id. 48, 9
- [52] P. R. Wood; 1976
Red Variables
Multiple Periodic Variable Stars IAU Colloquium No. 29, Budapest, 1975 Ed. W. S. Fitch 69-85.
- [53] Wood, P. R.; Alcock, C.; Allsman, R. A. és mtsai; 1999
MACHO observations of LMC red giants: Mira and semi-regular pulsators, and contact and semi-detached binaries
Asymptotic Giant Branch Stars, IAU Symposium #191, Edited by T. Le Bertre, A. Lebre, and C. Waelkens. ISBN: 1-886733-90-2 LOC: 99-62044. p. 151
- [54] Wood, P. R.; Olivier, E. A.; Kawaler, S. D.; 2004
Long Secondary Periods in Pulsating Asymptotic Giant Branch Stars: An Investigation of their Origin
The Astrophysical Journal, 604 (2), 800-816
- [55] Xiong, D. R.; Deng, L.; Cheng, Q. L.; 1998
Turbulent Convection and Pulsational Stability of Variable Stars. I. Oscillations of Long-Period Variables
The Astrophysical Journal, 499, 355-366

[56] Link1: http://astro.u-szeged.hu/oktatas/csillagaszat/7_Csillagfejlodes/csillagfejlodes.htm

Nyilatkozat

Alulírott Csányi István csillagász MSc szakos hallgató (ETR azonosító: CSQAAT.SZE) "*Kepler*-mezőben található mira és kis amplitúdójú vörös óriás csillagok periódus analízise" című diplomamunka szerzője fegyelmi felelősségem tudatában kijelentem, hogy dolgozatom önálló munkám eredménye, saját szellemi termékem, abban a hivatkozások és idézések általános szabályait következetesen alkalmaztam, mások által írt részeket a megfelelő idézés nélkül nem használtam fel.

Szeged, 2017. május 16.

.....

aláírás