

Szegedi Tudományegyetem TTIK
Fizikai Intézet
Bajai Observatórium

DIPLOMAMUNKA

A KIC 3858884 fedési kettősrendszer
fényességváltozásának egyedi vizsgálata

Készítette: **Bókon András**
Fizikus MSc szakos hallgató

Témavezető: Dr. Bíró Imre Barna
tudományos főmunkatárs
SZTE Bajai Observatóriuma

Szeged
2017

Tartalomjegyzék

Bevezetés	2
1. Elméleti összefoglaló	3
1.1. Fedési kettőscsillagok	3
1.2. Pulzáló csillagok	6
1.3. Pulzáló komponenset tartalmazó fedési kettőscsillagok	11
2. Mérési adatok	14
2.1. A Kepler űrtávcső program	14
2.2. A KIC 3858884 általános leírása	15
2.3. Felhasznált adatsorok	16
3. Adatfeldolgozás	19
3.1. Az adatsorok előkészítése	19
3.2. A fedési és pulzációs fénygörbék szeparációja	19
3.2.1. Kettősmodell illesztése a <i>PHOEBE</i> programmal	22
3.2.2. Periódusanálízis	22
3.3. A modellezés leírása	23
3.4. Az Eclipse Mapping és Direct Fitting leírása	26
4. Eredmények	32
4.1. A fénygörbe komponenseinek különválasztása	32
4.2. A kiválasztott frekvenciák Eclipse Mapping vizsgálata	34
4.3. Gömbharmonikusok illesztése	40
4.4. Szimultán gömbharmonikus illesztés	41
4.5. A legvalószínűbb dőlésszögek vizsgálata	46
Diszkusszió	51
Összefoglalás és kitekintés	52
Köszönetnyilvánítás	53
Hivatkozások	54
Függelék	55
Nyilatkozat	63

Bevezetés

A csillagok belső szerkezetének megállapítása nagy kihívást jelent a csillagászok számára. Ahogyan fel tudjuk térképezni a Föld belsejét a szeizmológia segítségével, földrengések útján, teljesen hasonló módon határozhatjuk meg csillagrendszerekből a csillagok belső szerkezetét. Fontos különbség, hogy amíg a Föld esetén a nagyobb mértékű rengések alkalomszerűen történnek, a csillagrendszerek folyamatosak, ezzel elősegítve megfigyelésüket. A Nap esetén könnyen elvégezhető volt ez a feladat (mivel felbontható a felszíne), a helioszeizmológia segítségével derítették ki például, hogy a Nap áramlási és sugárzási zónája között egy átmeneti réteg, ún. „tachoklína” helyezkedik el, amely valószínűleg a Nap mágneses terének kialakításában játszik szerepet.

A többi csillagok belső szerkezetével az asztroszeizmológia foglalkozik, de eddig csupán a Nap-típusú oszcilláló csillagokra volt sikeres, mert a Fourier-spektrum vizsgálatával és néhány egyszerű mennyiség ismeretében néhány módus azonosítható, s a környezetük vizsgálatával további módusok detektálhatóak. Ugyanakkor más típusú csillagoknál kevésbé eredményes a módusazonosítás [4], bár a KEPLER és CoRoT űrtávcsövek (ultrapontos és majdnem 4 éven át folyamatosan tartó) méréseinek elemzésével a helyzet javulóban van. A fő akadály az, hogy a csillagoknak csak a korongra integrált fényének periodikus változását tudjuk mérni, a tényleges, korongon látható intenzitáseloszlásról nem tudunk információt szerezni. Ennek áthidalása érdekében az elmúlt évtizedekben egyedülálló csillagokra többszín-fotometriai, illetve nagyfelbontású spektroszkópiai információon alapuló eljárásokat dolgoztak ki és alkalmaztak több-kevesebb sikerrel. Egyre több pulzáló változót fedeznek azonban fel kettős csillagrendszer tagjaként, többségük fedési kettős is. Az ilyen rendszerek különösen hasznosak, két okból is. Egyrészt a tagcsillagokra pontos fizikai jellemzők határozhatóak meg (pl. tömeg és sugár), ami elsődleges fontosságú az asztroszeizmológiához. Másrészt, mivel a fedő csillag gyakorlatilag letapogatja a pulzáló komponens felszínét, egyedi moduláció lép fel az amplitúdókban, és ez segít visszakövetkeztetni a felszíni mintázatra, anélkül, hogy részletes csillagmodellekre lenne szükség.

A kutatásom során egy ilyen fedési kettőscsillagra, a KEPLER űrtávcső által kimért KIC 3858884 rendszerre végeztem el a pulzációk módusazonosításainak az első lépéseit. Egy egyedileg kidolgozott iterációs eljárással különválasztottam a fényességváltozás sztatikus – fedési és dinamikus – pulzációs – komponenseket. A fedési komponens elemzésével pontosítottam a kettős szakirodalomban szereplő modelljét. Ezután azt felhasználva, két, témavezetőm által kidolgozott független módszerrel meghatároztam a domináns frekvenciákra a legvalószínűbb móduskonfigurációt. Megvizsgáltam annak a lehetőségét is, hogy a pulzáció szimmetria tengelye nem merőleges a pályasíkra. A teljes asztroszeizmológiai elemzés – mely sokkal nagyobb volumenű analízist igényel – egy későbbi tanulmány része lesz.

1. Elméleti összefoglaló

A fejezet első két alpontjának elsődleges forrása [1] és [2].

1.1. Fedési kettőscsillagok

Kettőscsillagoknak nevezzük az olyan csillagrendszereket, amelyek két, gravitációsan kötött csillagból állnak és közös tömegközéppontjuk körül keringenek. A legutóbbi évtizedek felmérései azt mutatják, hogy a Naphoz hasonló csillagoknak több, mint fele ilyen rendszerben található [10]. Ha egy kettőscsillag pályasíkja úgy helyezkedik el a térben hozzánk képest, hogy a két komponens a keringése során kölcsönösen elfedi egymást, **fedési kettőscsillagnak** nevezzük, jellegzetes periodikus fényváltozásukból könnyen felismerhetők. Ebből adódóan a fényváltozás leírásában az idő változót az ún. *orbitális fázissal* is kifejezhetjük, ami definíció szerint a keringési időre normált, 0 és 1 közé eső szám:

$$\phi_{orb}(t) = \frac{t - t_0}{T} - \left\lfloor \frac{t - t_0}{T} \right\rfloor \quad (1)$$

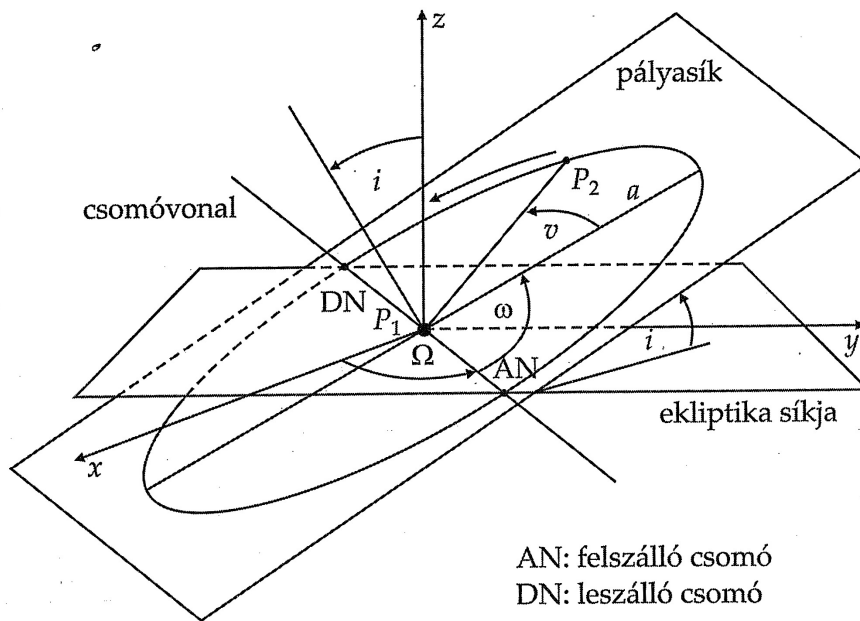
Itt t a megfigyelt időpont, t_0 egy tetszőleges kezdeti időpont – de általában valamelyik fedési esemény közepének az időpontja –, valamint T a keringési idő. A csillagok jellemzése szempontjából kiemelten fontos tulajdonság még a csillagok tömege (M_1 és M_2), valamint fényteljesítménye, amelyet luminozitásnak nevezünk (L_1 és L_2). A csillagok tömegei helyett sok esetben a két komponens tömegarányát (konvenció alapján M_2/M_1) is szokás megadni, amelyet q -val jelölnek. Ehhez kapcsolódóan, az elsődleges – 1-es indexű – csillagnak azt a komponenszt szokták megválasztani, amelynek elfedése nagyobb elhalványodást (mélyebb fedést) eredményez. Általában, de nem feltétlenül mindig, a nagyobb tömegű csillag lesz az elsődleges. A pályát hat paraméterrel írhatjuk le térben és időben. Közülük két paraméter a pálya alakját határozza meg, két szögmennyiség a pályasík térbeli helyzetét jellemzi, egy harmadik szög a pályának a pályasíkon belüli helyzetét jelöli ki, végül a hatodik, időpont jellegű mennyiség a mozgást időben helyezi el. Ezen hat úgynevezett *pályaelem* kettőscsillagokra szabott értelmezése az alábbiak szerinti:

- Az elliptikus pálya *fél-nagy tengelye* (a) a pálya méretét határozza meg.
- Az *excentricitás* (e) a pálya lapultságát jellemzi.
- A *pályahajlás* vagy *inklináció* (i) a pályasík normálisa és a látóirány által bezárt szög, vagy még szemléletesebben a pályasík és az égbolt síkja közötti szög.
- A *felszálló csomó hossza* (Ω) az inklináció mellett a pályasík térbeli helyzetét leíró másik szög, szemléletesen a pályasíknak a látóirány körüli pozíciószöge. Értelmezéséhez a *felszálló csomó* fogalmára van szükség. Ez a pálya és az égbolt síkjának

azon metszéspontja, amelyen való áthaladáskor a másodlagos csillag az égbolt az égbolt síkjára „mögé” kerül. A felszálló csomópontot és az elsődleges csillagot összekötő félegyenes a *felszálló csomóvonal*. A felszálló csomó hossza az égbolt síkjában a felszálló csomóvonal és az északi irány közötti szög (a szokásos trigonometriai irányban mérve).

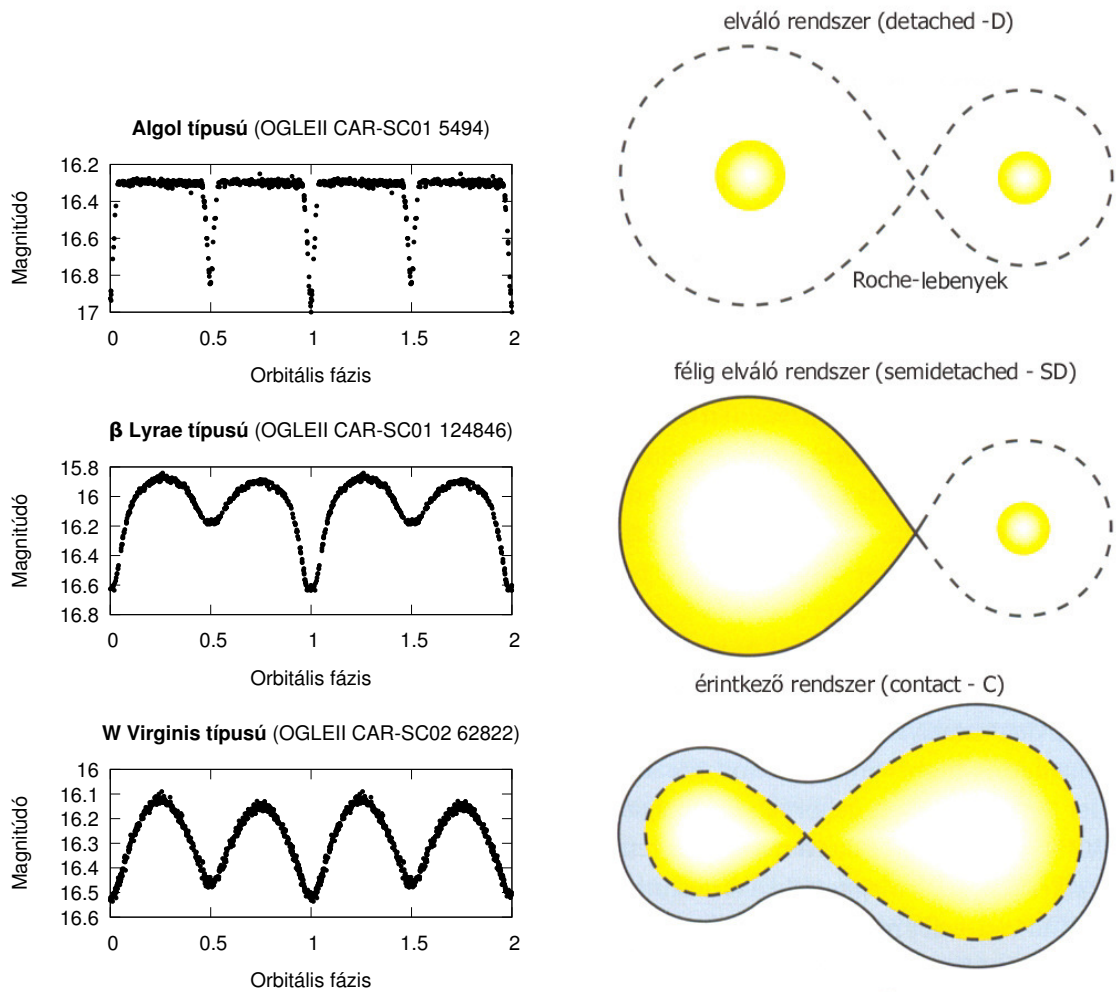
- A *periasztron argumentuma* (ω) a periasztron iránya és a felszálló csomóvonal közötti szög.
- A *periasztronon való áthaladás* valamelyik időpontja (τ), amikor a két csillag a legközelebb van egymáshoz (körpálya esetén, periasztron híján, a felszálló csomón való áthaladás időpontját veszik).
- A pálya félnagy tengelye (a).

Ha ezen pályaelemek ismertek, akkor a csillagok pozíciója bármely időpontban megadható.



1. ábra. Pályaelemek az egycentrum problémában. A szemléltető ábrán megvan jelölve a v valódi anomália is. (Forrás: Kovács J.: *Theoria motus corporum coelestium*, 2015-ös Meteor évkönyv, (195. o.), 2014).

Fedési kettőscsillagok esetén fotometriai és spektroszkópiai mérések együttes elemzésével ezek a paraméterek többségükben kiszámíthatóak. A fedési rendszerek többségében az inklináció 90 fok közeli, azaz a látóirányuk közel van a rendszer keringési síkjához. Pontosan 90 fokos inklinációnál a fedések centrálisak.



(a) Fénygörbe alapján történő osztályozás (Forrás: Hummerich és Bernhold (2012) alapján)

(b) Roche-térfogat kitöltöttsége alapján történő osztályozás. (Forrás: Sterne und Weltraum 2008/12 alapján)

2. ábra. Fedési kettősök osztályozása.

A fedési kettőscsillagokat általában két szempontból szokás osztályozni: fénygörbéjük alapján, illetve az ún. „Roche-lebeny” (vagy „Roche-térfogat”) kitöltöttsége alapján. **Fénygörbének** nevezzük azt a grafikont, amely a csillagok időbeli fényváltozását jellemzi. Ez alapján három osztály különíthető el, amelyet 2a. ábrán szemléltettem.

- **Algol:** a csillagkomponensek távolsága viszonylag nagy, így az árapályhatások elhanyagolhatóak. Angol rövidített jelölése: EA.
- **β Lyrae:** csillagpáros szeparációja kicsi, érintkeznek egymással, így erős árapály kölcsönhatás tapasztalható. Angol rövidített jelölése EB.
- **W UMa:** a Roche-lebeny annyira kitöltött, hogy már közös gázfelhő, atmoszféra alakul ki. Angol rövidített jelölése EW.

Kimutatható, hogy a kettőscsillagok alakjai jó közelítéssel leírhatók egy közös Roche-potenciál azonos értékének megfelelő, ún. ekvipotenciális felületeivel. Ez a potenciál foglalja magában a két csillag gravitációs, valamint a keringés centrifugális potenciálját. **Roche-lebenynek** nevezzük azt a kettőscsillagok ekvipotenciális felületei által határolt térrészt, ami mindkét csillagot egyenként körülveszi, és közöttük érintkeznek az úgynevezett L1 Lagrange-pontban. Ennek kitöltöttsége alapján három csoportba lehet osztályozni a fedési kettőscsillagokat (2b. ábra):

- elváló, angolul detached (D)
- félig elváló, angolul semi-detached (SD)
- érintkező, angolul contact (C)

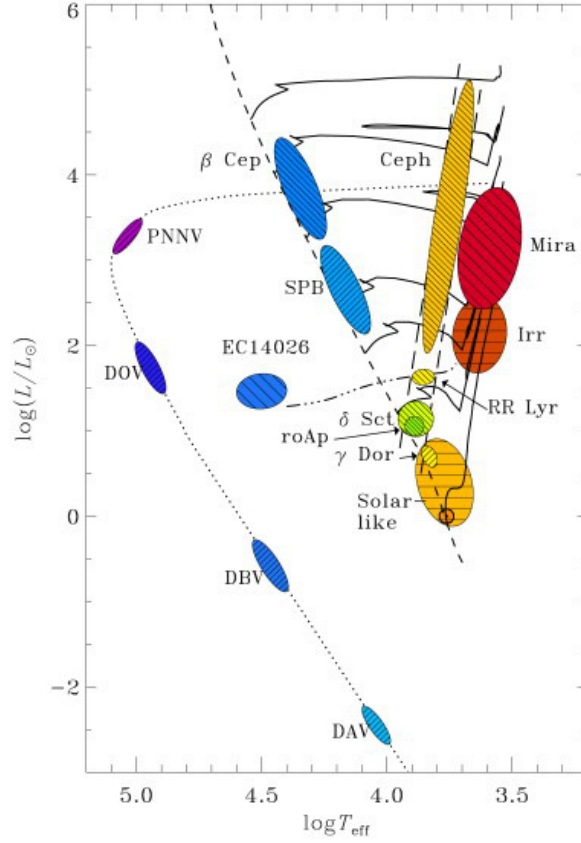
A kétféle osztályozás lazán kötődik egymáshoz. Az Algol-féle típusú fedési kettőscsillagok elváló, β Lyrae-típusúak általában félig elváló rendszerek, míg a W UMa rendszerek érintkezőek. Meg kell jegyezni, hogy a fénygörbék jellegét a fedésen kívül számos fizikai jelenség is bonyolítja. Például a közelebb elhelyezkedő csillagok egymást is fűthetik, ezáltal az egymás felé eső oldalaik forróbbak lesznek. Ráadásul az ilyen rendszerekben a csillagok már elnyúltak, csepp alakúak az árapályhatásnak köszönhetően, ami ellipszoidális fényváltozásokat eredményez. Az itt felsorolt jelenségek a fedésen kívüli fényességváltozás fő okai.

Az asztrofizikában a fedési kettőscsillagok nagy jelentőséggel bírnak, mivel a fedési fénygörbének vizsgálatából és a csillagokon elvégzett színképelemzés segítségével megállapíthatók a csillagok abszolút fizikai paraméterei, mint például a tömeg, sugár vagy hőmérséklet.

1.2. Pulzáló csillagok

A csillagok periodikus fényváltozását mutató másik, nagy csoportját a pulzáló csillagok alkotják. A fedési kettősökkel ellentétben ezek fizikai változók: a csillag ritmikus, lüktető összehúzódásának és kitágulásának következtében ismétlődő fényességcsökkenést és -növekedést mutat. A hosszú ideig tartó pulzálás arra utal, hogy a csillagok stabil egyensúlyi helyzetük körül tartósan „rezegnek”, amihez különleges belső szerkezet, kémiai összetétel szükséges, hogy hatékony fenntartó mechanizmust eredményezzen. Emiatt az asztrofizika egyik legfontosabb ábrája, a *Hertzsprung-Russell Diagram* (továbbiakban HRD) jól meghatározott helyein találhatóak, amit a 3. ábrán tüntettem fel. A HRD-n a csillagokat felszíni hőmérsékletük (vízszintes tengely) és fényteljesítményüket kifejező abszolút fényességük (függőleges tengely) alapján helyezik el. Fő jellegzetessége, hogy a csillagok túlnyomórészt egy a jobb alsó saroktól a bal felső sarokig húzódó *fősorozaton* helyezkednek el rajta.

Az említett ábrán az is látható, hogy egyes pulzáló változócsillag-típusok (pl. γ Doradus, δ Scuti, RR Lyrae, stb.) egy *instabilitási sávnak* nevezett területen belül helyezkednek el. Fejlődésük során a csillagok viszonylag rövid ideig tartózkodnak ezen a területen, de emberi időskálán bőven elegendő ideig, hogy pulzációjuk megfigyelhetőek legyenek.



3. ábra. Legfontosabb pulzáló változócsillag típusok a HRD-n. (Forrás: Christensen-Dalsgaard 2003 alapján)

A csillagok anyagának térbeli oszcilláló mozgása, illetve csomóhelyei (az állandóan nyugalomban levő térbeli elemek) matematikailag három, gömbi koordinátarendszerben található ortogonális irányban írhatóak le a legkönnyebben. A pulzáció jellemezhető az r középponttól való távolsággal, θ szélességi jellegű, északi pólustól mért szöggel, illetve a φ szintén szögben mért hosszúsággal. A kis amplitúdójú pulzációk elmélete szerint a gömbszimmetrikus csillagok egyes pontjainak (r, θ, φ) irányokban mérhető elmozdulását a következő kifejezések adják meg [4]:

$$\xi_r(r, \theta, \varphi, t) = a(r)Y_\ell^m(\theta, \varphi) \exp(-i\omega t) \quad (2)$$

$$\xi_\theta(r, \theta, \varphi, t) = b(r) \frac{\partial Y_\ell^m(\theta, \varphi)}{\partial \theta} \exp(-i\omega t) \quad (3)$$

$$\xi_{\varphi}(r, \theta, \varphi, t) = \frac{b(r)}{\sin \theta} \frac{\partial Y_{\ell}^m(\theta, \varphi)}{\partial \varphi} \exp(-i\omega t) \quad (4)$$

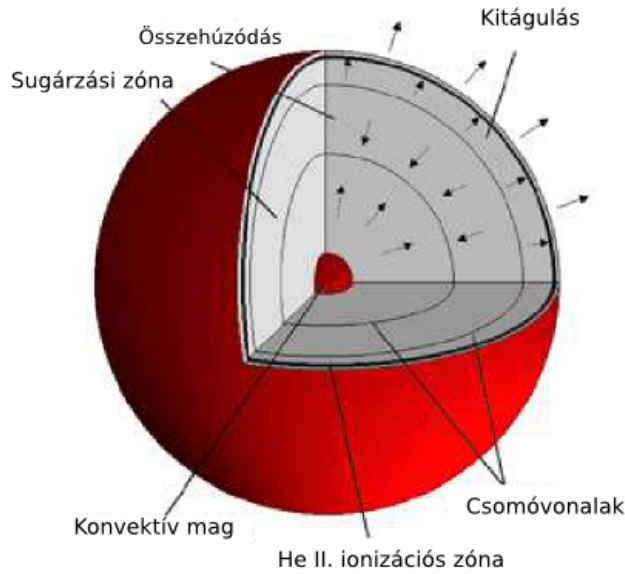
A fenti egyenletekben $a(r)$ és $b(r)$ az amplitúdók, $\omega = 2\pi\nu$ az oszcilláció körfrekvenciája, t az idő és $Y_{\ell}^m(\theta, \varphi)$ a gömbfüggvények, amelyeknek formulája következőképpen néz ki:

$$Y_{\ell}^m(\theta, \varphi) = c_{\ell m} P_{\ell}^m(\cos \theta) \exp(im\varphi) \quad (5)$$

ahol $c_{\ell m}$ egy ℓ -től és m -től függő normalizációs konstans, $P_{\ell}^m(\cos \theta)$ az ún. csatolt Legendre-polinomok:

$$P_{\ell}^m(\cos \theta) = \frac{(-1)^m}{2^{\ell} \ell!} (1 - \cos^2 \theta)^{\frac{m}{2}} \frac{d^{\ell+m}}{d \cos^{\ell+m} \theta} (\cos^2 \theta - 1)^{\ell} \quad (6)$$

Ha a pulzáció csak sugárirányú, akkor **radiális pulzációról** beszélünk. Ekkor a csillag összehúzódik és kitágul, ezzel párhuzamosan, némi késéssel a csillag felszíne némileg felmelegszik és lehűl. A radiális pulzációt egy **rendnek** nevezett n radiális kvantumszámmal lehet jellemezni, amely megadja a sugárirányban található csomófelületek számát. A csomófelületek ellentétes fázisban mozgó résztérfoogatokat választanak el, ahogyan a mellékelt 4. ábra is mutatja.



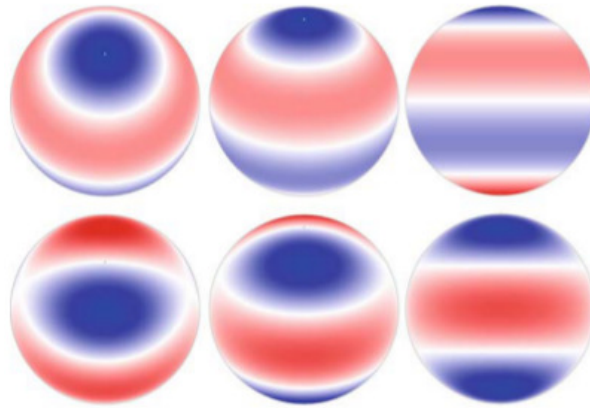
4. ábra. Radiális módus szemléltetése, $n=3$ esetén. (Forrás: Zima (1999) alapján)

Nemradiális pulzáció esetén a csillag gömbszimmetriája megszűnik, ekkor egy kicsit deformálódik a csillag felszíne. Ez a felszíni intenzitáseloszlásban is jelentkezik és két számmal egyértelműen jellemezhető. Az ℓ **fokszám** megadja, hogy a csillag felszínén

összesen hány csomóvonal található. Az m **azimutális rend** megadja, hogy ebből hány megy át a pulzációs tengely pólusain. Ennek értéke az ℓ és $-\ell$ közé eshet, így adott ℓ -hez $2\ell + 1$ féle m azimutális szám tartozhat. A csomóvonalak hálózata a csillag felszínét változó fázisban mozgó részekre bontja fel. A pulzációs mintázat egyenlítőre viszonyított szimmetriája alapján vannak szimmetrikus és aszimmetrikus módusok. Könnyen felismerhető, hogy ezt az $\ell + |m|$ paritása határozza meg: ha páratlan, akkor aszimmetrikus, ha páros, akkor szimmetrikus.

Tehát a pulzációt általában egy (n, ℓ, m) számhármassal jellemezhetjük, amelyben az n -től maga a frekvencia, míg az (ℓ, m) -től a felszíni mintázat függ elsősorban. A nemradiális pulzációra az 5. ábrán mutatok példát.

Az ℓ és m viszonya alapján háromféle nemradiális oszcillációt szoktunk megkülönböztetni. Az $m = 0$ azimutális rendű módusokat **tengelyszimmetrikusnak**, az $|m| = \ell$ azimutális rendűeket **szektoriálisnak** nevezzük. Minden más ℓ, m párossal leírt módot **tesszerális módusnak** hívjuk [11].



5. ábra. Nemradiális pulzációs mintázat szemléltése, $\ell = 3$ esetére. Soronként $m = 0$ és $m = 1$, illetve oszloponként a pulzációs tengely 60, 30 és 0 fokkal van megdöntve a látóirányhoz képest (Forrás: Aerts, Christensen-Dalsgaard, Kurtz: Asteroseismology 2010).

A módus frekvenciáját a csillag forgása is befolyásolja. A fenti egyenletekből $m \neq 0$ módus esetén az exponenciális tagban levő fázis faktor $\exp(-i(2\pi\nu t - m\varphi))$ alakú lesz. A fázis faktor azt jelenti, hogy ezek a módusok az előjelüknek megfelelően forgás irányába (pozitív m -ekre), illetve éppen ellenkező irányba látszódnak haladni (negatív m -ekre). Ez a pusztán geometriai hatás – amely abból adódik, hogy egy forgó koordinátarendszerben pulzáló csillagot egy külső, álló vonatkoztatási rendszerben figyelünk meg, – további fizikai hatásokkal is kiegészül, melyeket nagyobb forgási sebesség esetén a jelentőssé váló centrifugális és Coriolis-erők, valamint a gömbszimmetriától való eltérések okoznak. Ezek együttes hatása annyiban tér el a geometriaitól, hogy az $m\Omega_0$ tagban egy járulékos $C_{\ell m}$ szorzó jelenik meg:

$$\Omega_{\text{obs}} = \Omega_{\text{phys}} + m C_{\ell m} \Omega_0 \quad (7)$$

ahol Ω_{obs} a megfigyelt körfrekvencia, Ω_{phys} a csillag tényleges körfrekvenciája és Ω_0 a csillag forgási szögsebessége. Ez okozza a frekvenciák felhasadását: álló csillagban rögzített ℓ mellett az összes m módusszámhoz ugyanaz a frekvencia tartozik, míg forgó csillagban azok a fenti képlet alapján hasadnak fel. Ugyancsak ennek köszönhető, hogy – mivel minden csillag forog valamilyen mértékben – az általunk megfigyelt frekvenciák eltérnek a csillag sajátfrekvenciáitól, utóbbiak pedig csak az azonosított módusok (ismert m) esetére állapíthatóak meg a forgási sebesség ismeretében. *Ennek az a következménye, hogy a pulzációs mintázatokat nem a forgó csillagon, hanem annak az égbolt síkjára vetített korongján tudjuk vizsgálni (és például rekonstruálni).* Ha a gömbszimmetria sérülése elhanyagolható a kis amplitúdók miatt, és a csillag forgása sem jelentős, akkor $C_{\ell m} \simeq 1$, és a felhasadás is egyenletes mértékű.

A pulzációt kiváltó ok és fenntartó mechanizmus többféle lehet. Ehhez olyan elméletek szükségesek, amelyek öngerjesztők és csillapítás ellenére is periodikus rezgéshez vezetnek. A szakirodalomban négy fő hajtómechanizmust különböztetnek meg: γ -, κ -folyamat, konvektív hajtás és sztochasztikus gerjesztődés.

A **γ -mechanizmus** során a csillag magjában zajló fúziós energiatermelés rátája változik. Amikor egy energiatermelő régió összenyomódik, a hőmérséklet megnő, így több energia tud felszabadulni. Ennek köszönhetően a fúziós régió kitágul, a hőmérséklet csökken, így energiatermelés is lecsökken, és a folyamat kezdődik előlről.

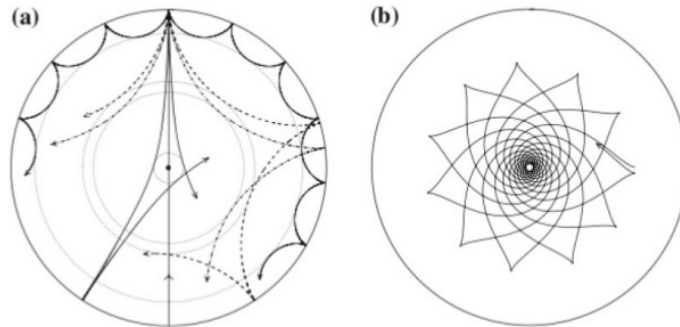
A **κ -folyamat** során a csillag belsejéből érkező energiafluxus felmelegíti a felszín közelében lévő réteget, ennek következtében az ott lévő atomok ionizációs foka megnő, azaz több elektron szakad le az atomról. Ezáltal megnő az opacitás (átlátszatlanság). A megnövekedett nyomás hatására kitágul a réteg, hőmérséklete lecsökken, így az atomok újra befogadják az előbb leszakadt elektronokat, vagyis csökken az atomok ionizációs foka. Az opacitás csökkenésével csökken a nyomás és az egész ciklus kezdődik előlről. Ez az egyik legsikeresebb elmélet, mivel egyes változó típusokra már tudni lehet, hogy mely kémiai elem (hidrogén vagy hélium) mely ionizációs változása okozza a pulzációt.

A **konvektív hajtásnál** hasonló szerepe van a külső, pulzáló rétegnek, de itt a csillag konvektív rétege akadályozza időről időre az érkező fluxus magból kifelé való áramlását. Összenyomódáskor eltárolja a benne rejlő energiát, majd kitáguláskor továbbadja a pulzáló rétegnek.

A **sztochasztikus gerjesztődés** a Naphoz hasonló csillagok pulzációjánál jelentős. A véletlenszerű gerjesztődés oka a konvektív cella külső rétegeiben történő turbulencia. Az erős konvektív áramlás pedig a felszíni rétegekben széles frekvenciatartományú akusztikus zajt generál, és ez Nap-szerű oszcillációkat gerjeszt.

A nemradiális módusok kétféle módon jönnek létre: p-hullám és g-hullám segítségével

(6. ábra). A **p-hullámokat** nyomáshullámnak is szokták nevezni, nevükből adódóan a nyomás határozza meg ezeket és amplitúdója a felszín közelében a legnagyobb. A **g-hullámoknál** a gravitáció és a felhajtóerő együttesen határozza meg a nemradiális módus terjedését. Frekvenciájuk kisebb, és a csillag belsejében a legerősebbek. Így ezeknek a hullámoknak az észlelése, detektálása nehéz, nagy érzékenységű távcsövek és műszerek szükségesek hozzá. Ilyenek például a CoRoT és KEPLER űrtávcsövek, amelyek fotometriai érzékenysége százszor, illetve ezerszer jobb a legjobb földi műszerekénél.



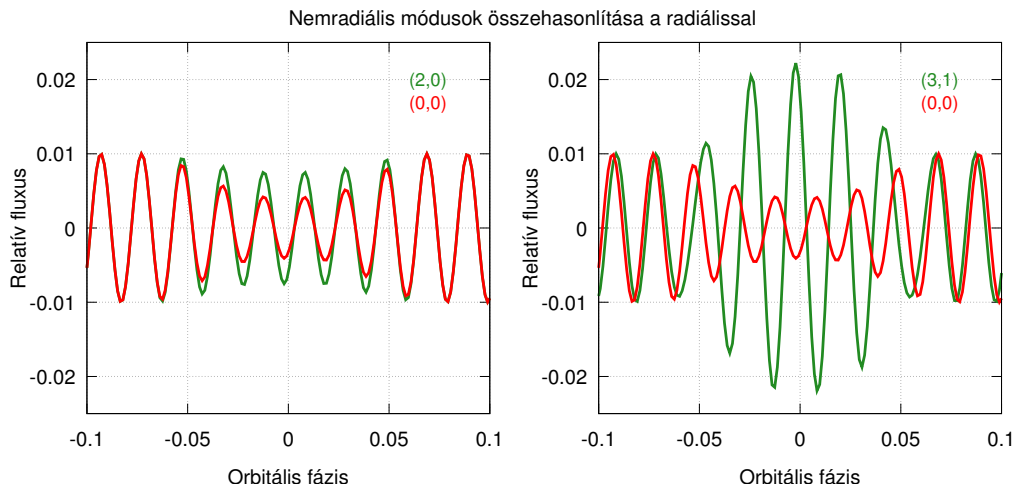
6. ábra. A p- (a) és g-hullámok (b) szemléltetése (Forrás: Aerts, Christensen-Dalsgaard, Kurtz: Asteroseismology 2010)

1.3. Pulzáló komponenst tartalmazó fedési kettőscsillagok

Az egyedülálló pulzáló csillagok esetében a fénygörbe csak a benne rejlő frekvenciákról ad információt, ami több (radiális és nemradiális) módus esetén nagyon sokféle lehet. Az is előfordulhat, hogy egy frekvenciához több módus is tartozik, de az ezeket eredményező fizikai folyamatok különböznek tőlük. Ha sikerülne meghatározni, hogy mely frekvencia melyik pulzációs módushoz tartozik, akkor modellező programok segítségével megismerhetnénk a csillag belső szerkezetét. Egyedülálló csillagoknál például több olyan modell létezik, amellyel spektroszkópia segítségével tudunk módusokat azonosítani, mert a nemradiális pulzáció modulálja a színképvonalak profiljait. Ugyanakkor ez a moduláció még mindig a látható korongra felösszegzett mennyiség, nincsen felszíni mintavételezés, emiatt ezek a módszerek nem túl hatékonyak. Ráadásul bemenetként ismerni kell a csillag teljes belső és légköri modelljét; előbbit a sajátfrekvenciák megállapításához, utóbbit pedig ahhoz, hogy légkörnek a rezgéshullámokra adott válaszát lehessen megmondani.

Ehhez nyújthat segítséget egy társcsillag, amely időnként elfedi a pulzáló csillagot. A csillag minden egyes módushoz tartozó pulzációs mintázata gömbfüggvények segítségével modellezhető le, és ezek összege határozza meg lényegében, hogy mit látunk a fénygörbén. Fedéskor az inklinációtól függően megtörik ez a szimmetria, aszimmetria és amplitúdó-moduláció lép fel. Ezeken kívül sok mindentől függ még a moduláció jellege, mint például

a forgástengelytől, pulzációs tengely irányától is. Általában ez a kettő tengely megegyezik, bár vannak olyan esetek, amikor ez nem teljesül. Egyik ilyen eset, amikor a pulzáló komponens roAp típusú, egy gyorsan rezgő (**rapidly oscillating**), erős mágneses térrel rendelkező, forró csillag. Itt az erős mágneses tér miatt a pulzációs tengely nagyobb valószínűséggel áll be a mágneses tengely irányába, ami eltérhet a forgástengelytől (ferde rotátor modell). A másik eshetőség, hogy ha a kettőscsillag rendszere szoros, akkor az árapályerők miatt a pulzációs tengely elbillenhet a kísérő felé, és annak keringésével összhangban foroghat. Mindkettő esetben fedésen kívül is látható frekvenciafelhasadás és álmódusok jönnek létre. Ezekről a speciális esetektől eltekintve a moduláció magán a teljes fénygörbén alig vehető észre, de a fedési fénygörbe levonásával már látható különbség van a normál és a fedéskori pulzációban. Ezt szemlélteti az alábbi megtekinthető 7. ábra.



7. ábra. A fedés okozta fényességváltozást levont modellezett adatsorok összehasonlító grafikonja. Mindkét oldalon a piros folytonos vonal a $(0,0)$ radiális módus fedés alatti modulációja, a zöld színű folytonos vonal bal oldalon az $(2,0)$, illetve jobb oldalon $(3,1)$ modulációja látható.

Mivel minden egyes módushoz eltérő pulzációs mintázat tartozik, a fedéskor is jól megkülönböztethető amplitúdó- és fázismoduláció jelentkezik. Ezeknek nagysága és jellege a fedés során bekövetkező fényességváltozás profilját meghatározó geometriai tényezőktől függ. Legnagyobb mértékben az inklinációtól és a csillagsugarak arányától függ. Megmutatható, hogy kör alakú pályák esetén a legnagyobb moduláció a „közepes” inklinációértékeknél fog teljesülni, valamint az is előnyös, ha az elfedő sztatikus komponens minél nagyobb. Az előbbinél a szimmetrikus módusok modulációinak eltűnése az ok, utóbbinál az egyidőben történő, azonos elfedett felületelemek állnak a háttérben, Ekkor ugyanis a két mintavételezett terület átlaga fog megjelenni a modulációban, így az egyszerre elfedett területek egyedi felületi intenzitáseloszlásáról nem kapunk információt.

A valóságban kevés olyan kettőscsillagrendszer van, amelynek relatív pályája kör alakú. Sokkal jellemzőbb az excentrikus pályákon való mozgás, ami befolyásolja a fent leírt mo-

dulációkat. Számottevő változást az *excentricitás* és a *pericentrum argumentuma* okoz. A sztatikus csillag vetített pályája nem a pulzáló csillag egyenlítőjével párhuzamosan fog elhaladni, hanem ezektől a pályaelemektől függően különböző szöveget fog bezárni a csillag látszólagos pályája, amint az a 9. ábrán látható.

A kutatásom tárgya egy konkrét rendszernek, a KIC 3858884 pulzációs módusainak meghatározása a témavezetőm által megírt programcsomaggal. Az űreszközzel és adatsorokról a 2. fejezetben, a programcsomag működésének alapjait a 3.4. fejezetben fogom tárgyalni. A kitűzött célok:

- Előzetes vizsgálatként megállapítani, hogy a rendszer alkalmas-e a kitűzött feladat véghezvitelére (a pulzációs módusok beazonosítására).
- A rendszer kettősmodell illesztése a *PHOEBE* nevű programmal [6], egy kutatócsoport korábbi eredményeit kiindulási értéként felhasználva.
- A kettősmodell által szintetizált fénygörbe levonása a valódi adatsorból, majd a keringési frekvencia és felharmonikusainak eltávolítása.
- *Period04* segítségével fehérítés segítségével a keringési frekvenciák, amplitúdók és fázisok meghatározása.
- A rekonstrukció elvégzése kettő különböző módon, csillag felszíni mintázatának illesztéssel, és közvetlenül gömbharmonikusok illesztésével.
- A pulzációs tengely lehetséges dőlésszögeinek meghatározása és vizsgálata.
- Eredmények összehasonlítása, értelmezése.

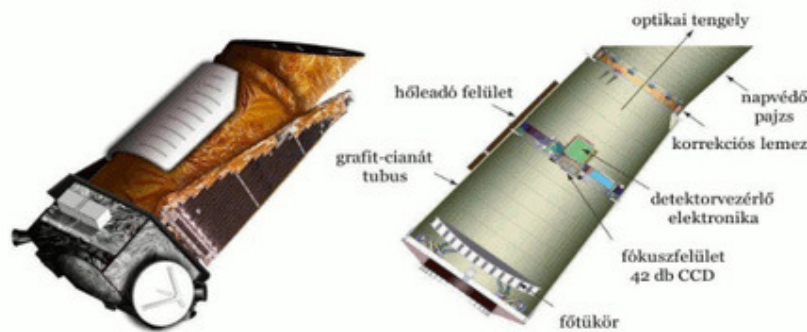
2. Mérési adatok

2.1. A Kepler űrtávcső program

A *Kepler* űrtávcsövet 2009. március 7-én indították el, amely a Földet követő pályáján 2009 és 2012 között a Hattyú és Lant csillagkép irányában közel 160 ezer csillagot figyelt meg egy rögzített, kb. 10×10 fokos égterületen. Elsődleges célja Földhöz hasonló, lakhatósági zónában keringő exobolygók keresése volt. Ennek feltétele, hogy azon az égterületen lévő csillagokat folyamatosan, legalább három éven keresztül figyelje meg a ultraprecíz méréssel.

Ezeknek a feltételeknek egy 1,4 méteres átmérőjű, f/1-es nyílászórányú, 95 cm-es szabad apertúrájú Schmidt-rendszer felel meg. [5]

A megfigyelt 105 négyzetfokos égterületet az optikai rendszer egy görbült fókuszsíkra képezi le. Itt található az a 42 darab, 2200×1024 pixeles CCD-chip, aminek érzékenysége 430 nm és 840 nm tartományban van. Az átlagos relatív mérési pontossága mintegy 10 ppm (parts per million), azaz 10 mikromagnitúdó.



8. ábra. A Kepler űrtávcső felépítése (Forrás: csillagaszat.hu)

A távcsövet negyedévenként 90 fokkal elforgatják, hogy a folyamatos energiaellátás végett a napelemek a Nap irányába nézzenek. A *Kepler* célpontjai 9 és 16 magnitúdó fényességtartományba esnek, kivételes esetekben 7 magnitúdós csillagok fényességmérésére is van lehetőség, illetve akár 20 magnitúdós vagy még halványabb égitest mérése is lehetséges. A pixelek gyors telítődése elkerülése végett 6 másodpercenként történik a kiolvasás, majd azokat összegezve egy kis részük 1 perces, többségük 30 perces integrációs idejű felvételnként tárolódik. Az adatok letöltése havonta történik, így az adatok csökkentése érdekében előre kiválasztják azokat a csillagokat, amelyeknek csak egy bizonyos pixeltartományát tárolják el. A *Kepler* űrtávcső három különböző kategóriába eső objektumot észlel: bolygókeresésre használt, asztroszeizmológiai, és Guest Observer („Vendégészlelő”) célpontokat.

Az eredetileg három és fél évre tervezett programot 2012 tavaszán további négy évre

meghosszabbították. Nem sokkal később sajnálatos módon elromlott az irányzékot biztosító giroszkópok többsége, lehetetlenné téve a további méréseket. Némi technikai szünet után azonban egy olyan új működési módot találtak ki rá, amelyben az egyetlen ép giroszkópja segítségével is tartani lehet az irányzékot. Ebben az ún. K2 módban most az ekliptika mentén vizsgálódik tovább 2014 óta. Jelenleg is ebben a módban működik, mégpedig igen sikeresen, további exobolygók sokaságát fedezte fel többek között.

Az *asztroszeizmológiai* célpontok segítségével egyrészt a *Kepler* által felfedezett exobolygók anyacsillagának fizikai tulajdonságait lehet pontosabban meghatározni, másrészt a pulzáló változócsillagokat lehet jobban megérteni. A négyezer előre kiválasztott célpontokról készült adatsorok csillagszeizmológiai kiaknázására jött létre a Kepler Asztroszeizmológiai Tudományos Konzorcium, amelyen belül 13 munkacsoportot hoztak létre. Ezek további alcsoportra oszlanak, földi támogatás, adatfeldolgozás és modellezés szerint.

2.2. A KIC 3858884 általános leírása

Kepler célpontjai között található a KIC 3858884 objektum is, amely egy Algol típusú fedési kettőscsillag, Kepler fényessége 9,277 magnitúdó. Maceroni és tsai 2014-ben publikált cikkükben összegezték vizsgálataikat a csillagrendszerrel, melyhez spektroszkópiai méréseket is végeztek [7]. Utóbbi általánosan is szükséges, mivel maga az űrtávcső fotométere egyetlen szélessávú hullámsávban működik, ezért, bármilyen pontosan méri a fényességet, nem szolgál színi információval, radiális sebességekről nem is szólva. A hivatkozott cikkben leírtak alapján meghatározták a csillagrendszer legfontosabb paramétereit, melyet az 1. táblázatban foglalok össze.

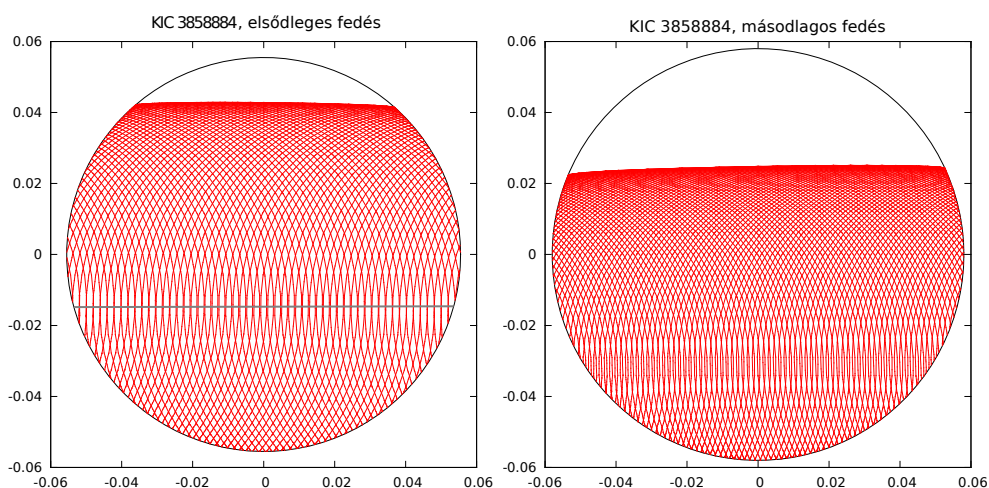
Fizikai paraméter	Érték	Hiba
P [nap]	25,952	0,00005
i [°]	88,176	0,002
e	0,465	0,002
ω [°]	21,61	0,01
q	0,988	0,22
a [R_{\odot}]	57,22	0,22
$T_{eff,1}$ [K]	6800	70
M_1 [M_{\odot}]	1,88	0,03
R_1 [R_{\odot}]	3,45	0,01
$T_{eff,2}$ [K]	6606	70
M_2 [M_{\odot}]	1,86	0,01
R_2 [R_{\odot}]	3,05	0,01

1. táblázat. A KIC 3858884 előzőleg meghatározott fizikai paramétereit.

Ezek, valamint a cikk eredményei közül az alábbiakat emelem ki:

1. A csillag szeparációja a csillagsugarakhoz képest sokkal nagyobb, így a kettőscsillag meglehetősen elváló rendszer.
2. Bár az excentricitás nagynak tűnik, a legkisebb szeparáció idején is kellő távolságban találhatók egymástól. A távolságváltozás okozta árapályhatás elhanyagolható.
3. A másodlagos komponens egy δ Scuti pulzáló változócsillag, ami az adatsor és az illesztett kettősmodell reziduumban látszódik: a másodlagos fedés tartományában sokkal nagyobb, mint az elsődlegesében; ez a másodlagos fedés alatti modulációra utal (és azért marad reziduumban, mert a szokványos modellezések állandó amplitúdót és fáziskésést feltételeznek).

Az első kettő pont különösen fontos a vizsgálataink szempontjából, mert a két később ismertett eljárás feltételezi, hogy az árapályhatás nem torzítja el a csillag gömbalakját. A harmadik pont alapján pedig a pulzáció viszonylag kis amplitúdói biztosítják, hogy a gömbszimmetriától való eltérés elhanyagolható legyen.



9. ábra. A fedések „lábnyomai” a KIC 3858884 rendszer fő- és másodkomponensén. A fekete színű körvonal a fedést elszenvedő csillagkorong szélét jelöli, a piros színű körvonalak sorozata a különböző fedési fázisok idején az elfedő csillagkorong szélének helyzete. Utóbbinak középvonalán elhelyezkedő vonal a fedő csillag középpontjának az útvonala.

A fenti adatok ismeretében már meg lehetett vizsgálni, milyen az elsődleges komponens fedési lenyomata a másodlagoson. A 9. ábra jobb oldalán jól látható, hogy a pulzáló csillag felszíne kellőképpen van mintavételezve.

2.3. Felhasznált adatsorok

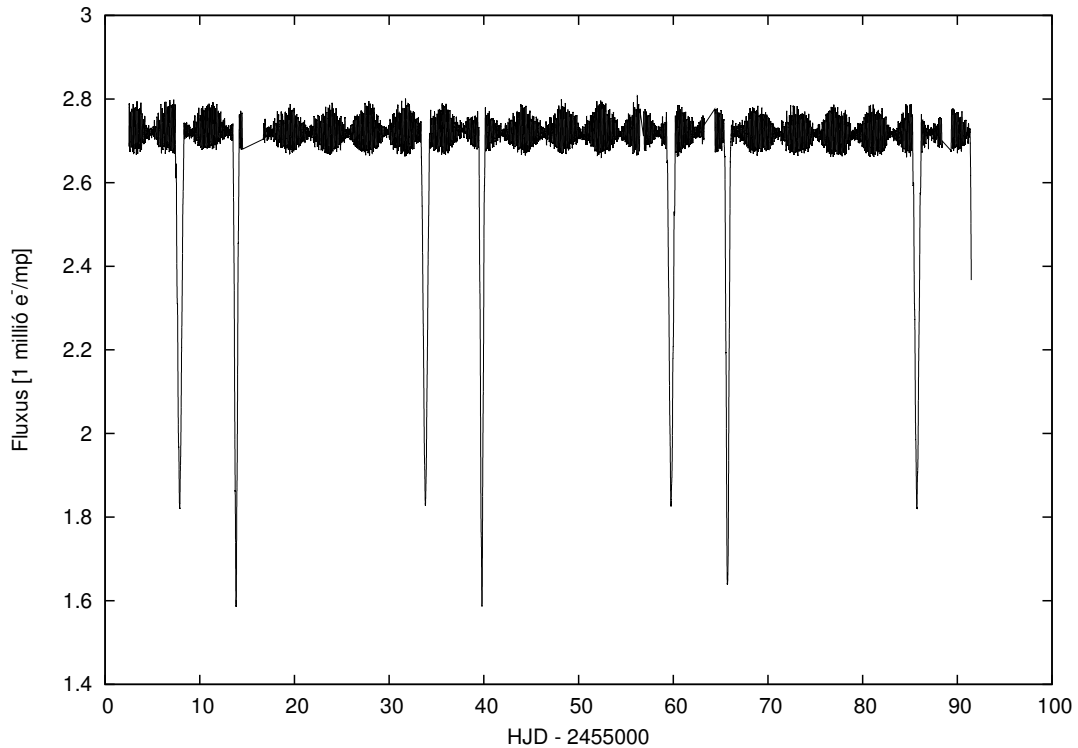
A *Kepler* által mért adatok nyilvánosan hozzáférhetőek, a csillagszeizmológiai célpontok adatsorai a KASC hivatalos weboldaláról tölthetők le. Az adatbázis alapján a KIC 3858884 objektum három negyedéves időszakon (kvarteren) keresztül egy percenként

mintavételezett, *short cadence* (SC) célpont volt, míg a teljes működési idő alatt készült 30 percenként mintavételezett, *long cadence* (LC) adatsor. A short cadence adatsorok a Q2, Q8 és Q9 negyedévekben készültek el. Ezen kvarterek mérési idejét a 2. táblázatban foglalom össze [8].

Időszak [Q.m]	Kezdet	Vég
Q2.1	20-Jun-2009 00:10:56	20-Jul-2009 19:12:30
Q2.2	20-Jul-2009 19:42:54	19-Aug-2009 19:07:29
Q2.3	20-Aug-2009 20:38:32	16-Sep-2009 23:23:42
Q8.1	06-Jan-2011 20:30:55	24-Jan-2011 13:11:27
Q8.2	24-Jan-2011 14:40:43	22-Feb-2011 17:00:02
Q8.3	22-Feb-2011 18:29:18	14-Mar-2011 20:32:29
Q9.1	21-Mar-2011 00:10:11	26-Apr-2011 10:03:28
Q9.2	27-Apr-2011 02:44:53	25-May-2011 14:50:56
Q9.3	26-May-2011 06:04:04	26-Jun-2011 10:24:42

2. táblázat. A különböző mérési időszakok kezdési és befejezési időpontja UT-ben megadva. Formátum: Nap-Hónap-Év időpont.

A kutatás jelenlegi szakában a short cadence adatsorral foglalkoztunk, így az űrtávcsövet érintő események közül az ennek megfelelő időszakban történtek lesznek leírva.



10. ábra. A KIC 3858884 Q2 megfigyelési időszakban mért adatai.

A Q2 kvarterben, 2009. 07. 02-án a *Kepler* biztonsági üzemmódba lépett, az adatsorban körülbelül 2 napos hiány szerepel.

A Q8 kvarterben sajnos háromszor volt biztonsági üzemmódban a *Kepler*. A Q7 megfigyelési időszak leállítását követően rövidesen, 2010. 12. 22-én történt egy üzemzavar, emiatt a Q8 megfigyelési időszak a tervezetthez képest később indították el. A második hónap közepén (2011. 02. 01-én) történt egy rövid kimaradás, majd 2011. 03. 14-én bekövetkezett biztonsági üzemmód miatt korábban fejeződött be a megfigyelési időszak.

A Q9-es megfigyelési időszakot szerencsére nem érintette látszólag a Q8-ban történt események.

Az adatok letöltése után tehát három negyedévi adat áll rendelkezésre, két különböző időszakból, ezalatt a fedési kettőscsillag 9 keringést végzett összesen.

3. Adatfeldolgozás

3.1. Az adatsorok előkészítése

Az adatfájlok FITS kiterjesztésű, többdimenziós képfájlok, melyekben az integrált fluxusok mellett minden mérési időpontokra a csillag kis környezetének képei, az ún. *Target Pixel File*-ok is benne foglaltatnak arra az esetre, ha a fluxust új szempontok szerint újra akarnánk számolni. (Utóbbira egyébként a jelen tanulmányhoz végülis nem volt szükség.) A KEPLER adatok feldolgozására és egyéb ezzel kapcsolatos feladatok elvégzésére hozták létre a PyKE csomagot, amely Python/PyRAF környezetben fejlesztett és futtatható rutinokból áll. A BJD, SAP_FLUX és SAP_FLUXERR értékeket választjuk, amelyek rendre az észlelési időpont közepét megadó ún. Baricentrikus Julián Dátum, a *Kepler* által közvetlenül mért fluxus elektron per másodpercben, végül annak hibája, amit az űreszköz PA kimenete határoz meg. Az adatfájlok nagy mennyisége miatt ezt a feladatot PyRAF szkripttel végeztem el.

Az így kinyert adatok viszont több okból szisztematikus hibával vannak terhelve. A legszámottevőbb hiba abból ered, hogy a *Kepler* mezőben lévő csillagok különböző megfigyelési időszakokban más-más CCD-chipen helyezkedtek el, ami a távcső negyedévenkénti elfordulásából ered. Bár a CCD-chipek gyártásakor törekedtek a minél nagyobb hasonlóságra, csillagászati mérésekkor észrevehető különbség van az egyes CCD-chipek érzékenységében. Ezt úgy lehet eltávolítani a már elkészített adatsorokból, hogy az egyes kvarterekre n -ed fokú polinom segítségével megillesszhető ez a szisztematikus hiba. Bár léteznek erre korrigált adatsorok (ún. *prekondicionált* adatsorok, a PDCSAP oszlopban), saját készítésű Python programmal végeztük el ezeket a korrekciókat. Az illesztett polinomiális függvényvel azután leosztva egyre normált, fluxusban kifejezett fénygörbét kaptunk, amelyek összetolásával megkaptuk a továbblépéshez szükséges adatsort.

3.2. A fedési és pulzációs fénygörbék szeparációja

A további elemzéshez külön kell választani a fénygörbéből a csillagok állandó (sztatikus), illetve pulzáló felszíni intenzitáseloszlásainak járulékait. A sztatikus járulék eredményezi a jól megszokott fedési fénygörbét, azt a fényváltozást, amelyet a rendszer pulzációk hiányában mutatna. Ennek elemzéséből határozhatóak meg a kettős rendszer fizikai és geometriai paraméterei. Ugyanakkor a fedések alatt a pulzációk is amplitúdó- és fázismodulációt szenvednek – a dolgozatban alkalmazott rekonstrukciós módszerek éppen ezen alapulnak –, amit csak a fedési geometria ismeretében lehet felhasználni; utóbbi viszont éppen a sztatikus komponens elemzéséből következik.

Az, hogy a fedések mindkét összetevőre hatással vannak, bonyolítja a szétválasztást, és iteratív módszert igényel. Egy ilyen szétválasztást Maceroni és társai [7] ugyan elvégeztek abból a célból, hogy meghatározzák a rendszer legfőbb tulajdonságait, és ezek eredményeit

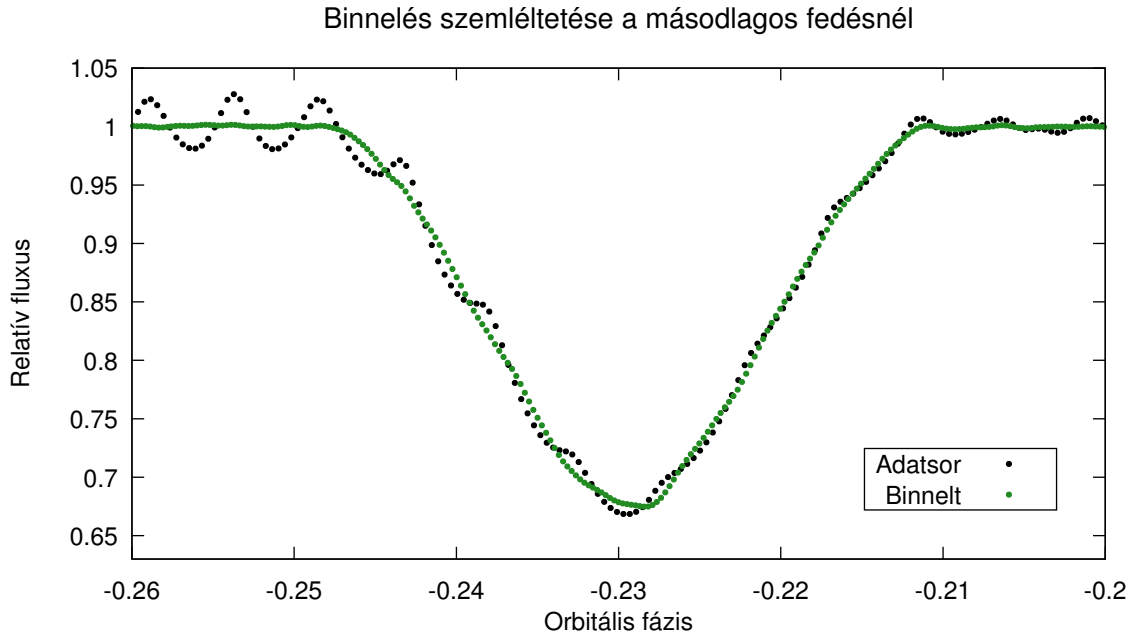
át is vettük kiindulópont gyanánt, de a modellt finomhangolás alá vetettük. Erre azért volt szükség, mert a számunkra értékes információ (a pulzációk fedés alatti modulációjának) elemzéséhez használt rekonstrukciós módszerek sikeréhez kiemelt fontosságú a minél pontosabb kettősmodell. Azonkívül a rekonstrukciós módszerek által kapott megoldásokkal a pulzációs modulációja is sokkal realisztikusabban írható le, mintha csak a fedések miatti amplitúdócsökkenést vennénk figyelembe, mint ahogy azt Maceroni és társai [7] tették.

A továbbiakban összefoglalom, miként lett előállítva a három elvégzett iteráció során a beadott fénygörbe, majd ezt követően leírom az illesztés menetét, s az azok során kapott számunkra releváns eredményeket.

- Az elemzés kezdetekor a pulzációk adatai (frekvenciák, amplitúdók) még nem álltak rendelkezésre. Így azoktól a keringési fázisra való feltekerés után egy átlagolás eljárással – binneléssel – szabadultunk meg és állítottuk elő első közelítésben a fedés okozta fényváltozás fénygörbéjét.

A binnelés röviden egy olyan eljárás, hogy vesz az adatsorban egymást követő N pontot, majd annak számtani közepével helyettesíti az N pont mérési időpontjának a közepén. Mivel az átlagolás elmosza az időbeli változásokat, ügyelni kellett arra, hogy a fedések profiljait ne érje ilyen jellegű károsodás. Ezért az elsődleges és másodlagos fedési, illetve a fedésen kívüli részekre külön-külön egyedileg szabott nagyságú binneléseket alkalmaztunk, mivel ezekben a részekben más-más a fényességváltozás nagysága és időintervalluma. Az elsődleges fedésre 120-as, a másodlagos fedésre 80-as, míg a többi részre 500-as binnelést alkalmaztunk. A binnelések értékeit ebben az első fázisban az átlagolt fénygörbe vizuális ellenőrzése mellett úgy hangoltuk be, hogy a pulzációk minél jobban kiátlagolódnak. Az így nyert binnelés fénygörbét szemlélteti az alábbi 11. ábra.

- Az átlagos fedési fénygörbére a *PHOEBE*-vel egy feljavított fedési kettős modellt nyertünk.
- Azt levonva az eredeti (binnelés nélküli) fénygörbéből, kaptuk a pulzációs komponens első közelítését. Ez az adatsor természetesen tartalmazta a pulzációk fedések alatti amplitúdó- és fázismodulációját, amely többes csúcsokat eredményezett volna az idősor-analízis során a frekvencia-spektrumban. Ezért a fedések időszakait (elsődlegeset és másodlagosat egyaránt) kizártuk, mielőtt az adatsort a *Period04* idősor-analízis programjával elemeztük volna.
- A nevezett *Period04* program segítségével meghatároztuk a 3-szoros zajhatár feletti amplitúdójú pulzációk paramétereit (frekvencia, amplitúdó, kezdőfázis). Ennek során mintegy 150 módust találtunk.



11. ábra. Binnelés szemléltetése a másodlagos fedés idejére kiragadt fénygörbe szakaszon. A fekete körök a – csak az ábrázolásra – harmadára ritkított adatpontokat mutatja, a zöld telített körök az binnelésből nyert adatsort mutatja.

Az iteráció végén

1. egy kettősmodell és az abból szintetizált fedési fénygörbe,
2. egy pulzációs modell és az abból szintetizált pulzációs fénygörbe,
3. valamint a fenti kettő összege és az eredeti fénygörbe különbsége mint *maradvány* áll rendelkezésre.

A második iteráció elkezdéséhez az így meghatározott pulzációs modellt vontuk le az eredeti fénygörbéből, ami már jobb közelítése a pulzációknak, mint az először alkalmazott binneléses módszer. Majd megismételtük az első iterációban már elvégzett lépéseket.

Az iteratív procedúra ismétlése során a két összetevő egyre jobban szétválik egymástól, a reziduumok pedig egyre csökkennek. A reziduumok, valamint a szeparációhoz alkalmazott modellillesztések paramétereinek monitorizálásával lehet eldönteni, hogy meddig érdemes iterálni. Esetünkben ez három iterációt igényelt.

Miután a kettősmodell megfelelően konvergált, a negyedik iterációban elkezdhattük a pulzációk rekonstrukcióját az Eclipse Mapping eljárással. Ennek eredményei vezettek végül az első 8 frekvenciához tartozó módus azonosításához.

3.2.1. Kettősmodell illesztése a *PHOEBE* programmal

A kettős modell illesztéséhez a PHOEBE nevű programot használtam, amely lényegében egy, a nagy pontosságú űrtávcsöves (többek között KEPLER-) mérésekre is felkészített grafikus interfész-program a széles körben használt Wilson-Devinney kettősmodellező- és illesztő kódhoz. Maga a kód fotometriai, valamint kedvező esetben színképelemzés során kapott radiális sebesség-görbékből határozza meg a kettőscsillag fizikai és geometriai paramétereit.

Az egyes iterációkban beadott fénygörbe így $-0,5$ és $0,5$ keringési fázisok és hozzátartozó normált fluxusok voltak. Ennek megfelelően a *PHOEBE* programban a bemeneti adatsor tulajdonságait is így kellett megadni. A programban itt még külön beállítható, hogy milyen szűrőrendszer mely szűrőjében készültek az adatok, nekünk `Kepler:mean`-t kellett beadni. Ezt követően vagy megadtuk a paramétereiket a cikk alapján, vagy második iterációtól az előző iterációból kapott illesztett paramétereiket vettük át. Ezután az illesztéseket végeztettük el a következő paraméterekre.

ω pericentrum argumentum és excentricitás: mivel a fénygörbe paramétereinek ezek $e \cos \omega$, ill. $e \sin \omega$ kombinációitól függenek, e két paramétert együtt kell illeszteni.

Fázistolás: az illesztett modellből generált fénygörbe mennyi orbitális fázissal kell eltolni ahhoz, hogy az adatokra teljesen illeszkedjen.

Felszíni potenciálok: ez határozza meg pillanatról pillanatra a csillagok alakját.

Szűrőbeli luminozitások, passband luminosities: a beadott fénygörbéhez igazítja a két csillag fényességét.

Szélsőtétedési együtthatók: a beállított szélsőtétedési törvényben megadható koefficiensek közül a lineáris együtthatója illeszthető.

A felsorolt paramétereiket külön-külön lehet csak illeszteni, így sokszor ciklikusan kellett lépésről lépésre illeszteni az adatsorokat, míg a változás minimálissá nem vált, azaz az adatokra való illeszkedés kielégítő nem volt. Utolsó lépés a szintetikus fénygörbe legyártása volt, amelyet a következő lépésekben használtunk fel.

3.2.2. Periódusanalízis

Időben periodikusan változó, közel harmonikus jelek jellemzésére gyakran használják a Fourier-transzformációt. A csillagászatban általában a változócsillagoknál, főleg a pulzáló csillagoknál elterjedt ennek használata. A *Kepler*-mérések egyenletes mintavételezésű, valamint folyamatos, igen kevés űrt tartalmazó adatsorai szinte ideálisak a Fourier-analízisre. Más, különösen földi mérésekről ez kevésbé mondható el.

Ha a csillag $m(t)$ időben változó fényessége egymástól független és időben állandó

harmonikus oszcillációknak a szuperpozíciója, akkor a következő modellt használjuk:

$$m(t) = a_0 + \sum_{i=1}^N a_i \sin(2\pi(\nu_i t + \phi_i)) \quad (8)$$

ahol a_0 , a_i , ν_i és ϕ_i rendre a konstans tag, az i . harmonikus taghoz tartozó amplitúdó, frekvencia és a fázis, amely jelen képletben 0 és 1 közé esik. A Fourier-spektrumából kiválasztott frekvenciacsúcsokra harmonikus változásokat illesztve *magára az adatsorra*, és az illesztett jelek egymásutáni *fehérítésével* haladhatunk az egyre kisebb amplitúdójú pulzációk azonosítása felé. Ezt a formulát és módszert használja a *Period04* program [12], amelynek segítségével végeztük el a legfontosabb idősor analízis feladatokat.

A programban három fület használtunk: az adatbeolvasásra való *Data*, az azonosított vagy megadott frekvenciák illesztésére szolgáló *Fit*, illetve a pl. Fourier transzformációt is elvégző *Fourier* fül.

Az előző fejezetben leírt eljárás során kapott szintetikus fénygörbe témavezetőm programcsomagjában található `plcinterpolate` nevű programmal lett levonva az eredeti adatsorból. Mivel a levonás a még nem teljesen pontos fedési modell következtében nem távolítja el teljes mértékben a sztatikus fénykomponens fedés okozta változását, a tulajdonképpeni frekvenciaanalízis előtti lépésként a keringési frekvencia és többszöröseinek a fénygörbejárulékát még a pulzációs frekvenciaanalízis előtt illesztettük és levontuk a fénygörbéből, szintén a *Period04*-et használva. Az adatsor beolvasása után a Fourier fülön minden egyes *F1*, *F2*, stb. frekvenciához 1, 2, számot adtunk meg 150-ig, majd ezekkel a rögzített frekvenciákkal végeztük el a számolást és a többszöri illesztéseket a frekvenciákhoz tartozó amplitúdókra és fázisokra. Majd ezzel távolítottuk el a fedési maradványokat.

Ezután következett a pulzációs frekvenciák analízise (a megtisztított adatsoron), iteratív fehérítéssel. Azaz a *Fourier* fülön végrehajtottuk a Fourier-transzformációt, majd a legnagyobb kapott és elfogadott frekvenciával a *Fit* fülön végeztük el a többszöri illesztéseket. Az illesztett jellel fehérített adatsoron új Fourier-transzformációt elvégezve rátértünk az abban talált legnagyobb amplitúdójú következő frekvenciára, azt is illesztve és fehérítve vele, és így tovább. Ehhez *Fourier* fülön a *Residuals at observed*-re kapcsolással kell kapcsolni (az képviseli le az addig illesztett harmonikus tagoktól megtisztított adatsort). Ezt a lépést egészen a 140. frekvenciáig folytattuk, mert az ezután illesztendő frekvenciacsúcsok jel/zaj aránya már 3 alatti volt.

3.3. A modellezés leírása

A fedési kernelt, valamint a szintetikus fénygörbék adatsorát a `pulsecl` nevű program segítségével hoztam létre, amely témavezetőm által létrehozott programcsomag egy programja. A program a csillagokat szélsőtétedett gömbökként modellezi, ami jól szeparált

rendszerre – mint amilyen a dolgozat tárgyát képező KIC 3858884 is – igen jó közelítés. A pulzációkat az alábbi megszorításokkal modellezi:

- A pulzációk okozta csillagfelszíni torzulások elhanyagolhatóak. A vizsgált kis amplitúdójú, rövid (perc, óra) periódusú pulzációkra ez teljesül.
- Nincsenek jelen árapály-erők miatt fellépő torzulások.
- A pulzációs mintázatok **forgási szimmetriával** rendelkeznek, melynek köszönhetően a szimmetriatengelyhez kötött vonatkoztatási rendszerben az amplitúdók nem változnak a hosszúsági kör mentén, valamint a kezdeti fázis azonos szélesség mentén állandó.

A program egy olyan paraméter fájlt vár, amelyben a modellezéshez szükséges adatok, paraméterek találhatóak.

Sokféle rendszer lemodellezésének lehetőségét biztosítja például a rendszer távolságának, a csillagok sugarainak, tömegarányának, rendszer inklinációjának megadása. Fontos kiemelni, hogy a komponensek távolsága itt skálázó szereppel bír és ez is a sugarak mértékegysége. Emiatt a dolgozat további részében a **csillagok R_1 és R_2 sugarán a szeparációra normált nagyságot** értjük, nem a tényleges fizikai méretet. Ezen kívül lehetséges az elliptikus pályán mozgó csillagokra vonatkozó fénygörbe-adatsor elkészítése az excentricitás és pericentrum-argumentum paramétereinek beállításával.

A szintetizált fénygörbe adatpontjainak tényleges legenerálásához külön kell megadni a csillagok **alapintenzitását**, amely a felületegységenként érkező intenzitást határozza meg. A program végül a felénk eső sztatikus F érkező fluxust a következő képlet alapján számítja ki:

$$F = 2\pi R^2 I_{base}, \quad (9)$$

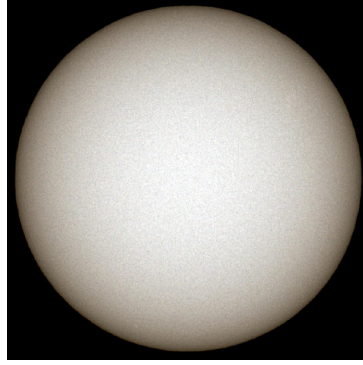
ahol R a csillag sugara, I_{base} az alapintenzitás értéke.

Ahogy korábban is említettem, a csillagok **szélsötétedését** ismeri a program, ami több fizikai effektusának köszönhetően jön létre. Mivel a korong közepén nagyobb sugárirányú mélységre látunk be, és a helyi hőmérséklet befelé nő, a megfigyelő úgy látja a csillagok korongját, hogy annak közepe nagyobb intenzitású, mint a szélei (12. ábra). Ezt sokféle modellel lehet leírni, illeszteni, ezek közül a legegyszerűbb a lineáris együtthatójú modell, amelyet az alábbi összefüggés ír le:

$$I_\mu = I_0 (1 - c(1 - \mu)), \quad (10)$$

ahol c az illesztett vagy illesztendő lineáris koefficiens, és $\mu = \cos \gamma$, melyben γ a látóirány és a megfigyelt felületelem normálisa által bezárt szöget jelenti.

A gyakorlatban a lineáris modell nem elegendő, különösen a nagy pontosságú méréseknél nem. Helyette a pontosabb légkörmodellekből számolt különféle egyéb nemlineáris



12. ábra. Szélsötétedés jelenségét szemléltető fekete-fehér kép a Napról. Forrás: <http://academic.regis.edu/dbahr/GeneralPages/Dave/DaveAstroPics.htm>

modellel számolnak, melyek közül mi a négyzetgyökös alakút használtuk, akárcsak Maceroni és társai [7] is:

$$I_{\mu} = I_0 (1 - c_1 (1 - \mu) - c_2 (1 - \sqrt{\mu})), \quad (11)$$

ahol a c_1 a lineáris, c_2 a nemlineáris szélsötétedési együttható.

Azt is meg kell adni, hogy a lemodellezendő csillagoknak milyen tulajdonságú rácshálózatot szeretnénk adni, amellyel a program a csillagok korongját pixelekre bontja. A lemodellezendő rács kívánt felbontását is szabadon lehet megadni: kettő számot kell megadni, a hosszúsági és szélességi felosztás miatt. A program fénygörbe-modellező része tetszőleges irányú és szögsebességű forgástengelyt engedélyez; a rekonstrukciót azonban csak a csillag égi vetületű korongján lehet végezni, így utóbbi esetben a forgás nem engedélyezett – a pulzációs mintázatra vonatkozó utóbbi két kitétel a három közül éppen azt hivatott biztosítani, hogy forgó csillag pulzációs mintázata egy álló félgömb-vetületen is leírható legyen.

A forgástengely állását kettő irányszöggel, a θ és φ Euler-szögekkel adhatjuk meg. A rácsockra az egyes pulzációs módusok külön-külön „rétegeként” kerülnek modellezésre (a rétegek sorrendje nem számít, a végső mintázat azok egyszerű felösszegzéséből alakul ki). Ehhez kell a frekvencia, amplitúdó, ℓ és m értéke, valamint a hozzá tartozó pulzációs tengely. Ez a tengely ugyan elvileg mindig egybeesik a forgástengellyel, de előfordulhat, hogy a módushoz tartozó sajátfüggvény leírására létezik egy egyszerűbb koordinátarendszer (ami esetleg foroghat is a csillaggal együtt – mint a már említett *ferde rotátor* modelleknél). Ennek polártengelyét tekintjük pulzációs tengelynek.

A program ezen bemeneti adatok segítségével létrehoz először egy úgynevezett fedési kernel fájlt, amely azt tartalmazza, hogy a modellezendő rendszer fedési fázisai során az elfedett csillag egyes pixeljei milyen mértékben járulnak a fedési fénygörbéhez. A pulzációs mintázatot egy külön `fit` kiterjesztésű fájlban menti el. A program ezen kettő fájl felhasználásával, egész pontosan konvolúciójával hozza létre a fénygörbének az adatpontjait a kívánt formában: fázis, teljes fluxus, hiba, egyes pulzációs mintázathoz tartozó

járulék a fénygörbéhez. A fedési kernelt azért kezeli külön a program, mert az kell a rekonstrukcióhoz is.

3.4. Az Eclipse Mapping és Direct Fitting leírása

Az **Elméleti összefoglalóban** leírtak alapján egyszerűnek tűnik a módusazonosítás fedési kettőscsillagok segítségével. Mint már említettük, a kapott fénygörbe a két csillagkorong felszíni térképének és egy úgynevezett fedési kernelnek a konvolúciója, ami az alábbi összefüggés alapján határozható meg:

$$\phi_t = \sum_k D_{k,t} \cdot f_k, \quad (12)$$

ahol ϕ_t a fénygörbe adatpontja a t időben, f_k a felosztott csillagkorong k . felületeleme, valamint $D_{k,t}$ a fedési kernel, amely megadja, hogy a k felületelemnek mekkora a fényjárulék a teljes fluxushoz t időpontban. Tehát az intenzitástérkép meghatározásához dekonvolúciót kell végezni, hogy megkapjuk a keresett intenzitáseloszlást, ami sikeres esetben egy adott (ℓ, m) -hez tartozó gömbfüggvénnyel leírható nemradiális pulzáció. A dekonvolúciós feladat megoldására témavezetőm két módszert dolgozott ki: az egyik a már bevált *Eclipse Mapping* pulzáló változócsillagokra alkalmazható megvalósítását, valamint a *Direct Fitting* nevű eljárást, melyet elvégző programcsomagját **pulzem**-et is ő írt. A továbbiakban mindkét módszer lényegét foglalom össze, illetve a hozzá tartozó programok kezelését.

Eclipse Mapping

Az *Eclipse Mapping* egy indirekt leképezési módszer, amelyet az eredeti intenzitáseloszlás legjobb becslését éri el a fotometriai adatsorok ismeretében [13]. Az elmúlt évtizedekben kimutatták, hogy az addig ismert elvek közül az Maximum Entrópia Módszer bizonyul a legjobbnak csillagászati feladatokhoz. Ez a regularizáció azon speciális esete, amely a kép *információs entrópiáját* használja regularizációs függvénynek. Lényegében a legegyszerűbb felszíni mintázatot keresi, ami megmagyarázza a megfigyelt adatokat. Az 1980-as években a kataklizmikus változócsillagokra dolgozták ki egy számítógépes algoritmust, amellyel sikeresen rekonstruáltak egy csillag körül keringő akkréciós korongot. A technikai részleteket elhanyagolva egy kép információtartalmát az alábbi információs entrópia jellegű mennyiség méri:

$$S(f, A) = \sum_i f_i - \sum_i A_i - \sum_i f_i \log \left(\frac{f_i}{A_i} \right) \quad (13)$$

Ebben az egyenletben f_i az illesztett kép, A_i pedig az úgynevezett referenciakép i . pixele. A referenciakép kódolja a megoldás természetét, mint priori feltételezésünket a csillagról. A Maximum Entrópia Módszer szerint akkor érjük el a kívánt megoldást, ha az entrópiája maximális az adatokhoz való illeszkedés mellett. Ez egy kényszerfeltételes

optimalizációs probléma, amelyben a maximalizálandó függvény az entrópia, a kényszerfeltétel pedig, hogy az illeszkedés jóságát leíró χ^2 -statisztika értéke egy rögzített érték legyen. A problémát a Lagrange multiplikátorok módszerével szokták kezelni.

A jelen problémához legjobban alkalmazható referenciakép tengelyszimmetrikus. Közel gömbszimmetrikus csillagok pulzációs mintázataira elvárható követelmény a tengelyszimmetria. A szimmetriatengelyhez tartozó gömbi koordinátarendszerben a pulzációs módus A amplitúdója csak a csillagrajzi hosszúságtól, a F fázisa pedig a csillagrajzi szélességtől függ. Azaz $A(\bar{r}) = A(\theta)$ és $F(\bar{r}) = F(\phi)$. A referenciaképet az algoritmus – módusonként – az iterációs megoldási folyamat aktuális képéből származtatja úgy, hogy arra e tengelyszimmetrikus modellt illeszti, ezáltal effektíve a kép tengelyszimmetrikus komponensét mintegy „átmenti” a referencia-képbe. Az eredmény egy olyan megoldás, amely annyira tengelyszimmetrikus mintázatot tartalmaz, amennyire a fénygörbére való illeszkedés csak megengedi. A tengelyszimmetrikus referenciakép használata óriásit képes javítani a rekonstrukció minőségén, de van egy hátránya is: az alkalmazásához szükséges a pulzációk szimmetriatengelyének előzetes ismerete. Ha ez éppen nem ismert, akkor egy „semmitmondó” egyenletes referenciakép használható, ám akkor nemcsak a mintázatok rekonstrukciója, de a pulzációs módusok azonosítása is nehézségekbe ütközik.

A rekonstrukciók természetesen nem képesek teljesen kvantitatíve visszaadni a pulzációs mintázatok amplitúdóit, de a csomóvonalak elhelyezkedése és száma alapján mégis lehetővé teszik a módusszámok beazonosítását. Ezt megkönnyíti az is, hogy az egyes módusokhoz (frekvenciákhoz) tartozó képpárokra a feltételezett szimmetriatengely ismeretében ún. amplitúdó- és fázisprofilok illeszthetők.

- A fázisprofil meredeksége a központi tartományon az m -et közelíti, *előjelesen* (azaz negatív meredekség esetén $m < 0$).
- Az amplitúdóprofil zérushelyeinek elhelyezkedése és száma pedig az $\ell - |m|$ számot adja meg, ahonnan m ismeretében már ℓ is beazonosítható.

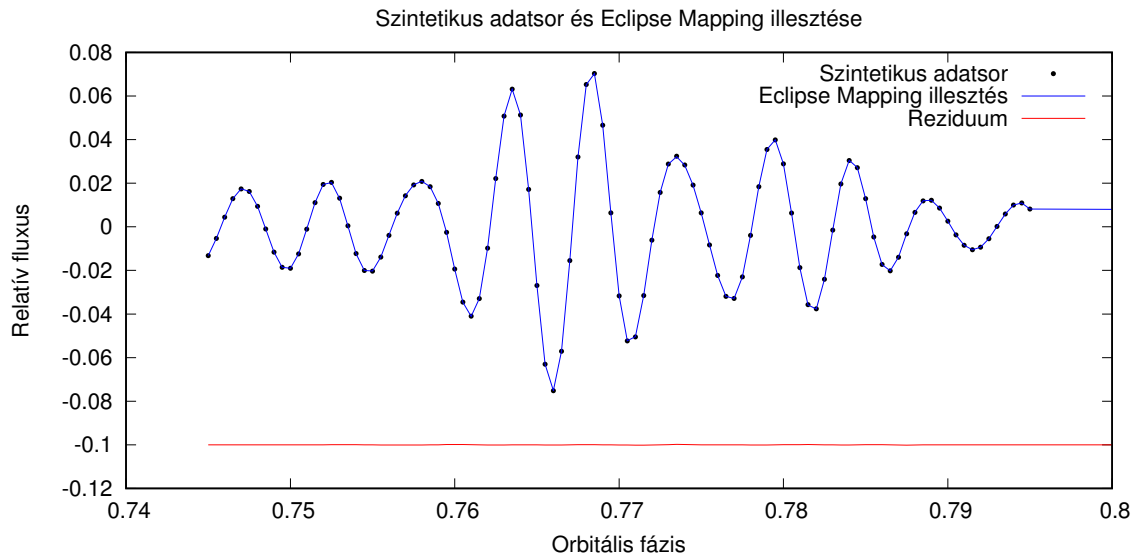
A rekonstrukciót elvégző **pulsmemplus** programnak az ezen paraméterek alapján generált szintetikus adatsor lett megadva. A programnak két fő kontrollparamétere van: 1) a klasszikus *redukált* χ^2 célértéke, amivel az adatok illeszkedésének kívánt mértékét határozzuk meg, valamint 2) megállási kritériumként egy **TEST** konvergenciaparaméterre adhatunk alsó határértéket, amelynek elérésekor a megoldás numerikusan kellően közel kerül az elérhető legjobb megoldáshoz. Fehér zaj és megfelelően számolt ponthibák esetén a redukált χ^2 célértéke 1-hez közelinek vehető. A **TEST** paraméterre 0.01-0.001 értékek szoktak elegendően jó megoldást adni.

A módusazonosítás menetét egy mesterséges adatsoron egy modellezett adatsoron történő példarekonstrukcióval szemléltetem. A hipotetikus rendszer legfontosabb paramétere az általunk vizsgált kettőshöz hasonló (lásd 1. táblázat), valamint a kiválasztott frekvenciakomponensek tulajdonságai és a hozzá tartozó modellezett (ℓ, m) értékeket a

3. táblázat foglalja össze. A pulzációs mintázatok a másodlagos komponensre kerültek (szintén az általunk vizsgált rendszerhez hasonló körülmény), továbbá nem a teljes, hanem csak a fedések időtartamára, illetve azok kis környezetére szorító adatsorból rekonstruálunk. A fedésen kívüli szakaszok a rekonstrukció szempontjából közömbösek.

Jel.	ν_i [ν_{orb}]	a_i	ϕ_i [fok]	(ℓ, m)
<i>F1</i>	187,957	0,010	147,96	(1,0)
<i>F2</i>	194,231	0,009	38,12	(2,2)
<i>F3</i>	255,422	0,002	68,40	(3,2)

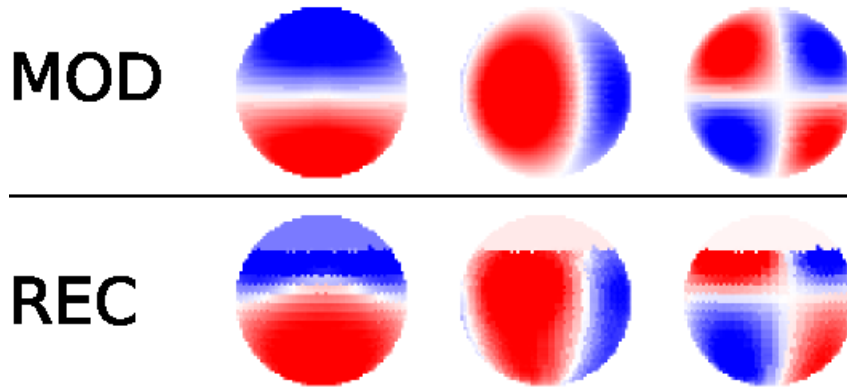
3. táblázat. A használt frekvenciákat és hozzájuk társított nemradiális módusszámokat összefoglaló táblázat. A ν_i a keringési frekvenciára normált frekvenciákat, a_i a hozzá tartozó relatív amplitúdót és ϕ_i a fáziskésést jelöli.



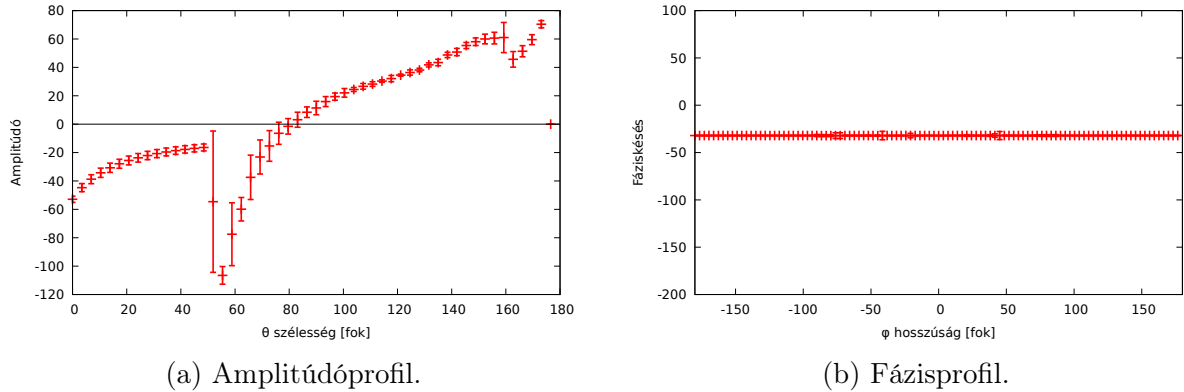
13. ábra. A szintetizált adatsor és illesztése.

A sikeres példafuttatás eredménye a a 13. ábrán látható illeszkedést, valamint a 14. ábra alsó sorában látható képeket tartalmazó pulzációs mintázatokot adja ki. A a 13. ábrán látható illesztett fényességváltozás jól illeszkedik a szintetikus adatsorra. Igaz, a modellezett adatok zaj nélküliek, de a Kepler űrtávcsővel végzett, és hozzáférhető fotometriai adatsorok is hasonlóan nagy pontosságúak.

Amint a 14. ábrán látható, a rekonstruált képek közel azonosak a modellképekkel, és szemre is meghatározhatóak a rekonstruált nemradiális módusok. Természetesen az ℓ és m egész értékek a fentebb leírt módon kvantitatívan is meghatározhatóak, ennek példáját mutatja be az alábbi, *F1* frekvenciakomponenshez tartozó 15. ábra. Jól látható, hogy az amplitúdóprofilon (15a. ábra) 80 foknál van egyetlen zérushely, míg a fázisprofilon egy közel nulla meredekségű egyenes látható. Tehát valóban visszaadódik az (1,0) módus.



14. ábra. A lemodellezett (MOD) és a rekonstruált (REC) pulzációs mintázat csillagkorongra való vetítése. Az egymásfelett látható korongok oszloponként rendre az $F1$, $F2$ és $F3$ frekvenciakomponensekhez tartoznak.



15. ábra. A lemodellezett adatsor $F1$ komponensre kapott Eclipse Mapping rekonstrukció eredményének profilábrái.

Fontos kiemelni, hogy ez az algoritmus független mindenféle asztroszeizmológiai modelltől: nem tételezünk fel semmit a pulzációs mintázat alakjáról, csak a tengelyszimetriát. Azon felül csupán a fedési geometriát, valamint az egyszerű légkört lemodellező szélsőtétedést kell ismerni a feladat elvégzéséhez. – amint ez korábban is említésre került – ismerni kell a pulzációs szimmetriatengely irányát (a kettős pályasíkjához, illetve végső soron hozzánk, a megfigyelőhöz képest).

A kezdeti futtatásoknál különösen kellett figyelni az adatok illesztési feltételére. Ugyanis ha túl kicsinek választjuk meg az illesztésit, akkor a képek túlságosan zajosak lesznek az értelmezéshez, míg túl laza esetén a sokáig tartó futásnál a konvergencia nem mutatott célravezető eredményt.

Direct Fitting

A *Direct Fitting* módszer specifikusabb pulzációs mintázatokat keres megoldásként: a pulzációk elméleti vizsgálata által is talált Y_ℓ^m gömbharmonikus-függvényeket feltételez azokra [14]. Ez a modell, amelynek paraméterei az egyes pulzációs mintázatok amplitúdó-

párjai, a lineáris legkisebb négyzetek módszerével illeszthető a fénygörbére, *feltéve, hogy az (ℓ, m) módusszámok ismertek*. Ez ugyan nincs így, hiszen éppen ezeket a módusszámokat próbálnánk azonosítani, viszont azokra véges számú kiosztás lehetséges – bár kétségtelen, hogy az egyszerre vizsgált módusok számával hatványozottan nő, és esetenként több millió is lehet. A felszíni integrálás miatt az ℓ 4 – 6-nál nagyobb rendű módusok ugyanis eleve nem detektálhatóak, mert fedésen kívül annyira kiátlagolódnak, hogy túl kis járulékot adnak az integrált fluxushoz.

A Direct Fitting lényegében a frekvenciák ismeretében kipróbálja az összes lehetséges móduskonfigurációt, majd a fedési kernel ismeretében lemodellezi a fénygörbét, és kiszámolja a hibák négyzeteit. Végül a legkisebb hibájút fogadja el megoldásként. Az eljárást és az ezen alapuló `dffit` programot szintén témavezetőm dolgozta ki és programozta le. Ez az *Eclipse Mappinghez* képest azt is feltételezi, hogy a nemradiális pulzáció pontosan a gömbfelszíni függvényekkel írható le. Fizikai megszorítása ennek a matematikai feltételnek, hogy a csillag alakja nem torzult a nagy forgási sebességtől.

Az eljárás előnye, hogy gyorsabban fut le a lineáris illesztés miatt, viszont nem annyira modellfüggetlen, mert többet feltételez a pulzációs mintázatról. Az eljárás ugyanakkor lehetőséget ad a forgástengelyek dőlésszögének meghatározására. Ennek kulcsa a gömbharmonikusok egyik hasznos transzformációs tulajdonsága. E szerint egy gömbharmonikus függvény egy elforgatott koordináta-rendszerben az azonos ℓ -ű gömbharmonikusok lineáris kombinációjaként állítható elő:

$$\tilde{Y}_\ell^m = \sum_{m'} D_{m',m}^{(\ell)}(\alpha, \beta, \gamma) Y_\ell^{m'} \quad (14)$$

ahol a lineáris kombináció D együtthatói az ún. *Wigner-féle forgatási mátrix*szal állnak kapcsolatban és, és az elforgatott koordinátarendszer (α, β, γ) Euler-szögeitől függenek. Ha most azt képzeljük el, hogy az eredeti koordinátarendszer a pulzációk közös szimmetriatengelyhez kapcsolódó (amit nem ismerünk), az elforgatott koordinátarendszer pedig az általunk feltételezett szimmetriatengelyhez kapcsolódó, akkor amennyiben a pulzációs mintázatok nem egyedi Y_ℓ^m *szingletek*, hanem a fenti lineáris kombinációval leírt, ún. *forgási multipletek* alakjában keressük, akkor lehetőség nyílik a forgástengely irányszögének egyidejű meghatározására is (az alább részletezett módon).

A `dffit` szintén parancssori futtatású. Az *Eclipse Mappinghez* képest egyik leglényegesebb különbség az, hogy az egyes frekvencia komponensekhez egyenként megadhatjuk a kívánt illesztési módot. Ezek a következők lehetnek:

- **Szinglet módban** az (ℓ, m) számpárok kiosztásával frekvenciánként egyetlen gömbharmonikust illeszt, 2 darab amplitúdóval mint illesztendő paraméterrel (amelyekből maga az amplitúdó és kezdőfázis számolható).
- **Multiplet módban** az ℓ módusszámok kiosztásával $2\ell + 1$ darab gömbharmonikus-

ból álló lineáris kombinációkat illeszt frekvenciánként, $2(2\ell + 1)$ darab amplitúdóval mint illesztendő paraméterrel. Ez esetben a legjobb megoldás első lépésben a legjobb ℓ -eket adja meg, a hozzá tartozó Wigner-együtthetőkkel egy `wigfit` segédprogrammal számolhatók ki a hozzájuk tartozó legvalószínűbb m értéke, *valamint a közös szimmetriatengely α, β dőlési szögei.*

Az Euler féle α és β forgatásszögeket a következőképpen kell értelmezni egy fedési kettősrendszerben található pulzáló csillag esetén. A β szög a pulzációs tengelynek a keringési pályára merőleges iránnyal bezárt szöge, az α pedig a tengely keringési pályasíkra való vetületének a pozíciószöge, a megfigyelő irányától pozitív trigonometriai irányban mérve.

A program futása előtt beállíthatjuk, hogy például kiírja az összes illesztési próbált ℓ, m gömbharmonikussal illesztett adatsort, képet vagy éppen kiirathatjuk a χ^2 érték szerint közeli, alternatív ℓ, m -illesztéseket is a program futása végén.

Bár a program futása gyorsabbnak tűnik, több frekvencia illesztésénél hatványfüggvény szerint növekedik a megvizsgálandó esetek száma. Ez természetes, mert a program azt az ℓ, m konfigurációt keresi (szinglet módban), amely legjobban magyarázza az adatsort.

A dolgozat további részében az *Eclipse Mappingre* EM betűszóval hivatkozok, a *Direct Fitting* eljárásra DF-fel utalok.

4. Eredmények

4.1. A fénygörbe komponenseinek kiválasztása

A 3.2. fejezetben leírt eljárás során folyamatosan tisztult meg a fénygörbe két komponense, harmadik lépésre a reziduum már kellőképpen kicsi volt. Az első és a negyedik iteráció fedési, illetve pulzációs modelljeinek illeszkedését a 16. illetve a 17. ábrák mutatják. A maradványok (amik a fluxusnak az aktuális sztatikus és pulzációs modellek összegén túli részét jelentik) a 18. ábrán hasonlíthatók össze. Utóbbi ábrákon a -0.23 orbitális fázis körüli másodlagos, valamint a 0 körüli elsődleges fedések tartományát halvány színezett téglalapok jelzik. S különböző modellek és reziduálok iterációkon keresztüli fejlődését a **Függelékben** található 41.–42. ábrákon tekinthető meg. Szintén itt lelhető meg a *Period04* által azonosított frekvenciakomponensek adatai a 40. frekvenciáig bezárólag (9. táblázat).

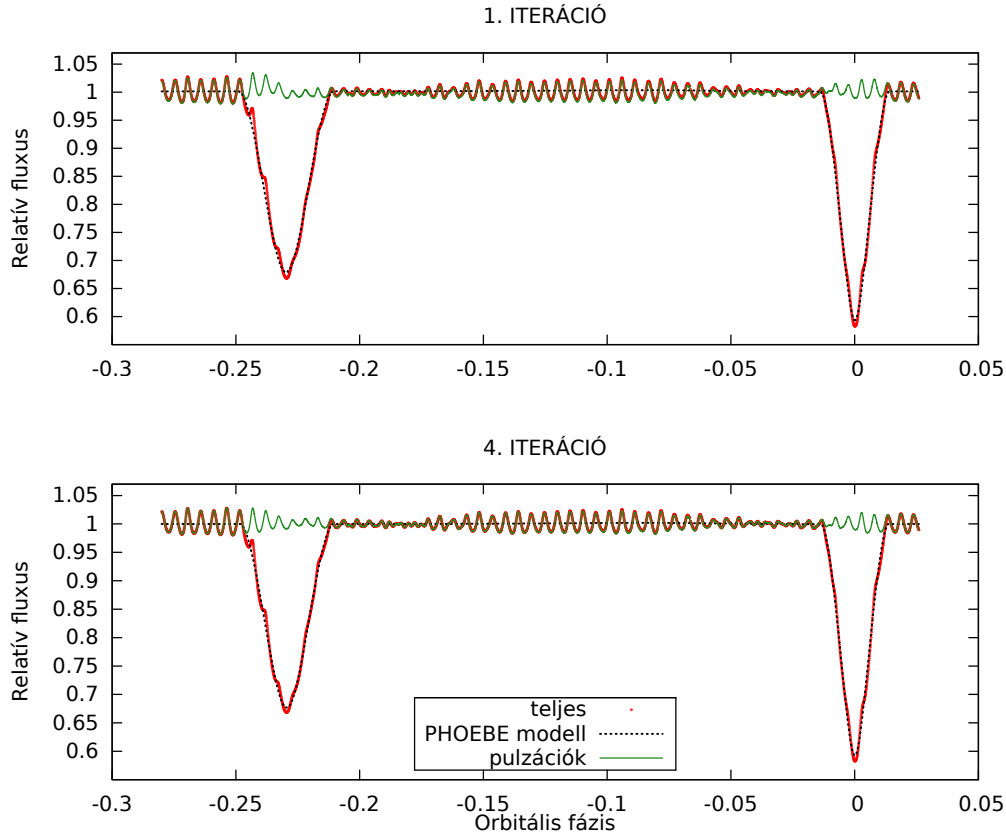
Fontosnak tartom kiemelni, hogy a másodfedés tartományában maradt oszcilláló maradvány nem az eljárás tökéletlenségét vagy eredménytelenségét jelzi, hanem az ott elfedődő másodkomponens pulzációi modulációjának a következménye.

A 140 darab pulzációs frekvencia közül a kilenc legdominánsabb (legnagyobb amplitúdójú) frekvenciát választottam ki fedési analízisre. Ez egy várhatóan hosszú iterációs folyamat első lépésének tekinthető, melynek lényege, hogy a frekvenciákat a nagyobbaktól a kisebb amplitúdók felé haladva csoportokban vessük alá EM, illetve DF illesztésnek, fokozatosan megtisztítva a fénygörbét az egyes modulált pulzációktól. Ilyen nagyszámú frekvencia szimultán rekonstrukciója sem a jelenlegi számítási erőforrások miatt, sem pedig a numerikus instabilitások veszélye miatt nem lehetséges.

A frekvenciák szelekciója során kiderült, hogy a 7. frekvencia két korábbi frekvencia lineáris kombinációja: $F7 = F1 + F2$, amely így kombinációs felharmonikus lévén, nem tartozik tényleges pulzációs módushoz, nem hordoz tényleges fizikai információt. Ezért azt kihagytam a további elemzésből. Így az $F1$ – $F6$ és $F8$, $F9$ frekvenciák lettek kiválasztva. A frekvenciaspektrumot a 19. ábra mutatja, amelyen piros háromszögekkel jelöltem a nyolc kiválasztott frekvenciának megfelelő csúcsokat, illetve fekete kereszt mutatja a kizárt kombinációs frekvenciát. A továbbiakban az egyszerűség kedvéért a nyolcadik és kilencedik frekvenciát folytonos számozás érdekében $F7$ -tel és $F8$ -cal fogom jelölni. Az alábbi 5. táblázatban összefoglalom a nyolc vizsgált frekvencia adatait.

Az illesztésnek még alá nem vetett frekvenciák járulékának a *Period04* által illesztett modelljét mindig levonjuk az aktuális adatsorból, ezáltal csökkentve a korrelált reziduumok zaját és könnyítve a program futását. Az itt taglalt első lépésben ez a maradék 132 frekvencia levonását jelentette.

A sztatikus komponens *PHOEBE* programmal végzett illesztése során a 2.2. fejezetben leírt paraméterek változtak. Bár a változás csekélynek tűnik, a reziduumok jelentős mértékű csökkenését eredményezte. A χ^2 értékek így alakultak az iterációk során, az



16. ábra. A fénygörbe komponenseinek szétválasztódása az első és negyedik iterációkban. A piros telített körök az eredeti adatsort, a fekete szaggatott vonal a *PHOEBE* által generált modell komponenst, a zöld folytonos vonal a pulzációs modell komponenst ábrázolja.

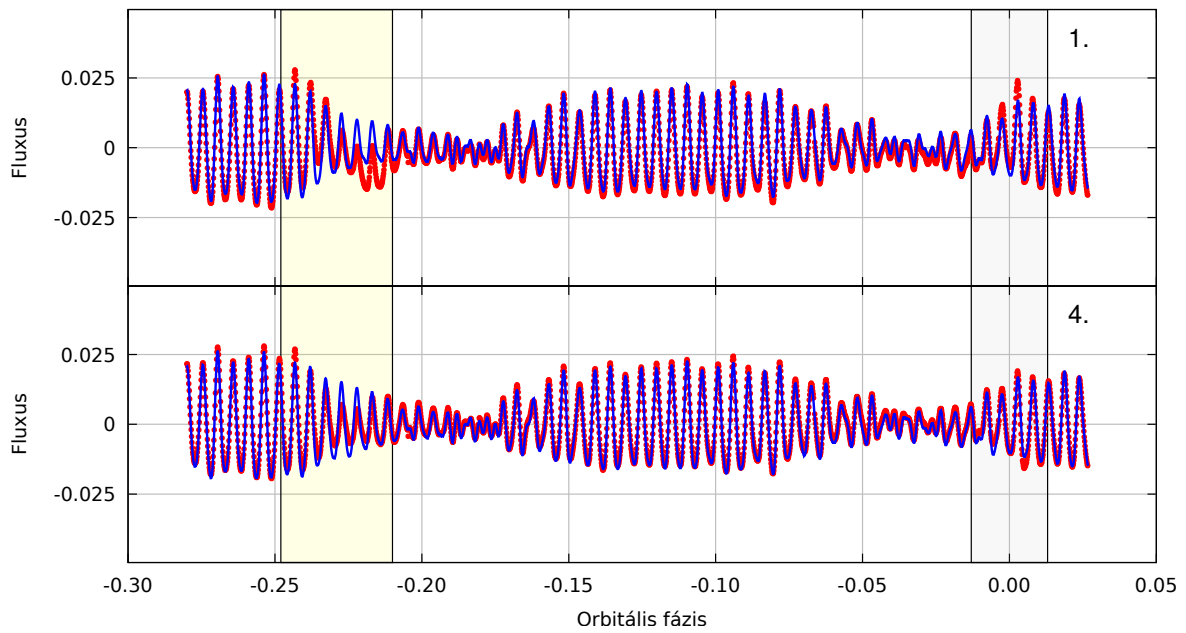
1. iteráció egységeiben: 1. – 1,00; 2. – 0,32; 3. – 0,24; 4. – 0,21. A reziduumok különösen nagymértékben csökkentek a 2. iteráció során. A csökkenés a 4. iterációra olyan mértékben mérséklődött, ami indokoltá tette az iterálás befejezését.

A kettős paramétereinek minél pontosabb ismerete azonkívül a későbbi rekonstrukciós feladatokhoz is létfontosságú.

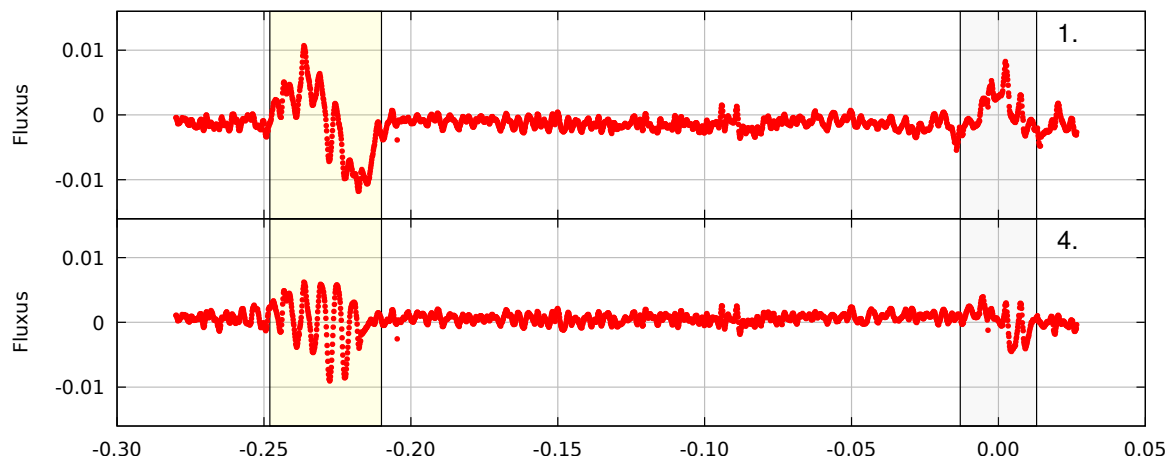
A rekonstrukciót végző program számára a fedések relatív helyzetét, mélységét és szélességét befolyásoló paraméterek változtak, ezeket foglalja össze az alábbi 4. táblázat.

Az illesztések során pontosítottam a szakirodalomban található értékeket, a pericentrum argumentumára $\omega_0 = 21,4045$ fokot és az excentricitásra $e = 0,46499$ kaptam.

Utóbbi értéke lényegében nem változott az irodalomban megadotthoz képest. Az ω módosulásával a másodminimum pozíciója jobban egyezik a mérésekkel, míg a sugarak és szélsőtétedési együtthatók együttes változása azonos fedési szélességek mellett a fedési profil jobb illeszkedését eredményezte.



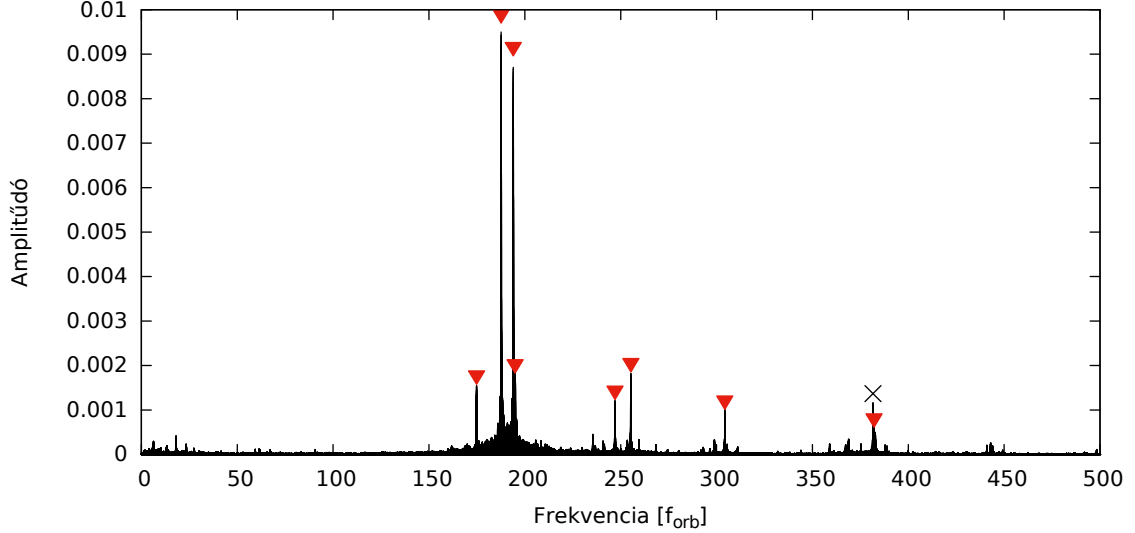
17. ábra. A pulzációs modell illeszkedése az elkülönített pulzációs adatokhoz az első és negyedik iterációban. A piros körök az adatokat, a kék folytonos vonal pedig a modellt jelölik.



18. ábra. A fénygörbe-maradványok alakulása az első és a negyedik iterációban. A halvány sárga téglalap a másodlagos fedés, a halványkék téglalap az elsődleges fedés idejét emeli ki az ábraszorozatokon.

4.2. A kiválasztott frekvenciák Eclipse Mapping vizsgálata

A reziduumok 18. ábrán mutatott jellege alapján világos, hogy legalábbis a domináns módusok nagy valószínűséggel a másodkomponensen helyezkednek el, hiszen a másodlagos fedés alatt jelentős a pulzációk modulációja. Ezért az illesztések során mind a



19. ábra. Teljes adatsor Fourier sora, piros nyíllal jelezve a kilenc legnagyobb frekvenciát, X-szel az elvetettet.

Paraméter	1. iteráció	4. iteráció
ω [fok]	$21,6119 \pm 0,0074$	$21,4045 \pm 0,0075$
e	$0,465 \pm 0,0001$	$0,46499 \pm 0,0001$
x_1	$0,2195 \pm 0,0078$	$0,3229 \pm 0,0071$
x_2	$0,4845 \pm 0,0103$	$0,3509 \pm 0,0094$
Ω_1	$17,5763 \pm 0,0078$	$17,9011 \pm 0,0072$
Ω_2	$20,7672 \pm 0,0094$	$20,9557 \pm 0,0088$
R_1 [a]	0,0635	0,0623
R_2 [a]	0,0523	0,0518

4. táblázat. A *PHOEBE* által illesztett paraméterek táblázata. Meg kell jegyezni, hogy a feltüntetett hibák a programból lettek kiolvasva, így azok alulról becsültek. Meg kell jegyezni, hogy az R_1 és R_2 sugarak származtatottak, azoknak nem ír ki hibabecslést a program.

nyolc pulzációt a másodkomponensen feltételeztem. Az Eclipse Mappinggel többféle képi rekonstrukciót végeztem el, melyek közül kettőnek lett érdemi eredménye. Némi próbálgatás után a χ^2 célértékét 3,5-re vettem. Mivel a fénygörbében koherens/korrelált, de semmiképpen nem fehér zajként zajként még ott szerepel a többi 142 frekvencia fedések alatt modulált jele is, ezért az ideális $\chi^2 = 1$ érték ebben a fázisban természetesen még nem teljesíthető.

A kétféle képi illesztést a képekkel való súlyozás különbözteti meg. A program jelenlegi állapotában a súlyok még kézzel, kísérletezéssel állapítandók meg. Az első futásnál mindegyik kép azonos súlyokat kapott, míg a másodiknál egy, az első futtatás eredménye alapján kikísérletezett, úgynevezett *adaptív súlyozást* alkalmaztam.

Jel.	$\nu_i [\nu_{orb}]$	a_i	ϕ_i
<i>F1</i>	187,65023	0,009755	0,8222
<i>F2</i>	193,949988	0,009049	0,4757
<i>F3</i>	255,304036	0,001875	0,2014
<i>F4</i>	194,96398	0,001781	0,8620
<i>F5</i>	174,808065	0,001554	0,8176
<i>F6</i>	247,040582	0,001240	0,7555
<i>F7</i>	304,306292	0,000999	0,3640
<i>F8</i>	382,151938	0,000599	0,1312

5. táblázat. A használt frekvenciákat összefoglaló táblázat. A ν_i a keringési frekvenciára normált frekvenciákat, a_i a hozzá tartozó relatív amplitúdót és ϕ_i a normált fáziskésést jelöli.

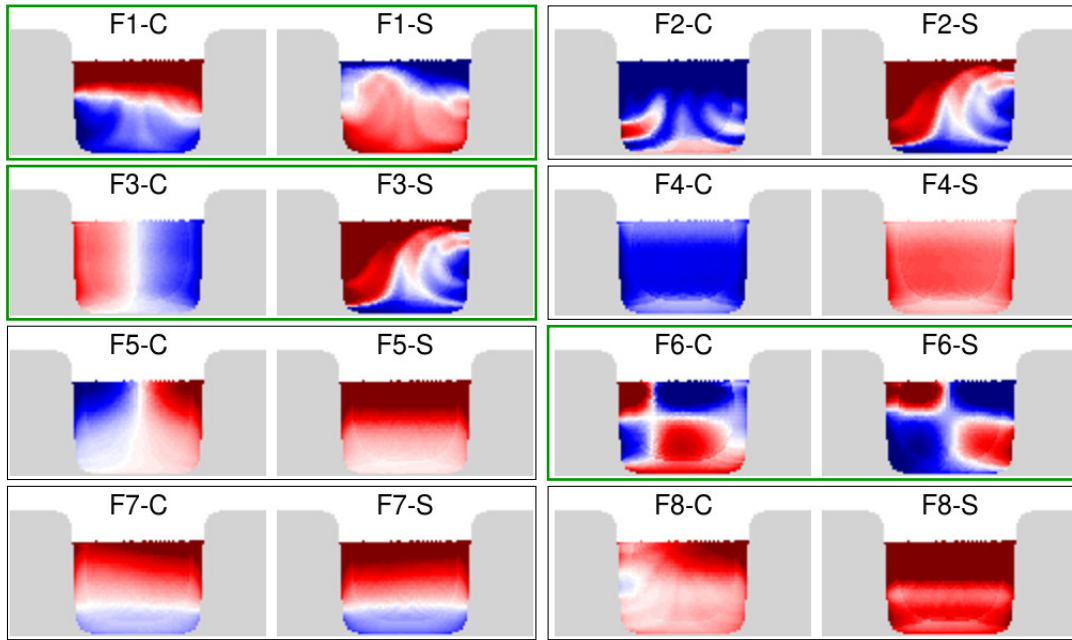
Mindkét esetben a tengelyszimmetrikus, egész pontosan forgásszimmetrikus referenciamodellel módosítottam: a simább képek kevesebb súlyt kaptak, mint a zajosabbak, melynek tengelyét a kettős rendszer keringési síkjára merőlegesnek feltételeztem. Erre egy előzetes, egyenletes referenciamodellel történt próbafuttatás eredménye adott alapot: azokon a képeken sem látszott a mintázatoknak semmilyen furcsa megdőlése.

Az adaptív súlyozással történt rekonstrukció eredményéről egy összefoglaló ábrát készítettem, amely a 20. ábrán található. Ezen a pulzációs mintázatok a csillag felszínének hengeres vetületén (Mercator-szerű vetületben) ábrázoltam. A szürke színű részek a csillag túlsó, nem látható félgömbjét jelentik, az északi pólus környékén levő fehér „hósapkák” pedig a csillag elfedetlen (mindig látszó) részét mutatják, amely így nem szolgáltat képi információt (de integrált fluxusát a program azért figyelembe veszi és virtuális pixelekké illeszti).

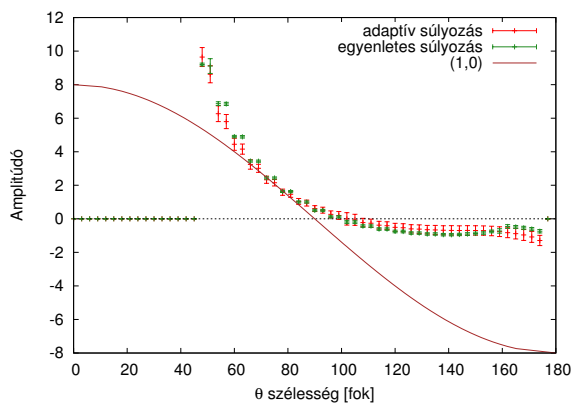
Az egyes módusok amplitúdó- és fázisprofiljai a 21.–28. ábrákon láthatók. Ezek mindkét súlyozású futtatás eredményét feltüntettük. Megfigyelhető, hogy egyes frekvenciákra a két eredmény közel azonos – ezek a jól beazonosítható módusszámú esetek, melyekkel azonnal lehet fehéríteni –, míg másokra a simább kép megkövetelése (adaptív súlyozás) megváltoztatja, de legalábbis kétértelművé teszi a módusazonosítást. Utóbbi frekvenciák várhatóan egy későbbi iterációs fázisban válnak egyértelműen beazonosíthatóvá.

Az *F1* frekvenciára az EM által kapott képi illesztésből jól látható (1,0) módust a 21. ábracsoportban összefoglalt keresztmetszetek is megerősítik. A 21a. ábrán egyetlen zéruspont az egyetlen csomóvonal helyét adja, míg a 21b. ábrán illesztett egyenes meredeksége $m = 0,18$, ami a 0 módus fokszámot adja.

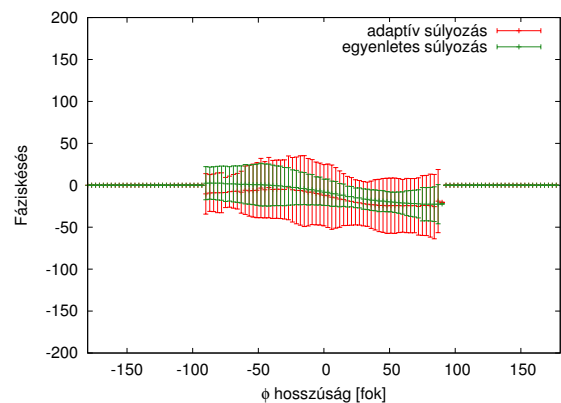
A második legnagyobb amplitúdójú harmonikus tagnál bizonytalanság lépett fel. Csak az EM alapján kapott képből nem ismerhető fel nemradiális módus, míg a profiloknál (1,0) vagy (2,0) lehetséges. Az egyetlen csomópont 158 foknál helyezkedik el, ami mind az első, mind a második esetben a Legendre polinomok zérushelyeitől igencsak messze



20. ábra. Az EM rekonstrukció eredménye. A fekete és zöld színű keretekbe foglalt térkép-sorozatok az $F1-F8$ frekvenciához tartoznak, melyek a vízszintes irányban a hosszúsági, függőleges irányban a szélességi koordináták jelölése nélkül vannak feltüntetve az amplitúdók piros-fehér-kék színskálával a sikeresen rekonstruált részekben. A megfigyelő által nem látott területek szürke színnel vannak kiemelve, míg a látott, de nem elfedett északi területek fehér színnel vannak helyettesítve. A zöld színű kerettel jelölt esetekben a móduszonosítási feladat is sikerült.



(a) Amplitúdóprofil.

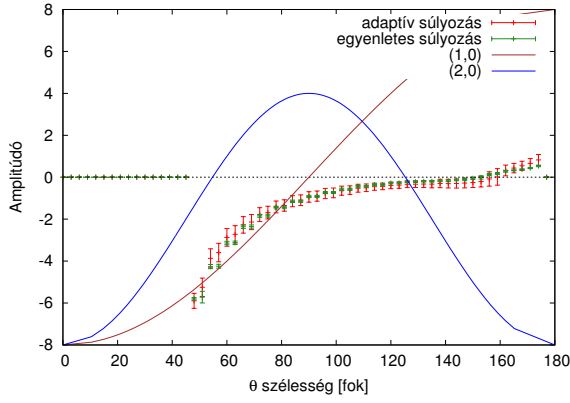


(b) Fázisprofil.

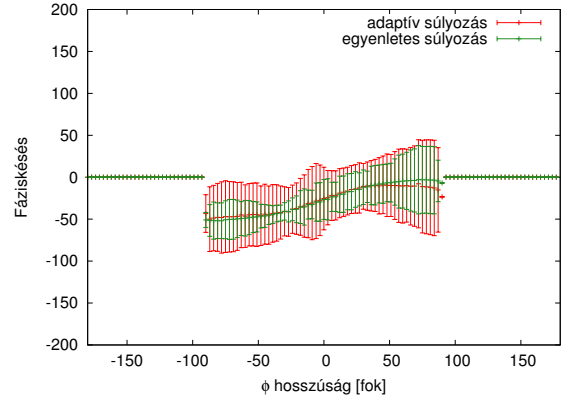
21. ábra. Az $F1$ -re kapott Eclipse Mapping rekonstrukció eredményének profilábrái.

található. Ráadásul a kisebbik $\ell = 1$ esetén csomóvonalat kellene látni a csillagrajzi egyenlítőn. A móduszonális jellege ($m = 0$) azonban egyértelmű.

A $F3$ frekvenciára a két megoldás között látszólag nagy különbség van, de azt csak az (A, F) és $(-A, F + 180^\circ)$ esetek ekvivalenciája okozza. Komolyabb különbség, hogy az egyenletes súlyozás $m = 1$ -et, az adaptív pedig $m = 0$ -t eredményez. Ugyanakkor

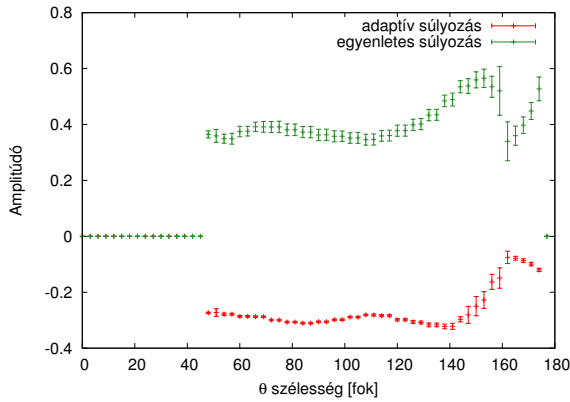


(a) Amplitúdóprofil.

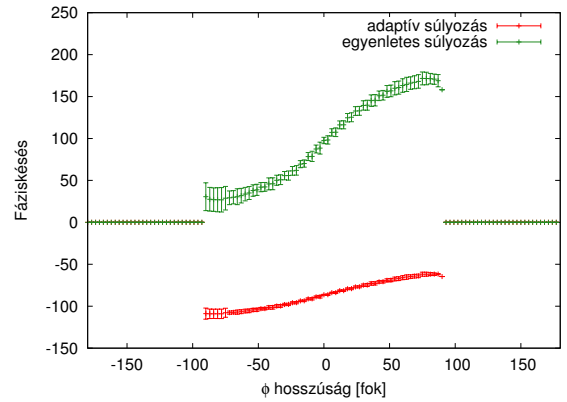


(b) Fázisprofil.

22. ábra. A $F2$ -re kapott Eclipse Mapping rekonstrukció eredményének profilábrái.



(a) Amplitúdóprofil.



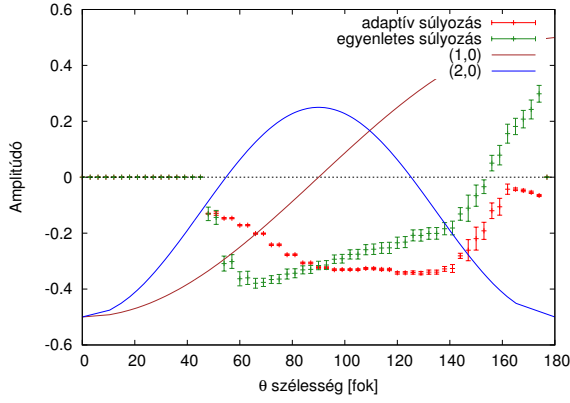
(b) Fázisprofil.

23. ábra. A $F3$ -ra kapott Eclipse Mapping rekonstrukció eredményének profilábrái.

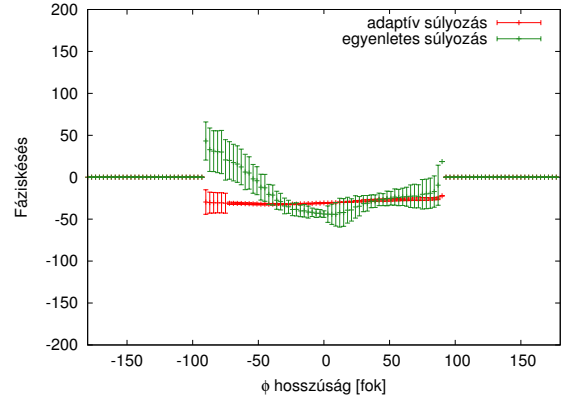
a képi információ alapján – van függőleges csomóvonal – az $m = 1$ eléggé biztos. Az amplitúdóprofilon nem található zérushely, így az $(1,1)$ módusszámok oszthatók ki erre a frekvenciára.

A $F4$ frekvenciára a második frekvenciához hasonlóan nem kaptunk egyértelmű eredményt. A 24a. ábrán látható, hogy az adaptív súlyozású képi illesztés szerint nincsen csomóvonal a csillag felszínén, míg az egyenletes súlyozású futtatás szerint van csomóvonal, de annak helyzete alapján az $\ell=1$ valószínűtlen. A 24b. ábrán látható fázisprofilon mindkét módú EM $m = 0$ zonális módust valószínűsít. Ezzel szemben ℓ értéke bizonytalan.

Az $F5$ frekvencián az EM kétféle futtatási módja szintén eltérő eredményt mutat. Az egyenletes súlyozású szerint $(0,0)$, az adaptív súlyozás szerint pedig $(1,1)$ módusszámokat kapunk. A mintázat képe alapján az utóbbi tűnik helytállóknak (ismét a függőleges csomóvonal alapján). Az azonban egy kis gyanakvásra ad okot, hogy mind a jelenlegi $F5$, mind pedig az $F3$ módusnál a csomóvonal helyzete pont a megfigyelő irányába (bár egyúttal a

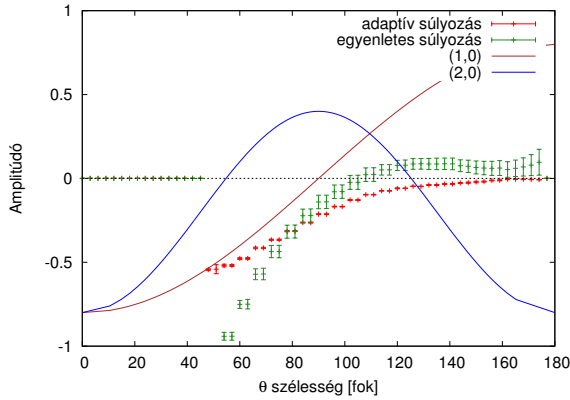


(a) Amplitúdóprofil.

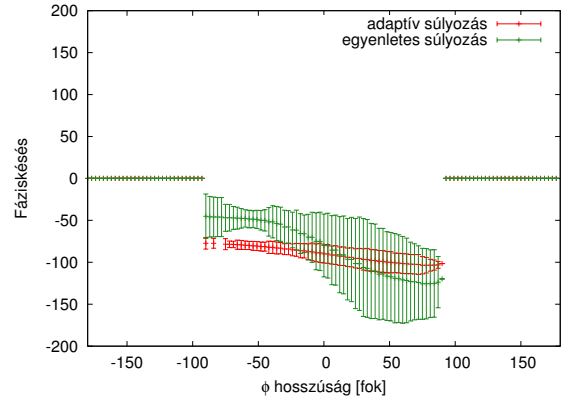


(b) Fázisprofil.

24. ábra. A $F4$ -re kapott Eclipse Mapping rekonstrukció eredményének profilábrái.



(a) Amplitúdóprofil.



(b) Fázisprofil.

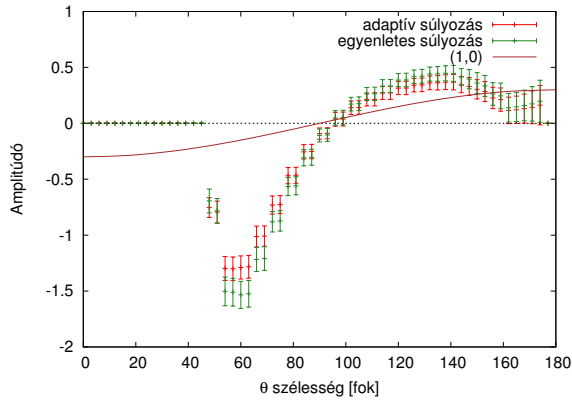
25. ábra. Az $F5$ -re kapott Eclipse Mapping rekonstrukció eredményének profilábrái.

tárcsillag irányába is) mutat a $t = 0$ pillanatban.

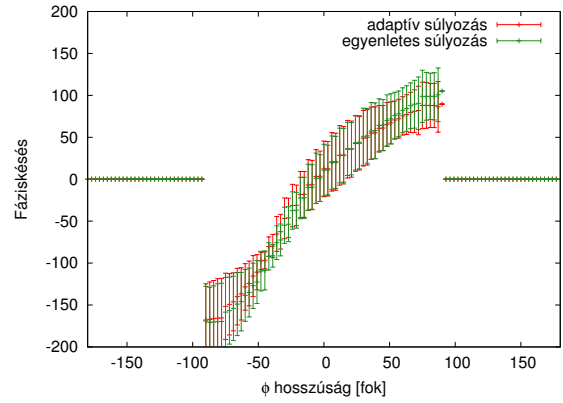
A hatodik legnagyobb amplitúdójú harmonikus tag EM illesztésekor már az ábrázolt képen látható, hogy a $(2,1)$ gömbharmonikushoz hasonlít a mintázat. Ezt megerősíti a 26. ábrán látható amplitúdó- és fázisprofil is. Egy csomóvonal található és a fázis hosszúságtól való függése egy $m = 1$ meredekséghez közeli egyenessel írható le.

Az $F7$ mintázatából azonnal látható, hogy $m = 0$. Az amplitúdóprofilok alapján azonban mind az $\ell = 1$, mind pedig $l = 2$ esetek egyaránt lehetségesek, mivel az amplitúdók kicsik, és $\ell = 2$ esetén lehetséges egy további csomóvonal.

A legutolsó vizsgált, $F8$ frekvenciánál csak a súlyozott módú képi illesztésnél kaptunk biztosabb eredményt, az amplitúdó és fázisprofil alapján az $(1,0)$ módushoz áll a legközelebb. A 28. ábrán látható ugyan több zérushely az első után, de ezek numerikus hibák is lehetnek.

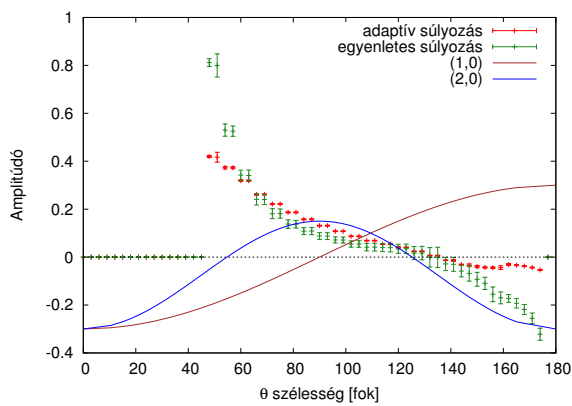


(a) Amplitúdóprofil.

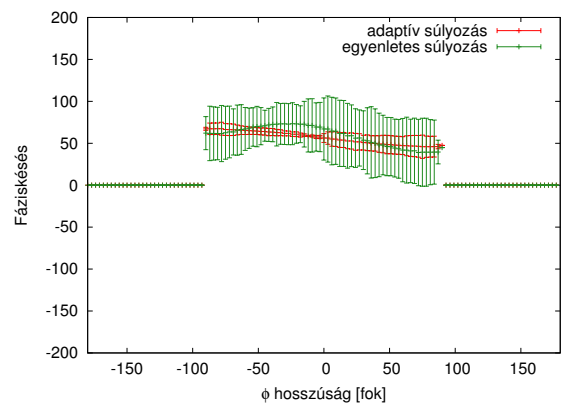


(b) Fázisprofil.

26. ábra. A $F6$ -ra kapott Eclipse Mapping rekonstrukció eredményének profilábrái.

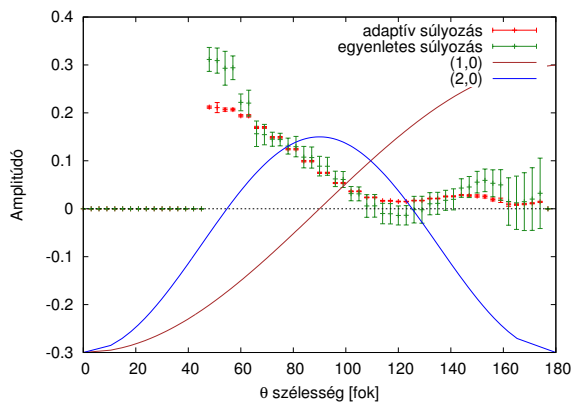


(a) Amplitúdóprofil.

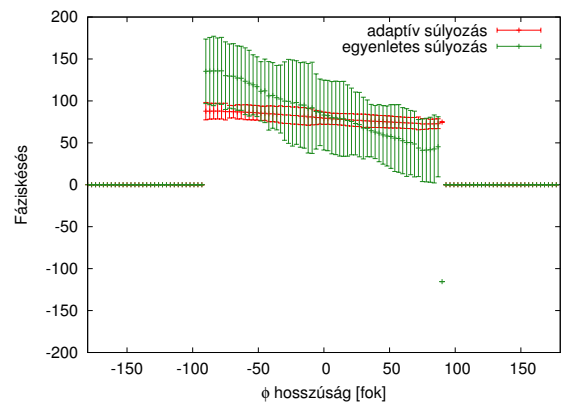


(b) Fázisprofil.

27. ábra. A $F7$ -re kapott Eclipse Mapping rekonstrukció eredményének profilábrái.



(a) Amplitúdóprofil.



(b) Fázisprofil.

28. ábra. A $F8$ -ra kapott Eclipse Mapping rekonstrukció eredményének profilábrái.

4.3. Gömbharmonikusok illesztése

Az EM képi rekonstrukció mellett a gömbharmonikusokkal való illesztést is végeztem, és pedig kétféle céllal:

- a) egyrészt ezáltal megvizsgálható, hogy az EM által rekonstruált „topológiai módusok” mennyire állnak közel az elméleti gömbfüggvény-esethez (eltérés lehetséges például a forgási torzultság miatt);
- b) másrészt pedig a *multiplet*-módú DF segítségével elméletileg a forgástengely iránya is megállapítható, egy esetlegesen ferde forgástengely létezése kideríthető – habár az Eclipse Mapping eredményei alapján nem tűnt valószínűnek.

A rekonstruált módusok gömbharmonikus jellegét úgy vizsgáltam, hogy az EM-mel kapott pulzációs mintázatból generált szintetikus adatsorokra frekvenciánként külön-külön végeztem DF-illesztést. Ezek során S szinglett és L multiplet módban egyaránt eszközöltem futtatást. Az esetek végigpásztázásakor az ℓ maximális értékét 5-nek vettem.

A legjobban illeszkedő DF-megoldásokat a 29. ábra mutatja, egyetlen másodfédés fázis tartományára korlátozódva. Zöld színnel a szinglet-, késsel pedig a multiplet-megoldás látható.

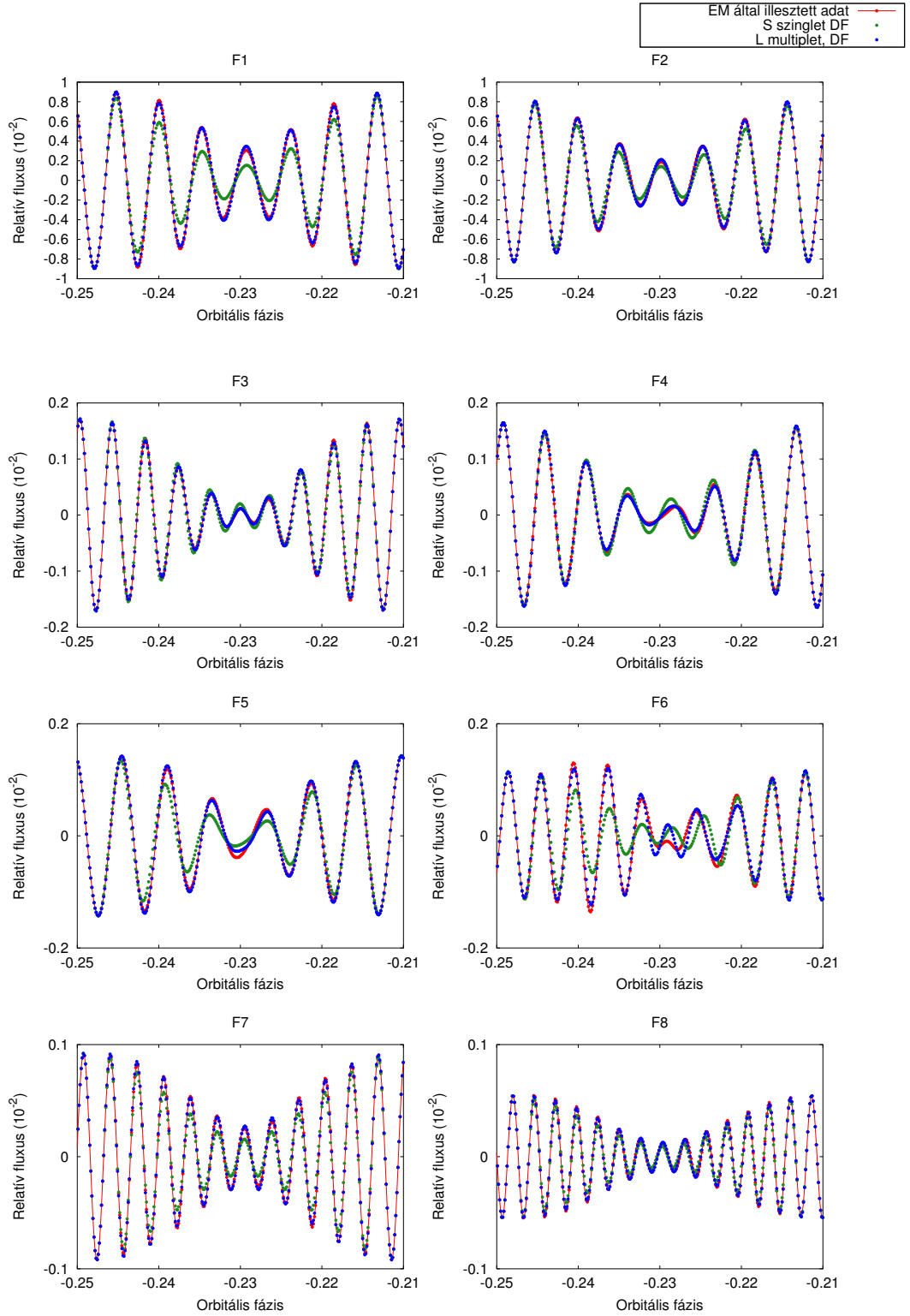
A futtatások során érdekes eredményekre jutottam. A szinglet-megoldások illeszkedése a legtöbb frekvenciára teljesen sikertelen, annak ellenére, hogy a különböző esetek a χ^2 tekintetében jól elkülönülnek egymástól a szekvenciákban. Ez pedig arra utal, hogy a csillagfelszínén lévő nemradiális módusokat a gömbfüggvények nem képesek jól leírni. Ennek oka lehet a csillag esetlegesen gyors forgása miatti egyenlítői amplitúdó-koncentráció, a kísérő valamilyen árapályhatása, de ebben a fázisban egy **ferde forgás-, illetve pulzációs tengely** is (a szinglet módú DF során szintén a pályasíkra merőleges forgástengelyt feltételeztem). Utóbbi esetet a multiplet-DF alkalmazása tudja felderíteni. Az ábra alapján a multiplet-illesztések lényegében mindegyik frekvencia modulációs görbét elfogadhatóan illesztik. Az ebből adódó forgástengelyt azonban a legtöbb frekvenciára az északi pólus 30 fokos környezetén belüli tartományra hozza ki. Két frekvenciára adódott igazán ferde forgástengely – 76° az $F4$ -re, 40° az $F7$ -re –, de ezek a bizonytalanul azonosítható módusok közé tartoznak, ezért azokat némi fenntartással fogadom. A multiplet-Df ugyanakkor három frekvenciára az EM által is kapott ℓ módus rendszámokat eredményezte.

Ugyanakkor megjegyzendő, hogy ezen DF-futtatás célja elsősorban annak kiderítése volt, hogy a rekonstruált módusszámokkal vett *gömbfüggvények* magyarázzák-e az EM által illesztett modulációkat. Erre a válasz a legtöbb módusra egyértelműen **nem** (ez alól talán az $F3$ és $F8$ módusok kivételt képeznek). Az eltérés okát ebből még nem lehet egyértelműen meghatározni.

Az Eclipse Mapping és Direct Fitting ily módon történő alkalmazásával kapott módusszámokat a 6. táblázat foglalja össze.

4.4. Szimultán gömbharmonikus illesztés

A 4.3. fejezetben leírt célkitűzések közül a b.) pont vizsgálata csak részlegesen lett teljesítve, ugyanis a pulzációs tengely dőlésére akkor lehet legmegbízhatóbb eredményt kapni,



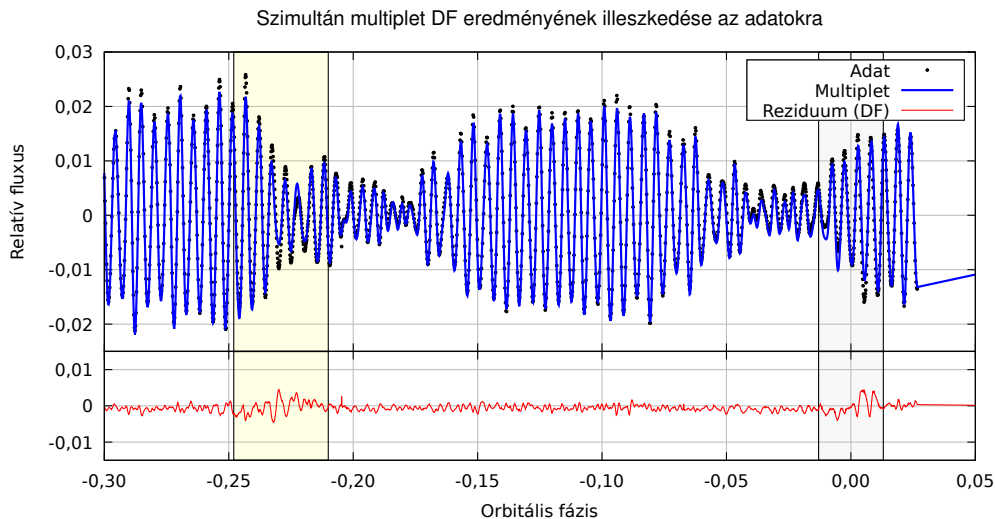
29. ábra. A Direct Fitting illesztések összehasonlítása. A vörös színű, vonallal összekötött körök mutatják az EM által illesztett adatokat, zöld színű telített körök a szinglet módú DF, a sötétkék színű a multiplet módú DF legjobb illesztései.

	EM	DF	Eredmény
F1	(1,0)	(1,0)	(1,0)
F2	(1,0) v (2,0)	(1,0)	?
F3	(1,1)	(1,1)	(1,1)
F4	(?,0)	(1,?)	?
F5	(0,0) v (1,1)	(2,±1)	?
F6	(2,1)	(2,1)	(2,1)
F7	(?,0)	(1,0)	(1,0)
F8	(1,0)	(1,±1)	?

6. táblázat. Módusazonosítás eredményeinek összefoglalása. A biztonsággal beazonosítható módusok vastagon szedve szerepelnek.

ha az eredeti adatsorra, a kiválogazott nyolc frekvenciára történik a *multiplet* illesztés, és erre végezzük el a *wigfit* futtatásokat. Ez ellenben igen számításigényes, mert a ℓ megillesztése a nyolc frekvenciára 4^8 esetet jelent, ami 65.536 db, továbbá az egyes esetekben az illesztendő paraméterek száma az éppen vizsgált $\ell = (0, 1, 2, 3)$ -ektől függően 8-tól 112-ig terjed. Emberi időre lefordítva a gyakorlatban a program négy processzorszálon párhuzamosan futtatva 6 nap alatt végzett.

A DF eredménye egy elég érdekes móduskonfigurációt prognosztizált. A nyolc frekvenciára vonatkozóan rendre: $F1 - [1]$; $F2 - [1]$; $F3 - [3]$; $F4 - [2]$; $F5 - [2]$; $F6 - [3]$; $F7 - [3]$; $F8 - [2]$. Az eredeti adatsor és az illesztést a 30. ábrán tüntettem fel.



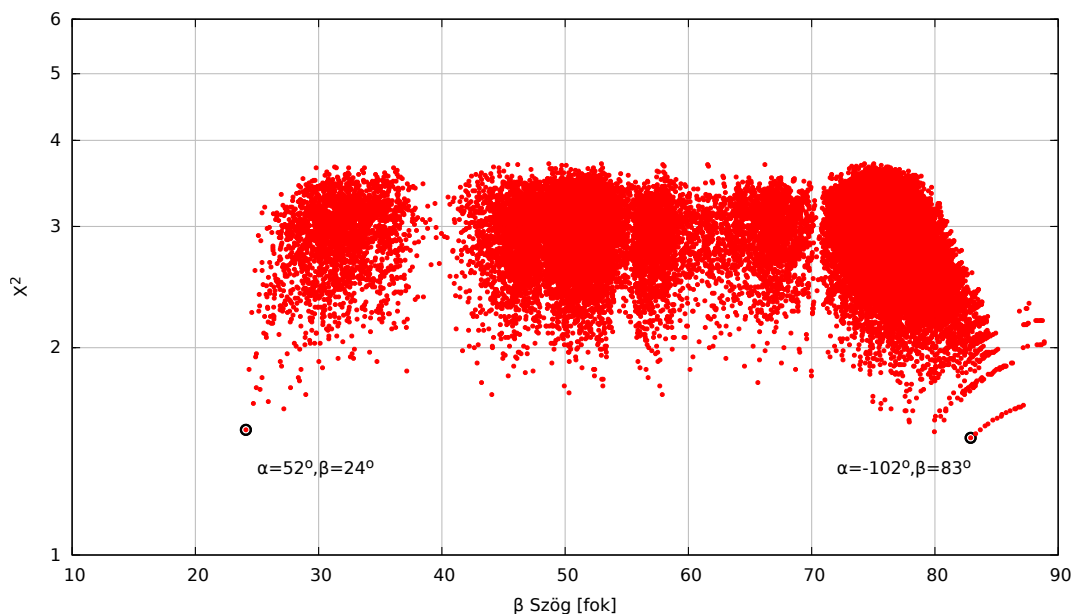
30. ábra. A szimultán, 8 frekvenciára történő multiplet módú Direct Fitting legjobb eredményének illeszkedése az adatokra. A fekete körök az eredeti adatsor egyes pontjait, a kék folytonos vonal a DF illesztését, a piros folytonos vonal az eltolts reziduumot mutatja.

Az illesztett együtthatókra elvégzett *wigfit* futtatás eredményét körültekintően kell értelmezni. Az a tény, hogy a pulzációs mintázatot esetünkben csak közelítőleg írják le a

gömbharmonikus függvények, az EM eddigi eredményeivel való összevetését vonja maga után. Ugyanakkor a módszerek fejlesztése során végzett tesztek azt mutatják, hogy habár a gyors forgás által eltorzított mintázatok módusazonosítása általában sikertelen, a pulzációs tengely irányára akkor is jó közelítést kaphatunk. Másrészt a közeli jelölteket is meg kellett vizsgálni, hogy többféle pulzációs tengelyű megoldás is létezhet. Annak eldöntését, hogy mégis mi a valódi dőlésszöge a szimmetriatengelynek, egyrészt a kapott irányszögek birtokában végzett EM rekonstrukciókat összehasonlítása, például a kapott mintázatok időfejlődésének vizsgálata adhat segítséget.

A Wigner-féle együtthatók illesztéséből kapott legvalószínűbb dőlésszögekre az $\alpha \approx 258^\circ \equiv -102^\circ$ és $\beta \approx 83^\circ$ értékeket kaptam. A kapott irányszögek a tengelynek a csillag túlsó félgömbjével való dőléspontját jelölik ki. A rekonstruált mintázaton ennek ellentettjét látjuk, amelyre $\beta' = 180^\circ - \beta = 97^\circ$ és $\alpha' = 180 + \alpha = 78^\circ$.

Az egyes vizsgált eseteket megjelenítő χ^2 - β grafikont (31. ábra) elemezve egy másik, első ránézésre egy valószínűbb $\beta \approx 24^\circ$ szög is lehetséges. Erre további modellezéseket végezve megmutatható, hogy ehhez az $\alpha \approx 52,0^\circ$ szög tartozik.



31. ábra. A wigfit futása során vizsgált esetek χ^2 -e a β Euler szög függvényében, fél logaritmikuskálán. Csak a 0 és 90 fok közé eső esetek vannak ábrázolva, mert a másik tartomány a 90 fokra szimmetrikus. Fekete körök jelzik a közelítőleg a „hangya-szerű” alakzat két végén elhelyezkedő két legvalószínűbb konfigurációt.

A különböző dőlésszögekhez tartozó, program által előrejelzett (ℓ, m) módusszámokat a 7. táblázat foglalja össze, a dőlésszögekhez tartozó gömbszimmetrikus csillag csillaggraffikus rácshálózatát a 32. ábra vizualizálja.

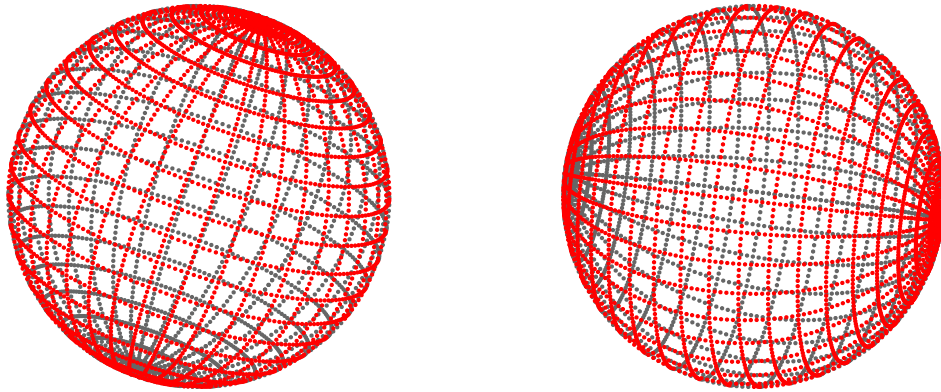
Érdekes megemlíteni, hogy a kapott két konfiguráció tengelyei közötti szög közel 90 fok. Az egyik szimmetriatengely ($\beta = 24^\circ$) ugyanis többé-kevésbé a pályasíkra merőleges,

	$\alpha = 52^\circ$ $\beta = 24^\circ$	$\alpha = -102^\circ$ $\beta = 83^\circ$
F1	(1, 0)	(1, 1)
F2	(1, 1)	(1,-1)
F3	(3, 0)	(3, 3)
F4	(2,-1)	(2,-2)
F5	(2, 0)	(2, 2)
F6	(3, 2)	(3, 2)
F7	(3, 1)	(3,-3)
F8	(2, 1)	(2, 1)

7. táblázat. A `wigfit` által valószínűsített két lekisebb hibával rendelkező szög és ahhoz tartozó, (ℓ, m) módusszámok.

Az $(\alpha = 52,0; \beta = 24,1)$ dőlésszögű csillag modellje

Az $(\alpha = 78,0; \beta = 97,1)$ dőlésszögű csillag modellje



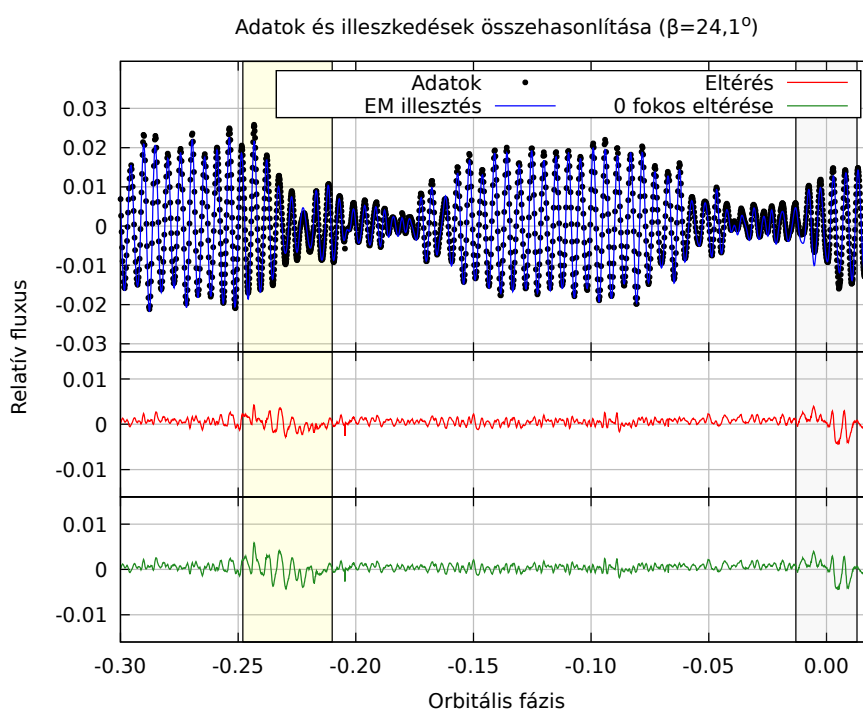
32. ábra. A `wigfit` alapján kapott két legvalószínűbb dőlésszögek alapján generált rácshálózat. Az „északi” irány mindkét esetben jobboldal felé eső pólus normálisa jelöli ki.

a másik ($\beta = 83^\circ$) pedig többé-kevésbé a pályasíkban van. Mivel mind az EM, mind pedig a DF a képeket éppen nagyjából a mintázatok topológiája erejéig képesek rekonstruálni, ezért annak a lehetősége is felmerül, hogy e két prognosztizált megoldás tulajdonképpen egy és ugyanannak a megoldásnak két különböző topológikus megfelelője. Kis ℓ módusszámok esetén például egy (ℓ, m) mintázat egy 90 fokkal megdöntött koordinárendszerből nézve $(\ell, \ell - |m|)$ mintázatnak látszik, ha vizuálisan vizsgálódunk. Egy a pólusra centrált $(1, 0)$ zonális módus az egyenlítő felől $(1, \pm 1)$ -nek látszik (és viszont). (Magasabb módusszámoknál ez már nem áll fenn, de azok nem is érhetőek el).

4.5. A legvalószínűbb dőlésszögek vizsgálata

A 4.4. fejezet végén felmerült kérdés eldöntése érdekében továbbiakban azt vizsgáltam meg, hogy a talált dőlésszögek esetén milyen rekonstruált képeket ad az EM, továbbá az azokból azonosítható módusszámok mennyire vannak átfedésben a 7. táblázattal.

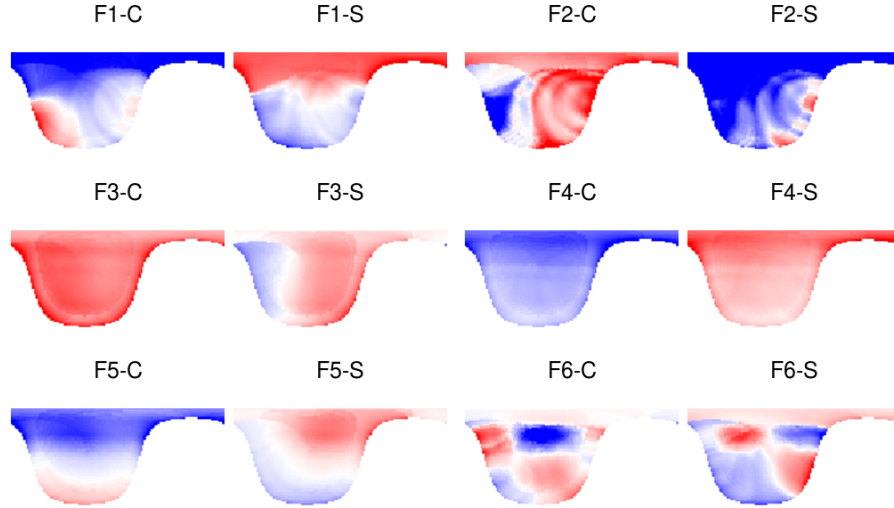
A 4.2. fejezetben leírt EM vizsgálatokhoz hasonlóan itt is többféle χ^2 -tel és adaptív súlyozással végeztem futtatásokat, amelyek közül a lehető legzajmentesebbet választottam ki bemutatásra. A $\beta \approx 24^\circ$ dőlésszöghöz tartozóan a legjobb illesztésnek a $\chi^2 = 3,4$ bizonyult, amelyhez szemléltetésképpen a 33. ábra felső panelén szemléltetem az adatsort és az EM illesztését, míg az alsó paneleken rendre a kettő különbségét és összehasonlítás-képpen az első EM esetén talált illesztés különbségét is feltüntettem.



33. ábra. Az adatok és EM által végzett illesztés összehasonlítása a kiszemelt időbeli tartományon. A felső panelen a fekete körök az adatpontokat, kék folytonos vonal a dőlt pulzációs tengelyű EM illesztését jelöli. Az alsó paneleken a piros folytonos vonal a kettő különbségét, míg a zöld folytonos vonal a nulla fokos dőlésű, első EM illesztés különbségét ábrázolja.

A hibák jól láthatóan csökkentek a forgatás után, ez abból ered, hogy ezekkel a szögekkel döntött szimmetriatengelyre elvégezve a rekonstrukciós feladatokat jobb illesztéseket tud elérni a program. A kinyerhető amplitúdótérképeket a 34. összetett ábra foglalja össze, amelyen a forgatások után a szimmetria tengely az ábrának megfelelően helyezkedik el. Többé-kevésbé látható, hogy a kinyert ábrák közül az $F1$, $F2$ és $F6$ frekvenciákról határozható meg egy nemradiális módusszám.

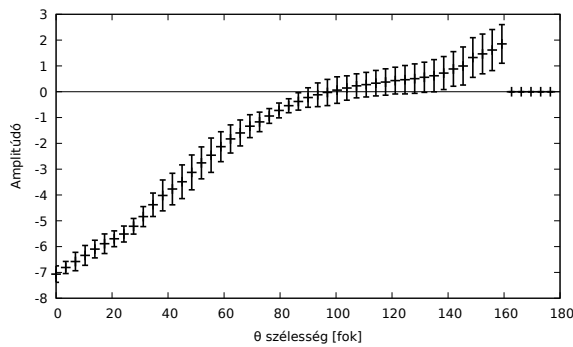
A továbbiakban azon harmonikus tagok amplitúdó- és fázisprofiljainak elemzését írom



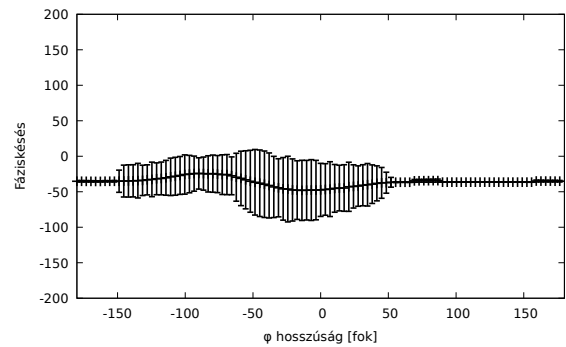
34. ábra. A $\beta \approx 24^\circ$ -os dőléstengelyű szimmetriatengellyel vett rekonstrukció eredménye az első hat frekvenciára. A koordinátarendszer már vissza van forgatva a szimmetriatengely irányába.

le, amelyek értékelhető eredményt adnak. Az $F1$ és $F2$ esetén mellékelem be szemléltetésképpen a hozzájuk tartozó 35. és 36. ábrát, a többinek megfelelők a Függelékben 43.–46. ábrákon találhatóak meg.

Az $F1$ frekvenciakomponens esetén a 35a. ábrán jól látható, hogy a 97 foknál van a középértékeknek zéruspontja. Ha a hiba tartományt is figyelembe vesszük, akkor kicsit bizonytalanabbá válik ennek a pontos helye. A fázisábrán (35b. ábra) a középtartomány – ami ezen a dőlt pulzációs tengely miatt az ábrák alapján kb. a 100 és 0 fok közé csúszik – meredeksége kb. 0,3. Így a megállapítható nemradiális módus $(1,0)$.



(a) Amplitúdóprofil.

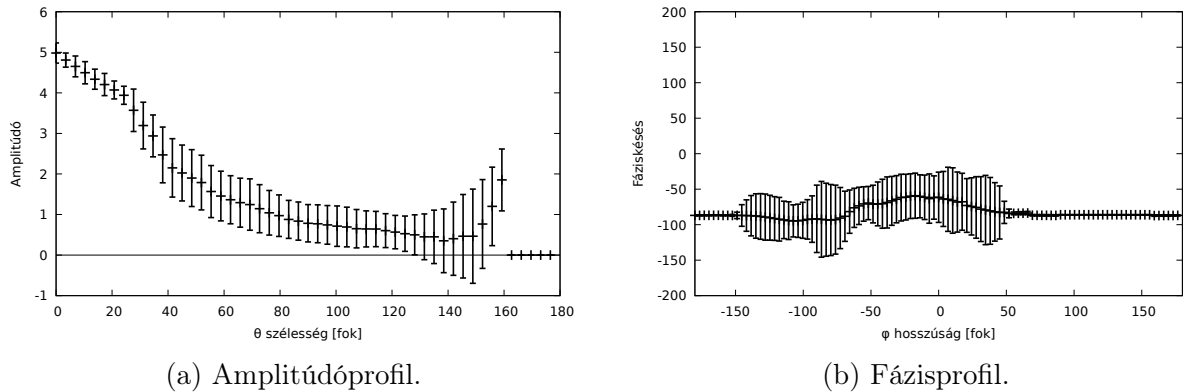


(b) Fázisprofil.

35. ábra. A $F1$ -re kapott Eclipse Mapping rekonstrukció eredményének profilábrái ($\beta \approx 24^\circ$).

Az $F2$ harmonikus tagnál a kép alapján $(1,1)$ valószínűsíthető, ennek megfelelően nem is található nullahely az amplitúdóprofilon (36a. ábra). A hosszúság-fáziskésés grafikonon (36a. ábra) az illeszthető egyenes meredeksége 1-hez közeli ($m = 0.9$) abban az esetben,

ha szűkebb tartományt választunk. Így ennek alapján az állapítható meg, hogy ez egy $\ell = m$ zonális módus. A kép alapján viszont biztosra mondhatjuk, hogy **(1,1)**.



36. ábra. A $F2$ -re kapott Eclipse Mapping rekonstrukció eredményének profilábrái ($\beta \approx 24^\circ$).

Az $F3$ esetén a rekonstruált kép nem egyértelmű, annyi biztos, hogy nincsen vízszintes csomóvonal, ahogy ezt az amplitúdóprofil is sugallja (43a. ábra). A kétértelműséget fázisprofil sem oldja fel, $m = 0,7$ meredekségű egyenes illeszthető a -100 és -30 közötti tartományban (43b. ábra). Legvalószínűbb így egy **(1,1)** zonális módus.

Az $F4$ -re az amplitúdóprofil nem mutat metszéspontot az abszcissa tengellyel, míg a fázisprofil középponti tartományának meredeksége gyakorlatilag 0 (44b. ábra). Tehát az EM itt érdekes módon **(0,0)** radiális módust adott.

Az $F5$ -höz tartozó szélesség-amplitúdó grafikon egyetlen zéruspontja a 107 fok környékén található, ahogy a 45a. ábrán is látható. A fázisprofil esetén a szűkebb illesztési tartományt választva $-0,35$ -ös meredekséget ad (45b. ábra). Az eredmény ennek alapján **(1,0)** vagy **(2,0)** lehet.

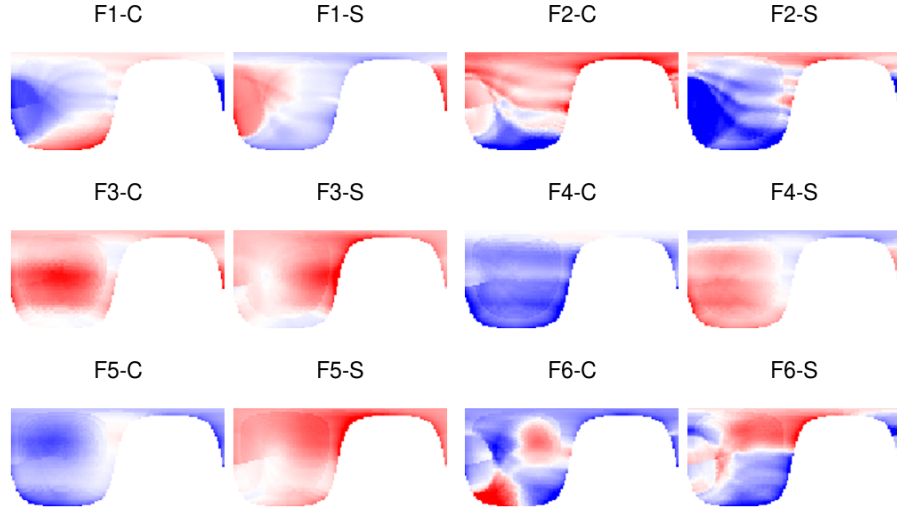
Az $F6$ frekvenciánál kétféle nemradiális módus valószínűsíthető. A 46a. ábrán látható szélesség-amplitúdó grafikonra ránézve gyanítható a 70 foknál lévő tényleges zérushely mellett egy második, de ez eléggé kétséges. A fázisprofil (46b. ábra) szűkebb illesztési tartományra $1,8$, tágabbra $1,5$ -es meredekségű egyenest lehet helyezni a pontokra. Így jelen pillanatban a **(3,2)** kapható.

Az utolsó két frekvenciára végzett EM képi illesztés és profilábrái nem adtak ily interpretálható eredményeket.

A $\beta \approx 87^\circ$ -os dőlésű pulzációs tengelynél is a $\chi^2 = 3,4$ -es megszorítású futtatások bizonyultak ideálisnak így a végzett fénygörbe-illesztés reziduálja hasonlít a másik dőlésszögnél kapotthoz.

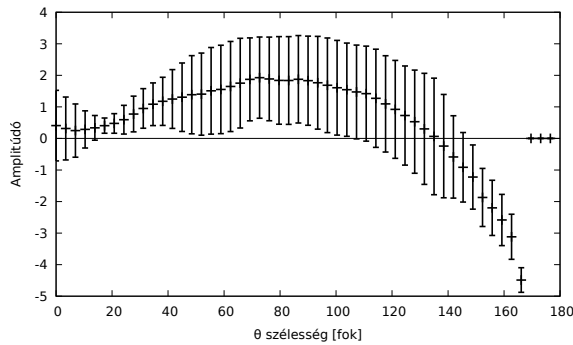
Az EM által rekonstruált képek esetén még a súlyozott képek is kissé zajosakra sikeredtek, ahogy azt a 37. ábra is mutatja. Ráadásul pusztán az ábra alapján egyetlen módus sem felismerhető.

A profilábrák (38a–38b. ábrák) elemzése során az $F1$ -re az kapható, hogy 134 foknál

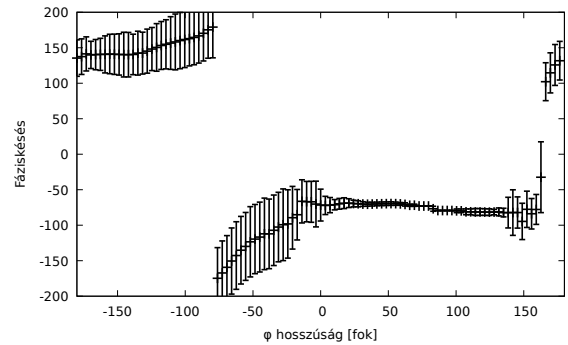


37. ábra. A $\beta \approx 83^\circ$ -os dőlésű szimmetriatengelyre vett EM rekonstrukció eredménye. Csak az első hat frekvenciához tartozók vannak megjelenítve.

zérushely van a szélesség- amplitúdó grafikonon. Ez azt jelentené, hogy a (2,0) Legendre polinom egyik zérus pontja látható, de a másik nem található, és a számolt hibák is igen nagyok. A fázisprofil alapján az m -re 1,3 adódik. Ennek következtében a lehetséges módus (3,1) vagy (2,1) az amplitúdóprofil bizonytalansága miatt.



(a) Amplitúdóprofil.

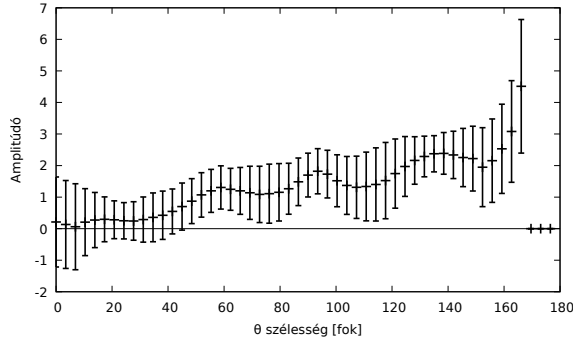


(b) Fázisprofil.

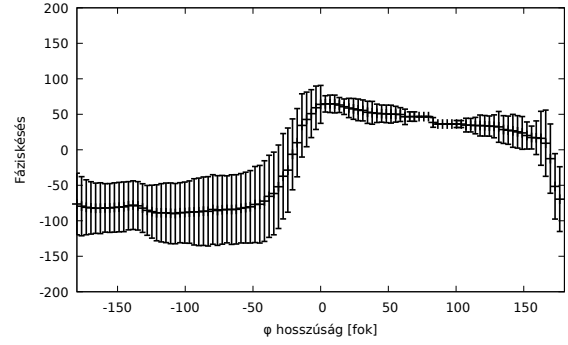
38. ábra. A $F1$ -re kapott Eclipse Mapping rekonstrukció eredményének profilábrái $\beta \approx 83^\circ$.

Az $F2$ harmonikus tag esetén erős bizonytalanság lép fel, az 39a. ábrán feltüntetett amplitúdóprofil értelmezhetetlen. A fáziskésés meredeksége a 39b. ábrán illesztési tartományon 3,0 körüli, így az azonosítható módus (**?,3**).

A $F3$ frekvenciakomponensre többé-kevésbé egyértelműnek tűnik. A szélesség-amplitúdó grafikonnak csak egy zérushelye van az 47a. ábra alapján (130 foknál), aminek helye alapján várható lenne gy másik zéruspont, de ez nem tapasztalható. A 47b. ábra -110 és -20 közötti szakaszára egyenest illesztve 1 körüli meredekség kapható. Így ez egy (**2,1**) nemradiális módus.



(a) Amplitúdóprofil.



(b) Fázisprofil.

39. ábra. A $F2$ -re kapott Eclipse Mapping rekonstrukció eredményének profilábrái $\beta \approx 83^\circ$.

A $F4$ – $F8$ komponensek esetén erős bizonytalanság lép fel az profilábrákon. Nem határozható meg egyértelműen nemradiális módus azon esetekre az eddigi futtatások alapján.

A kétféle pulzációs tengellyel futtatott rekonstrukciók alapján azonosított módusokat a wigfit által előrejelzettekkel együtt a 8. táblázat foglalja össze.

	$\alpha = 52,0^\circ, \beta = 24^\circ$		$\alpha = -102^\circ, \beta = 83^\circ$	
	wigfit	EM	wigfit	EM
F1	(1, 0)	(1,0)	(1, 1)	(3, 1)/(2,1)
F2	(1, 1)	(1, 1)	(1,-1)	(?, 3)
F3	(3, 0)	(1, 1)	(3, 3)	(2, 1)
F4	(2,-1)	(0, 0)?	(2,-2)	(?, ?)
F5	(2, 0)	(1,0)/(2,0)	(2, 2)	(?, ?)
F6	(3, 2)	(3, 2)	(3, 2)	(?, ?)
F7	(3, 1)	(?, ?)	(3,-3)	(?, ?)
F8	(2, 1)	(?, ?)	(2, 1)	(?, ?)

8. táblázat. A wigfit és a megfelelő dőléstengelyre végzett rekonstrukcióból származtatott (ℓ, m) módusszámok összehasonlító táblázata. Az egyezőket félkövéren emeltem ki, nem azonosíthatóakat '?' helyettesíti

Diszkusszió

A KIC 3858884 egy különleges fedési kettősrendszer, melynek egyedi és a szakirodalomban is egyedülállóan részletes fénygörbe-analízisét végeztem el. A kutatási projektem módusazonosítási szakaszának elején is meglepő eredményeket kaptam, amelyek új megvilágításba helyezheti ezt a rendszert.

- A fényességváltozás szeparációja során kellőképpen szétválasztottam a fedésből illetve a másodlagos komponens feltételezett pulzációjából adódó fényváltozásokat. A reziduálok alapján azonban **nem zárható ki a főkomponens pulzációja**. Ez a későbbi módusazonosításra kijelölendő frekvencia komponensek megválasztását alapvetően meghatározhatja, melynek kedvező kimeneteleként viszont mindkét csillag pulzációinak azonosítása is lehetővé válhat
- A 0 fokos, *igazodott* pulzációs tengelyre elvégeztem a domináns frekvenciák rekonstrukcióját. Három módus azonosítása sikerült kettő független módszer segítségével (*EM* és *DF*). További frekvenciák rekonstrukciója iteratív fehérítés útján történhet.
- Az előző pontban végzett *EM* futtatásokból szintetizáltam a frekvencia komponensekenti modellezett fénygörbéket, majd erre külön-külön elvégeztem a *DF* futtatásokat.
Ennek során kiderült, hogy a szinglet módú *DF* nem képes kielégítően illeszteni az adatsorokat, ami a **gömbharmonikus függvények torzulását valószínűsíti**. Ez valószínűleg a másodkomponens gyors forgása miatt következhet be. Másik lehetséges ok még a komponensek árapály kölcsönhatása is, ami viszont a kutatás jelenlegi szintjén még csak spekulatív feltevés.
- A teljes adatsoron szimultán multipler *DF* illesztéseket is végeztem, aminek legjobb eredményére a Wigner-mátrix módszere segítségével két valószínű pulzációtengelyt találtam. Ugyanakkor nem kizárt, hogy a két eset tulajdonképpen egymás ekvivalense, tekintettel arra, hogy a *DF* mindkét esetben ugyanazt az ℓ kiosztást találta a legjobbnak illesszkedőnek.
- A kérdés további vizsgálatához a két irányszög-konfigurációra *EM*-rekonstrukciókat is készítettem. Mind a képek vizuális kinézete, mind pedig a profilok jellege arra utal, hogy a kisebbik szögre végzett rekonstrukció jóval eredményesebb. Ez azt valószínűsíti, hogy a pulzációs tengely megdőlése vagy nagyon csekély, vagy egyáltalán nem dőlt, hanem a keringéshez igazodott forgás- és pulzációs tengelyről van szó. A kapott ℓ számok összhangban vannak a *DF* eredményekkel.
- Az eredmények összevetésének legfontosabb kicsengése, hogy a 8 legdominánsabb pulzációs módus ℓ fokszámait azonosítani tudtam.

Összefoglalás és kitekintés

A KIC 3858884 egy egyedi, más csillagon eddig nem elvégzett módusazonosítási eljárást végeztem el a témavezetőm által kifejlesztett módszerekkel, programokkal. A Kepler nagy pontosságú fényességmérése révén körülbelül kilenc hónapnyi short cadence adatsor állt rendelkezésemre, ami a munkám eddigi eredményével összevetve elegendőnek bizonyult.

A fénygörbe két komponenssé való szétválasztása sikeresen megtörtént, a hibákat a dolgozatban leírt lépések keretében a lehető legkisebbre tudtam szorítani. A kidolgozott iterációs eljárásom során számos tapasztalatot sikerült szerezni az elfedésből és a pulzációból származó fényességváltozások terén.

A pulzációs járulékokat kétféle módszerrel (EM , DF) vizsgáltam a módusok beazonosítása céljából. A kettő összehasonlítása során kapott ellentmondások nem súlyosak, azokat a gömbharmonikusok torzulásával is lehet magyarázni, amire a DF csak korlátozott módon alkalmazható. Megvizsgáltam a továbbá a pulzációs szimmetriatengely két legvalószínűbb dőlésszöget is. Az eredmények arra utalnak, hogy a tengely valószínűleg nem, vagy csak igen csekély mértékben tér el a keringési síkra merőleges iránytól. Fontos eredmény ugyanakkor, hogy az eltérések ellenére mindkét módszer azonos ℓ módusszámokat eredményezett. Így a módusazonosítási kísérlet részben sikeres.

Kiemelendő, hogy jelen állapotban a módusazonosítási folyamat legelején vagyunk. Vannak további, kisebb frekvenciák, amelyekre szintén elvégezhető a fenti procedúra, és amelyek beazonosításának birtokában újból iterálható az egész folyamat. Az összes pulzációs módus ily módon történt feldolgozása remélhetőleg egyértelműbben teszi lehetővé a pulzációs – és valószínűsíthetően egyben forgási – tengely irányának eldöntését.

Összességében sikerült teljesíteni a kitűzött célokat. Egyes frekvenciákra a módusazonosítás teljesen sikeres volt, amennyiben sikerült egy teljes (ℓ, m) számpárt azonosítani azokra. Ez ígéretes egy teljesen új, modellfüggetlen módusazonosítási módszer számára. Ennek tudatában folytatni fogom a rendszerrel megkezdett vizsgálataimat, későbbiekben további, a KIC 3858884-hez hasonló rendszereket keresek.

Köszönetnyilvánítás

Ezúton szeretném megköszönni témavezetőmnek, Dr. Bíró Imre Barnának az iránymutatásaiért, tanácsaiért, s nem utolsó sorban végtelen türelmét a technikai problémák megoldásában.

Szeretnék köszönetet mondani Családomnak, hogy szerető türelemmel viselték el távolléteimet a kutatási projektem munkálatai és a diplomamunka-dolgozat írása miatt.

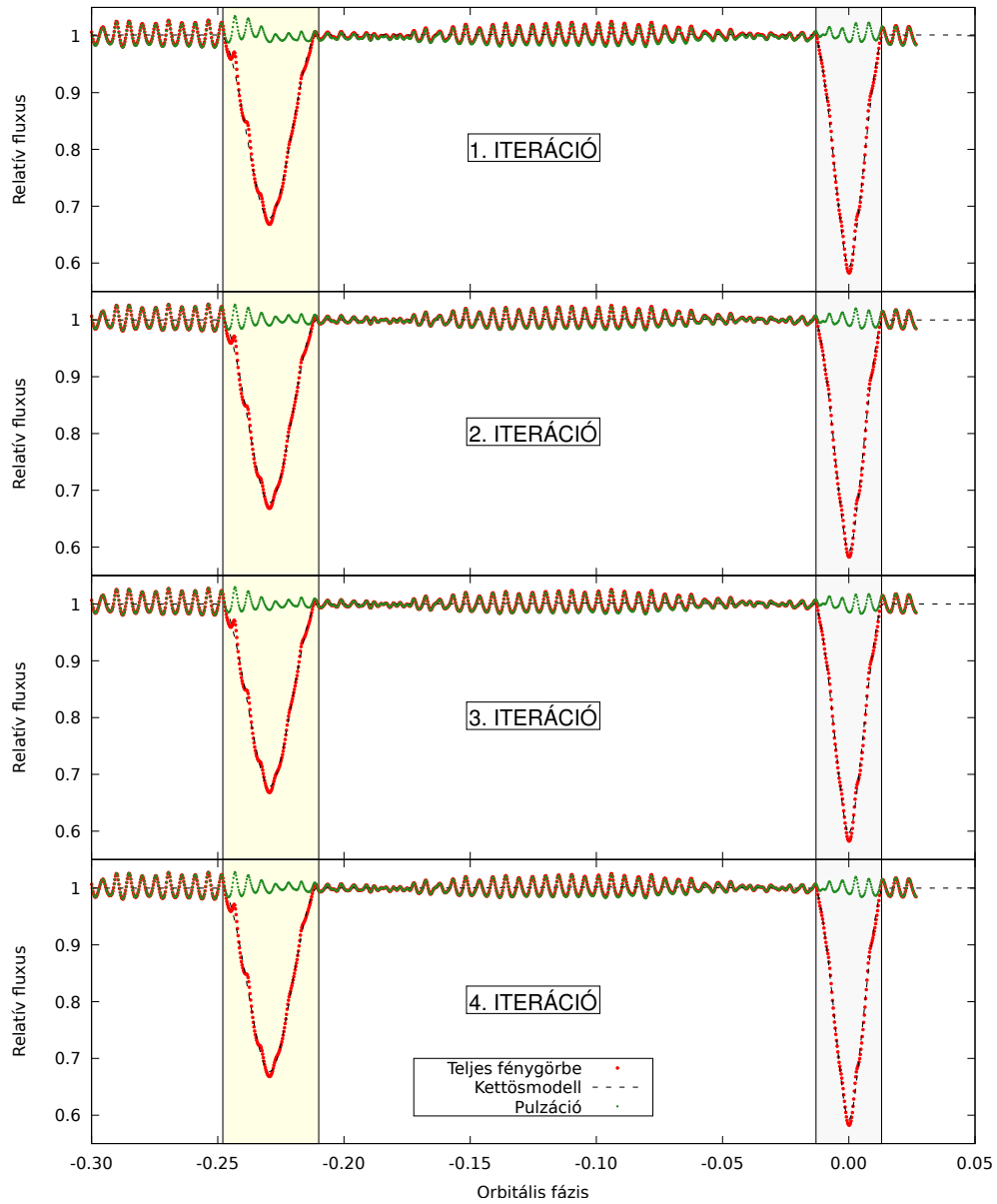
Nagy hálával tartozom minden kedves Barátomnak és Ismerősömnek, akik a legnehezebb időszakban is biztattak, bátorítottak.

Hivatkozások

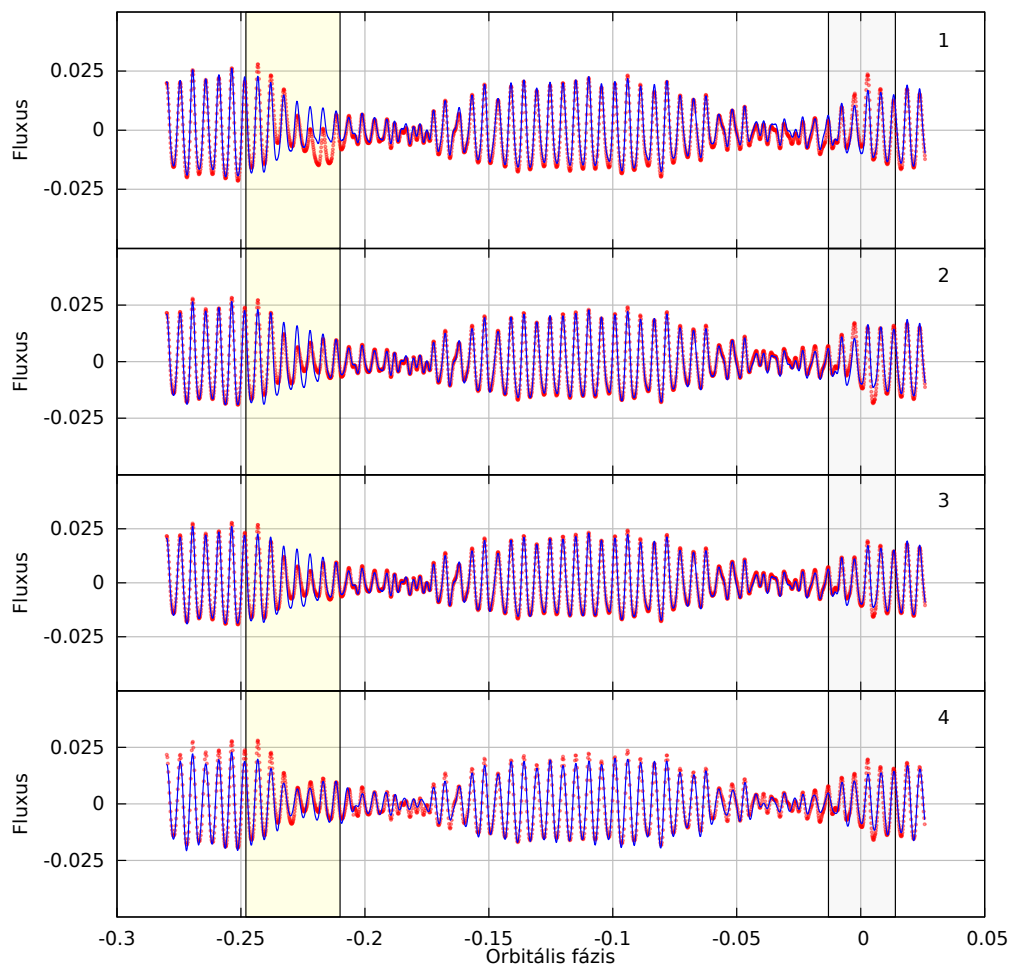
- [1] *astro.u-szeged.hu*, Csillagászat BSc digitális tananyag
- [2] *astro.u-szeged.hu*, Asztrofizika MSc digitális tananyag
- [3] Bradley W. Carrol, Dale A. Ostlie: *An introduction to the modern Astrophysics*, Pearson Addison Weayley, Second Edition (2007)
- [4] C. Aerts, J. Christensen-Dalsgaard, D.W. Kurtz: *Asteroseismology*, Springer (2010)
- [5] Benkő J., Szabó R.: *Idősorok az űrből*, 2011-es Meteor évkönyv, (207-231. o.), 2010
- [6] A. Prsa, T. Zwitter: *A Computational Guide to Physics of Eclipsing Binaries. Paper I. Demonstrations and Perspectives*, 2005, ApJ, 628, 426
- [7] C. Maceroni és tsai., 2015, A&A 563, A59
- [8] Kepler Data Release Notes 24, 2015
- [9] Keith Horne: *Image of accretion disks I. – The eclipse mapping method*, 1984, MNRAS, 213, 129-141
- [10] Gaspard Duchene, Adam Kraus: *Stellar Multiplicity*, 2013, ARAA, 51 [arXiv:1303.3028v1]
- [11] Gerald Handler: *Astroseismology*, [arXiv:1205.6407v1]
- [12] Lenz P., Breger M. 2005, CoAst, 146, 53
- [13] Bíró B. I.; Nuspl J. 2011, MNRAS, 416, 1601
- [14] Latkovic, O.; Bíró B. I. 2011, CoAst, Vol.157, p. 330-331

Függelék

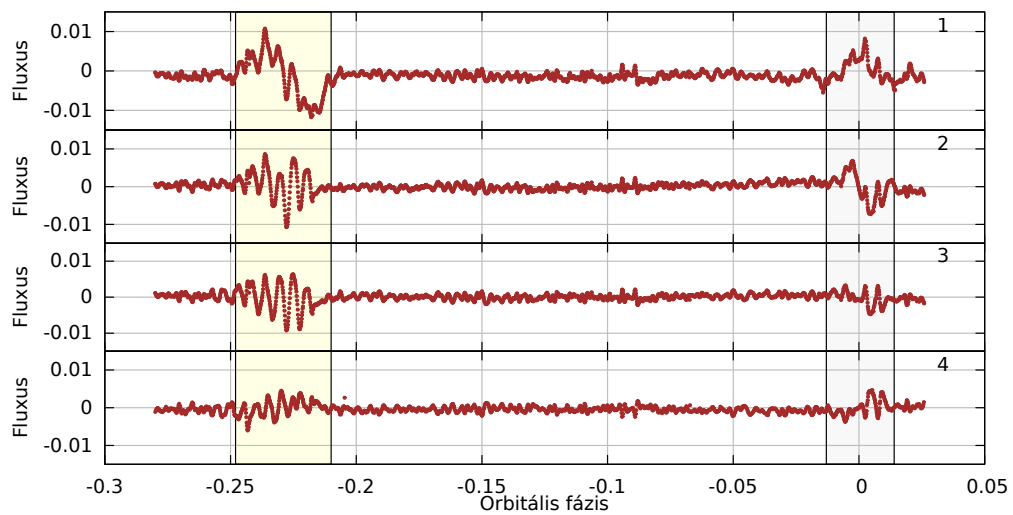
Fénygörbe két komponenssé történő szeparációja



40. ábra. A fénygörbe komponenseinek szétválasztódása az egyes iterációkban. A piros telített körök az eredeti adatsort, a fekete szaggatott vonal a *PHOEBE* által generált modell komponenst, a zöld folytonos vonal a pulzációs modell komponenst ábrázolja.



41. ábra. A KIC 3858884 pulzációjának és a *Period04* által talált frekvencia komponensek alapján generált adatsort összehasonlító grafikon minden egyes iterációban. A piros körök ábrázolják a valódi adatsor pulzációs részét, a kék körök a tiszta, szintetizált harmonikus adatsort. A halványsárga és halványszürke téglalapok emelik ki a minta adatsor másodlagos, illetve elsődleges komponens elfedődését.



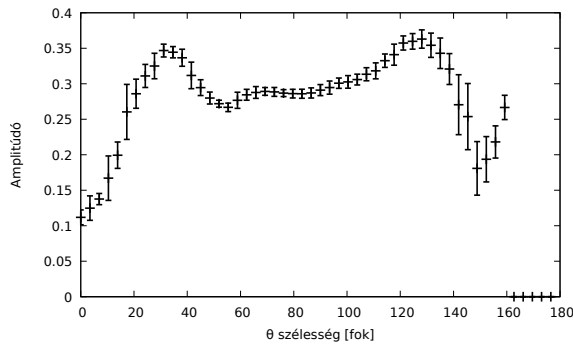
42. ábra. A reziduálok fejlődése a fénygörbe két komponenssé való választása során. A valódi adatsorból levonásra kerültek a fedési modell, pulzációs modell, illetve az orbitális frekvencia egész számú többszöröseit is tartalmazó orbitális járulékok. A 41. ábrához hasonlóan a sárga és a szürke téglalapok rendre a másodlagos és elsődleges komponens elfedődésének időtartományát jelölik.

Első 40 legnagyobb amplitúdójú frekvencia adatai

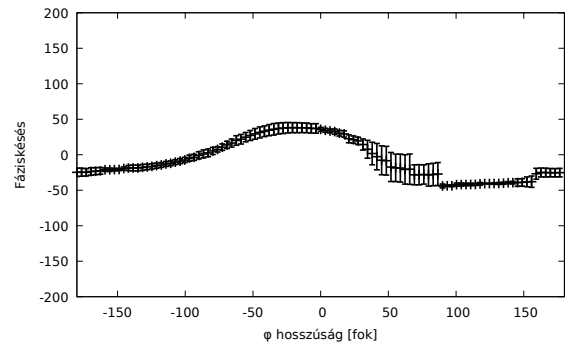
Jel.	ν_i [ν_{orb}]	a_i	ϕ_i	Kombináció
<i>F1</i>	187,65023	0,00976	0,82225	
<i>F2</i>	193,94999	0,00905	0,47572	
<i>F3</i>	255,30404	0,00188	0,20143	
<i>F4</i>	194,96398	0,00178	0,86203	$F_2 + f_{orb}$
<i>F5</i>	174,80806	0,00155	0,81766	
<i>F6</i>	247,04058	0,00124	0,75551	
<i>F7</i>	381,60006	0,00118	0,11010	$F_1 + F_2$
<i>F8</i>	304,30629	0,00100	0,36407	
<i>F9</i>	382,15194	0,00060	0,13129	
<i>F10</i>	191,07619	0,00055	0,67346	
<i>F11</i>	193,64988	0,00055	0,86142	
<i>F12</i>	382,79962	0,00047	0,28281	
<i>F13</i>	187,95055	0,00047	0,91640	$F_7 - F_{11}$
<i>F14</i>	18,11059	0,00041	0,19420	
<i>F15</i>	188,59192	0,00039	0,84065	
<i>F16</i>	235,48938	0,00044	0,44297	$7F_5 - 4F_6$
<i>F17</i>	253,45806	0,00037	0,49148	
<i>F18</i>	368,91412	0,00031	0,82782	
<i>F19</i>	298,89203	0,00036	0,61091	
<i>F20</i>	208,48964	0,00036	0,18416	
<i>F21</i>	259,54866	0,00031	0,63339	$3F_{12} - F_8$
<i>F22</i>	6,29953	0,00027	0,94356	$F_7 - 2F_2$
<i>F23</i>	186,90710	0,00018	0,40496	
<i>F24</i>	375,30046	0,00028	0,46990	$2F_1$
<i>F25</i>	442,95404	0,00027	0,83470	$F_1 - F_3$
<i>F26</i>	241,44311	0,00027	0,89045	$8F_{15} - 5F_{17}$
<i>F27</i>	186,41626	0,00026	0,58114	
<i>F28</i>	23,40850	0,00023	0,99672	
<i>F29</i>	268,39171	0,00023	0,35735	$8F_{13} - 5F_6$
<i>F30</i>	387,90043	0,00024	0,76613	$2F_2$
<i>F31</i>	188,90360	0,00017	0,09826	$7F_{26} - 8F_1$
<i>F32</i>	359,01268	0,00023	0,10263	
<i>F33</i>	180,68812	0,00017	0,95927	$6F_{10} - 4F_{26}$
<i>F34</i>	240,81244	0,00023	0,73930	
<i>F35</i>	440,99019	0,00022	0,03656	$F_1 + F_6$
<i>F36</i>	368,75714	0,00023	0,06263	$F_2 + F_5$
<i>F37</i>	192,90663	0,00013	0,91740	$9F_{16} - 8F_{34}$
<i>F38</i>	13,23527	0,00021	0,00313	$9F_{34} - 6F_{32}$
<i>F39</i>	382,66703	0,00020	0,28097	
<i>F40</i>	367,34051	0,00021	0,53583	$10F_{36} - 9F_{18}$

9. táblázat. A *Period04* által talált 40 legnagyobb amplitúdójú frekvenciákat összefoglaló táblázat. A ν_i a keringési frekvenciára normált frekvenciákat, a_i a hozzá tartozó relatív amplitúdót, ϕ_i a fáziskésést jelöli, továbbá az ötödik oszlopban jelölve vannak a legvalószínűbb kombinációs frekvenciák.

A $\beta \approx 24^\circ$ -os dőlésű eset – profilábrák

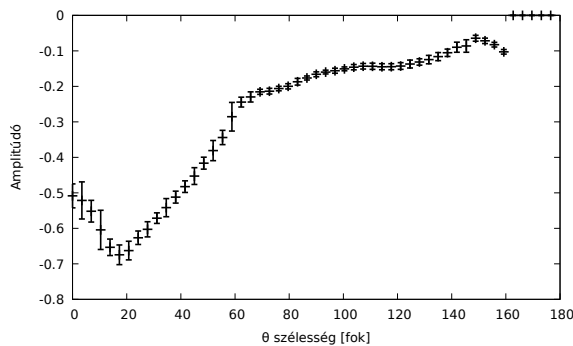


(a) Amplitúdóprofil.

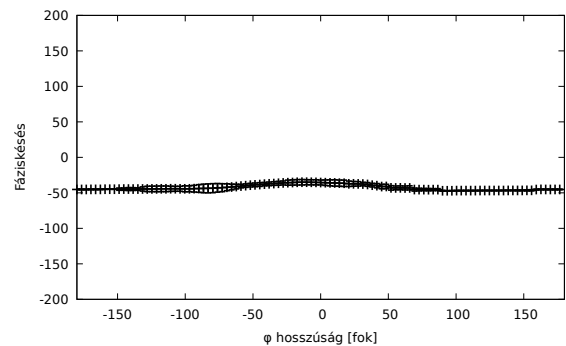


(b) Fázisprofil.

43. ábra. A $F3$ -re kapott Eclipse Mapping rekonstrukció eredményének profilábrái ($\beta \approx 24^\circ$).

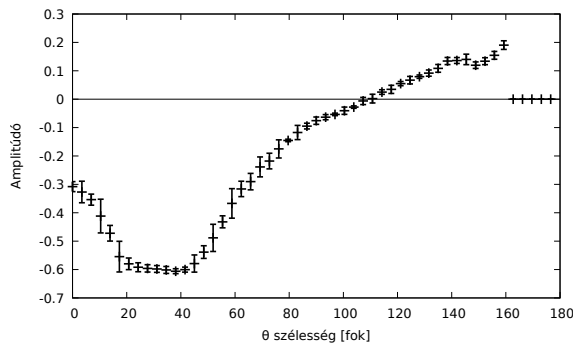


(a) Amplitúdóprofil.

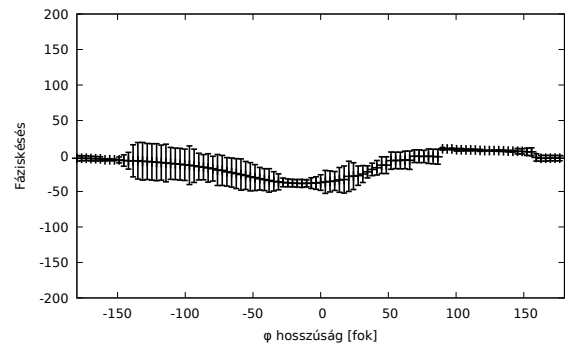


(b) Fázisprofil.

44. ábra. A $F4$ -re kapott Eclipse Mapping rekonstrukció eredményének profilábrái ($\beta \approx 24^\circ$).

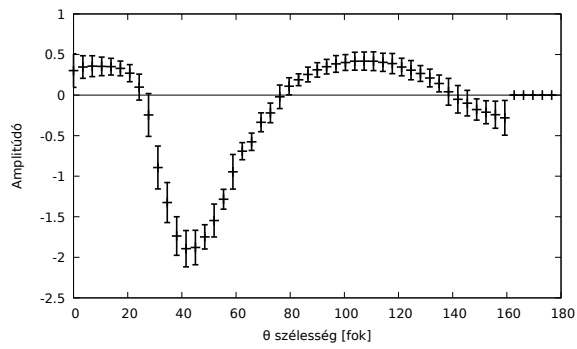


(a) Amplitúdóprofil.

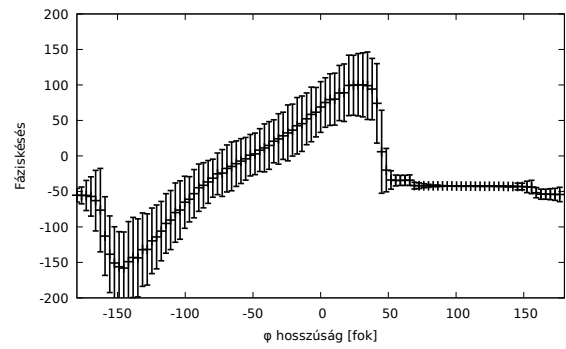


(b) Fázisprofil.

45. ábra. A $F5$ -re kapott Eclipse Mapping rekonstrukció eredményének profilábrái ($\beta \approx 24^\circ$).



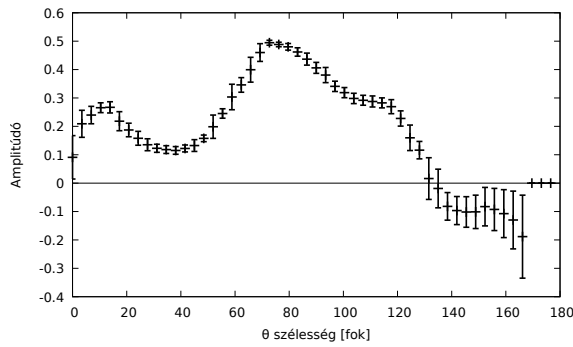
(a) Amplitúdóprofil.



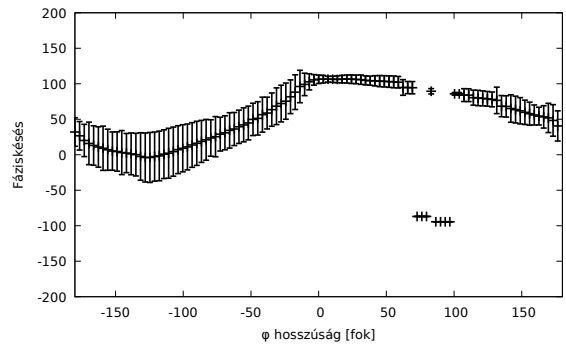
(b) Fázisprofil.

46. ábra. A $F6$ -re kapott Eclipse Mapping rekonstrukció eredményének profilábrái ($\beta \approx 24^\circ$).

A $\beta = 83^\circ$ -os dőlésű eset – profilábrák

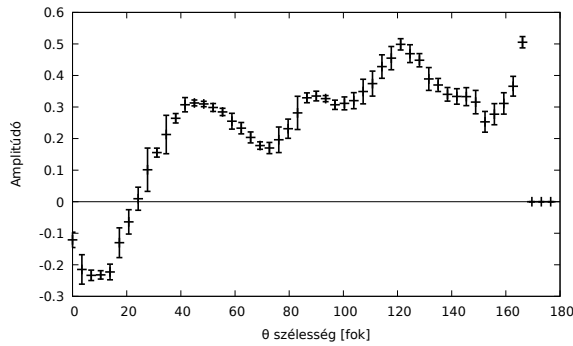


(a) Amplitúdóprofil.

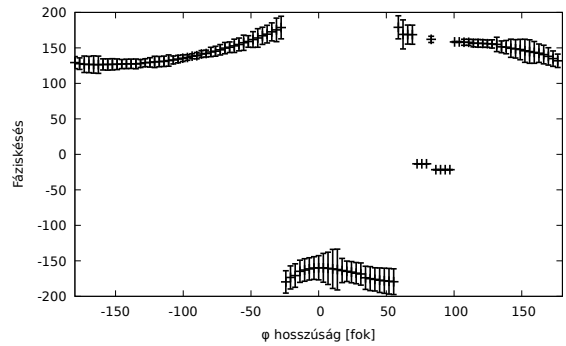


(b) Fázisprofil.

47. ábra. A $F3$ -re kapott Eclipse Mapping rekonstrukció eredményének profilábrái $\beta \approx 83^\circ$.

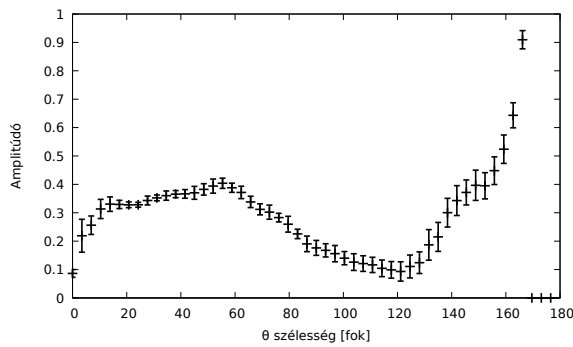


(a) Amplitúdóprofil.

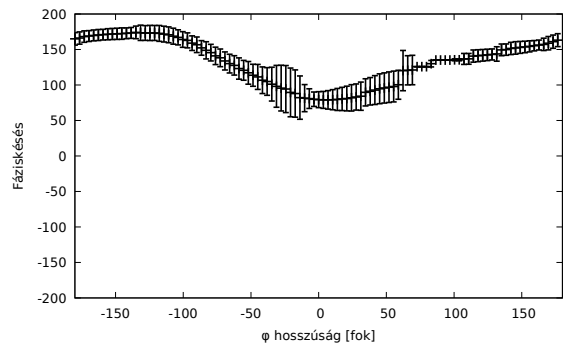


(b) Fázisprofil.

48. ábra. A $F4$ -re kapott Eclipse Mapping rekonstrukció eredményének profilábrái $\beta \approx 83^\circ$.

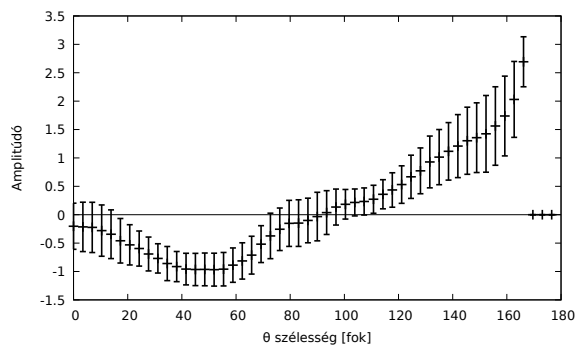


(a) Amplitúdóprofil.

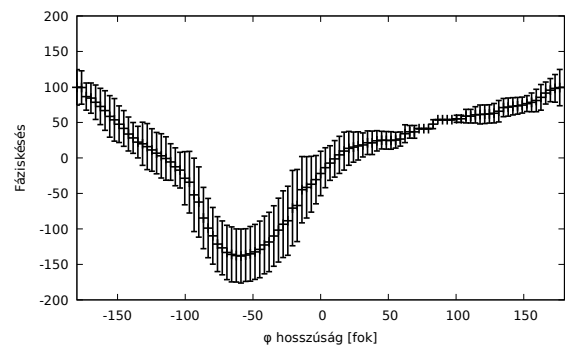


(b) Fázisprofil.

49. ábra. A $F5$ -re kapott Eclipse Mapping rekonstrukció eredményének profilábrái $\beta \approx 83^\circ$.



(a) Amplitúdóprofil.



(b) Fázisprofil.

50. ábra. A $F6$ -re kapott Eclipse Mapping rekonstrukció eredményének profilábrái $\beta \approx 83^\circ$.

Nyilatkozat

Alulírott **Bókon András** Fizikus MSc szakos hallgató (ETR azonosító: BOAUABT.SZE) a „*A KIC 3858884 fedési kettősrendszer fényességváltozásának egyedi vizsgálata*” című (és a Moduloban megadott „*Unique analysis of light variation of the eclipse binary system KIC 3858884*” angol című) diplomamunka szerzője fegyelmi felelősségem tudatában kijelentem, hogy dolgozatom önálló munka eredménye, saját szellemi termékem, abban a hivatkozások és idézések általános szabályait következetesen alkalmaztam, mások által írt részeket a megfelelő idézés nélkül nem használtam fel.

Tudomásul veszem azt, hogy diplomamunkámat a Szegedi Tudományegyetem könyvtárában, a kölcsönözhető könyvek között helyezik el.

Szeged 2017. május 19.

Bókon András