

Szegedi Tudományegyetem  
Természettudományi és Informatikai Kar  
Kísérleti Fizikai Tanszék

## SZAKDOLGOZAT

Változócsillagok fénygörbe elemzése

Készítette: Bódi Attila  
Fizika BSc szakos hallgató

Témavezető:  
Dr. Szatmáry Károly  
egyetemi docens  
SZTE Kísérleti Fizikai Tanszék

Szeged  
2012

# Tartalomjegyzék

Bevezető	3
1. Változócsillagok típusai	8
2. Periódus meghatározó módszerek	12
3. A Period04 program	14
4. Period04 'Improve all' hibája	16
5. Eredmények	18
5.1. kplr004824292 . . . . .	18
5.2. ER Lyr (kplr005093223) . . . . .	26
5.3. kplr005296307 . . . . .	34
5.4. kplr010232367 . . . . .	42
Összefoglaló	50
Köszönetnyilvánítás	51
Irodalomjegyzék	52

## Bevezető

A változócsillagok megfigyelését már a 17. században kezdték. Elsőként a legnagyobb amplitúdójú változást mutató o Cetire figyeltek fel. Ekkor még nem ismerték, hogy periódikus fényességváltozást is mutathat egy csillag, ezért ezt elnevezték Mirának, ami csodálatost jelent. Az ekkor készített távcsövek detektoraiként a szem szolgált, melyekkel nem lehetett pár tized magnitúdónál kisebb változásokat észlelni.

A múlt századig nem tudtak sokat a csillagok felépítéséről és működéséről. De az egyre több megfigyelés és a spektroszkópia megjelenésével elkészültek a különböző csillagmodellek. Ezekkel már lehet értelmezni a látott fényváltozást. A változócsillag típusától függően lehet, hogy csak egymást periódikusan elfedő csillagokról van szó, de ha csak egy csillagot vizsgálunk, akkor valamilyen belső mechanizmus hajtja a csillag fényességének változását. Ezek leírásához és megértéséhez pontos mérési adatok szükségesek.

Az egyre fejlődő technika segítségével egyre pontosabb fénygörbét lehet készíteni, melyek alkalmasak a matematikai és fizikai elemzésre. Szegeden jelenleg is foglalkoznak változócsillagokkal, valamint már több sikeres eredmény, szakdolgozat, diplomamunka és TDK is született ezekről az elmúlt évtizedek során.

Az eddig használt mérési adatok maximum néhány ezred magnitúdó pontosságú fénygörbét biztosítottak, amelyek csak a nagyobb amplitúdójú és hosszabb periódusú pulzációk kimutatására voltak alkalmasak, és a földi megfigyelés miatt periodikus űröket is tartalmaztak. Viszont az elmúlt években egyre több űrtávcsövet helyeztek Föld körüli pályára, melyek a Föld légkörének és a napszakok változásának befolyásolása nélkül képesek hosszú, folytonos fénygörbét felvenni.

Szakdolgozatomban az egyik űrteleszkóppal, vörös óriásokról készült mérési eredményeket használtam (Benkő - Szabó, 2010).

A NASA Kepler űrtávcsövét 2009. március 7-én bocsájtották fel, az exobolygók kereséséért folytatott verseny miatt.

1971-ben Frank Rosenblatt felvetette a bolygóátvonulások megfigyelésének lehetőségét. William Borucki (a Kepler program mai vezetője) és Audrey Summers 1984-ben pontosították a számításokat és meghatározták, hogy nagyszámú csillag megfigyelésével esély van Jupiterhez hasonló méretű bolygók felfedezésére. Az első exobolygót viszont csak 1995-ben fedezte fel

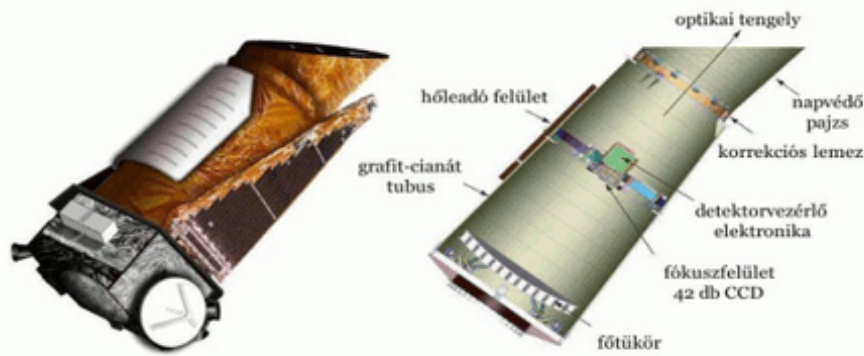
Michele Mayor és Didier Queloz (51 Pegasi b), illetve az első - pulzár körül keringő - bolygóra is csak 1992-ben bukkantak! A számítások azt is kimutatták, hogy a Föld-szerű bolygók fedés útján történő felfedezése csak űreszközökkel lehetséges, mivel a Jupiter méretű bolygók egy Naphoz hasonló csillag esetében mindössze 1%-nyi fényességcsökkenést eredményeznek a csillag teljes fényességéből, addig a Föld méretűek mindössze 1/10 000 résznyit.

A '80-as években a program előkészületeként elkezdtek nagyobb érzékenységű fotoelektron-sokszorozókkal kísérletezni a NASA támogatásával. A Kepler misszió elődjét először 1992-ben javasolták a NASA-nak. A döntőbizottság kiemelte a tudományos fontosságot, de döntő bizonyítékot szerettek volna arra, hogy ekkora fotometriai pontosság tényleg elérhető. Ekkoriban már előtérbe kerültek más ígéretek is, asztroszeizmológia, a csillagok aktivitásának, forgásának vizsgálata, valamint minden fényváltozást mutató objektum nagyon pontos fotometriai vizsgálata is. Itt nem csak a pulzáló változócsillagokról volt szó, hanem fedési kettősökről, kataklizmikus változókról, sőt még kvazárokról és egyéb változócsillagokról is. 1994-ben újra előterjesztették a missziót, a jelenlegi tükörmérettel, de itt már a fotoelektron sokszorozók helyett CCD-kamerákat terveztek. A NASA a Hubble- űrteleszkóphoz hasonló, magas költségek miatt elutasította.

Továbbra sem adta fel William Borucki csoportja, tovább kísérleteztek a Lick Observatórium alagsorában a CCD-detektorokkal, és  $5 \cdot 10^{-6}$  pontosságot értek el. 1996-ban újra próbálkoztak a már Kepler névre keresztelt misszióval, ekkor a költségek már csökkentek és beleférték a Discovery-osztályú missziókra biztosított keretbe, de ismét elutasította a NASA, azzal az indokkal, hogy még senki se bizonyította, hogy lehetséges több ezer csillag egyidejű fotometriája. A Lick Observatórium egyik üresen álló kupolájában építettek egy ilyen fotométert. A műszert a kupolától távolról, a NASA San Francisco melletti Ames kutatóközpontjából vezérelték. 1998-ban egy látómezőben 6000 csillagról sikerült fotometriai minőségű adatot kapni. A pályázatot ismét elutasították, azon indokkal, hogy a műszer az űrben nem fogja hozni a Föld méretű bolygók kimutatásához szükséges fotometriai pontosságot. Ekkor egy olyan laboratóriumi műszer építettek, ami szimulálta az összes elképzelhető zajforrást. Ennek sikere és a 2000-ben elsőnek felfedezett fedési exobolygó meghozta a várt áttörést: 2001 decemberében sikeresen elindulhatott Kepler-misszió.

A 25 éve megálmodott Kepler-űrtávcső program lényeges eleme a csillagok szeizmológiai vizsgálata. Ezt segíti egy esetleg nála talált exobolygó. A bolygónak a csillaga előtt való elhaladásából, azaz a fedésből, a kettő sugarának arányára lehet következtetni. Amennyiben a csillag tömege ismert, a szeizmológia segítségével a bolygó sűrűségére kaphatunk információt. Ezáltal a bolygó kémiai összetételéről és jellegéről is ismereteket szerezhetünk.

A bolygó minimális sugarának és tömegének ismeretében számítható annak sűrűsége, amely-



1. ábra. A Kepler-űrtávcső felépítése.

ből a kémiai összetételre kaphatunk információt, másrészt extrém pontos és stabil fényességmérésre van szükség éveken keresztül.

Ilyen feltételeket teljesítő rendszer felépítése az alábbi, mely az 1. ábrán látható. 1,4 méter átmérőjű f/1-es nyílásviszonyú, 95 cm szabad apertúrájú Schmidt-rendszer. A főtükör 85%-kal könnyített, extrém alacsony hőtágulási együtthatójú üvegből készült. A fókuszban elhelyezett 42 db 2200x1024 pixeles CCD-chip 105 négyzetfokos területet képez le. Észleléseket az optikai tartományban 430-840 nm között végeznek. Az optikai útban semmilyen mozgó alkatrész nem helyezkedik el. A Kepler egyetlen területet figyel folyamatosan a Hattyú (Cygnus) és a Lant (Lyra) csillagképek irányában. A terület a galaktikus sík felett néhány fokkal helyezkedik el. A terület állandó láthatóságát és a fotometriai stabilitást 372,5 nap keringési idejű, Nap körüli, úgynevezett Föld követő pálya garantálja.



2. ábra. A Kepler-űrtávcső CCD-detektora.

A programot 3,5 évre tervezték, de ezt meghosszabbították 2012 tavaszán 4 évvel. Az űrtávcsövet nagyjából negyed évente átfordítják a folyamatos energia ellátás miatt, hogy a

napelemei mindig a Nap felé nézzenek. A Kepler bolygókereséshez és asztroszeizmológiához használt célpontjainak fényessége a 9-16 magnitúdós tartományba esik, de esetenként 7 magnitúdós csillag fotometriájára is van lehetőség, és elvileg akár 20 magnitúdós vagy azon túli fényességhatárig lehet fotometriát végezni. A csillagok mérete kb. 4 ívmásodperc a CCD-k nagy méretei miatt. Ez rengeteg foton gyűjtését teszi lehetővé, ami nagymértékben növeli a jel/zaj viszonyt. A telítődés elkerülése érdekében a képeket 6 másodpercenként olvassák ki, de a fénygörbék közül néhány 1 perces, a többség pedig 30 perces integrációs időnek megfelelő összegzéssel tárolódik. Az adatok letöltése, valamint az új parancsok és célpontok feltöltése havonta egyszer történik. A Kepler 30 nap alatt felhalmozódó adatmennyiséget eltárolni nem képes, így csak az előre kiválasztott csillagok pixelei tárolódnak, ezt tömörítik, majd töltik le periódikusan. Ezért a programban csak meghatározott célpontok észlelhetők, melyek előzetesen ki kell választani.

A Kepler alapvetően három különböző kategóriába eső célpontot észlel:

- bolygókeresésre használt,
- asztroszeizmológiai,
- Guest Observer ("vendégészlelő") célpontok.

A Kepler fő programja 150 000, főként F-K színképtípusú csillag folyamatos megfigyelése. Egyik fő cél, hogy ezek körül keringő, a földihez hasonló élet kialakuláshoz megfelelő feltételeket biztosító, exobolygók kimutatása; lakhatósági zónában keringő Föld típusú bolygók gyakoriságának meghatározása; több bolygót tartalmazó rendszerek vizsgálata; forró Jupiterek fizikai paramétereinek meghatározása.

Jelenleg (2012 májusa) 61 exobolygót erősítettek meg, de a kutatás előrehaladtával ez növekszik. Ezen szám változását folyamatosan nyomon lehet követni a Kepler űrtávcső hivatalos weboldalán (<http://kepler.nasa.gov>).

A Kepler űradatok asztroszeizmológiai vizsgálatára jött létre a Kepler Asztroszeizmológiai Tudományos Konzorcium (KASC). A eltérő típusú csillagok vizsgálatára 13 munkacsoportot hoztak létre, melyek kisebb alcsoportokra oszlanak. Ezek közül a mira és félszabályos változócsillagok vizsgálatait Kiss László (MTA KTM CsKI), míg a cefeidákét Szabó Róbert (MTA KTM CsKI) vezeti. A magyar csoport a földi támogatásban, az adatfeldolgozásban, az adatok értelmezésében és a modellezésben is jelentős mértékben részt vesznek.

A Kepler kiemelkedően pontos mérései lehetővé teszik a csillagok Nap típusú rezgéseinek vizsgálatát is. A mérési adatokból meghatározható a csillagok sűrűsége, sugara, tömege és kora is néhány százalék pontossággal, ezen felül a mágneses tér és a forgás is tanulmányozható. A különböző módusú pulzációk modellezésével lehetőség adódik a csillagfejlődési elméletek tesztelésére.

Én a vendégészlelő kategóriában mért mirákról és félszabályos változókról készített fénygörbéket használtam a szakdolgozatomban. Ezek asztroszeizmológiája révén a konvekción és a tömegvesztésen kívül az eddig nem tisztázott eredetű hosszú másodperiódusokat is minden eddiginél részletesebben vizsgálhatjuk.

A változócsillagok fénygörbéjét több módszerrel is lehet vizsgálni. Én a Fourier analízist használtam és annak a folyamatnak a jóságát vizsgáltam, ha a legkisebb négyzetek módszerét is alkalmazzuk a kapott eredményeink javítására. Ezen felül dolgozatomban a csillagok wavelet analízise is megtörtént.

Én ezzel a munkámmal remélhetőleg hozzájárultam a változócsillagok fénygörbe elemzése néhány problémájának megoldásához.

# 1. Változócsillagok típusai

Változócsillagnak nevezünk minden olyan csillagot, melynek fényessége emberi léptékű időskálán mérve, időben valamilyen módon változik. Ez bármely tartományra igaz, nem csak a látható fény tartományára. Illetve azokat is változónak nevezzük melyek színekében történik a változás. Összeségében a csillag állapotjelzői változnak. (Az összefoglaló az Amatőr-csillagászok kézikönyvében megjelent Változócsillagok című cikk és a Csillagok távcsővégen című könyv alapján készült) (Kiss - Mizser - Csizmadia, 2009; Cooper - Walker, 1994)

A változócsillagokat öt kategóriába sorolhatjuk:

- pulzáló változócsillagok
- fedési kettőscsillagok
- rotációs (foltos) csillagok
- eruptív változók
- kataklizmikus változócsillagok

A különféle változócsillagokról bővebb leírást a Szatmáry Károly által készített web-oldalon találhatunk. <http://astro.u-szeged.hu/ismeret/valtozok/valtozok.htm>

Szakdolgozatomban felhasznált csillagok vörös óriás, mira és félszabályos változók, ezeket a pulzáló változócsillagok kategóriájába soroljuk.

A csillagok pulzációja mindig egy egyensúlyi helyzet körül alakul ki, ezeket valamilyen folyamat gerjeszti, általában az ún. kapa-mechanizmus. A pulzáció periódusának ideje a sűrű, kompakt objektumok esetében kicsi, a nagyméretű, Miraszerű csillagoknál nagy. A pulzáló változócsillagok egy adott módusa attól függ, hogy a gerjesztés vagy a csillapodás a nagyobb erősségű.

Kétféle pulzáció létezik, a radiális, ekkor a csillag rétegei radiális irányban tágulnak és összehúzódnak, és a nemradiális, amikor a rétegekben oldal irányú elmozdulások alakulnak ki.

- **Mirák**

A Mira típusú változók a HR-diagram aszimptotikus óriáságán helyezkednek el. A 2,5 magnitúdónál nagyobb amplitúdójú vörös óriásokat és szuperóriásokat nevezzük



miráknak. De nincs éles határ a mirák, a kisebb amplitúdójú félszabályos és a szabálytalan változók között. Jellemzően 4-5 magnitúdó az amplitúdójuk, de előfordul  $11^m$ -s is ( $\chi$  Cygni). Periódusuk tág határozok között változik, 90 naptól akár ezer napig is terjedhet. Jellemző periódusuk 200-300 nap körüli.

Színképük M osztályú, de előfordul S,N,R vagy C is. Emisszió nélküli M színképosztályú csillagok között található félszabályos, szabálytalan, valamint 210-220 nap körüli periódusú Mirák is. Általánosan mondható, hogy a hűvösebb csillagok periódusa hosszabb.

Mirák fényváltozása rendkívül szabályos, viszont a fénygörbe lefutása ciklusonként eltérő lehet, ezért a periódus hossza is változhat a ciklussal. Vannak csillagok, melyek esetében a periódus akár 100 napot is csökkent néhány 10, esetleg 100 év alatt. Ilyen a Szatmáry Károly által vizsgált T UMi is, melynek 1980-as években mért 315 nap körüli periódusa 2002-re 220 napra csökkent (Szatmáry, Kiss, Bebesi, 2003).

A mirák tömege 1 nap körüli. Például a Mira Ceti pulzációjának során 18 százalékot változik az átmérője. Ennél érdekesebb az a jelenség, hogy még a vizuális fénygörbe több magnitúdót változik, addig a bolometrikus fényesség csupán egy magnitúdót. A jelenséget a külső légkörben előforduló titán-oxid okozza.

A vörös óriások, szuperóriások, de különösképp a mirák körül kiterjedt gáz és porfelhő található, mely a csillag pulzációja során fellépő jelentős anyagveszteség hoz létre ( $2 \cdot 10^{-6} - 10^{-5}$  *naptömeg/év*).

- **Félszabályos változók**

Periódusuk 20-2000 nap közötti, fénygörbékük alakja eléggé szabálytalan, amplitúdója néhány század magnitúdótól néhány magnitúdóig terjed. Négy alcsoportja van, melyekre az SR (semiregular = félig szabályos) jelölés utal.

Az *SRa* típus képviselői késői (M,C,S) színképtípusúak, mint az *SRb* és *SRc* tagjai. Amplitúdójuk 1-2 magnitúdó. Periódusuk 35-1200 nap közötti. A fénygörbe alakja, a mirákhoz hasonlóan, ciklusról ciklusra változik.

Az *SRb* típusúak amplitúdója elérheti az 1-2 magnitúdót. Periódusuk 20-2300 nap közötti. Kisebb amplitúdóval és általában több periódussal pulzálnak, felváltva mutatnak periodicitást és lassú, szabálytalan fényváltozást, esetleg fényállandósulást.

Az *SRc* típusú szuperóriások amplitúdója jellemzően 1 magnitúdó. Periódusuk 30 naptól kezdve néhány ezer nap is lehet. Több periódus egyidejű megjelenése jellemző.

Az *SRd* változók F,G vagy K színképosztályú óriások vagy szuperóriások, előfordul, hogy emissziós vonalakat mutatnak. A fényváltozás amplitúdója 0,1-4 magnitúdó közötti, periódusuk 30-1100 nap.

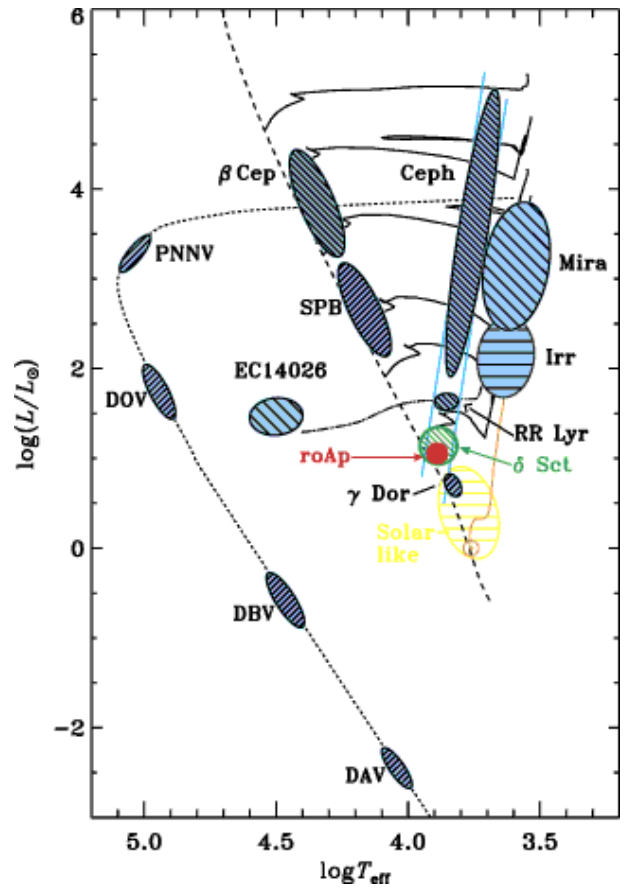
- **Szabálytalan változók**

A szabálytalan vörös óriások és szuperóriások jele L. Nem mutatható ki a fényváltozásukba egyértelmű periodicitás, vagy csak ritkán észlelhető. Sok esetben nem kielégítően vizsgált félszabályos és más típusú csillagokat is ide sorolnak. Amplitúdójuk 1 magnitúdó körüli. Két alosztálya van. A K,M,C és S színképosztályú óriásokat *Lb* és a szabálytalan szuperóriásokat *Lc*-vel jelöljük. Ezeket a kis amplitúdójuk miatt elég nehéz vizsgálni.

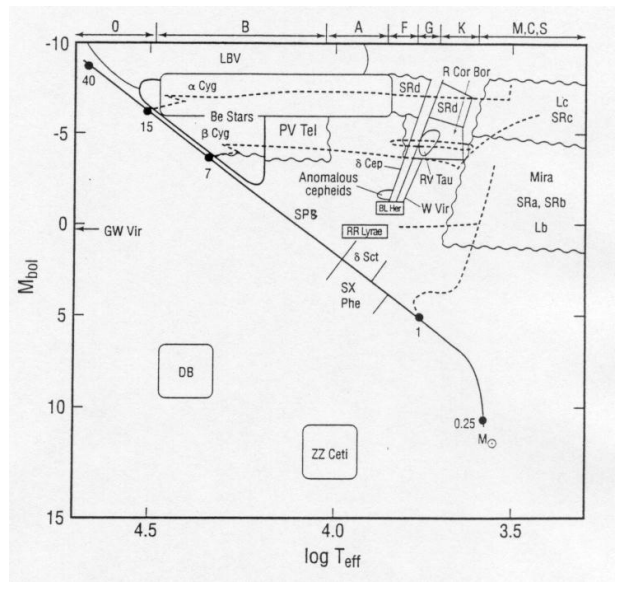
- **RV Tauri változók**

Ezen szuperóriások viszonylag szabályos változást mutatnak. Színképük F-G és K-M között változik egy ciklus során, azaz jelentős a hőmérsékletváltozás. A fénygörbét kettős hullámok jellemzik, fő- és mellékminimumok váltogatják egymást. Amplitúdójuk 2-4 magnitúdó közötti. Periódusuk 30-150 nap, melyen két egymást követő főminimum távolsága adja meg. Két csoportja létezik. Az *RVa* típus átlagfényessége állandó, az *RVb* típusúak az átlagfényességüket 600-1500 napos periódussal, és 2 magnitúdónál kisebb amplitúdóval változtatják.

(A képek forrása: Christensen-Dalsgaard, 2003)



3. ábra. A Hertzsprung–Russell-diagram I.



4. ábra. A Hertzsprung–Russell-diagram II.

## 2. Periódus meghatározó módszerek

Periódus meghatározásra számos módszer született. Ezeket szeretném itt röviden összefoglalni (Szatmáry, 1994).

A csillagok bizonyos fizikai tulajdonságának módosulása a fényesség változását is okozzák, ezért nagyon fontos a csillagok fotometriája, mivel a fényesség periódikus változásaiból lehet következtetni különböző fizikai paraméterekre.

A csillagászaton kívül sok más tudományterületen is alkalmazzák a különböző periódus meghatározó módszereket, de a legtöbb esetben laboratóriumban felvett folytonos adatsorokat használnak. A csillagászatban sok tényező befolyásolja a felvehető fénygörbe minőségét. Legtöbb esetben periódikus őrök jelennek meg, mivel csak éjszaka lehet a Föld felszínéről mérést végezni. Illetve a Hold fázisai (teliholdnál nem ajánlatos mérést végezni), az időjárás és a láthatóság is jelentősen befolyásolja a fénygörbe folytonosságát. Szerencsére a mai űrtávcsövekkel már lehet folytonos, hosszú fénygörbét felvenni, melyekhez a mai csillagászok rövid időn belül hozzájuthatnak.

A periódus értékének meghatározása alapvető fontosságú. A fénygörbékben megjelenő őrök, különösen a periodikusan fellépők, nagy amplitúdójú aliasokat (hamis csúcsokat) képesek okozni a frekvencia spektrumban. Ezek felismerése és elkülönítése a valódi csúcsoktól nagyon fontos, de nehéz feladat.

- **A legkisebb négyzetek módszere**

Ezzel a módszerrel régebben főleg hosszú periódusú változók periódusát keresték. A folyamat során az adatpontokhoz legjobban illeszkedő görbe határozható meg a kapott görbék és az adatpontok közötti eltérések négyzetösszegének minimalizálásával. A módszer nem alkalmas többszörös periodicitást vagy periódusváltozást kimutatni. Ezen hibákat Sterne 1934-ben már közölte, de feledésbe merült.

- **Autokorreláció és Maximum Entrópia Módszer (MEM)**

A módszer folytonos adatsort kíván, ami a csillagok fénygörbéjét tekintve nem sok helyen fordul elő, ezért nem is gyakorta használt módszer a csillagászatban. Ezen őröket interpolációval lehet pótolni, de ez mesterséges görbét eredményez.

Valamint ezen módszer matematikája is nagyon bonyolult, viszont cserébe éles csúcsokat ad.

- **Sztringhossz módszer**

A módszer a fázis-diagram pontjainak összekötésével kapott törtvonal hosszának minimalizálásával keresi a fényváltozás periódusát.

- **Fázis Diszperzió Minimalizálás**

Hasonló eljárás, mint az előbb ismertetett, viszont ezen módszer érzéketlen a fénygörbében megjelenő űrökre valamint a fénygörbe alakjának szinusztól való eltéréseire.

- **Fourier analízis**

Periodikus jelek felbonthatók végtelen sok szinusz és koszinusz függvények összegére. Bármilyen periódikus függvény felírható ezen sor alakjában:

$$\sum A_i \cdot \sin(2\pi(\Omega_i t + \Phi_i)) \quad (1)$$

ahol  $A_i$ , az  $i$ -edik komponens amplitúdója

$\Omega_i$ , az  $i$ -edik komponens frekvenciája

és  $\Phi_i$ , az  $i$ -edik komponens fázisa.

Adatsorokban megjelenő frekvencia komponensek ezen módszerrel való megkeresése a Fourier analízis. A folyamat pontos matematikai leírása megtalálható Szatmáry Károly kandidátusi értekezésében.

A szakdolgozatomhoz használt Period04 program is a Fourier analízist alkalmazza.

### 3. A Period04 program

A Period04 bemutatása a *Communications in Asteroseismology* 146. számában jelent meg 2005-ben. Patrick Lenz és Michel Breger fejlesztette ki a Bécsi egyetemen (University of Vienna).

A Period04 egy bővített verziója a Period98-nak, melyet Sperl adott ki 1998-ban. A Period04 egy számítógépes program, melyet szüneteket tartalmazó hosszú csillagászati idősorok stasztikai vizsgálatára fejlesztettek ki. Mint az elődje is, a program eszközöket tartalmaz multi-periódikus idősorokban megjelenő egyedi frekvenciák megkeresésére és rugalmas felületet nyújt a többfrekvenciás illesztéshez.

Alapvetően a program 3 modulból épül fel:

- **Az idősor modul**

Ezen modulon belül a felhasználó adminisztrálja az idősor adatot. A modul eszközöket tartalmaz arra, hogy az adatsort feloszuk rész sorokra, összevonjunk adat beállításokat, beállítsuk a súlyozást, stb. Itt tudjuk a fénygörbét illetve az illesztett hullámokat megjeleníteni.

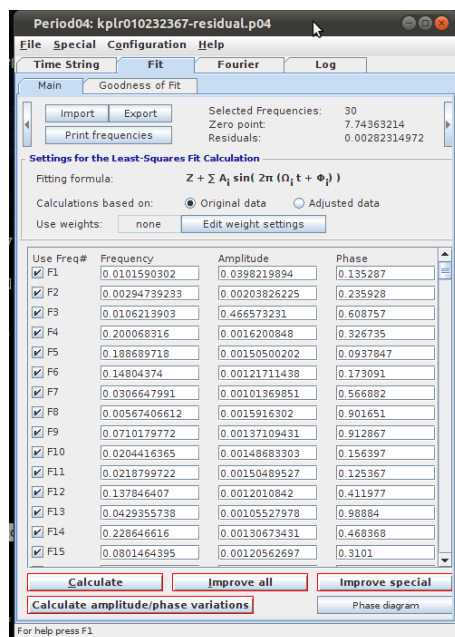
- **A Fourier modul**

Ezen modulban kiválaszthatjuk, hogy a Fourier analízist az eredeti vagy már egy levont adatsoron (residuál-on) kívánjuk elvégezni. Beállíthatjuk, hogy mekkora tartományon belül keressünk a frekvencia komponenseket, így nem szükséges az összes, Nyquist frekvenciánál kisebb, komponens megjelenítenünk. Ezek után van lehetőség levonni az adatsorból az új frekvenciákat. Előállíthatjuk a spektrál ablak függvényt.

A Fourier analízis a Period04-ben a diszkrét Fourier transzformáció alapján történik. A program nem használja a gyors Fourier transzformációs (FFT) algoritmust, mivel a csillagászati idősorok mintavételezése nem egyenlő időközönként történik.

- **A fit modul**

Számos frekvencia amplitúdójának és fázisának meghatározása itt végezhető el. A legkisebb négyzetek módszerével pontosabb frekvencia, amplitúdó és fázis értékeket kaphatunk. A Period04 figyelembe veszi a periodikus idő eltolódást is, melyet a Föld Nap körüli keringése okoz. Továbbá számos eszköz érhető el a paraméterek bizonytalanságának meghatározására, mint a Monte Carlo szimuláció.



5. ábra. A Period04 program kezelőfelülete.

Néhány eszköz és funkció csak akkor érhető el, ha a program az úgynevezett szakértő módba ('Expert mode') van kapcsolva.

A Period04 projekt orientál és elmenti az összes adatot (idősor adatot, Fourier spektrumot, a frekvenciákat és a log fájlt) egyetlen központi fájlba. Maga a projekt fájl teljesen platform független. Ez lehetővé teszi a felhasználó számára a különböző operációs rendszerek közötti váltást. Mivel a program tárolja a beállításokat és az adatokat, így könnyű a munkát folytatni egy projekten.

A program alapértelmezett kiterjesztése a .p04.

A Period04 bárki számára szabadon elérhető és futattható Linux, Windows és MacOSX operációs rendszereken. A program letölthető a Period04 weboldaláról: <http://www.astro.univie.ac.at/dsn/dsn/Period04/>. A telepítő végigvezeti a felhasználót a telepítés folyamatán.

A Period04 Java/C++ nyelveken íródott. Emiatt, hogy futtani lehessen szükséges, hogy a Java futtató környezet (Java Runtime Environment - JRE) telepítve legyen. A JRE ingyenesen letölthető a <http://java.sun.com/getjava> weboldalról.

## 4. Period04 'Improve all' hibája

A Period04 program a Fourier analízis segítségével megkeresi egy adott adatsorban megjelenő frekvenciákat. Első lépésként alkalmazva a Fourier analízist megkeressük az adatsorban megjelenő legnagyobb amplitúdójú, ismert periódusú és fázisú hullámot, majd azt levonva a fénygörbéből, kapjuk az első maradékot (residual-t). Ezután alkalmazva a residual-on a Fourier analízist ismét megkeressük a legnagyobb amplitúdójú frekvencia komponenst és levonjuk időben a maradékból. Ezen lépések ismétlése az időbeli fehérítés folyamata.

Minden egyes frekvencia komponens megtalálása után illeszteni (fittelni) kell a frekvenciákat, amplitúdókat és az ismeretlen fázisokat. A fittelés során a legnehezebb a fázisokat meghatározni.

A program tartalmaz egy másik funkciót, az 'Improve all'-t, mely egy vagy több frekvencia esetében megkeresi a legkisebb négyzetek módszerével a legjobban az adatsorhoz illeszkedő frekvenciákat, amplitúdókat és fázisokat. Ezt a program iterációs lépések végrehajtásával végzi.

Szakedolgozatom célja, hogy megvizsgáljam ennek a funkciónak a jóságát különböző csillagok fénygörbéjén.

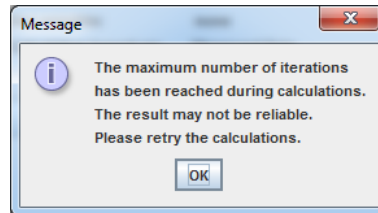
Ezen adatsorokon megkerestem a legnagyobb amplitúdójú frekvencia komponenst, fittelttem, majd alkalmaztam az 'Improve all' funkciót, végül fehérítettem vele a frekvencia spektrumot. A kapott residual-on újra megkerestem a legnagyobb amplitúdójú frekvencia komponenst, illesztettem, majd ezen is alkalmaztam az 'Improve all'-t, majd fehérítettem ezzel a komponenssel is. A program egy bizonyos iterációs lépésszám elérése után nem tudja pontosan meghatározni a frekvenciákat, amplitúdókat és fázisokat. Ezt jelzi is a felhasználó felé egy hiba üzenettel, mely szerint nem megbízhatóak a kapott értékek.

Ezek után ismételten megkerestem a fénygörbékben megjelenő frekvencia komponenseket, de nem használtam az 'Improve all' funkciót egyik fittelés után sem. Addig végeztem fehérítést, amíg el nem értem azt a residual-t, amit az 'Improve all' használatával sikerült.

Összehasonlítottam a csak fitteléssel kapott eredményeket, az 'Improve all' használatával kapottakkal, valamint az ezekből származó spektrumokat és a fénygörbékre illesztett görbéket. Azt tapasztaltam több fénygörbe esetén is, hogy a hibaüzenet megjelenése után az alacsonyabb frekvenciás, azaz hosszabb periódusú komponensek jelentősen megváltoznak. Egyes fénygörbék esetében olyan amplitúdójú értékek is megjelennek, melyek nagyobbak a



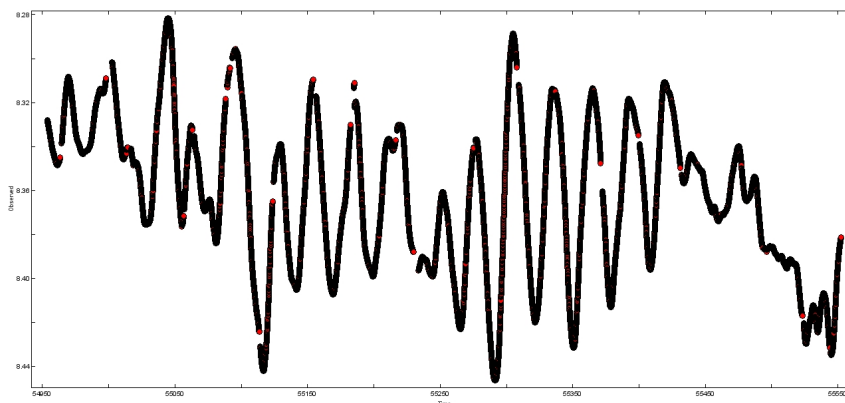
fénygörbe teljes amplitúdójánál. A program a hibaüzenet megjelenítésével nem közli a felhasználóval a hiba esetleges súlyosságát, mely megjelenésekor a kapott eredmények teljesen megtéveszthetik a felhasználót.



6. ábra. Hibaüzenet.

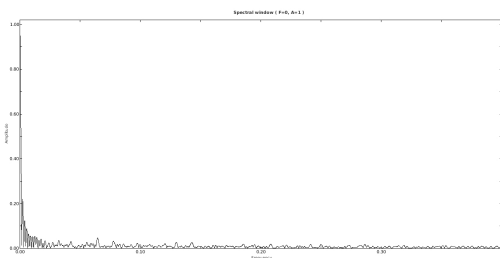
## 5. Eredmények

### 5.1. kplr004824292

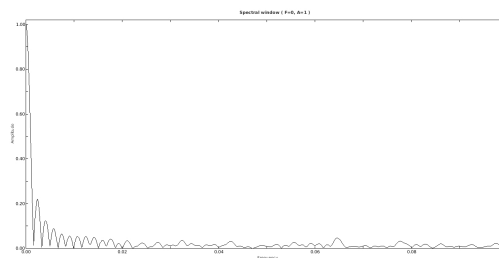


7. ábra. Az eredeti fénygörbe.

A 7. ábrán a kplr004824292 katalógus jelű vörös óriás csillag fénygörbéje látható. A görbe teljes hossza 600 nap. Jól látható egy kb. 30 napos periódus idejű fő hullám. A fénygörbe teljes amplitúdója kb. 0,16 magnitúdó. A görbe utolsó szakaszában található egy hirtelen amplitúdó illetve periódus csökkenés, ami jelentősen befolyásolja a kb. 30 napos hullám amplitúdóját.



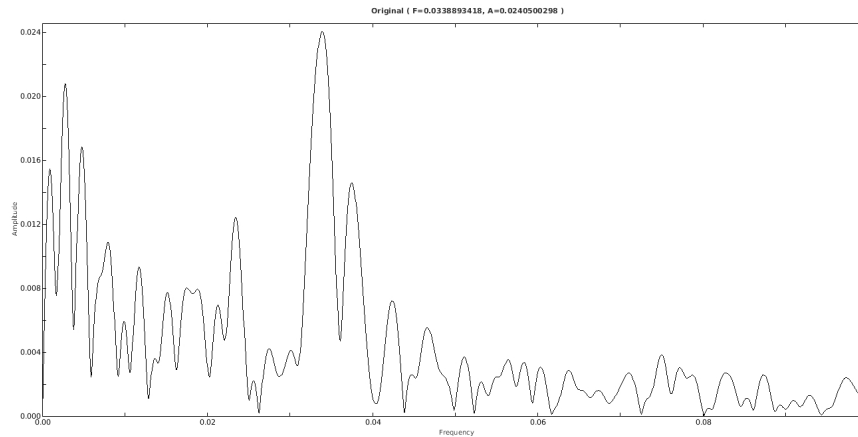
8. ábra. Spektrál ablak 0,4  $c/d$ -ig.



9. ábra. Spektrál ablak 0,1  $c/d$ -ig.

A 8. ábrán a spektrál ablak látható 0,4  $c/d$ -ig ( $\frac{ciklus}{nap}$ -ig), a 9. ábrán 0,1  $c/d$ -ig. A két ábrát összehasonlítva látható, hogy 0,1  $c/d$  után nem jelennek meg nagyobb amplitúdójú csúcsok, csak jóval kisebb, nem a csillag pulzációja által keltett hamis csúcsok (szakzsargonban ezeket fűnek nevezik). Ezen különbség miatt a többi vizsgált csillagnál csak 0,1  $c/d$ -ig készítettem el a spektrál ablakokat.

A fő csúcs melletti aliasok  $\frac{1}{600}$ , azaz 0,00167  $c/d$ -onként jelennek meg.



10. ábra. Az eredeti spektrum.

Az 1. táblázatban található a négy fehérítés után kapott frekvencia, amplitúdó és fázis eredmények. Itt nem használtam ki a program Improve all funkcióját. Csak meghatároztam a fázisokat a kapott frekvencia és amplitúdó értékek mellé.

A 2. táblázat tartalmazza azon eredményeket melyek meghatározása során, minden fehérítés után alkalmaztam az Improve all funkciót, azaz a legkisebb négyzetek módszerével meghatároztam a legjobban illeszkedő frekvenciákat, amplitúdókat és fázisokat. Itt egyel kevesebb fehérítést végeztem, mint a negyedik táblázatban látható eredményeknél, mivel ott addig fehérítettem ugyan ezzel a módszerrel, míg a program nem jelezte számomra a hiba megjelenését.

No.	Frekvencia [ <i>ciklus</i> / <i>nap</i> ]	Amplitúdó	Fázis
1	0.0338893418475808	0.0260880459670045	0.494174513106534
2	0.00275455241618268	0.0208109217817744	0.185246107897546
3	0.037729020973169	0.0165004114791908	0.916316981110951
4	0.00442397812296006	0.0135936409229942	0.518558876986251

1. táblázat. Az első négy fehérítés után, csak az amplitúdó és fázis illesztéssel kapott eredmények.

Látható, hogy az 1. és 2. táblázatban található eredmények esetében csak a fázisok térnek el, a frekvencia és amplitúdó eredmények nagyon közeliak egymáshoz. Viszont a 3. táblázatban lévő eredmények, melyeket az Improve all funkció használatával, a hiba megjelenésével kaptam, jelentős eltérést mutatnak. A két kisebb frekvencia esetében, azaz a

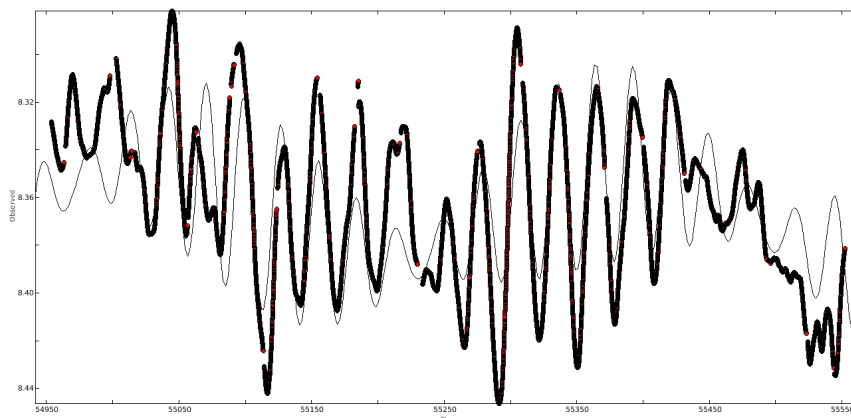
2. és 4. frekvencia komponens amplitúdója nagyobb értékre növekedett, mint maga a görbe teljes amplitúdója! Valamint ezen frekvenciák is nagyobb változást mutatnak. Ezen adatok nyilvánvalóan hibásak!

No.	Frekvencia [ $\frac{ciklus}{nap}$ ]	Amplitúdó	Fázis
1	0.0337395448874733	0.026133739120482	0.772931357201132
2	0.00275127499539322	0.0213164745358105	0.370509185918297
3	0.0376821895873057	0.0166109187888396	0.50555189655349

2. táblázat. Az első három fehérítés után, a hiba megjelenése nélkül használt, Improve all funkcióval kapott eredmények.

No.	Frekvencia [ $\frac{ciklus}{nap}$ ]	Amplitúdó	Fázis
1	0.0337273449309701	0.0265157742067761	0.446892328175021
2	0.00360751313208461	0.533155095061217	0.081417217641885
3	0.0377236602697118	0.016914598196094	0.212428830235284
4	0.00365073440038829	0.527640156872047	0.19471482644704

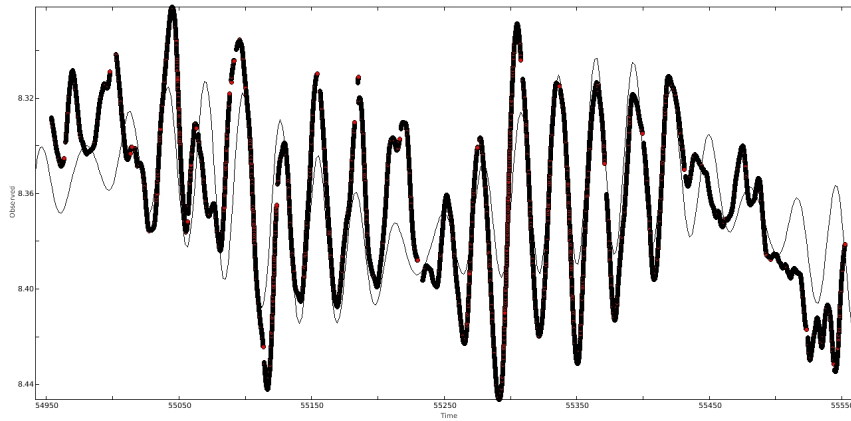
3. táblázat. Az első négy fehérítés után, az Improve all funkció használatával kapott eredmények.



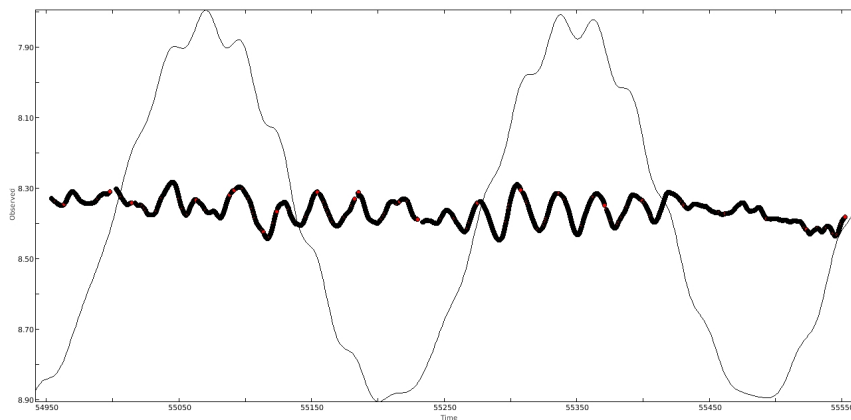
11. ábra. Az első táblázatban látható, első három sor adataival való illesztés.

Az 11. ábrán a harmadik fehérítés után kapott frekvenciákkal való illesztés látható, ilyenkor nem használtam az Improve all funkciót. A 12. ábrán ugyan ez látható csak itt alkalmaztam az Improve all funkciót minden egyes fehérítés után. A két illesztett görbe között

nagyon kevés különbség tapasztalható, ez várható is a táblázatban megadott értékekből. A 13. ábrán látható illesztésnél felhasznált frekvencia komponensek meghatározásánál már elmentem a hiba megjelenéséig. Jó látható a görbe teljes amplitúdójánál jóval nagyobb amplitúdójú frekvenciákkal való fittelés eredménye, melyek teljes mértékben rosszak. Illetve a frekvencia értékek sem jók, nem jól illeszkednek a fénygörbéhez.



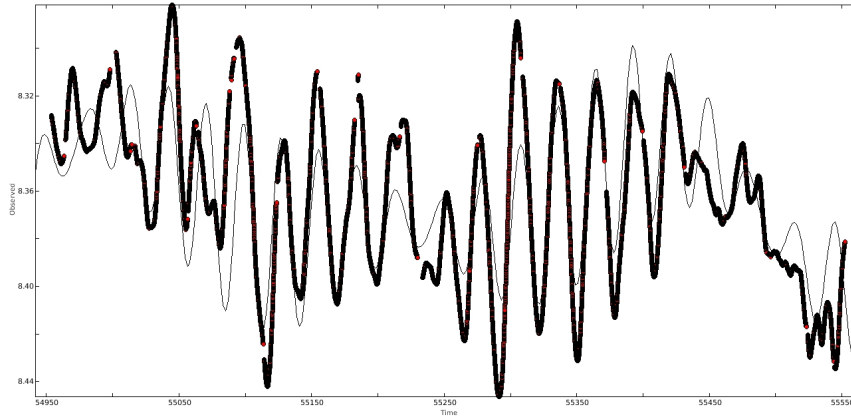
12. ábra. A második táblázatban látható, első három sor adataival való illesztés.



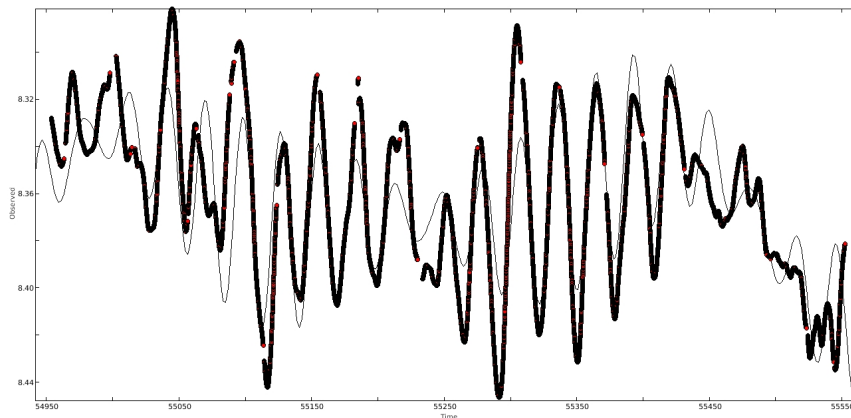
13. ábra. A harmadik táblázatban látható, első három sor adataival való illesztés.

A 14. és 15. ábrán a negyedik fehérítés után kapott frekvencia, amplitúdó és fázis értékekkel illesztettem hullámot a fénygörbére. A 14. ábra esetében használt adatoknál nem, a 15. ábránál használtaknál viszont alkalmaztam az Improve all funkciót, ami hibás értékeket eredményezett. A két ábra között, a jelentős eltérést kellene látni, mivel más-más értékekkel illesztettünk görbéket. Jelen esetben a különbségek minimálisak, ami arra utal,

hogy a második illesztésnél a program nem az általa megjelenített frekvencia, amplitúdó és fázis értékeket használta fel. A Period04 felismerte a hibát és valószínűleg az Improve all gomb megnyomása előtt megjelenített értékekkel dolgozott. A felhasználót megtévesztheti az a tény, hogy a az illesztés jól sikerült az ábrán, ezért a program által jelzett értékeknek is helyesnek kell lenniük.



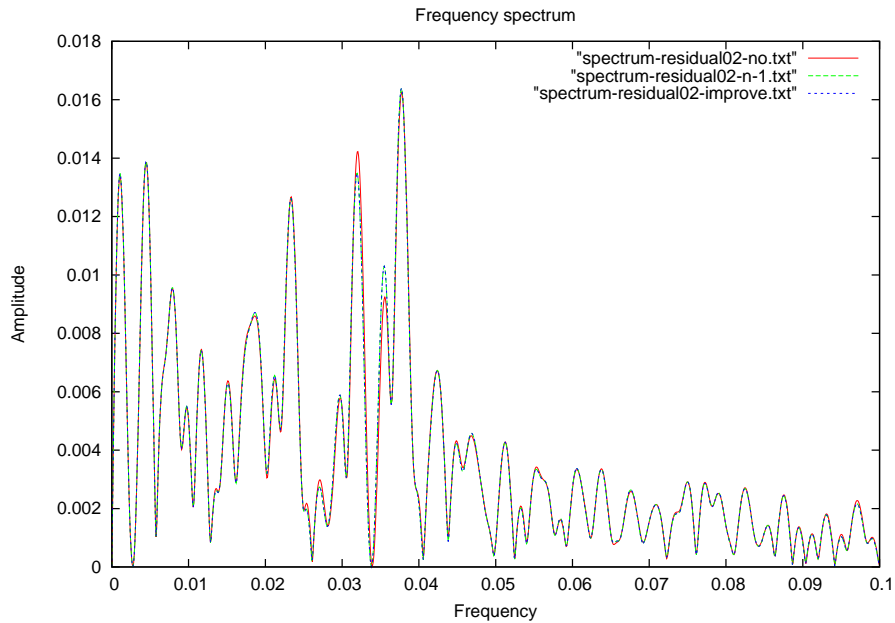
14. ábra. Az első táblázatban látható adatokkal való illesztés.



15. ábra. A harmadik táblázatban látható adatokkal való illesztés.

A 16. ábrán a harmadik fehérítés után kapott időbeli spektrumok láthatók. Piros vonallal jelölve az Improve all nélkül kapott spektrum, zöld szaggatott vonallal az Improve all hiba nélküli használatával, illetve kék szaggatott vonállal az Improve all használatával a hiba megjelenéséig való fehérítés után kapott spektrum látható.

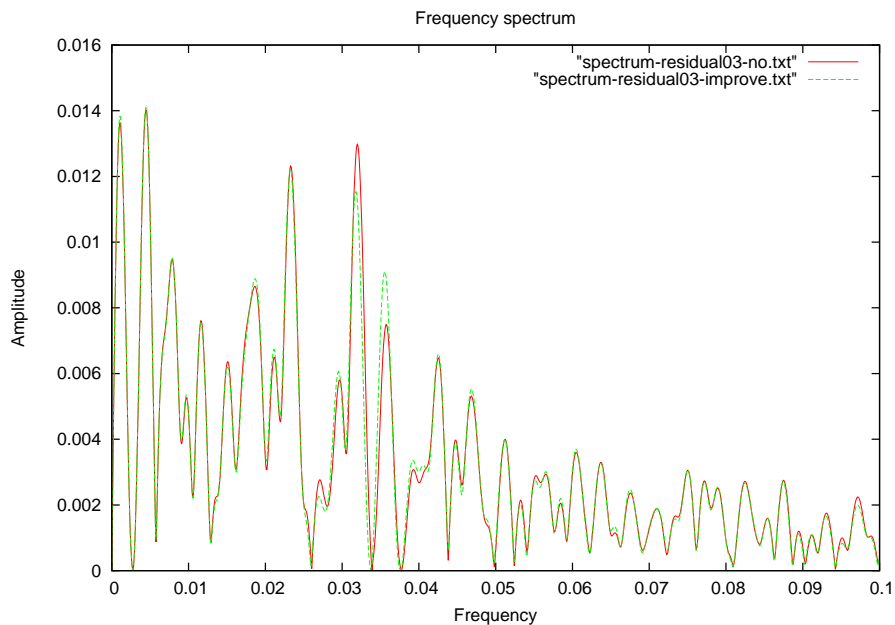
A különbségben annyi mutatkozik, hogy néhány frekvencia és amplitúdó kis mértékben eltér, de ez a legkisebb négyzetek módszerével javított értékekre utal.



16. ábra. A harmadik fehérítés után kapott spektrumok. Piros - Improve all nélkül, zöld szaggatott - hiba nélküli Improve all-al, kék szaggatott - hiba megjelenéséig használt Improve all-al.

A 17. ábrán a negyedik fehérítés után kapott időbeli spektrumok láthatók. Piros vonallal jelölve az Improve all nélkül kapott spektrum, zöld szaggatott vonallal az Improve all használatával a hiba megjelenéséig való fehérítés után kapott spektrum látható.

A két spektrum között amplitúdókban nincsenek nagy különbségek, mivel a hiba megjelenésénél kapott rossz eredmények nem befolyásolják a már addig megkapott jó spektrumokat.



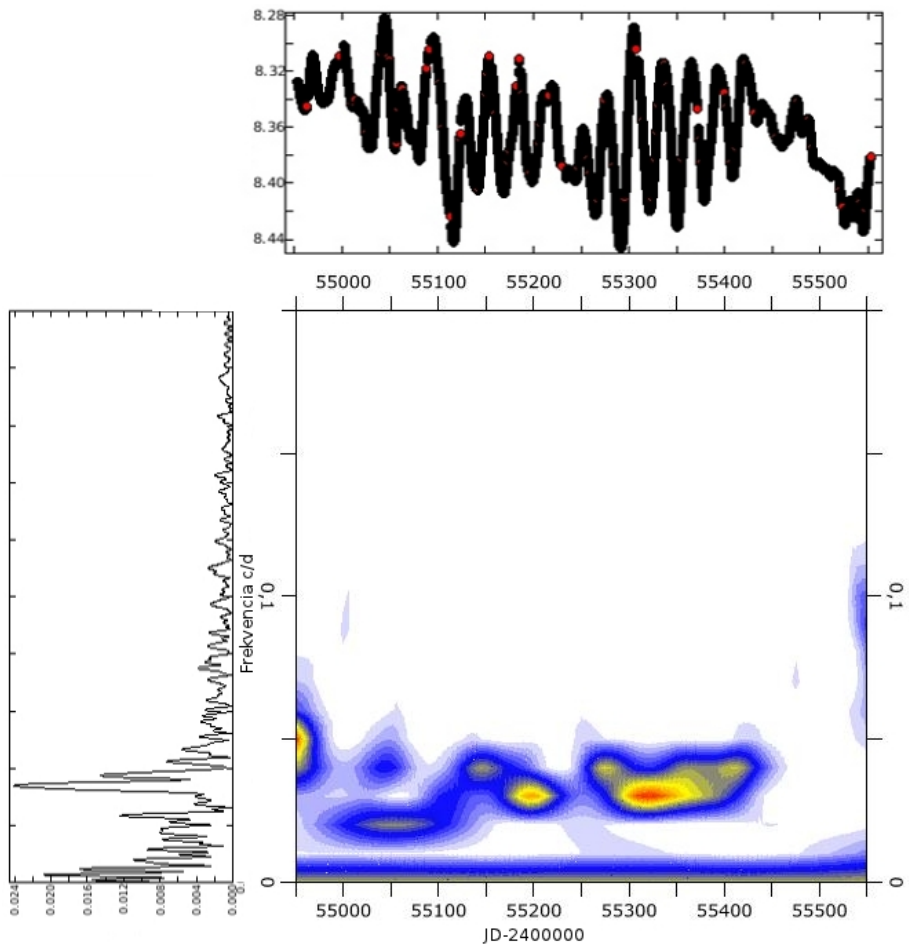
17. ábra. A negyedik fehérítés után kapott spektrumok. Piros - Improve all nélkül, zöld szaggatott - hiba megjelenéséig használt Improve all-al.

A 18. ábrán a wavelet térkép látható, melynek idő tengelye fölé illesztettem a fénygörbét, illetve frekvencia tengelye mellé a spektrumot. Így jól látható, hogy a különböző frekvencia komponensek időben mikor erősödnek fel a fénygörbén.

A wavelet térkép alján egy folytonos rész látható, ami a fénygörbére jellemző trendet mutatja. Feljebb,  $0,03 \text{ c/d}$  környékén a spektrumban igen erős csúcsok jelentkeznek. Ezek, ahogy a wavelet térkép is mutatja, időben nem állandóan vannak jelen, a fénygörbe legelején, illetve  $4555300$  és  $4555450$  között mutatnak jelentős dominanciát. Ez azt jelenti, hogy a csillag nem pulzál folyamatosan az adott módusban. Időnként nagyobb, majd kisebb amplitúdóval történik ezen pulzáció.

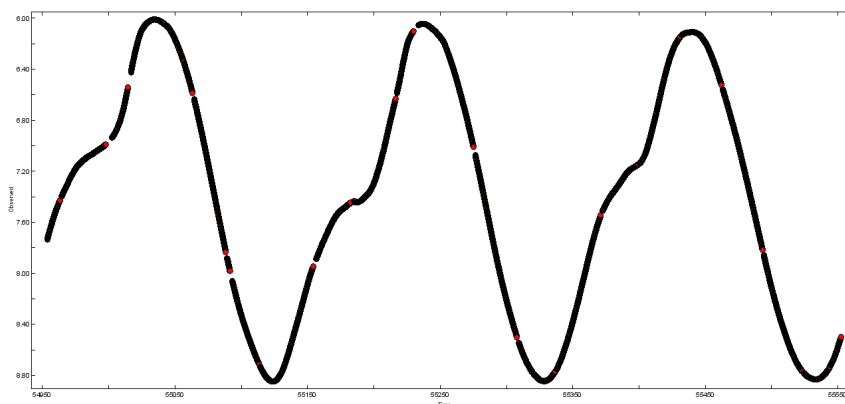
A térkép jobb oldalán  $0,1 \text{ c/d}$  környékén megjelenő kék részt a fénygörbe utolsó szakaszában megjelenő hirtelen változás okozza. Látható is a fénygörbén, hogy rövidebb periódusú, kisebb amplitúdójú változás alakul ott ki.





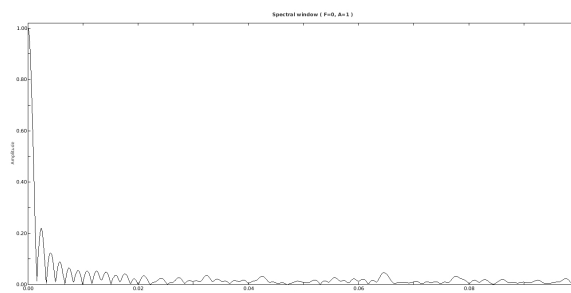
18. ábra. Wavelet térkép a fénygörbével és a spektrummal.

## 5.2. ER Lyr (kplr005093223)



19. ábra. Az eredeti fénygörbe.

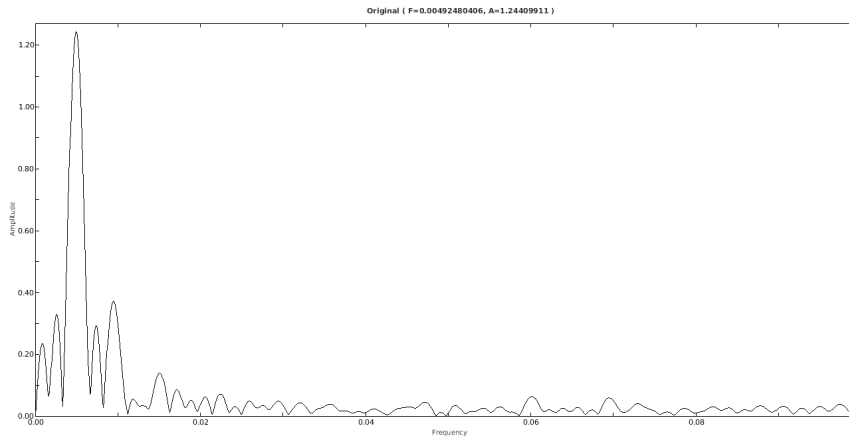
A 19. ábrán a kplr005093223 katalógusjelű csillag 600 napos fénygörbéje látható. A csillag Mira típusú lehet, mivel a kb. 200 napos periódus nagyon szabályosan ismétlődik, valamint a kb. 2,8 magnitúdós amplitúdó is erre utal.



20. ábra. Spektrál ablak.

A 20. ábrán a csillag spektrál ablaka látható  $0,1 \text{ c}/d$ -ig. Itt is megjelennek a 600 napos fénygörbe hossz miatt  $\frac{1}{600}$  naponként az egyre csökkenő amplitúdójú aliasok.

A 4. táblázat tartalmazza a hatodik fehérítés után kapott frekvencia, amplitúdó és fázis eredményeket. Ezen lépések során nem használtam ki a program Improve all funkcióját. Csak meghatároztam a fázisokat a kapott frekvencia és amplitúdó értékek mellé. Az első három sor adataiból látszik, hogy a második frekvencia komponens az első értékének kétszerese, a harmadik pedig az elsőnek háromszorosa. Ez a jelenség azért következik be, mert a csillag fénygörbéje nem teljesen szinuszos, inkább fűrészfog alakú. Az ilyen jelek es-



21. ábra. Az eredeti spektrum.

etében az időbeli spektrumban megjelennek a legnagyobb amplitúdójú hullám egész számú többszörösei egyre kisebb amplitúdókkal. A Fourier sor ilyen módon közelíti a fűrészfog jelet szinuszos komponensekkel.

Az 5. táblázatban azon eredményeket tüntettem fel, melyek meghatározása során, minden fehérítés után alkalmaztam az Improve all funkciót a legjobban illeszkedő frekvenciák, amplitúdók és fázisok megkereséséhez. Itt egytel kevesebb fehérítést végeztem, mint a hatodik táblázatban látható eredményeknél, mivel ott addig végeztem fehérítést ugyan ezzel a módszerrel, míg a program nem jelezte számomra a hiba megjelenését.

No.	Frekvencia [ $\frac{ciklus}{nap}$ ]	Amplitúdó	Fázis
1	0.00492480406241752	1.24021521530979	0.745294157671868
2	0.00984960812483503	0.295302415518927	0.458809843088588
3	0.0147744121872525	0.120736614224741	0.700282712572776
4	0.00692811418950261	0.0606685780429725	0.854550304576227
5	0.0112686194648536	0.0602069042633247	0.321597836431951
6	0.00317190770121807	0.0464726159812635	0.219423312233096

4. táblázat. Az első hat fehérítés után, csak az amplitúdó és fázis illesztéssel kapott eredmények.

A 4. táblázatban megjelenített eredmények kis mértékben az amplitúdóban, ezen kívül a fázisban térnek el az 5. táblázatban láthatóaktól. Ez mutatja, hogy az Improve all ténylegesen javított az értékeken. Viszont a 4. és 5. fehérítés során kapott értékek felcserélődtek a

különböző módszerek használata során. Ez annak eredménye, hogy az Improve all használata megváltoztatta az amplitúdókat. Míg a 4. táblázatban látható 4. és 5. komponensek amplitúdó értékei között minimális a különbség, addig az 5. táblázatban található amplitúdó értékeket a legkisebb négyzetek módszerével való javítás megváltoztatta, így azok esetében egyértelmű, hogy melyik jelenik meg nagyobb amplitúdóval a spektrumban.

A 6. táblázatban szereplő, a hiba megjelenésével kapott eredmények esetén ismét a fénygörbe teljes amplitúdójánál nagyobb amplitúdók jelennek meg az alacsonyabb frekvenciákon. Az 1., 2., 4. és 6. fehérítés után kapott komponensek amplitúdója kiugróan magasak, némelyik a fénygörbe teljes amplitúdójának hétszeres értékére is növekedett. Ezek hibás eredmények!

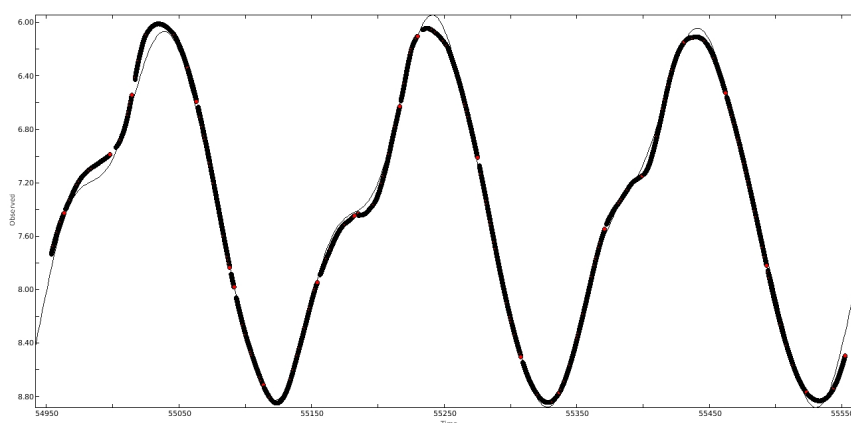
No.	Frekvencia [ $\frac{ciklus}{nap}$ ]	Amplitúdó	Fázis
1	0.00492663414997903	1.24801079947604	0.643741044733264
2	0.00993766613464248	0.314019006320342	0.583121308996246
3	0.0147088966122884	0.122357381152914	0.324474872289073
4	0.011029313657872	0.0788062677103312	0.595955434516529
5	0.00721445891491193	0.0643113056035984	0.0244347259099595

5. táblázat. Az első öt fehérítés után, a hiba megjelenése nélkül használt, Improve all funkcióval kapott eredmények.

No.	Frekvencia [ $\frac{ciklus}{nap}$ ]	Amplitúdó	Fázis
1	0.00461423689863309	7.17309623915243	0.913698891318141
2	0.0102733831696299	8.38381069338437	0.984944140536957
3	0.0146773745631438	0.115528504036274	0.0748483258969732
4	0.0102893543540954	8.14425434935713	0.599718235764691
5	0.00713338314198574	0.0852919159553566	0.567685541180954
6	0.00454899207027007	5.99815041519306	0.0209502563879482

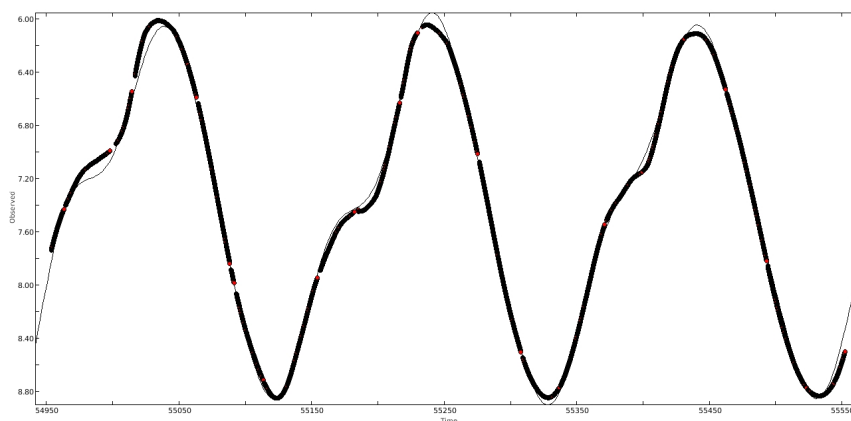
6. táblázat. Az első hat fehérítés után, az Improve all funkció használatával kapott eredmények.

Az 22. ábrán az ötödik fehérítés után, Improve all nélkül kapott eredményeket fitteltem a fénygörbére. A 23. ábra ugyan ezt mutatja csak itt használtam az eredmények javítását. A két illesztett görbe között nagyon kevés eltérés látható, ez várható is ha megnézzük a táblázatokban az eredményeket.



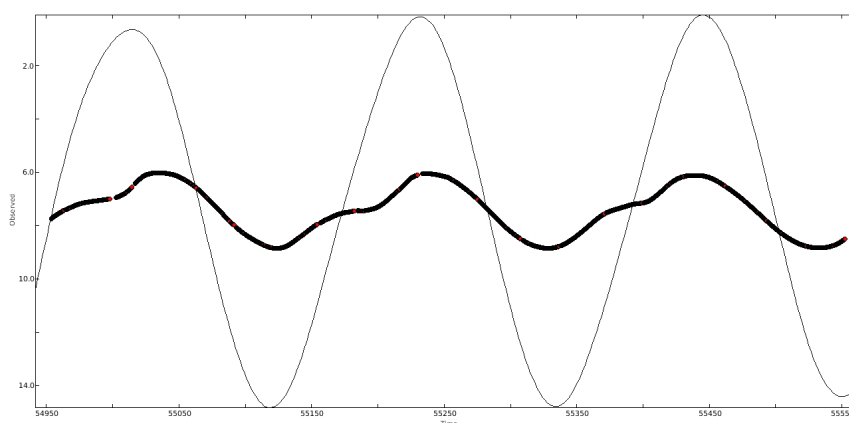
22. ábra. Az negyedik táblázatban látható, első öt sor adataival való illesztés.

A 24. ábrán látható illesztésnél felhasznált adatok esetében elmentem a fehérítés során a hiba megjelenéséig, mely hibás amplitúdó értékeket eredményezett. Ezen felül a legnagyobb, valódi amplitúdójú komponens frekvenciája sem jó, ez látható az ábrából.

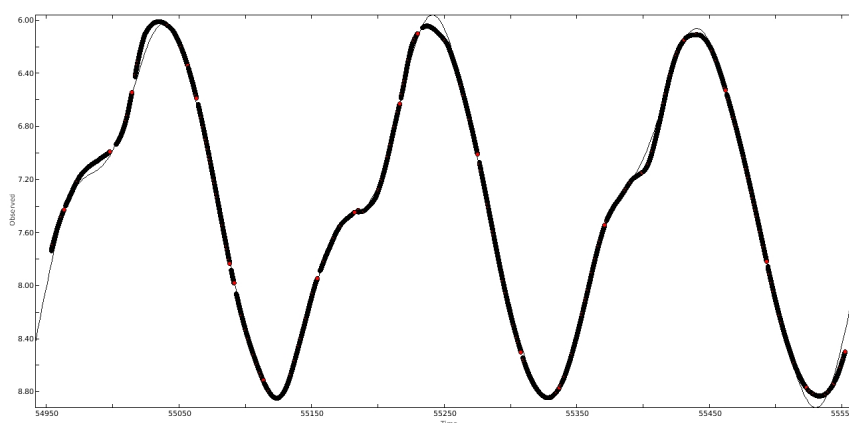


23. ábra. A ötödik táblázatban látható, első öt sor adataival való illesztés.

A 25. és 26. ábrán mind a hat komponenssel illesztettem görbét. A 25. ábrán látható illesztett görbéhez használt adatokra nem, míg a 26. ábrán látható görbéhez használt adatokra használtam az Improve all funkciót. Ha ténylegesen a táblázatokban látható eredményekkel történne az illesztés, akkor a két ábra jelentősen eltérne, a 26. ábrán a fénygörbe ellaposodna, mint az öt frekvenciával való illesztésnél is látható. Valójában a két ábra majdnem tökéletesen megegyezik, vagyis a program ismét felismerte a hibát, ezért nem a hibás adatokkal illesztett. Valószínűleg közvetlen a hiba megjelenése előtti adatokat alkalmazta.



24. ábra. A hatodik táblázatban látható, első öt sor adataival való illesztés.

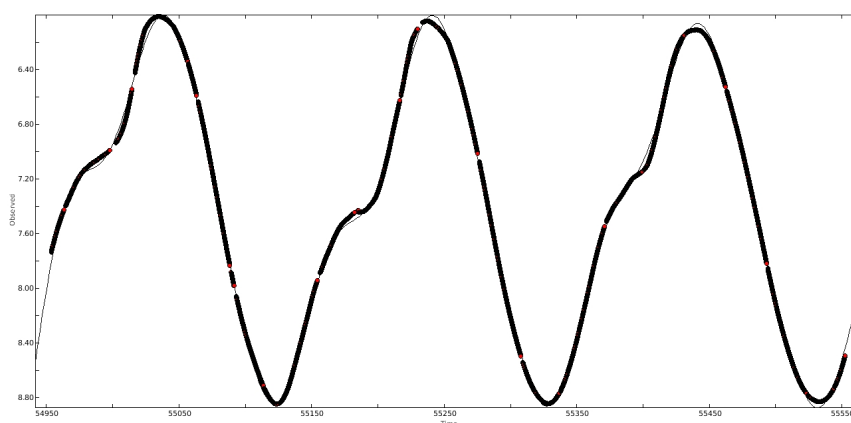


25. ábra. A negyedik táblázatban látható adatokkal való illesztés.

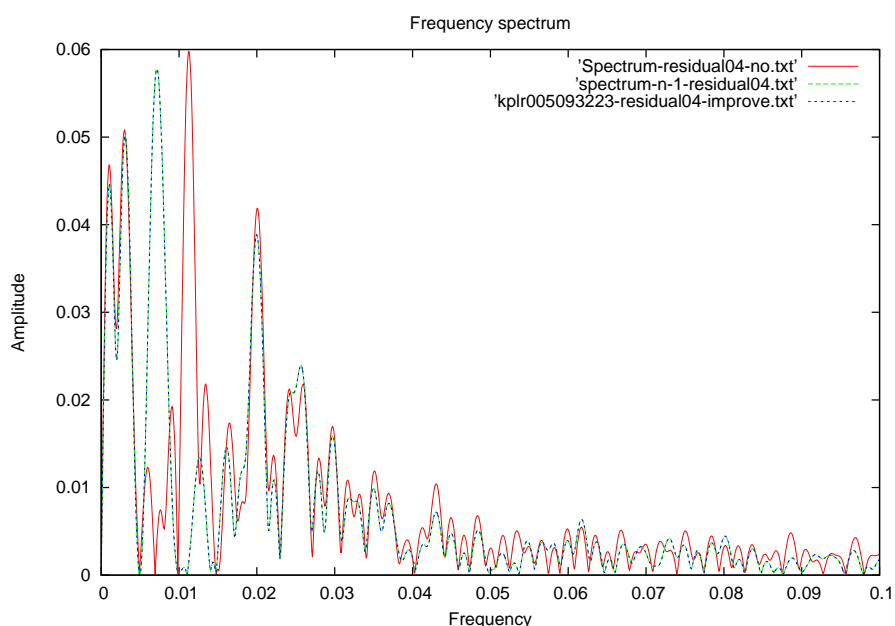
A 27. ábrán az ötödik fehérítés után megjelenített időbeli spektrumokat ábrázoltam. Piros vonallal az Improve all használata nélküli, zöld szaggatott vonallal az Improve all használatával, a hiba megjelenése nélküli, valamint kék szaggatott vonallal az Improve all használatával, a hiba megjelenésével kapott spektrum látható.

Az ábrán két hasonló amplitúdójú csúcsnak más a frekvenciája a különböző módszerekkel elkészített spektrumoknál. Ennek az oka, a már leírt jelenség, hogy az Improve all használata miatt más komponensnek lett nagyobb az amplitúdója.

A 28. ábrán a hatodik fehérítés után felvett időbeli spektrumok láthatók. Piros vonallal



26. ábra. A hatodik táblázatban látható adatokkal való illesztés.

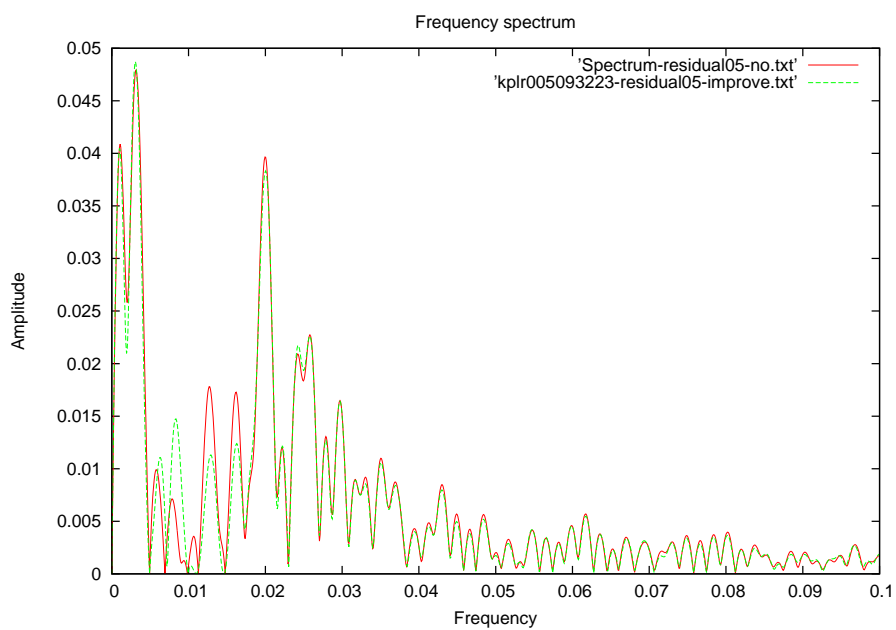


27. ábra. Az ötödik fehérítés után kapott spektrumok. Piros - Improve all nélkül, zöld szaggatott - hiba nélküli Improve all-al, kék szaggatott - hiba megjelenéséig használt Improve all-al

az Improve all használata nélküli, zöld szaggatott vonallal az Improve all használatával, a hiba megjelenésével kapott spektrum látható.

Az előző ábrán látott két csúcs, melyek eltértek egymástól már nem láthatók, mivel mindkét módszerrel kapott spektrumban azok jelentek meg a legnagyobb amplitúddal, így azokkal történt a fehérítés. Illetve itt sem látható a hibás eredmények megjelenése, mivel a spektrum-

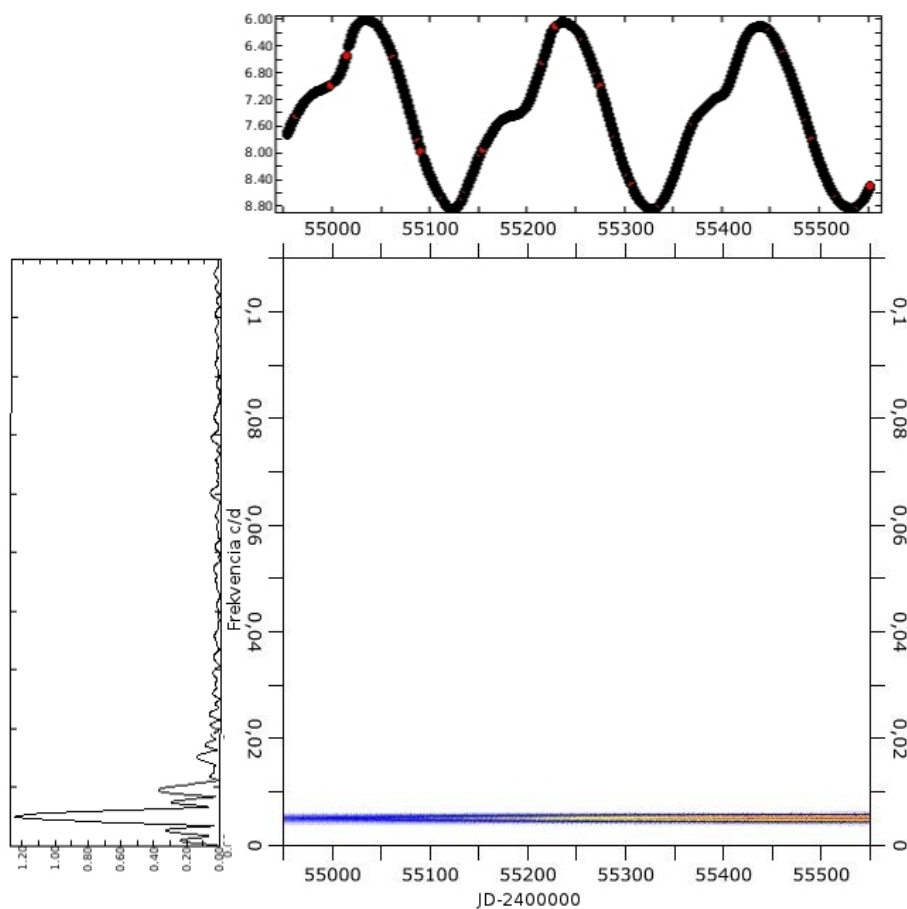
ot nem befolyásolja a frekvencia komponensek utólagos megváltoztatása.



28. ábra. A hatodik fehérítés után kapott spektrumok. Piros - Improve all nélkül, zöld szaggatott - hiba megjelenéséig használt Improve all-al.

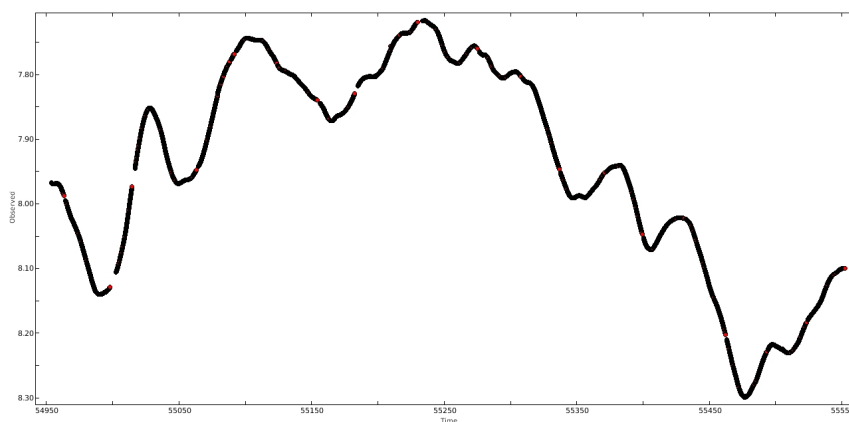


A 29. ábrán a wavelet térkép és a hozzá illesztett fénygörbe és spektrum látható. A wavelet térkép  $0,1 c/d$ -ig terjed ki, viszont csak egy folytonos vonal látható rajta. A spektrumban jól kiemelkedő kb. 200 napos komponens magas amplitúdója elnyomja a többi, jelentősen kisebb amplitúdóval rendelkező komponenst, így ezek nem jelennek meg a wavelet térképen. A fénygörbét látva, a többi értéknek nincs is fizikai értelme. A wavelet térképen megjelenő vonalnak nem folytonos az intenzitása, hanem folytonosan növekszik. A felvett három periódus, kis mértékben eltér egymástól. Az első csúcs felszálló ágán megjelenő púp eltér a másik két csúcson találhatóától. Ez alakíthatja a wavelet térképet a jelenlegi alakjára.



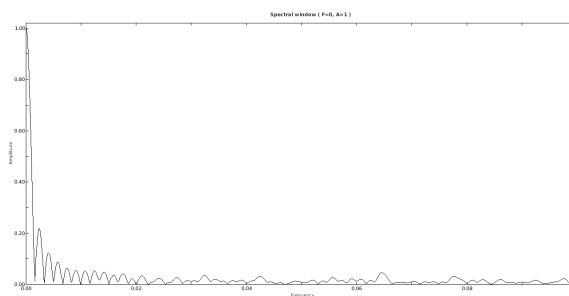
29. ábra. Wavelet térkép a fénygörbével és a spektrummal.

### 5.3. kplr005296307



30. ábra. Az eredeti fénygörbe.

A 30. ábrán a kplr005296307 katalógus jelű csillag fénygörbéje látható. A fénygörbe teljes hossza 600 nap, ami majdnem egy periódust ábrázol, azaz láthatóan a legnagyobb amplitúdójú komponens periódusa kb. 600 nap. A görbe teljes amplitúdója kb. 0,6 magnitúdó. Ezen felül látható, hogy a fő periódusra több nagyobb amplitúdójú frekvencia komponens is ráakódik.

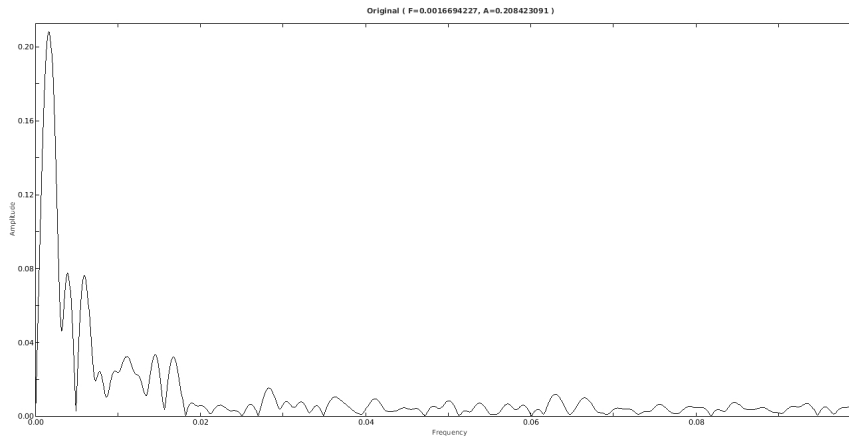


31. ábra. Spektrál ablak.

A 31. ábra a csillag spektrál ablakát ábrázolja  $0,1 c/d$ -ig. Itt is jól kivehetők az  $\frac{1}{600}$  naponként megjelenő, egyre csökkenő amplitúdójú aliasok.

A 7., 8. és 9. táblázat tartalmazza a különböző módon meghatározott frekvencia, amplitúdó és fázis értékeket.

A 7. táblázat eredményeinél nem, a 8. és 9.-nél viszont használtam az Improve all funkciót.



32. ábra. Az eredeti spektrum.

A 9. táblázat a hiba megjelenésével kapott, a 8. a hiba nélküli, három fehérítés utáni eredményeket tartalmazza.

No.	Frekvencia [ $\frac{ciklus}{nap}$ ]	Amplitúdó	Fázis
1	0.00166942269739945	0.207094961285929	0.605697800900818
2	0.00634380625011793	0.052278204678265	0.222777309971734
3	0.00308843199018899	0.0442498256335241	0.848768797251154
4	0.0144405063325053	0.0359888008298383	0.130130510454041

7. táblázat. Az első négy fehérítés után, csak az amplitúdó és fázis illesztéssel kapott eredmények.

A 7. és 8. táblázat eredményeinél csak a fázisban mutatkozik eltérés, a frekvenciák és amplitúdók között jelentős eltérés nem tapasztalható. Viszont két sor ismét fel van cserélődve egymással. Igaz, a nyolcadik táblázat csak három sort tartalmaz, de itt a harmadik és az előtte levő táblázat beli negyedik sor majdnem teljesen megegyezik. Az amplitúdó különbség a harmadik és negyedik sor között elég nagynek tűnik, de a legkisebb négyzetek módszerével való illesztés után a különbség minimalizálódhat, ami miatt a program másik komponenszt talál nagyobb amplitúdójúnak, mint mikor nem használom az Improve all lehetőséget.

A 9. táblázatban található értékek a hiba megjelenésével jöttek létre. Az első és negyedik komponens amplitúdója nagymértékben megnövekedett, a fénygörbe teljes amplitúdójának többszörösére, ami nyilván hibás eredmény. Ezen felül a legnagyobb amplitúdójú komponens

No.	Frekvencia [ $\frac{ciklus}{nap}$ ]	Amplitúdó	Fázis
1	0.00142809779650097	0.22067907278918	0.926417363008893
2	0.00640810162248859	0.0520858489548777	0.688136658454777
3	0.0143866556613329	0.034510044041034	0.0924386836158947

8. táblázat. Az első három fehérítés után, a hiba megjelenése nélkül használt, Improve all funkcióval kapott eredmények.

frekvenciája is majdnem a duplájára változott az hiba nélküli értékekhez képest. A kapott periódus 400 nap körüli, ami jól látszik a fénygörbe alapján, hogy nem lehetséges, hogy a meghatározó periódus ennyire kicsi legyen.

No.	Frekvencia [ $\frac{ciklus}{nap}$ ]	Amplitúdó	Fázis
1	0.00234024150096262	4.74457157575103	0.592751481386451
2	0.0062008771036151	0.0522584336162823	0.108033176314988
3	0.0144748935780369	0.0374089195197049	0.233227480712589
4	0.00236709455492482	4.61141280108971	0.61154614588078

9. táblázat. Az első négy fehérítés után, az Improve all funkció használatával kapott eredmények.

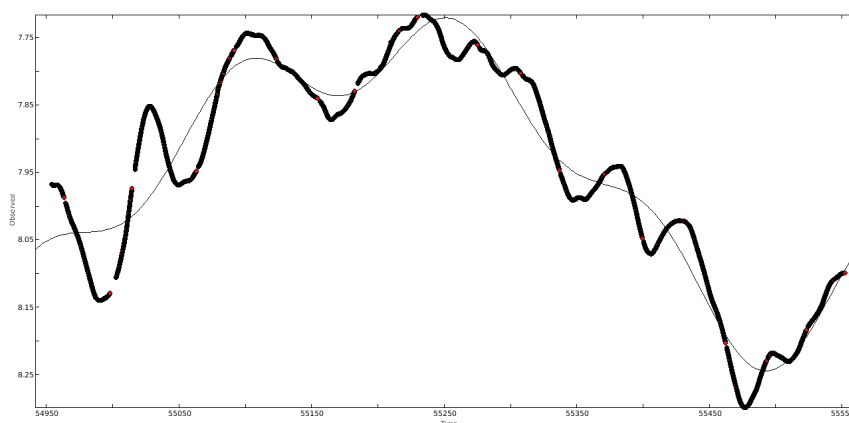
A 33. ábrán a harmadik fehérítés után, Improve all nélkül kapott, a 34. és 35. ábrán Improve all használatával kapott eredményekkel való fittelt görbék vannak ábrázolva. A 35. ábrán lévő fittelt görbéhez a hiba megjelenése utáni eredményeket alkalmaztam.

A 33. és 34. ábrán látható, hiba nélkül kapott illesztett görbék között a különbség nem nagy. Ha az első két ábrát tekintjük, látható, hogy az alsón levő illesztett görbe jobban illeszkedik a fénygörbe lokális minimum és maximumjaihoz, mint a felső. Ebből következtethető, hogy a legkisebb négyzetek módszere ténylegesen javított a fittelésen.

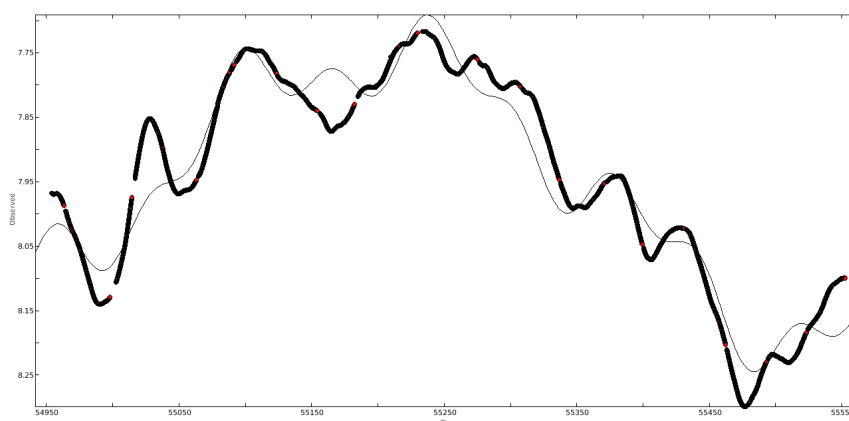
A 35. ábrán a kiugróan magas amplitúdójú fittelt görbe mellett az eredeti fénygörbe majdnem konstansnak látszik. Ez jól mutatja, hogy a kilencedik táblázat eredményei valóban hibásak.

A 36. ábrán a 7., míg a 37. ábrán a 9. táblázatban lévő eredményekkel készítettem el a fénygörbére illesztett görbét.

Jelentős különbség nem mutatkozik a kettő között, pedig a 9. táblázat eredményei alapján nem ezt kellene látnunk. Ez mutatja, hogy a program valószínűleg ismét felismerte a prob-



33. ábra. A hetedik táblázatban látható, első három sor adataival való illesztés.

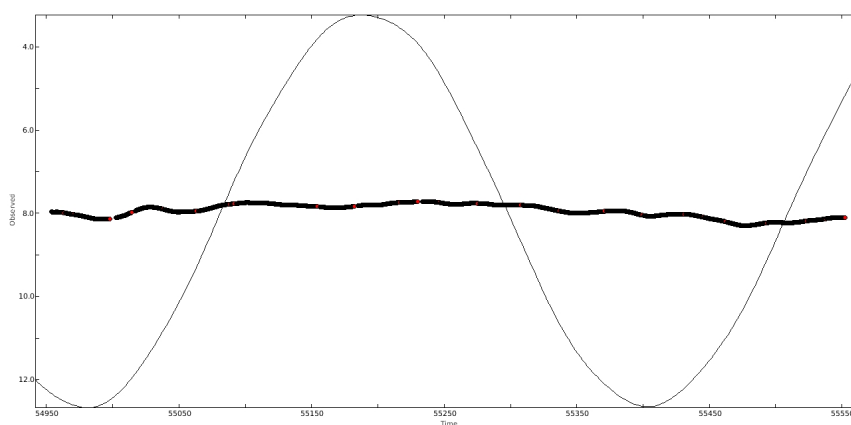


34. ábra. A nyolcadik táblázatban látható, első három sor adataival való illesztés.

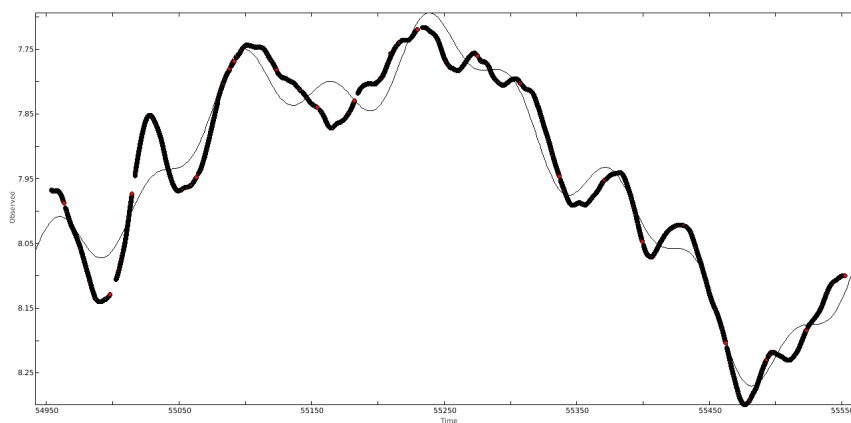
lémát és közvetlen az Improve all gomb megnyomása előtti eredményeket használtam fel. A felhasználó nem feltétlenül veheti észre a hibás eredményeket, mivel az illesztés jónak látszódik.

A 38. és 39. ábrán az Improve all nélküli és annak használata utáni spektrumok láthatóak. A 38. ábrán a harmadik, a 39. ábrán a negyedik fehérítés után ábrázolva őket.

Láthatóan a legkisebb négyzetek módszerének használata az amplitúdókat csökkentette. A csúcsok közel azonos frekvenciájú helyeken találhatóak. A 39. ábrán kb. 0,016  $c/d$ -nál mutatkozó egyedüli piros, azaz Improve all nélküli csúcs oka, hogy a 38. ábrán látható pirossal illetve zöld szaggatott vonallal ábrázolt spektrumok esetében eltérő frekvenciánál vannak a

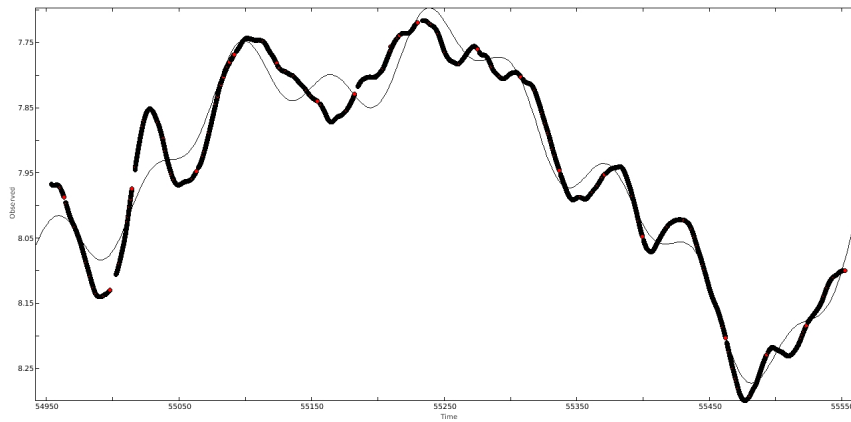


35. ábra. A kilencedik táblázatban látható, első három sor adataival való illesztés.

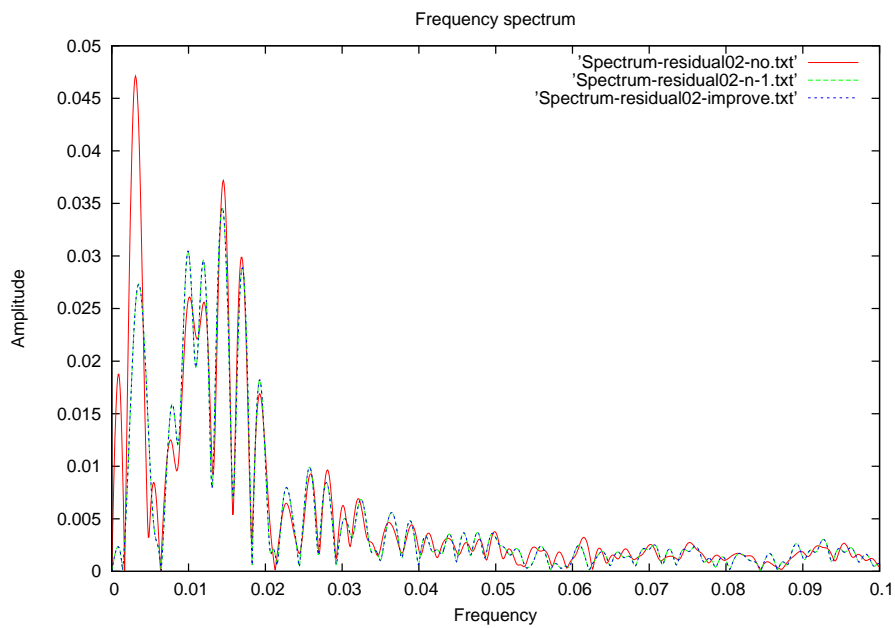


36. ábra. A hetedik táblázatban látható adatokkal való illesztés.

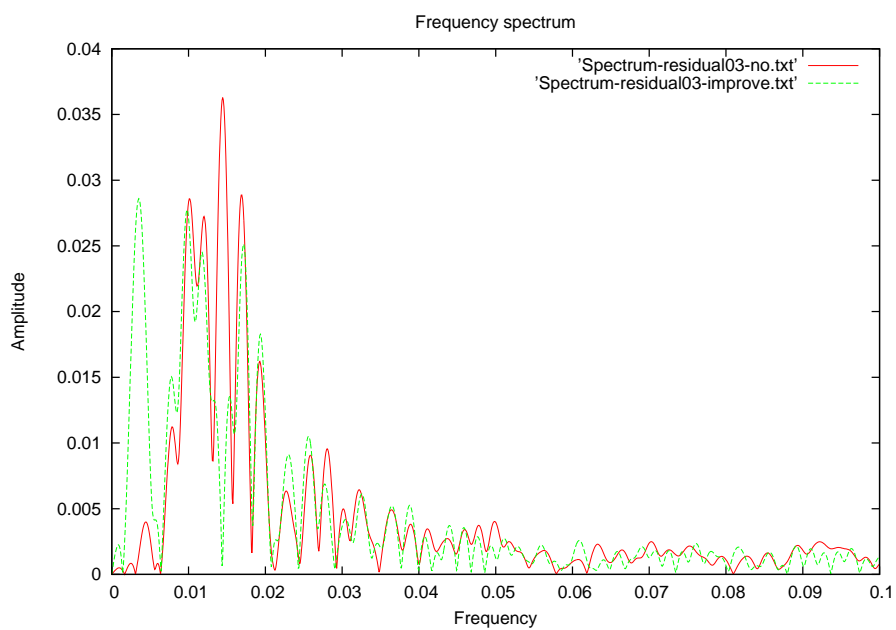
maximumok, így a két esetnél más csúccsal történt a fehérítés.



37. ábra. A kilencedik táblázatban látható adatokkal való illesztés.



38. ábra. A harmadik fehérítés után kapott spektrumok. Piros - Improve all nélkül, zöld szaggatott - hiba nélküli Improve all-al, kék szaggatott - hiba megjelenéséig használt Improve all-al.



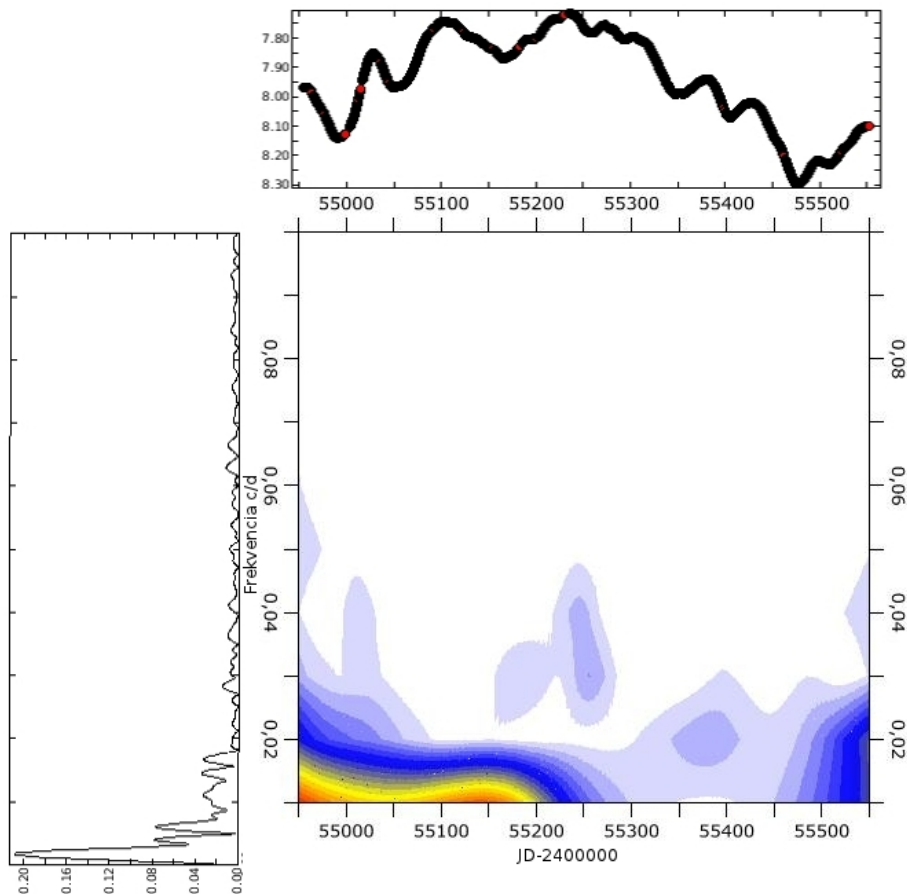
39. ábra. A negyedik fehérítés után kapott spektrumok. Piros - Improve all nélkül, zöld szaggatott - hiba megjelenéséig használt Improve all-al.



A 40. ábrán a wavelet térkép látható a csillag fénygörbéjével és spektrumával.

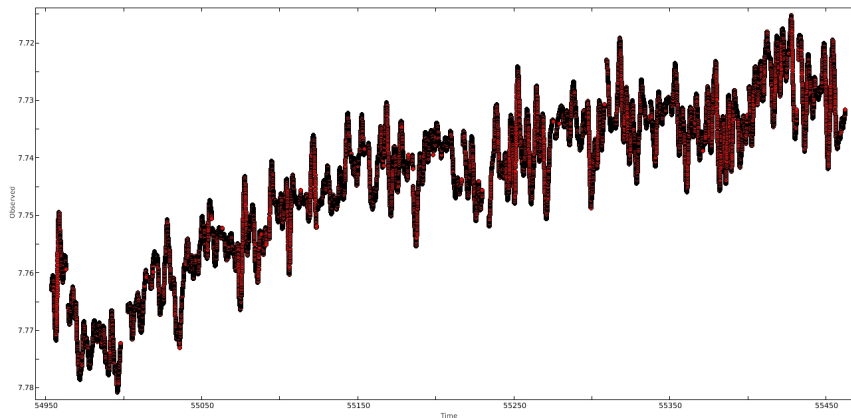
A wavelet térkép csak  $0,01 c/d$ -tól van elkészítve, míg a spektrum  $0 c/d$ -tól indul. Erre az ábrázolás módra azért van szükség, mert ha a teljes frekvencia tartományt vizsgálnánk, akkor a wavelet térképen kb. 600 napnak megfelelő frekvenciánál csak egy vonalat látnánk. Ezen ábrázolásnál viszont látjuk, hogy a nagyobb frekvenciájú komponensek időben hogyan változnak.

A térkép alján közel  $0,01 c/d$ -nál jelenik meg egy erős komponens, ami majdnem a fénygörbe feléig meg is marad, utána két halvány tag látható, majd ismét ezen komponens jóval gyengébben. A fénygörbét megnézve látszik is, hogy a fénygörbe első felére, illetve a legvégére nagyjából hasonló periódusú komponens ül rá. A közepe után kisebb periódusú és amplitúdójú komponens lehet megfigyelni.



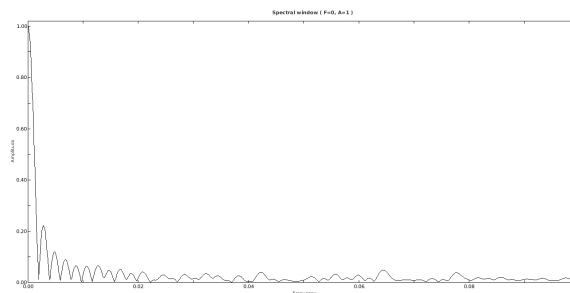
40. ábra. Wavelet térkép a fénygörbével és a spektrummal.

## 5.4. kplr010232367



41. ábra. Az eredeti fénygörbe.

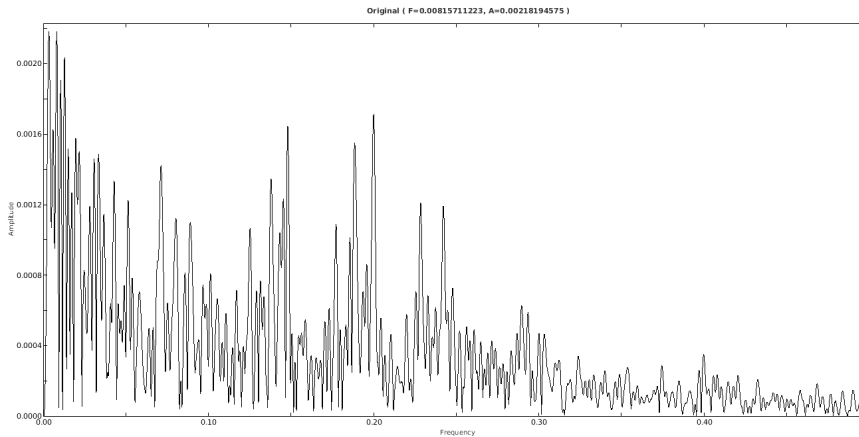
A 41. ábrán a kplr010232367 katalógus jelű csillag 600 napos fénygörbéje látható. A görbe egy nagyon hosszú trendet mutat, melyre sok kisebb amplitúdójú frekvencia komponens rakódik rá. Látható a fénygörbe elején egy kiugró szakasz, mely jelentősen befolyásolja a trend periódusát és amplitúdóját. A látható amplitúdó 0,065 magnitúdó, de a trend teljes amplitúdója ennél nagyobb is lehet.



42. ábra. Spektrál ablak.

A 42. ábra a csillag spektrál ablakát mutatja 0,1  $c/d$ -ig, ahol jól láthatóak az  $\frac{1}{600}$  naponként megjelenő, egyre kisebb amplitúdójú aliasok.

A csillagon nem tudtam hiba nélkül alkalmazni a legkisebb négyzetek módszerét, mivel a trend olyan kicsi frekvenciájú és olyan nagy amplitúdójú, hogy elsőnek ezzel kell lefehéríteni



43. ábra. Az eredeti spektrum.

a fénygörbét, de a kicsiny frekvencia miatt az első lépésnél hibát jelez a program.

A 10. táblázatban az Improve all nélküli, 11. táblázatban annak használatával kapott egyetlen frekvencia, amplitúdó és fázis komponens található.

A különbség jelentős a kettő között, a frekvenciában és amplitúdóban is két nagyságrend az eltérés.

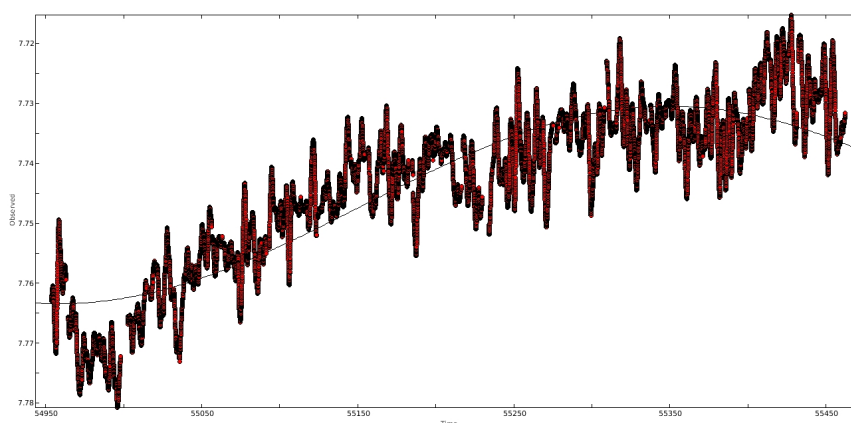
No.	Frekvencia [ $\frac{ciklus}{nap}$ ]	Amplitúdó	Fázis
1	0.00127761998715579	0.0164868982239454	0.0342074057914581

10. táblázat. Az első fehérítés után, csak az amplitúdó és fázis illesztéssel kapott eredmények.

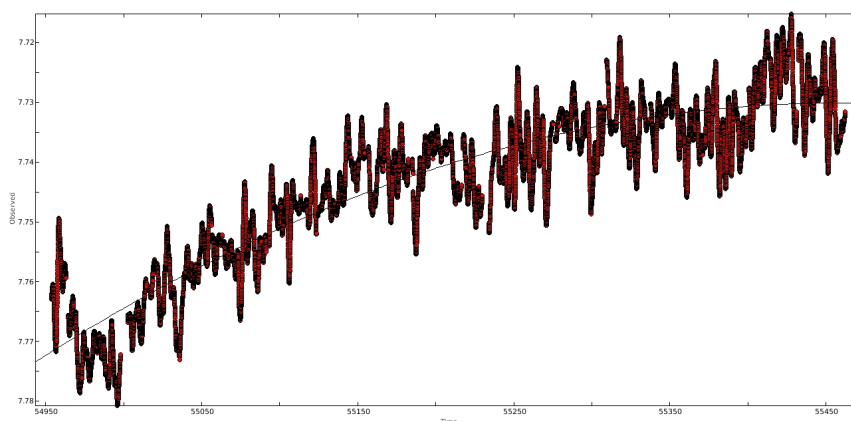
No.	Frekvencia [ $\frac{ciklus}{nap}$ ]	Amplitúdó	Fázis
1	8.76840019330664e-05	1.08829821533126	0.88728914583082

11. táblázat. Az első fehérítés után, az Improve all funkció használatával kapott eredmények.

A 44. és 45. ábrán ezen egyetlen komponenssel illesztettem függvényt a fénygörbére. Az eltérés jelentősnek mondható, de a legkisebb négyzetek módszerével módosított, elvileg hibás eredmény, jelen esetben sokkal jobban illeszkedik az eredeti fénygörbéhez, mint mikor nem használtam ezen módszert. A eredeti fénygörbe elején látható eltérés ténylegesen módosítja az illesztett görbét.



44. ábra. A 10. táblázatban található adatokkal való illesztés.

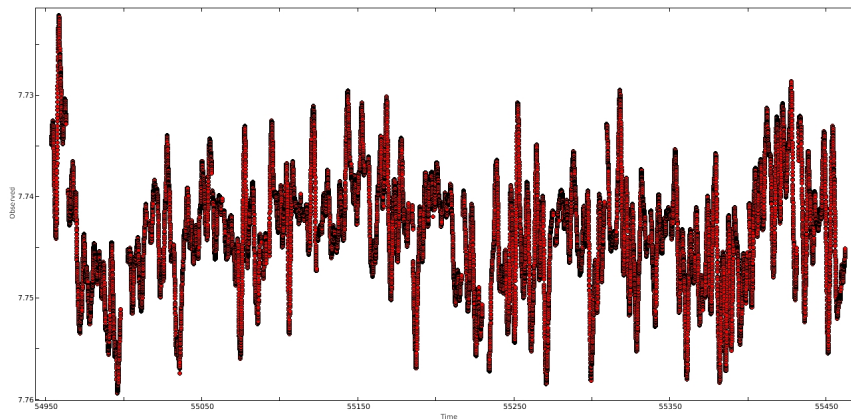


45. ábra. A 11. táblázatban található adatokkal való illesztés.

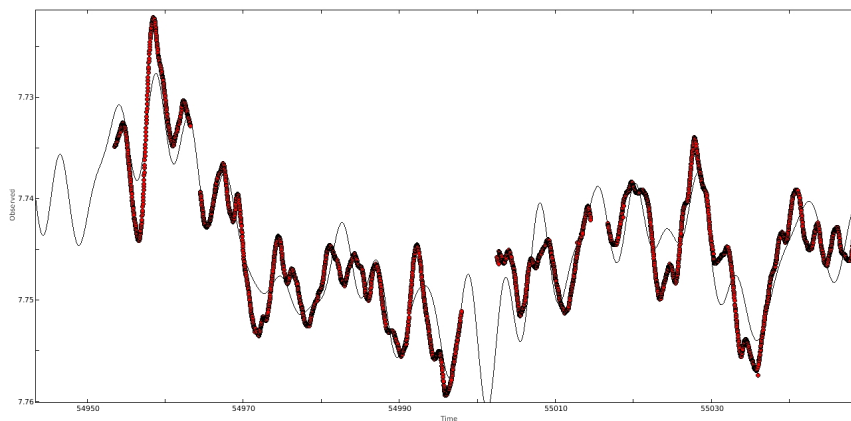
A továbbiakban, hogy lehessen vizsgálni a frekvencia komponenseket, ne csak a trendet, ezért ezt a hosszú periódusú változást levontam az eredeti fénygörbéből, majd a kapott, immáron módosított fénygörbét vettem további Fourier analízis alá. Ezen módosított fénygörbe a 46. ábrán látható.

A vizsgálat meglepően jó eredményt mutatott a legkisebb négyzetek módszernek használatában. Minden fehérítés során alkalmaztam az Improve all funkciót. Harminc fehérítés elvégzése után sem kaptam hibaüzenetet. Ennek oka lehetett, hogy az időbeli spektrum nagyon sok kis periódusú komponenst tartalmaz, így minden fehérítés után újabb és újabb kisebb amplitúdójú, de elegendően nagy frekvenciájú komponensek jönnek fel. Harminc fehérítés után is sok komponens maradt a spektrumban, de a kis amplitúdójuk miatt felmerül a kérdés, hogy ezek már hamis csúcsok-e, vagyis hogy van-e értelme további fehérítést végezni.

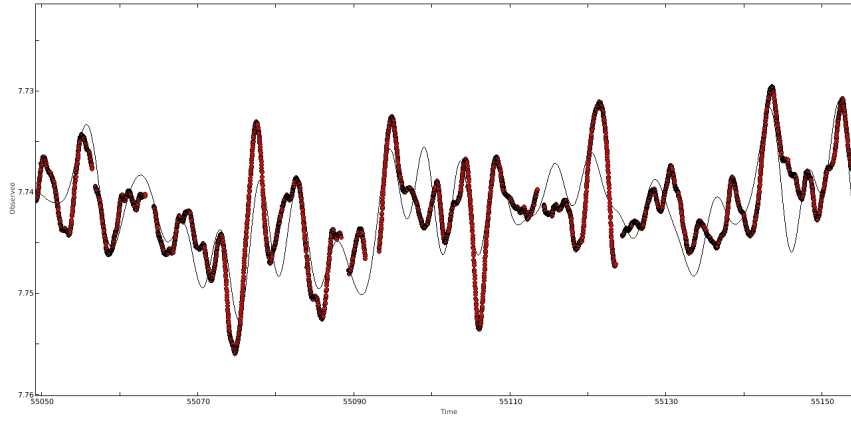
Harminc komponenssel való görbe illesztés eredménye a 47. ábrától a 51. ábráig látható. A fénygörbét ezen esetben öt egyenlő részre osztottam fel, mert a legtöbb komponens hullámhossza olyan rövid az adatsor teljes hosszához képest, hogy egybemosódik a fénygörbével. Látható, hogy az illesztés nagyon jól közelíti a fénygörbét, különösen azon pontokon, ahol nincs szakadás vagy nagyon rövid periódusú komponens. Ha ezen helyeken is jó illeszkedést szeretnénk elérni, akkor további fehérités szükséges.



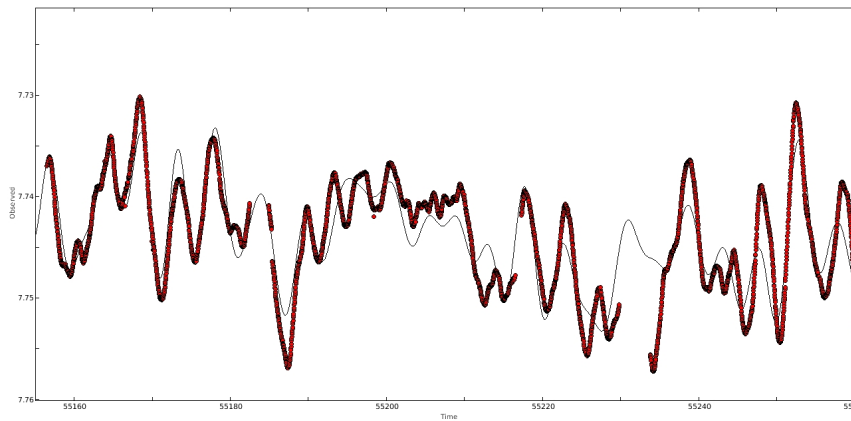
46. ábra. A módosított fénygörbe.



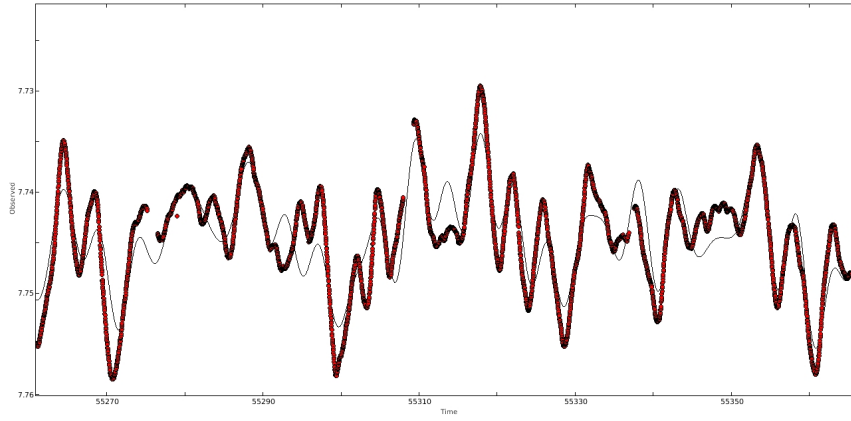
47. ábra. 30 frekvenciával való illesztés a módosított fénygörbére. 1. részlet.



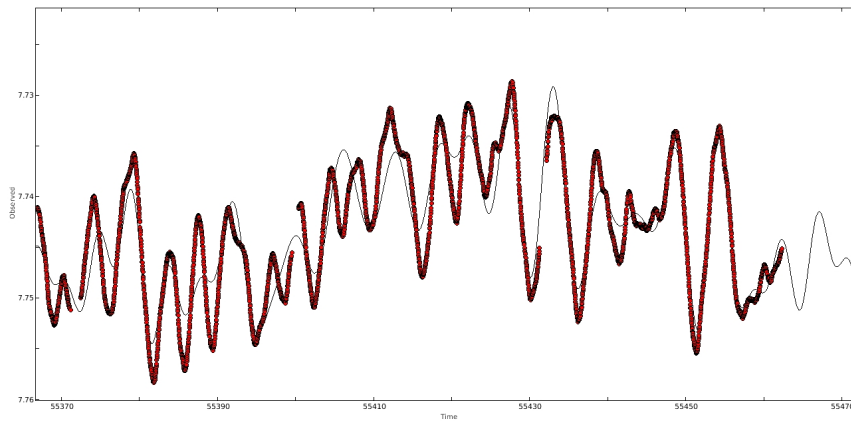
48. ábra. 30 frekvenciával való illesztés a módosított fénygörbére. 2. részlet.



49. ábra. 30 frekvenciával való illesztés a módosított fénygörbére. 3. részlet.



50. ábra. 30 frekvenciával való illesztés a módosított fénygörbére. 4. részlet.



51. ábra. 30 frekvenciával való illesztés a módosított fénygörbére. 5. részlet.

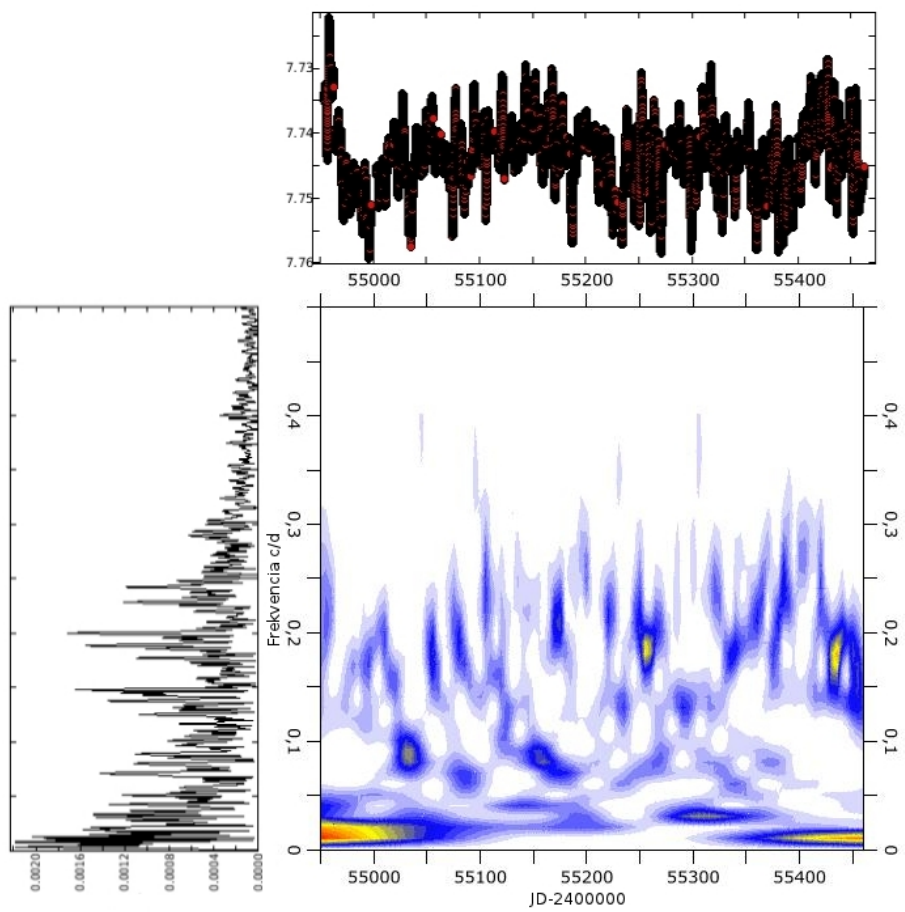
A 52. ábrán a wavelet térkép látható a módosított fénygörbével és a spektrummal. Itt is jól mutatkozik a rengeteg frekvencia komponens, de itt látható, hogy időben mikor is jelennek meg ténylegesen a különböző tagok a csillag fénygörbéjében.

0,1 és 0,2  $c/d$  környékén mintha periódikus változás mutatkozna. Ez utalhat a csillagban a különböző pulzációs módusok közötti energiacsereére. Egyszer egyik, máskor a másik pulzációs módus erősödik fel.

A wavelet térkép aljának elején és végén látható sárga és vörös színű területek mutatják, hogy a hosszú periódusú komponensek nem folyamatosan vannak jelen a fénygörbében, csak időszakosan jelentkeznek.

A wavelet analízisnek van egy határozatlansági relációja. A  $\Delta f \cdot \Delta t$  szorzat egy konstanssal egyezik meg, ez hasonló a kvantummechanikában megfigyelhető jelenséghez. Ezáltal vagy időben vagy frekvenciában tudunk jó felbontást elérni. Az általam alkalmazott program esetében azt tapasztaltam, hogy kisebb frekvenciák esetén a frekvenciabeli felbontás a jobb, viszont az egyre nagyobb frekvenciák irányába haladva a felbontás inkább időben lesz jobb. Ez látható az wavelet térképen, mivel a kisebb frekvenciák felé a frekvencia tartományba, míg a nagyobb frekvenciák irányában időbeli tartományban keskenyebbek a sávok, azaz jobban meghatározhatóak az adott tartomány határai.





52. ábra. A módosított fénygörbe wavelet térképe a fénygörbével és a spektrummal.

# Összefoglaló

Szakedolgozatomban négy csillag fénygörbéjén végeztem Fourier, valamint wavelet analízist. A rendelkezésre álló adatok az eddigi legpontosabb mérések ezen csillagok esetében, melyek a Kepler űrtávcsővel készültek. Vizsgálataim kimutatták a Period04 programban alkalmazható legkisebb négyzetek módszerének hibáját, illetve ennek jóságát. Minden csillag esetében az tapasztalható, hogy ha nagyon alacsony frekvenciájú komponensek találhatóak a csillag időbeli spektrumában, akkor nem érdemes használni a legkisebb négyzetek módszerével való javítást, mely a Period04-ben Improve all néven szerepel. Ha valaki ezen funkciót alkalmazza, azon esetben nagyon elővigyázatosnak kell lennie a kapott frekvencia, amplitúdó és fázis eredmények tekintetében. A hibaüzenet megjelenésekor látható eredményeket fenn tartással kell kezelni és inkább újra kell kezdeni az adott csillagon a vizsgálatot, lehetőleg eggyel kevesebb fehérítési lépést végezve, mint a hibás eredmények esetében.

A vizsgált csillagok K és M színképtípusúak. A Mira típusú ER Lyr esetében egyértelműen állítható, hogy a pulzáció radiális módusban történik. Ez esetben nem szolgáltatott semmilyen új információt a Kepler nagyon pontos mérése. A többi csillag esetében nagyon sok rövid periódusú hullámot találtam. A K színképtípusúak esetében Nap típusú osszcillációk észlelhetők és vizsgálhatóak. Az M színképosztályú csillagoknál további vizsgálatok lennének szükségesek annak kimutatására, hogy a rezgések egyáltalán pulzációból származnak-e, és ha igen, akkor milyen a pulzáció módusa.

Az alkalmazott wavelet analízis szépen kimutatta a különböző frekvencia komponensek időbeli eloszlását. Ezen felül tapasztalható volt az analízisre jellemző frekvencia- és időbeli határozatlanság is.

Eredményeim szerint a csillagászati fotometriához alkalmazott Period04 program még nem teljes, további fejlesztések szükségesek a jövőben. A fellépő különböző hibák, valamint a nem tökéletes, folytonos fénygörbék jelentősen megnehezítik a csillagok különböző pulzációjainak vizsgálatát, megértését.

A jövőben szeretném folytatni a különböző változócsillagok vizsgálatát. Nem csak a hosszú pulzációs idejű vörös óriás és mira-szerű változókkal szeretnék foglalkozni, inkább a rövidebb és szabályosabb periódusú pulzációkat mutató csillagokkal tervezem a munkám folytatását.

## Köszönetnyilvánítás

Szeretnék köszönetet mondani témavezetőmnek Dr. Szatmáry Károlynak, a rendszeres konzultási lehetőségért és a felém nyújtott türelme miatt.

Továbbá köszönettel tartozom Dr. Kiss Lászlónak, aki által hozzáférhettem a Kepler űrtávcső mérési eredményeihez.

## Irodalomjegyzék

- Benkő József, Szabó Róbert, 2010  
Idősorok az úrból  
Meteor csillagászati évkönyv 2011. 207-232.
- Cooper W. A., Walker E. N., 1994  
Csillagok távcsővégen  
Gondolat, Budapest
- Jrgen Christensen-Dalsgaard, 2003  
Lecture Notes on Stellar Oscillations  
<http://users-physics.au.dk/jcd/oscilnotes/>
- Kiss László, Mizser Attila, Csizmadia Szilárd, 2009  
Változócsillagok  
Amatőrcsillagászok kézikönyve. 471-512. MCSE, Bp.
- Lenz P. and Breger M., 2005  
Period04 User Guide  
Communications in Asteroseismology, 146, 53-136.
- Szatmáry Károly, 1994  
Változócsillagok periódus-analízise az idő és a frekvencia tartományban  
kandidátusi értekezés, JATE, Szeged
- Szatmáry K., Kiss L.L., Bebesi Zs.: 2003  
The He-shell flash in action: T Ursae Minoris revisited  
Astronomy and Astrophysics, 398, 277-282.
- A Period04 program: <http://www.univie.ac.at/tops/Period04/>
- Változócsillagok: <http://astro.u-szeged.hu/ismeret/valtozok/pulzalog.html>

- A Kepler űrtávcső hivatalos oldala: <http://kepler.nasa.gov>

# NYILATKOZAT

Alulírott **Bódi Attila** BSc szakos hallgató (ETR azonosító: BOARAAT.SZE) „**Változócsillagok fénygörbe elemzése**” című szakdolgozat szerzője fegyelmi felelősségem tudatában kijelentem, hogy dolgozatom önálló munkám eredménye, saját szellemi termékem, abban a hivatkozások és idézések általános szabályait következetesen alkalmaztam, mások által írt részeket a megfelelő idézés nélkül nem használtam fel.

Szeged, 2012. május

.....  
*a hallgató aláírása*