

SZEGEDI TUDOMÁNYEGYETEM
TERMÉSZETTUDOMÁNYI KAR
KÍSÉRLETI FIZIKA TANSZÉK

Pulzáló vörös óriáscsillagok fényváltozásának
idő-frekvencia analízise

Diplomamunka

Készítette: Bebesi Zsófia, csillagász szakos hallgató
Témavezető: Dr. Szatmáry Károly, egyetemi docens

Szeged
2003

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés	3
2. Az idő-frekvencia eloszlások matematikai alapjai	4
2.1. STFT	4
2.2. Wavelet-transzformáció	4
2.3. Marginálisok	6
2.4. Általánosított idő-frekvencia eloszlás	6
2.5. Wigner és pszeudo-Wigner eloszlás	7
2.6. Choi-Williams eloszlás	7
2.7. Zhao-Atlas-Marks eloszlás	8
3. TiFrAn	9
4. A TiFrAn tesztelése szimulált adatsorokon	11
4.1. Egykomponensű szinuszos rezgés	11
4.2. A zaj hatása	13
4.3. Nem egyenletes mintavételezés (szakadás, űrök)	15
4.4. Ciklikus amplitúdómoduláció	19
4.5. Szinuszos fázismoduláció	21
4.6. Kétmódusú oszcilláció	23
4.7. Folyamatos periódusváltozás	27
4.8. Random periódusváltozás	29
4.9. Fázisugrás	31
4.10. Módusváltás	33
4.11. Aszimmetrikus cefeida-szerű fénygörbe	35
4.12. β Lyrae típusú fedési kettős fénygörbéje	37
5. A TiFrAn csillagászati alkalmazásai	39
5.1. Az elemzett változócsillag-típusok bemutatása	39
5.1.1. Mira típusú változócsillagok	42
5.1.2. Félszabályos változócsillagok	42

5.1.3.	RV Tauri típusú változócsillagok	43
5.2.	Alkalmazások	45
5.2.1.	AC Herculis	48
5.2.2.	AF Cygni	52
5.2.3.	BH Crucis	54
5.2.4.	LX Cygni	57
5.2.5.	R Aquilae	59
5.2.6.	R Cygni	62
5.2.7.	R Hydrae	64
5.2.8.	R Scuti	67
5.2.9.	RS Cygni	70
5.2.10.	R Ursae Minoris	72
5.2.11.	RX Ursae Majoris	75
5.2.12.	RY Draconis	77
5.2.13.	RY Ursae Majoris	80
5.2.14.	S Orionis	83
5.2.15.	SX Herculis	86
5.2.16.	T Cephei	89
5.2.17.	T Ursae Minoris	91
5.2.18.	UX Draconis	94
5.2.19.	V Bootis	96
5.2.20.	V Canes Venatici	99
5.2.21.	W Cygni	101
5.2.22.	W Draconis	103
5.2.23.	Y Persei	106
5.2.24.	Z Ursae Majoris	109
6.	Konklúziók	111
7.	Köszönetnyilvánítás	112
8.	Irodalomjegyzék	113

1. Bevezetés

A csillagászati adatfeldolgozás során a fénygörbe alapján végzett periódusmeghatározás klasszikus feladatnak számít. Gyakorlati szempontok szerint az adatok két fontos osztályát különíthetjük el; monopériodikus (a fényességváltozást egyetlen frekvencia jellemzi), és multipériodikus (több frekvenciakomponensű) rezgéseket. Stacionárius jelek periódusmeghatározása során az egyik legszélesebb körben elterjedt módszer a Fourier-transzformáció, mely általában többszörös periodicitás kimutatására is alkalmas. Problémák akkor jelentkeznek, amikor a vizsgálandó jelek spektrális komponensei időben nem állandók - ezekre az esetekre dolgozták ki a kétváltozós *idő-frekvencia eloszlások* matematikai és fizikai alapjait.

A csillagászati méréseket a környezeti viszonyok, a teleszkóp és a detektor állapota egyaránt befolyásolja, ezért többnyire sem az egyenletes mintavételezés, sem az idősor folyamatosága nem biztosítható. Pulzáló változók esetében az idő-frekvencia módszerekkel végzett frekvenciaanalízist főleg a hosszú periódusú csillagoknál (félszabályos, Mira, RV Tauri) alkalmazzuk, mivel a ciklus hossza lehetővé teszi a teljes periódus lefedését. Ezeknek az objektumoknak az éjszakáról-éjszakára történő vizuális megfigyelését világszerte számos amatőr és hivatásos csillagász végzi, és méréseiket nemzetközi adatbázisoknak (AAVSO, AFOEV, VSOLJ, VSNET) továbbítják.

Dolgozatomban egy, a Magyar Tudományos Akadémia Konkoly-Thege Miklós Csillagászati Kutatóintézetének munkatársai (Kolláth Zoltán, Csubry Zoltán) által nemrégiben létrehozott, és jelenleg is fejlesztés alatt álló programot (TiFrAn) használok, mellyel az adatsorok legfontosabb idő-frekvencia eloszlásai kiszámíthatók. Tesztelését szimulált görbéken, valamint 24 hosszú periódusú pulzáló változó idősorain végeztem el. Céлом az egyes módszerek hatékonyságának feltérképezése, és általános jellemzőik vizsgálata volt különféle időbeli lefutású és spektrális tulajdonságokkal rendelkező adatsorokra vonatkozóan. Az egyes csillagok esetében a rendelkezésre álló szakirodalmi forrásokat felhasználva az észlelt rezgési sajátosságok lehetséges fizikai okait is elemeztem.

2. Az idő-frekvencia eloszlások matematikai alapjai

Ebben a fejezetben az idő-frekvencia módszerek matematikai hátterét ismertetem. Az egyes eljárások általában a Fourier-transzformáción alapulnak, azonban - mivel az egyes spektrális komponensek időbeli alakulása is tanulmányozható velük - számos tudományterületen (például zaj, hangminták, sztochasztikus rezgések analízise) jól alkalmazhatók.

2.1. STFT

Adott $s(t)$ idősor vizsgálata során az eloszlás *Fourier-transzformáltját* az ismert

$$S(\omega) = \int s(t) e^{-i\omega t} dt \quad (1)$$

integrálformulával definiáljuk, melyet gyakran alkalmaznak stacionárius jelek spektrális összetevőinek meghatározására. Időben nem állandó frekvenciakomponens jelenlétének esetén azonban a változás időbeliségéről a Fourier-spektrum nem sokat árul el. Az idő-frekvencia-analízis klasszikus eszközeinek egyike a *spektrogram*, mely a Short Time Fourier-transzformáció (*STFT*) teljesítményspektrumát jelenti. Az STFT általános alakja a

$$G(t, \omega) = \int s(t) h^*(\tau - t) e^{-i\omega t} dt \quad (2)$$

kifejezés, ahol a $h(t)$ kernel (*ablak-, vagy magfüggvény*) végzi a jel időben lokális súlyozását. Az STFT-t először Gábor mutatta be 1946-ban a

$$h(t) = e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}} \quad (3)$$

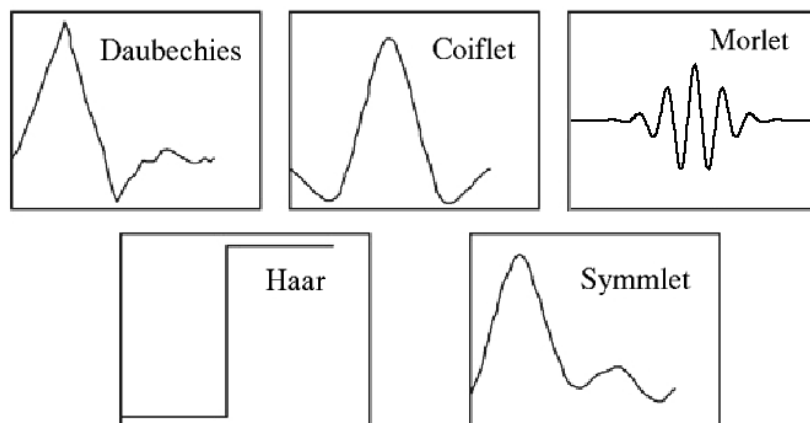
Gauss-kernel alkalmazásával, ahol σ az ablak szélességét szabályozó *skálázó tényező*. A transzformációnak ezt az formáját gyakran nevezik "*ablakozott Fourier-transzformációnak*" is.

2.2. Wavelet-transzformáció

Az idősorok Wavelet-transzformáltjának általános alakja a

$$W(f, \tau) = \sqrt{f} \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) g^* [h(t - \tau)] dt \quad (4)$$

kifejezéssel írható fel, ahol f a frekvenciát, τ pedig az időeltolást jelenti. A transzformáció kernel-függvénye a $g^*[h(t - \tau)]$ tag, ahol a csillag komplex konjugáltat jelöl. Ezt a tagot másképpen *analizáló* (vagy *mother*) waveletnek is nevezik, mely az $x = h(t - \tau)$ időben lokalizált, illetve karakterisztikus szélessége és a $P = 1/f$ próbaperiódus között arányosság áll fenn. Emiatt a wavelet-transzformációnak az idő-frekvencia sík egy adott (f, τ) pontjában vett értéke csakis akkor lesz magas, ha az $s(t)$ jel éppen egy P-hez hasonló hosszúságú ciklust tartalmaz. Az analizáló waveleteknek számtalan alakját hozhatjuk létre, ezek közül néhány nevezetes függvényt mutat be az 1. ábra.



1. ábra. *Különféle analizáló wavelet-ek.*

Változócsillagok periódusvizsgálata során a wavelet-transzformációhoz leginkább a

$$g(x) = e^{-icx - \frac{x^2}{2}} \quad (5)$$

*Morlet-kernel*t használjuk, ahol a c skálafaktor szabályozza az idő- és frekvenciafelbontást. Ezt a (3) Gauss-kernelben szereplő σ *skálázó tényezőnek* a $\sigma(\omega) = \omega/c$ cseréjével írhatjuk fel. A diszkrét wavelet-transzformációt (Morlet-kernellel) az

$$W(f, \tau) = \sqrt{f} [S^2 + C^2]^{1/2} \quad (6)$$

egyenlettel valósítjuk meg (Szatmáry et al. 1994), ahol

$$S(f, \tau) = \sum_{i=1}^n s(t_i) \sin [2\pi f(t_i - \tau)] e^{-\frac{1}{2}f^2(t_i - \tau)^2} \quad (7)$$

$$C(f, \tau) = \sum_{i=1}^n s(t_i) \cos [2\pi f(t_i - \tau)] e^{-\frac{1}{2}f^2(t_i - \tau)^2} \quad (8)$$

és n az adatpontok számát jelöli. A fenti összefüggés által meghatározott wavelet-együtthatók értéke a skála (vagy frekvencia) és a lokáció (vagy idő) függvénye.

2.3. Marginálisok

Adott $s(t)$ idősor vizsgálatakor olyan idő-frekvencia eloszlásfüggvényt keresünk, amely az úgynevezett *marginálisoknak* eleget tesz. A marginálisok matematikai feltételek, melyek megszabják, hogy a meghatározandó függvény idő- és frekvenciaegységre eső intenzitást reprezentáljon. A normálásra az

$$\int |s(t)|^2 dt = \int |S(\omega)|^2 d\omega = 1 \quad (9)$$

kikötést tesszük, ahol $S(\omega)$ az $s(t)$ jel Fourier-transzformáltja. A feltételeknek megfelelő $P(\omega, t)$ eloszlásfüggvény ekkor az ω frekvenciához tartozó intenzitásértéket határozza meg adott t időpillanatban. Ezt a függvényt a t időpontban az összes frekvenciára felösszegezve *pillanatnyi energiát*, időre összegezve pedig *energiasűrűség-spektrumot* kapunk:

$$\int P(\omega, t) d\omega = |s(t)|^2 \quad (10)$$

$$\int P(\omega, t) dt = |S(\omega)|^2 \quad (11)$$

Ezek az összefüggések a tulajdonképpeni marginálisok. A vizsgált jel *teljes energiáját* ekkor a $P(\omega, t)$ eloszlásfüggvény idő és frekvencia szerinti

$$E = \int \int P(\omega, t) d\omega dt \quad (12)$$

integráljaként határozhatjuk meg.

2.4. Általánosított idő-frekvencia eloszlás

Az idő-frekvencia eloszlások általános osztályát (folytonos idősorokra) Cohen (1966) definiálta, mely a

$$P(\omega, t) = \frac{1}{2\pi} \int \int \int e^{-j\theta t - j\tau\omega + j\theta\mu} \Phi(\theta, \tau) s\left(\mu + \frac{\tau}{2}\right) s^*\left(\mu - \frac{\tau}{2}\right) d\mu d\tau d\theta \quad (13)$$

integrálkifejezés alakjában írható fel, ahol $\Phi(\theta, t)$ a kernel-függvény. Maga az idő-frekvencia eloszlás az egyes összetevők külön-külön vett eloszlásaiból (*auto-terms*) és a páronként különböző komponensek kölcsönhatásaiból (*cross-terms*, kereszttagok) tevődik össze:

$$s\left(\mu + \frac{\tau}{2}\right) s^*\left(\mu - \frac{\tau}{2}\right) = \sum_{i=1}^n s_i\left(\mu + \frac{\tau}{2}\right) s_i^*\left(\mu - \frac{\tau}{2}\right) + \sum_n \sum_{m \neq n} s_n\left(\mu + \frac{\tau}{2}\right) s_m^*\left(\mu - \frac{\tau}{2}\right) \quad (14)$$

A kereszttagok gyakran okozhatnak olyan többletet az eloszlásban, amely a valós tartalom téves interpretációjához vezethet. Mivel viselkedésüket főleg a kernel-függvény tulajdonságai szabják meg, azok alkalmas megválasztásával hatásuk jelentős mértékben csökkenthető. Azonban ennek is megvannak a korlátai; a marginálisokat is szem előtt tartva olyan eloszlásfüggvényt előállítani, amelyben ezek a tagok egyáltalán nem lépnek fel, nem lehet.

2.5. Wigner és pszeudo-Wigner eloszlás

Az idő-frekvencia eloszlásfüggvények általános osztályának legegyszerűbb tagja a

$$W(t, \omega) = \int e^{-i\tau\omega} s^*\left(\mu - \frac{\tau}{2}\right) s\left(\mu + \frac{\tau}{2}\right) d\tau \quad (15)$$

Wigner-eloszlás (1932), melyet a (13) egyenletből a $\Phi = 1$ kernel helyettesítésével írhatunk fel. Ez a függvény számos előnnyel rendelkezik, például teljesíti a marginálisokat. Ezek ellenére azonban -mivel a transzformáció nem lineáris- a többkomponensű jelek Wigner-eloszlását nagymértékben uralják kereszttagok.

A pszeudo-Wigner eloszlás a hagyományos Wigner eloszlás ablakozott formája.

2.6. Choi-Williams eloszlás

A Cohen-féle általános eloszlásfüggvénybe a

$$\Phi(\theta, \tau) = e^{-\frac{\theta^2 \tau^2}{\sigma}} \quad (16)$$

exponenciális kernelt helyettesítve a

$$C(t, \nu) = \frac{1}{2\pi} \int \int (\tau^2 \sigma^2)^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{\sigma(u-t)^2}{\tau^2} - 2i\pi\tau\nu} s^*\left(\mu - \frac{\tau}{2}\right) s\left(\mu + \frac{\tau}{2}\right) d\mu d\tau \quad (17)$$

Choi-Williams eloszlást határozhatjuk meg. Ez a módszer különösen alkalmas a jelekben fellépő éles változások felbontására, így az idő-frekvencia síkon általában például a wavelet-transzformáltaknál több információt szolgáltat a rezgés valódi természetéről. A Choi-Williams eloszlás (16) kernel-függvényében szereplő, σ skálafaktorral arányos α paraméter az 1-nél kisebb értékekre ad jobb eredményeket.

2.7. Zhao-Atlas-Marks eloszlás

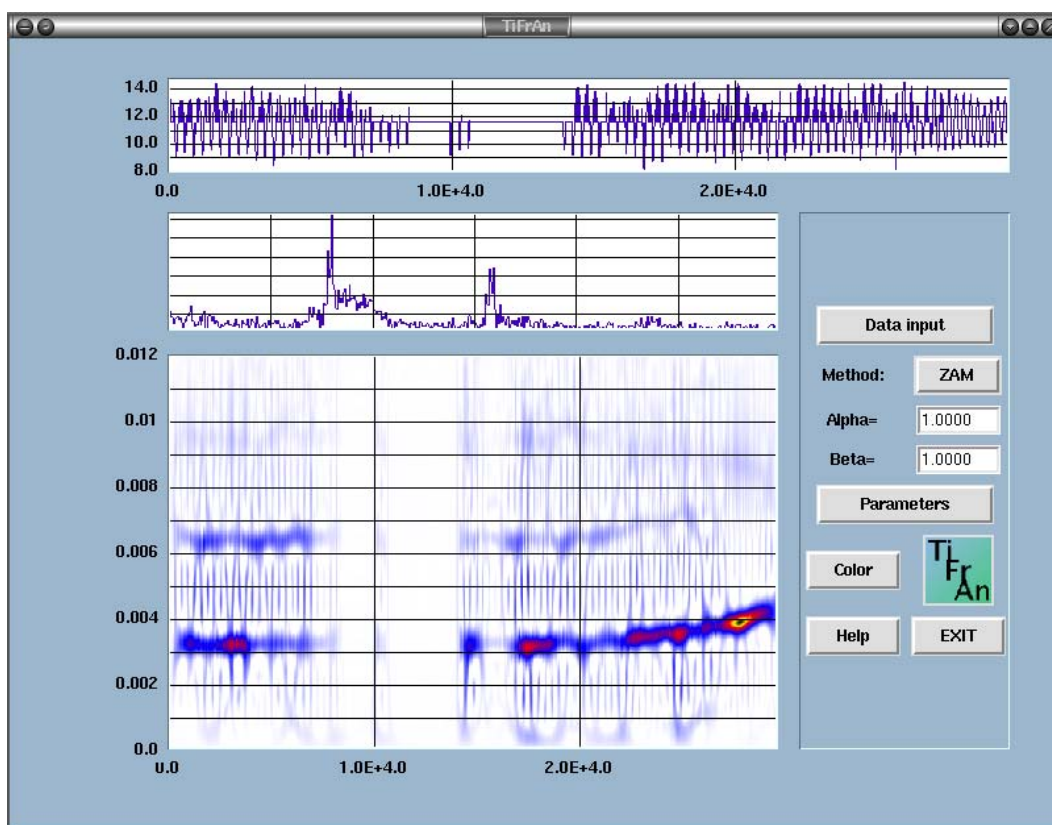
A *Zhao-Atlas-Marks eloszlást* a (13) egyenletből a

$$\Phi(\theta, \tau) = e^{-\alpha\tau^2 \frac{\sin\theta\tau/2}{\theta\tau/2}} \quad (18)$$

kernel-függvény helyettesítésével határozhatunk meg, ahol az α paraméter végzi az idő-és a frekvenciafelbontás optimalizációját. A (18) kernel tulajdonságai miatt a benne explicite is megjelenő α növelése javítja a felbontást. α értékei közül a számolások szempontjából leginkább a 0.1 körüli értékek a kedvezőek.

3. TiFrAn

A TiFrAn program (Time-Frequency Analyser) létrehozói a Magyar Tudományos Akadémia Konkoly-Thege Miklós Csillagászati Kutatóintézetének munkatársai, Kol-láth Zoltán és Csubry Zoltán (Csubry, 2002). A program Tcl/Tk¹ környezetre író-dott, melynek forráskódja a fejlesztő cég ftp-honlapjáról² tölthető le. Ezt a pro-gramkörnyezetet³ annak szem előtt tartásával hozták létre, hogy nagyobb lélegzetű szoftverek tervezése során az alacsonyabb szinteken is megoldható feladatokhoz ne legyen szükség bonyolult programozási apparátusra. A programok egyszerű szkriptek segítségével vezérelhetők⁴.



2. ábra. A *TiFrAn* kezelőfelülete.

¹Tcl: Tool command language

²www.tcl.tk/

³A Tcl egyrészt egyszerű, programozható szöveges nyelvezet (eredetileg interaktív programok utasításainak közvetítésére hozták létre), mellyel a felhasználók maguk is megírhatják céljaiknak megfelelő parancsprocedúrákat. Másrészt könyvtár-csomag is, melyet beágyazhatunk a programalkalmazásokba (alapvető feladatuk néhány specifikus, alacsony szintű utasítás végrehajtása).

⁴A Tcl-szkriptek létrehozása és összekapcsolása egyszerű, ezáltal a komplex adatrendszerek és algoritmusok is szétbonthatók, részenként kezelhetők.

A TiFrAn-t főleg hangminták elemzésre tervezték, azonban hosszú periódusú pulzáló változók fénygörbeanalíziséhez is jól alkalmazható. Az általam használt Tifran 2.0-ás verzió linux és Windows operációs rendszerek alá egyaránt telepíthető, forráskódját az MTA KTM CSKI honlapjáról töltöttem le⁵. A 2. ábrán a felhasználók számára létrehozott kezelőfelület látható, mellyel elvégezhető a legfontosabb beállítások, az adatok beolvasása és a program futtatása. Munkám során ezekhez a műveletekhez és a post script ábrák létrehozásához linuxos rendszerben tcl-szkripteket használtam. A program hat különböző idő-frekvencia eloszlást számol, melyekhez a 3. táblázat bal oldali oszlopában felsorolt rövidítéseket alkalmazza.

WAVL	Wavelet-transzformáció
STFT	Short Time Fourier-transzformáció
CWD	Choi-Williams eloszlás
ZAM	Zhao-Atlas-Marks eloszlás
WD	Wigner eloszlás
PW	Pseudo-Wigner eloszlás

1. táblázat. A *TiFrAn* programmal meghatározható idő-frekvencia eloszlások.

A dolgozat következő fejezetében a TiFrAn programnak néhány - csillagászati szempontból érdekes - szimulált adatsoron végzett teszteredményét mutatom be. A teszt-adatsorok paraméterei megfelelnek Szatmáry Károly és munkatársai által 1994-ben a wavelet-transzformációval már vizsgált rezgéseinek.

Az adatok az alábbi szempontok szerint csoportosíthatók:

- 1) Monoperiodikus jelek hozzáadott zajjal, és ürökkel.
- 2) Különböző spektrális tulajdonságokkal rendelkező stabil, tökéletesen mintavételezett jelek (egy-és kétmódusú oszcilláció).
- 3) Időfüggő jelek (amplitúdó-és periódusváltozások, fázisugrás, módusváltás)

A TiFrAn programban az analizáló ablak szélességét a korábban említett σ -val arányos α paraméterrel lehet szabályozni, ezért a továbbiakban a kezelőfelületen is megjelenő α -n keresztül hivatkozom az egyes ábrákra.

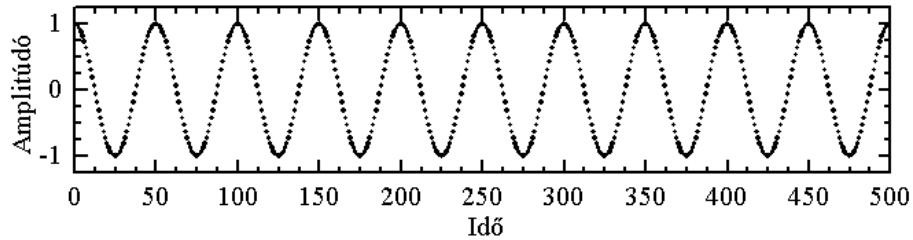
A teszt-adatsoroknál az alábbiakban megadott paraméterekre vonatkozóan egységesen a következő jelöléseket és értékeket alkalmaztam:

- Lépésköz: 1 időegység $\rightarrow i = 1 \dots 500$
- Amplitúdó: $A=1$.

⁵<http://www.konkoly.hu/tifran/index.html>

4. A TiFrAn tesztelése szimulált adatsorokon

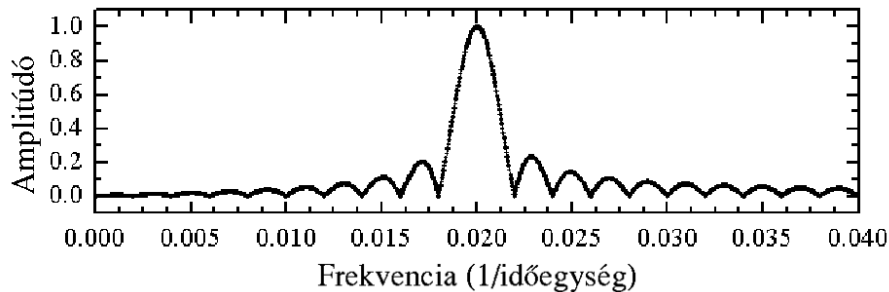
4.1. Egykomponensű szinuszos rezgés



3. ábra. *Monoperiodikus harmonikus jel.*

$$s(t_i) = A \cos\left(\frac{2\pi}{P} t_i\right) \quad (19)$$

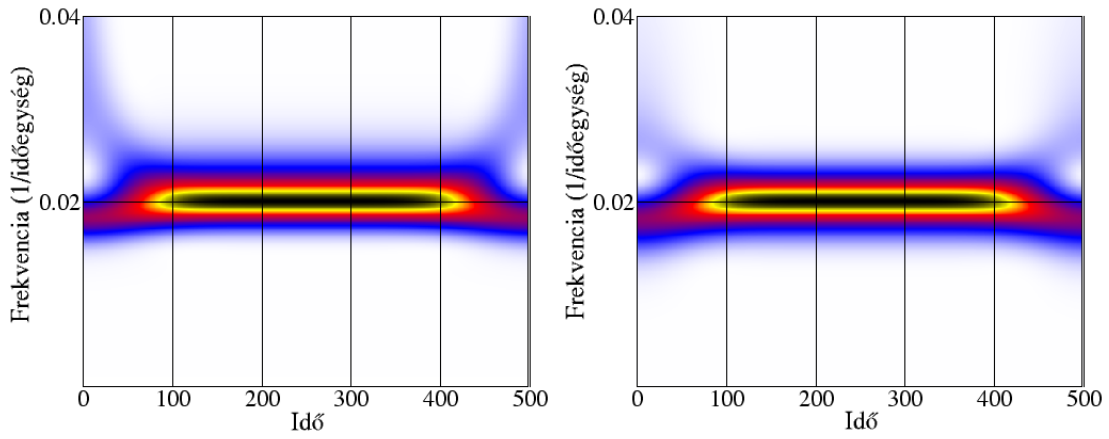
- Periódus: $P = 50$



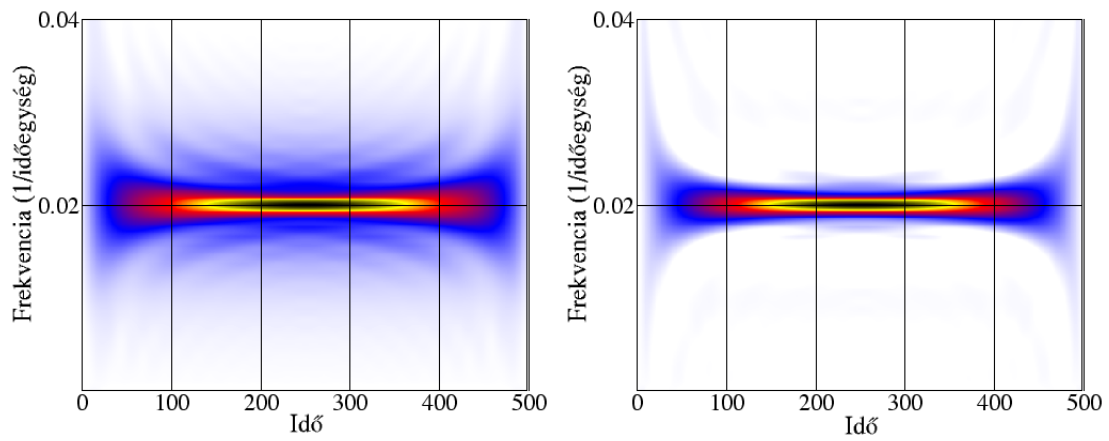
4. ábra. *Egykomponensű szinuszos rezgés Fourier-transzformáltja.*

Észrevételek:

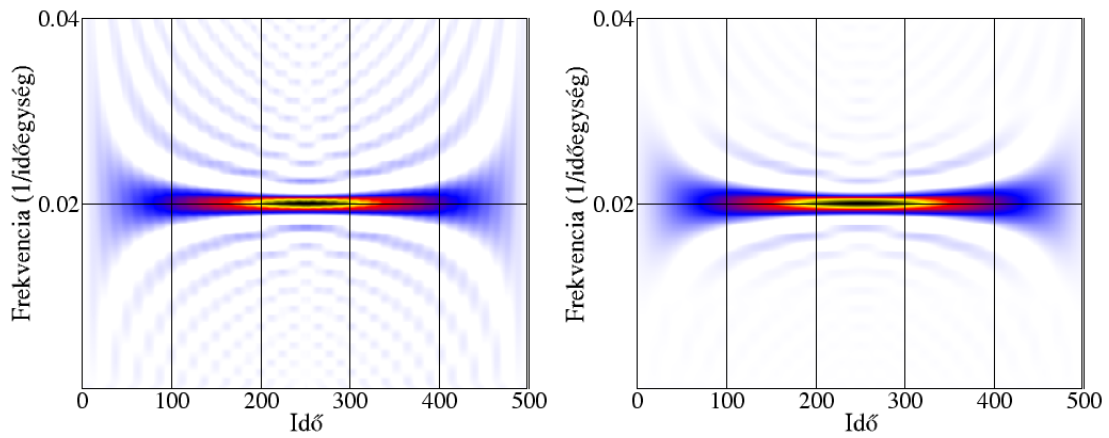
1. A wavelet térkép (5. ábra bal oldala) csúcsa frekvenciában nem szimmetrikus, melynek oka az analizáló wavelet (ablak) szélessége és a próbafrekvencia között fennálló fordított arányosság. Magasabb frekvenciákon az ablak keskenyebb, ezért ott megnő a csúcs félértékszélessége; a frekvenciameghatározás hibája tehát magától a frekvenciától függ.
2. Az időtengely szélei felé a csúcs amplitúdója erősen csökken. Ezt az úgynevezett *szélhatást* a jelek végessége okozza; az adatsorok szélein az ablakba kevesebb adatpont esik, mint középen.
3. Főleg magasabb frekvenciákon figyelhető meg, hogy az időtengely szélei felé kiszélesedik a csúcs. Ezt a jelenséget is a széleffektus okozza, és főleg hiányos adat-



5. ábra. $\alpha_{WAVL} = 1.0$, $\alpha_{STFT} = 0.2$.



6. ábra. $\alpha_{CWD} = 1.0$, $\alpha_{ZAM} = 1.0$.

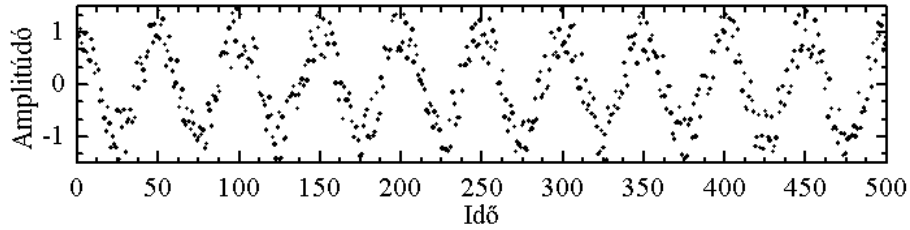


7. ábra. $\alpha_{WD} = 1.0$, $\alpha_{PWD} = 1.0$.

sorok esetében válik zavaróvá⁶.

4. A Wigner és a Pseudo-Wigner eloszlások (7. ábra jobb és bal oldala) ezeknél az adatsoroknál kevésbé alkalmazhatók a szélhatás és a kereszttagok fokozott jelenléte miatt.

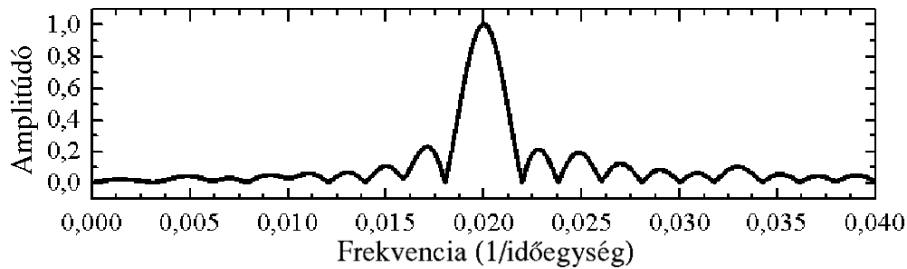
4.2. A zaj hatása



8. ábra. Koszínuszfüggvény $S/N = 2$ arányú fehérzajjal.

$$s(t_i) = A \cos\left(\frac{2\pi}{P} t_i\right) + rnd \quad (20)$$

- Periódus: $P=50$
- A véletlenszám-generátor intervalluma: $rnd = [+0.5, -0.5]$, $S/N = 2$

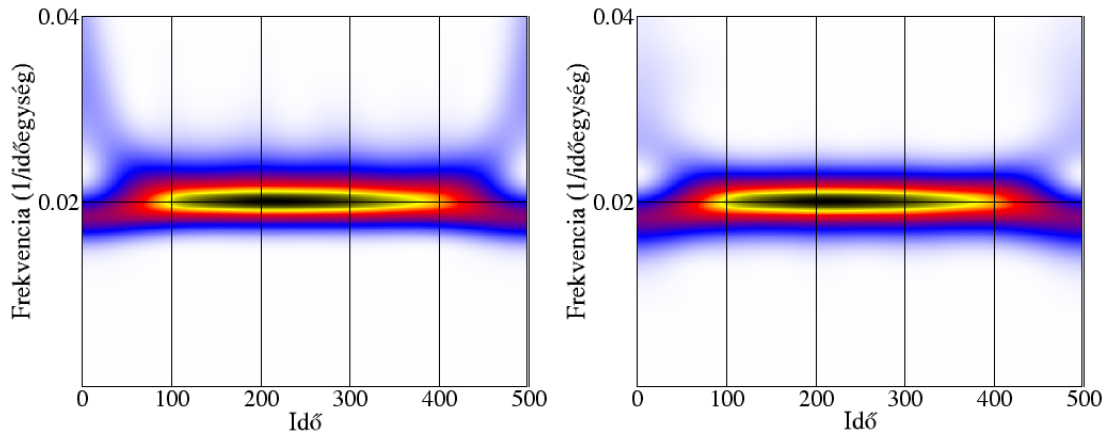


9. ábra. 2-es jel/zaj arányú koszínusz hullám Fourier-transzformáltja.

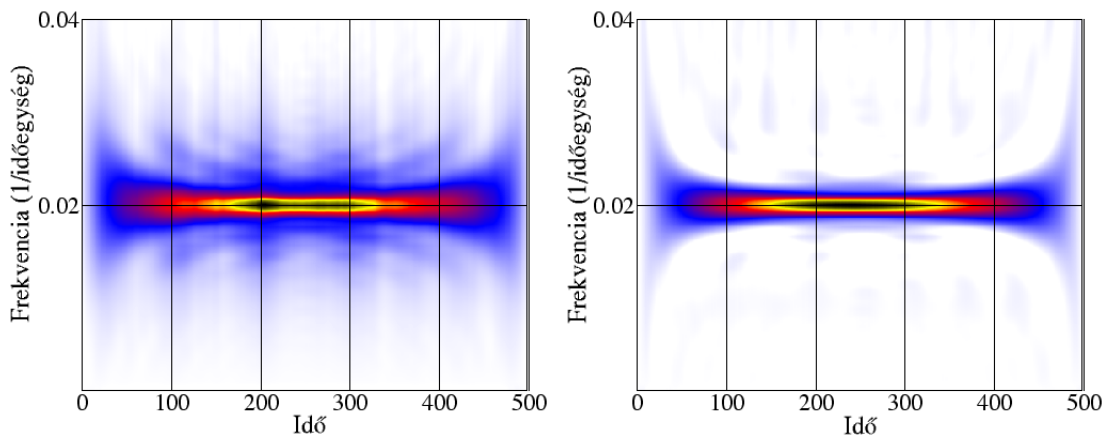
Észrevételek:

1. Az eloszlások a korábbi koszínuszfüggvényhez képest alig változnak, kismértékben módosul azonban a magasabb frekvenciájú tartomány. A korábbiakhoz képest elszórtan kis amplitúdójú járulékos csúcsok jelennek meg.
2. A fő amplitúdógerinc maximuma eltolódik.

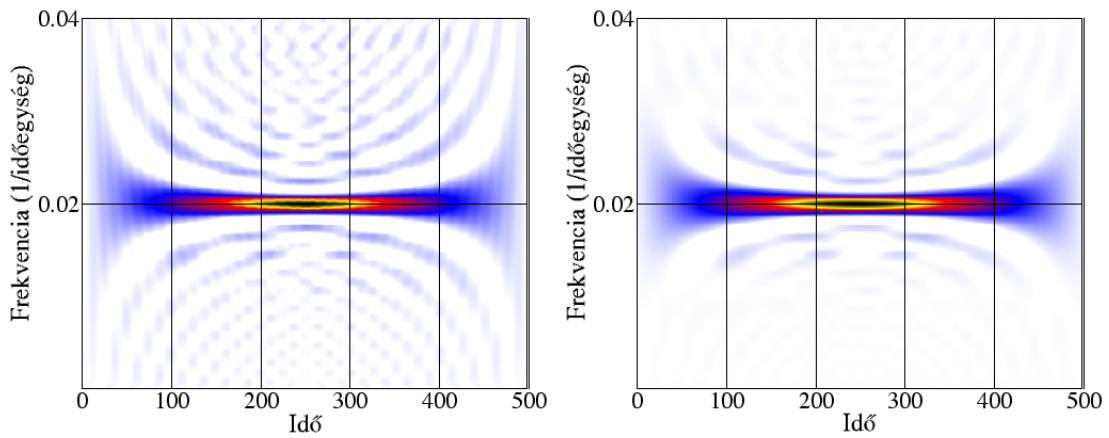
⁶Az űrök által létrehozott csúcsok és alakzatok elsősorban az eloszlások magasabb frekvenciájú tartományait formálják át.



10. ábra. $\alpha_{WAVL} = 1.0$, $\alpha_{STFT} = 0.2$.

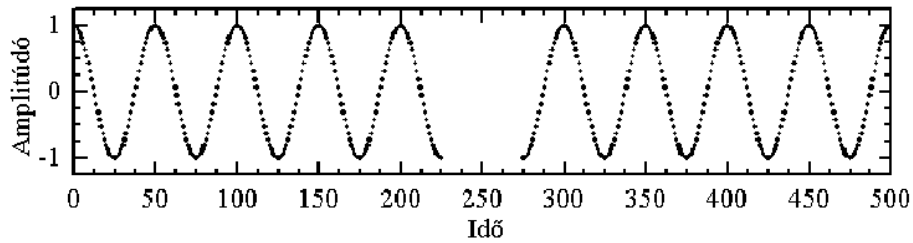


11. ábra. $\alpha_{CWD} = 1.0$, $\alpha_{ZAM} = 1.0$.



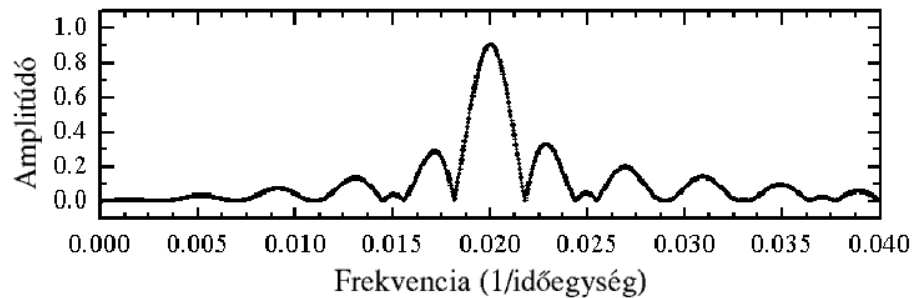
12. ábra. $\alpha_{WD} = 1.0$, $\alpha_{PWD} = 1.0$.

4.3. Nem egyenletes mintavételezés (szakadás, űrök)



13. ábra. Koszinuszfüggvény középen egy periódusnyi szakadással.

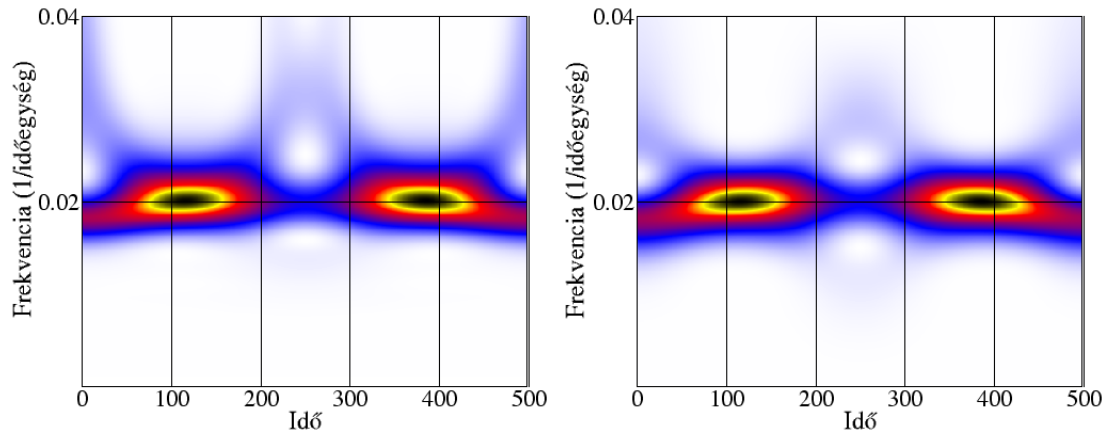
- A szakadás hossza: $T_{gap} = 50$
- Az adatpontok száma: $N = 450$



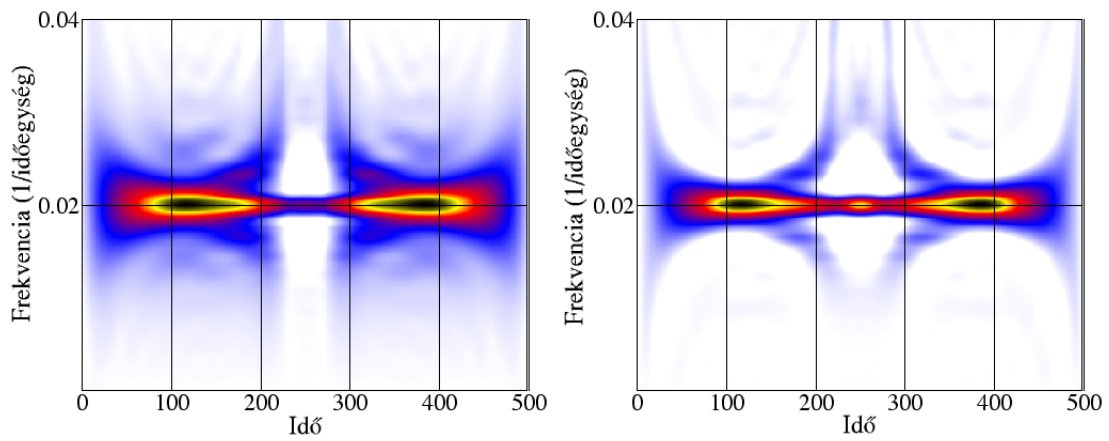
14. ábra. Hiányos adatsor Fourier-transzformáltja.

Észrevételek:

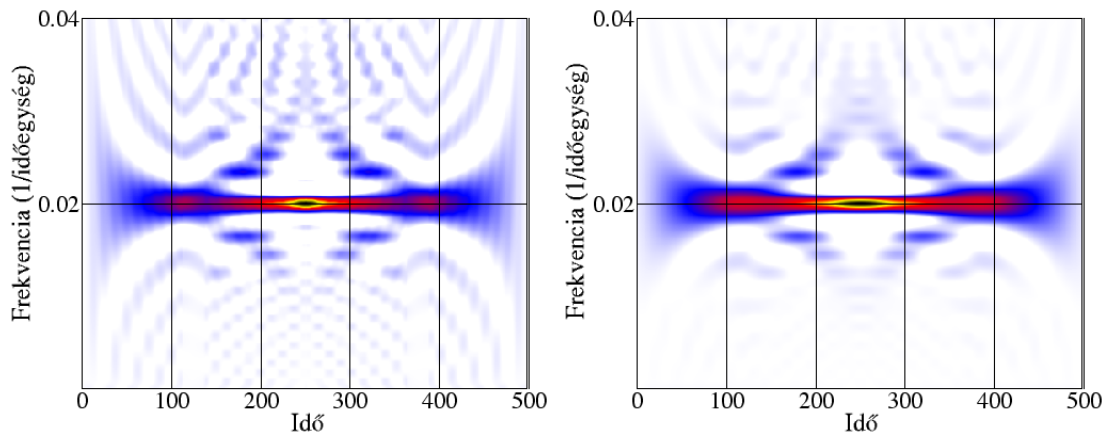
1. A Fourier-spektrum csúcsának amplitúdója az eredeti koszinuszfüggvényéhez képest csökkent.
2. Az idő-frekvencia eloszlásokon a széleffektus következtében a frekvenciagerinc közepén üreg jelenik meg. A szakadás peremén az ablakfüggvény csak az eredeti periódusnál rövidebbet találhat, ezért a domináns tagok eltolódnak a magasabb frekvenciák felé.
3. A ZAM, WD és PWD eloszlásokon középen amplitúdó-maximum jelenik meg, melyek a korábbi adatsoroknál is felléptek.



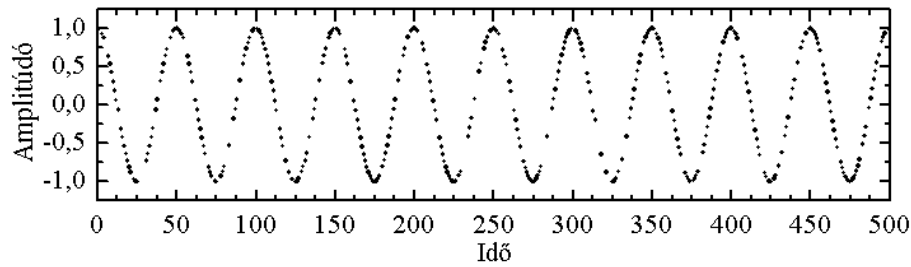
15. ábra. $\alpha_{WAVL} = 1.0$, $\alpha_{STFT} = 0.2$.



16. ábra. $\alpha_{CWD} = 1.0$, $\alpha_{ZAM} = 1.0$.

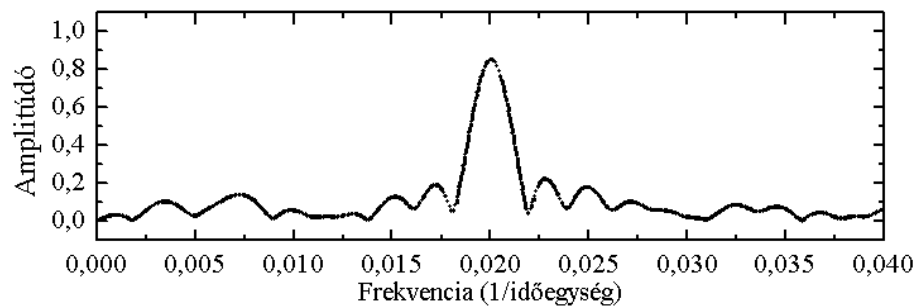


17. ábra. $\alpha_{WD} = 1.0$, $\alpha_{PWD} = 1.0$.



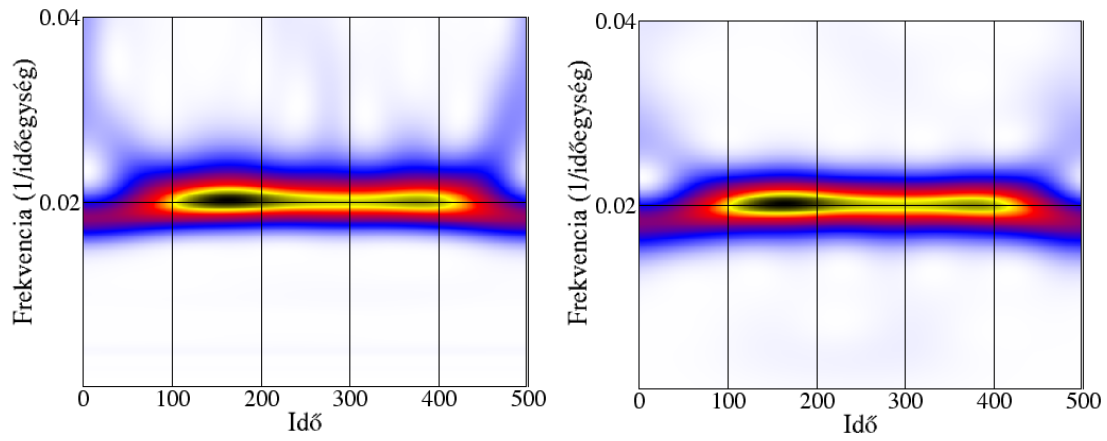
18. ábra. *Random szakadások az adatsorban.*

- A véletlenszám-generátor intervalluma: $rnd = [+2, -2]$
- Kimarad adatpont, ha $|rnd| < 0.5$
- Az adatpontok száma: $N = 374$

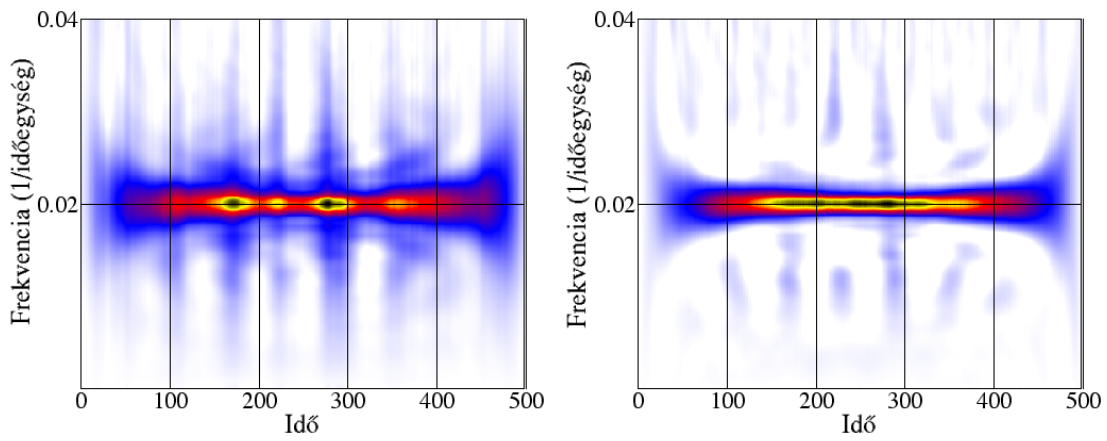


19. ábra. *Random ürökkel rendelkező adatsor Fourier-transzformáltja.*

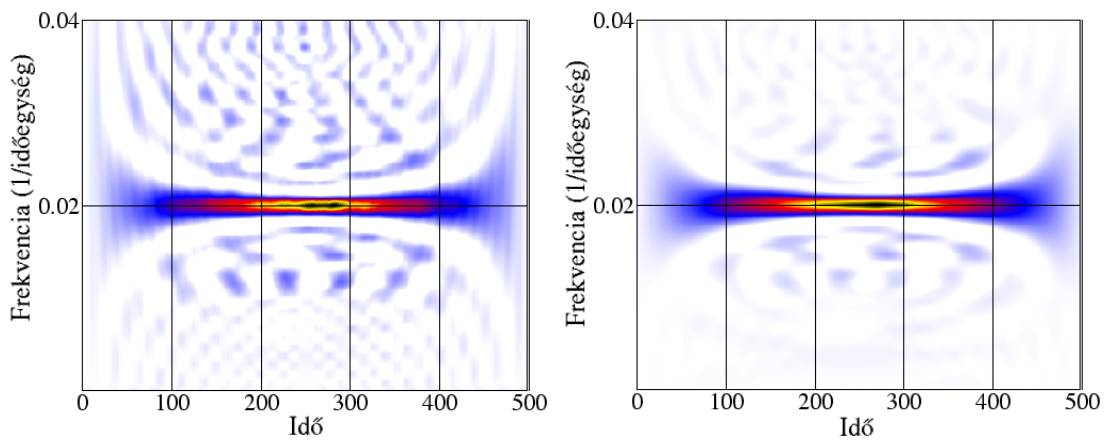
1. A Fourier-spektrumon alias csúcsok jelennek meg.
2. A Fourier-transzformált csúcsának amplitúdója kissé lecsökkent.
3. A wavelet-térkép (20. ábra bal oldala) különösen érzékeny a jelek lokális viselkedésére, ezért a korábbiakhoz képest jelentősen megváltozhat. Az ürök valójában apró szakadások, melyeknél lokális széleffektusok lépnek fel.
4. A Wigner és a pszeudo-Wigner eloszlásokon (22. ábra jobb és bal oldala) az észlelési ürökből fakadó komponensek a kereszttagokkal együtt jelennek meg, némi amplitúdótöbbletet okozva a magasabb frekvenciájú tartományban.



20. ábra. $\alpha_{WAVL} = 1.0$, $\alpha_{STFT} = 0.2$.

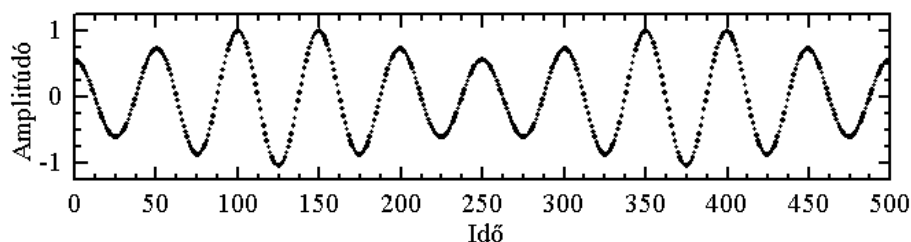


21. ábra. $\alpha_{CWD} = 1.0$, $\alpha_{ZAM} = 1.0$.



22. ábra. $\alpha_{WD} = 1.0$, $\alpha_{PWD} = 1.0$.

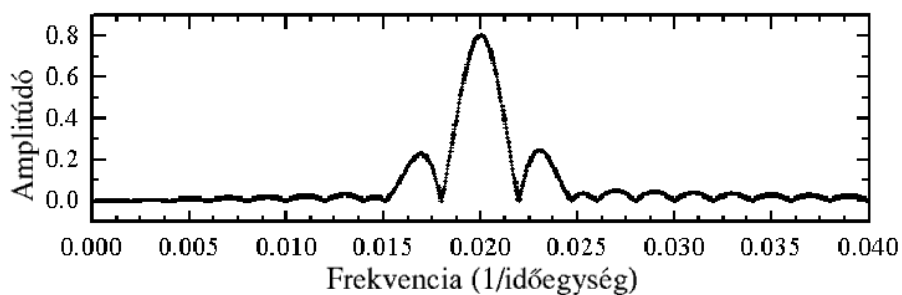
4.4. Ciklikus amplitúdómoduláció



23. ábra. *Ciklikus amplitúdómoduláció.*

$$s(t_i) = A \left[1 - m_a \cos\left(\frac{2\pi t_i}{P_a}\right) \right] \cos\left(\frac{2\pi t_i}{P}\right) \quad (21)$$

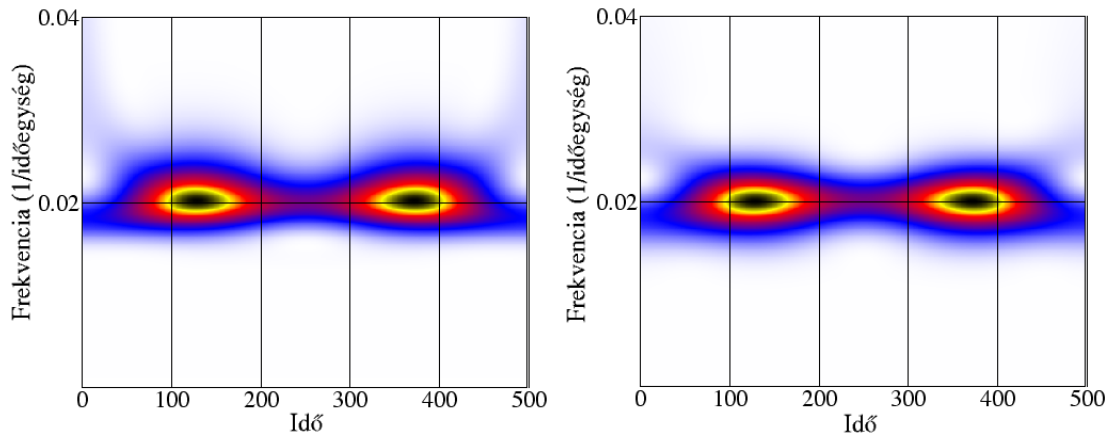
- Modulációs mélység: $m_a=0.3$
- Periódusok: $P = 50, P_a = 250$



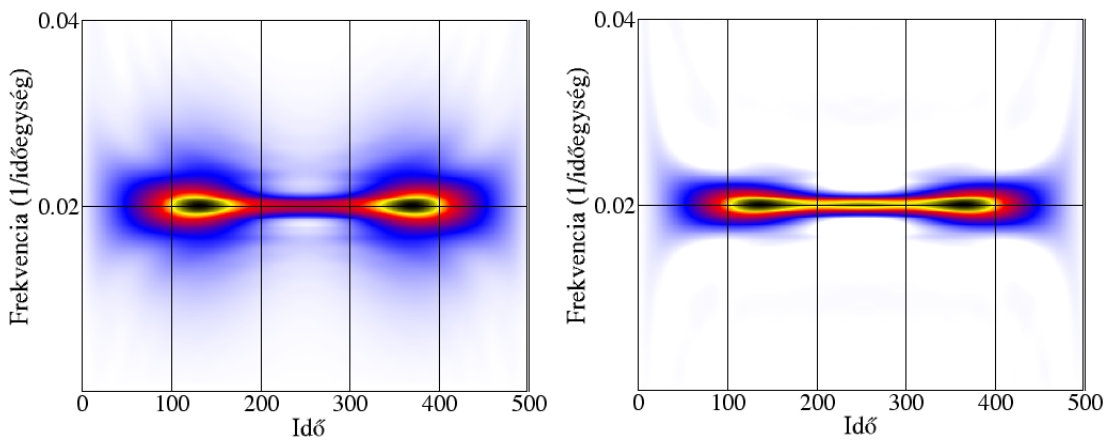
24. ábra. *Ciklikus amplitúdómoduláció Fourier-transzformáltja.*

Észrevételek:

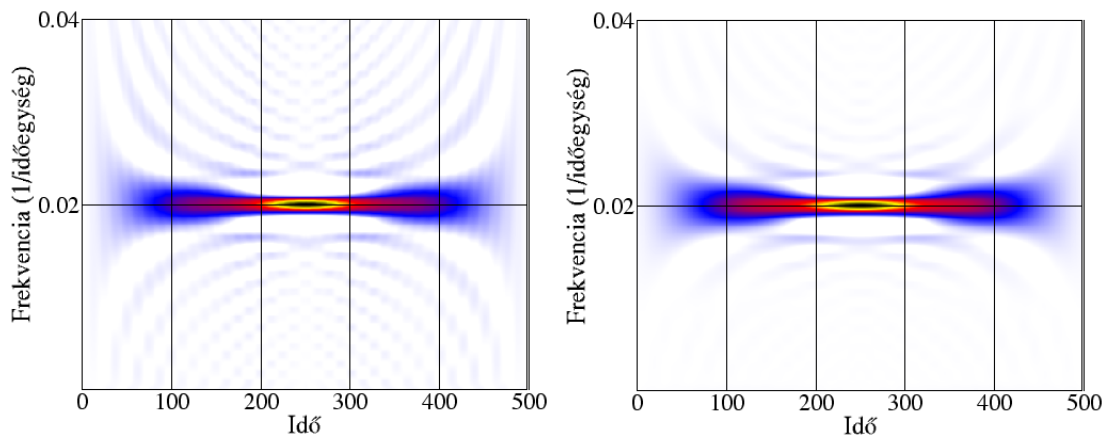
1. A wavelet-transzformált a korábbi, szakadást is tartalmazó adatsorához hasonló eloszlást mutat, azonban a magasabb frekvenciák felé hajló középső peremek nem lépnek fel.
2. A Fourier-spektrum mellékcúcsain kívül az eloszlások szélei felé is jelentős peremek keletkeznek. Ezt a hatást a Fourier-eljárás során általában különböző ablakfüggvények alkalmazásával lehet kiküszöbölni (aliasing csökkentése).
3. Az idő-frekvencia eloszlásokon jól kibontakozik a jelenség valódi természete; az adatsorban bekövetkező látványos változásokkal párhuzamosan két helyen megnövekszik az amplitúdó, miközben a frekvencia állandó marad.



25. ábra. $\alpha_{WAVL} = 1.0$, $\alpha_{STFT} = 0.2$.

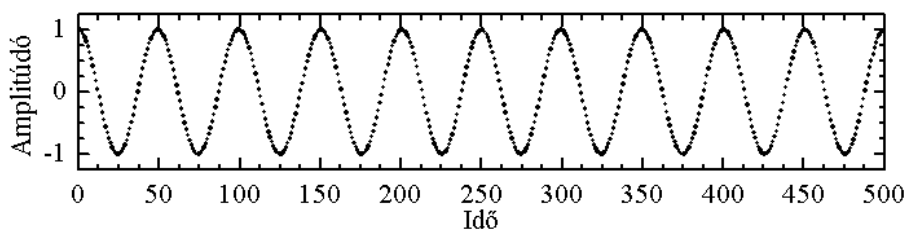


26. ábra. $\alpha_{CWD} = 1.0$, $\alpha_{ZAM} = 1.0$.



27. ábra. $\alpha_{WD} = 1.0$, $\alpha_{PWD} = 1.0$.

4.5. Szinuszos fázismoduláció

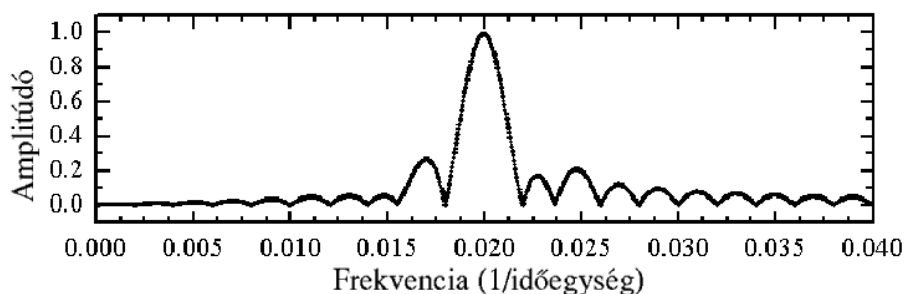


28. ábra. Szinuszos fázismoduláció.

$$s(t_i) = A \cos \left[\left(\frac{2\pi t_i}{P} \right) + m_f \sin \left(\frac{2\pi t_i}{P_f} \right) + \phi \right], \quad (22)$$

- Addicionális fázistag: $\phi = -2\pi m_f \sin(2\pi/P_f)$
- Modulációs mélység: $m_f = 0.1$
- A moduláció periódusa: $P_f = 250$

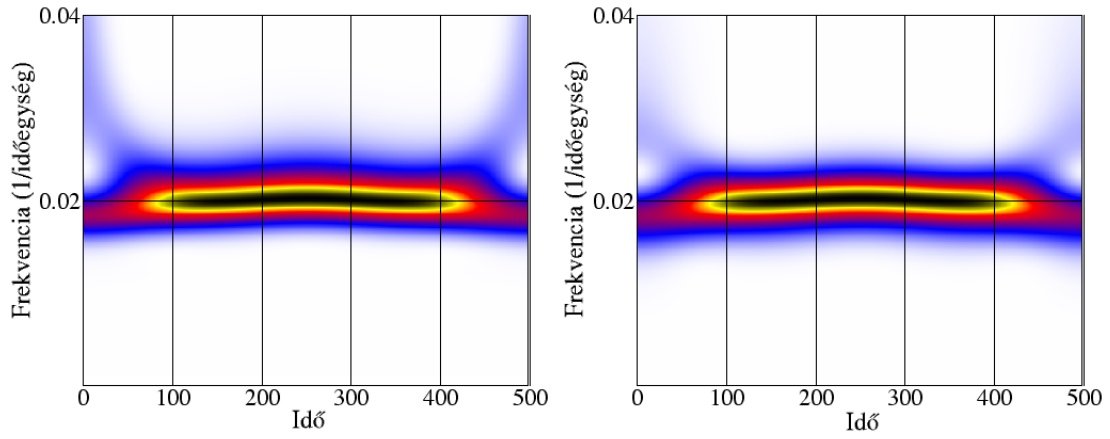
Konkrét csillagászati esetet tekintve például egy kettős rendszerben keringő monopériodikus változó észlelt frekvenciája szenvedhet ilyen típusú modulációt. Ez esetben a modulációs ciklus hossza megegyezik a pályaperiódussal.



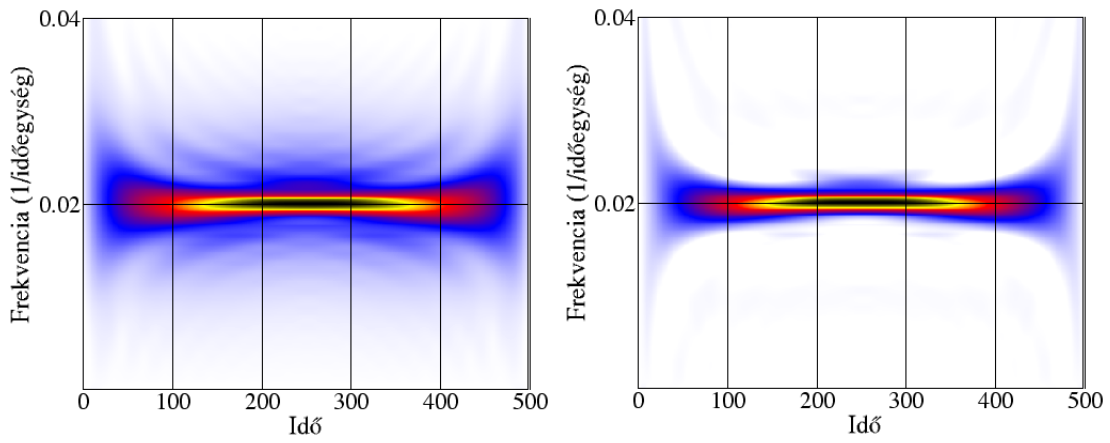
29. ábra. A szinuszosan fázismodulált jel Fourier-transzformáltja.

Észrevételek:

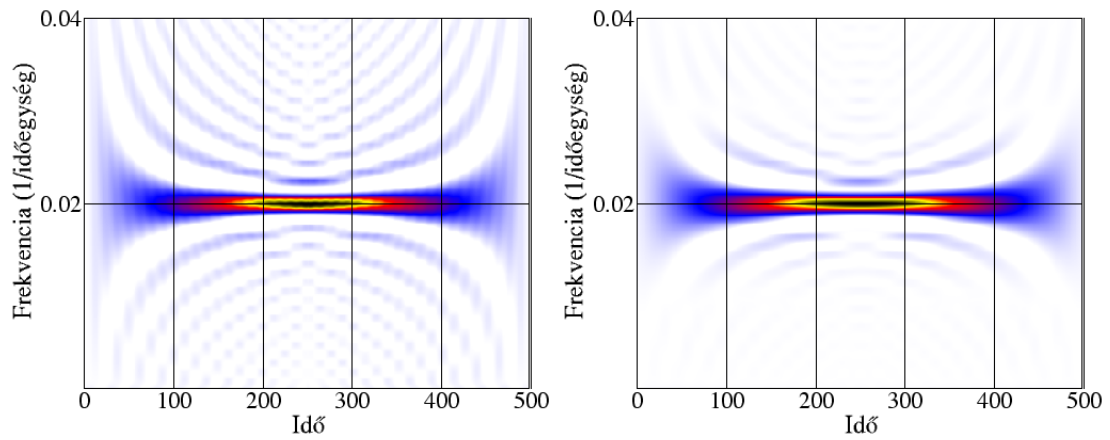
1. Az eloszlásokon megjelenik a frekvencia ciklikus eltolódása, a Fourier-spektrum azonban csak a moduláló komponens felhasadását mutatja.
2. Az adatsor végeessége miatt a wavelet-térkép szélein látszólagos intenzitástöbblet mutatkozik.
3. Az idő-frekvencia eloszlásokon is megjelenő görbület a modulációs mélységgel arányos.



30. ábra. $\alpha_{WAVL} = 1.0$, $\alpha_{STFT} = 0.2$.

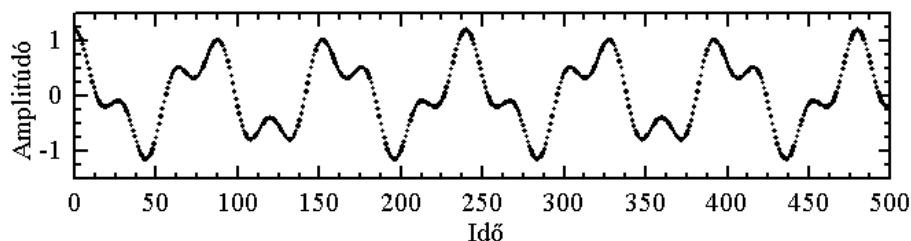


31. ábra. $\alpha_{CWD} = 1.0$, $\alpha_{ZAM} = 1.0$.



32. ábra. $\alpha_{WD} = 1.0$, $\alpha_{PWD} = 1.0$.

4.6. Kétmódusú oszcilláció

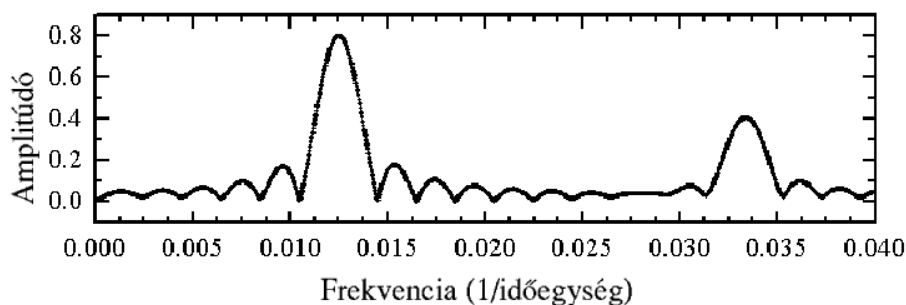


33. ábra. Kétmódusú oszcilláció 1.

$$s(t_i) = A_1 \cos\left(\frac{2\pi t_i}{P_1}\right) + A_2 \cos\left(\frac{2\pi t_i}{P_2}\right) \quad (23)$$

- Amplitúdók: A_1 , A_2 , és $A_1 + A_2 = 1.2$, $A_2/A_1 = 2$
- Periódusok: $P_1 = 30$, $P_2 = 80$

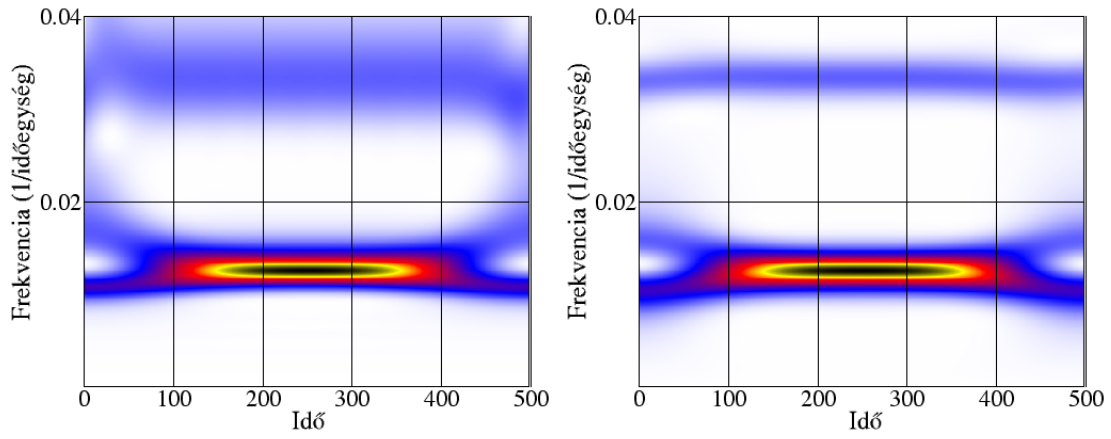
Ilyen típusú rezgéssel írható le azoknak a csillagoknak a fénygörbéi, amelyek frekvenciakomponensei jól elkülöníthetők egymástól.



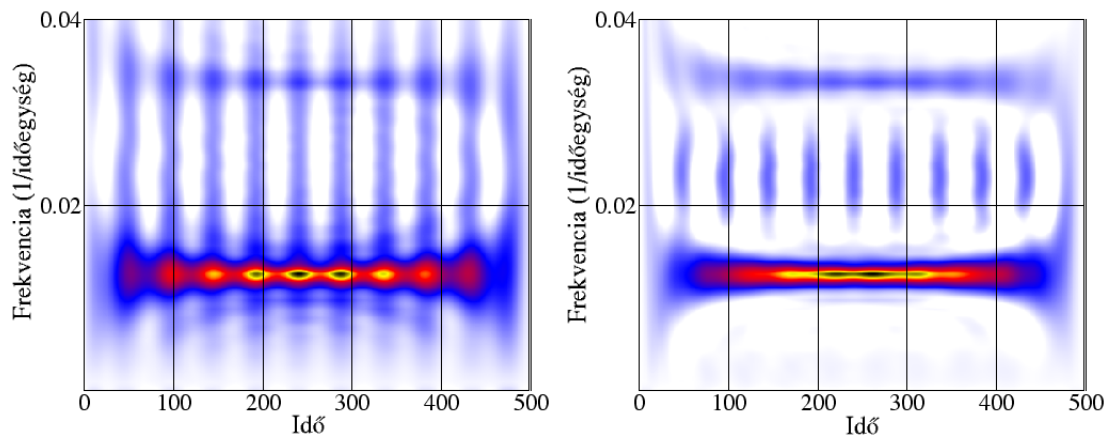
34. ábra. Kétmódusú oszcilláció 1. Fourier-transzformáltja.

Észrevételek:

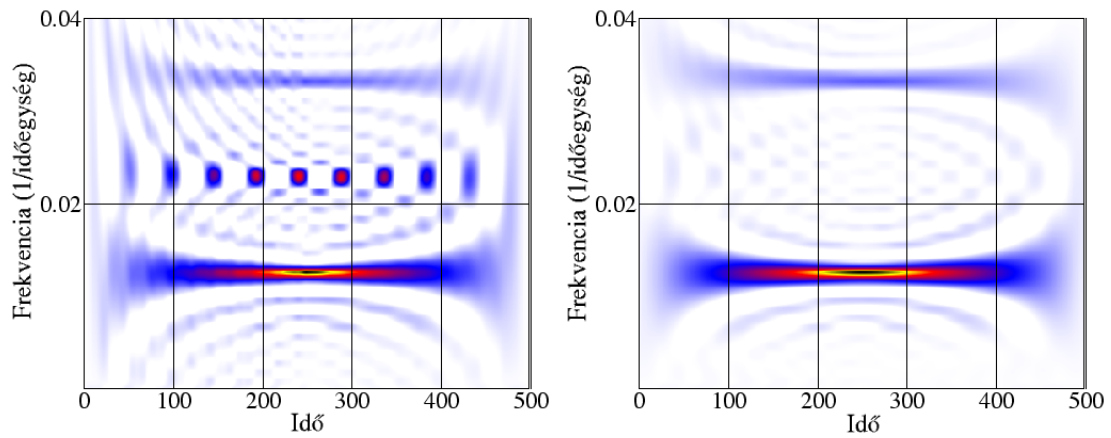
1. A Fourier-transzformált két csúcsot mutat, melyek az amplitúdók aránya miatt nem egyenlő magasak.
2. Az idő-frekvencia eloszlásokon jól látszik az amplitúdók váltakozása, és a két elkülönülő gerinc az amplitúdók arányának megfelelően.
3. A két frekvencia között megjelennek a kereszttagok, melyek félúton mutatnak amplitúdó-maximumot (főleg WD, ZAM).



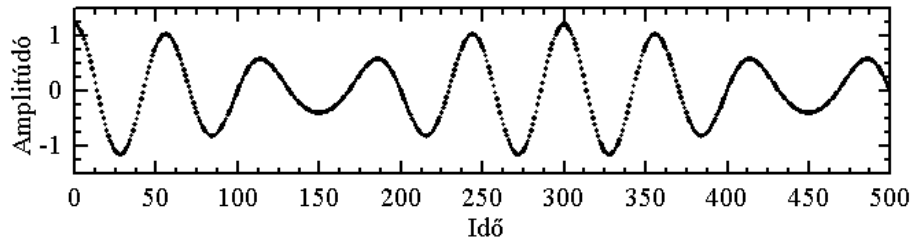
35. ábra. $\alpha_{WAVL} = 1.0$, $\alpha_{STFT} = 0.3$.



36. ábra. $\alpha_{CWD} = 1.0$, $\alpha_{ZAM} = 1.0$.



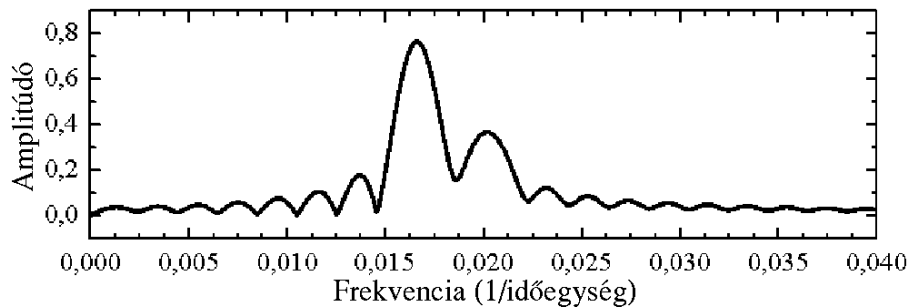
37. ábra. $\alpha_{WD} = 1.0$, $\alpha_{PWD} = 1.0$.



38. ábra. Kétmódusú oszcilláció 2.

$$m(t_i) = A_1 \cos\left(\frac{2\pi t_i}{P_1} + \right) + A_2 \cos\left(\frac{2\pi t_i}{P_2}\right) \quad (24)$$

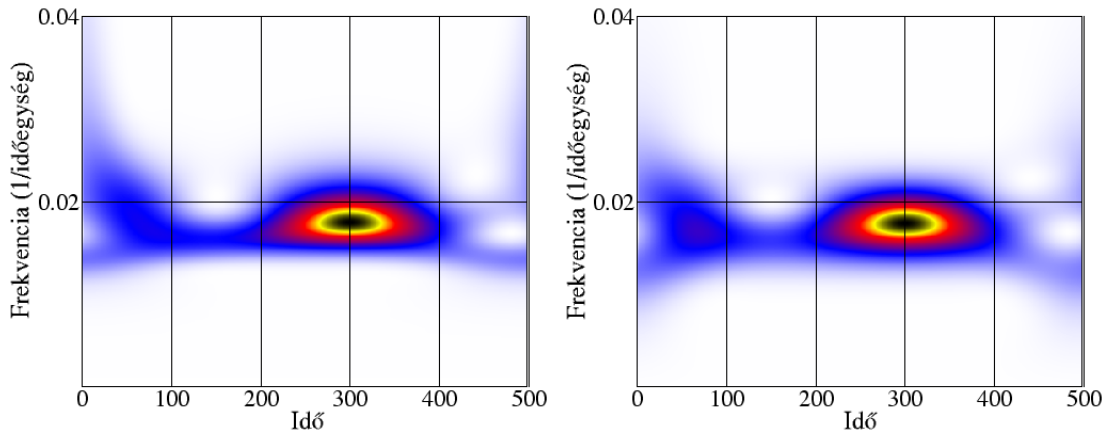
- Amplitúdók: $A_1 + A_2 = 1.2$, $A_2/A_1 = 2$
- Periódusok: $P_1 = 50$, $P_2 = 60$



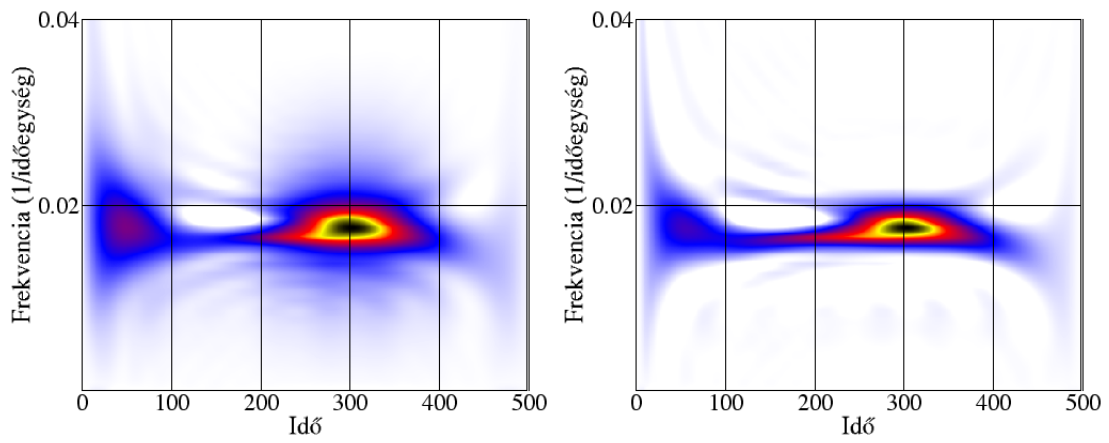
39. ábra. Kétmódusú oszcilláció 2. Fourier-transzformáltja.

Észrevételek:

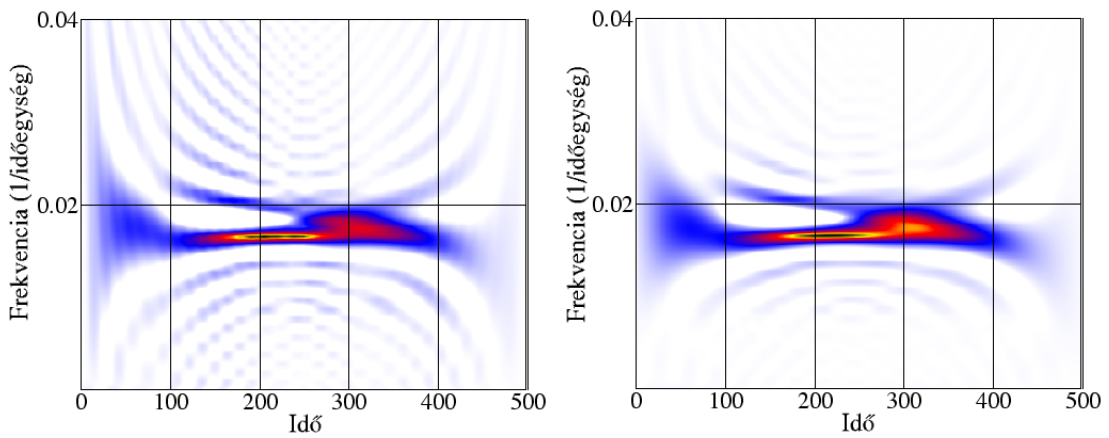
1. A két nagyon közeli frekvencia felerősíti a lebegési jelenséget.
2. Fourier módszerrel elkülöníthetjük a két frekvenciakomponenst, wavelet-tel azonban nem. A wavelet-térkép ebben az esetben nagyon hasonlít az amplitúdómodulált adatsoréhoz.
3. Kis amplitúdóknál a wavelet-csúcs csökkenése nem szimmetrikus, marad egy kis átvezető szakasz az alacsonyabb frekvenciákon.



40. ábra. $\alpha_{WAVL} = 1.0$, $\alpha_{STFT} = 0.2$.

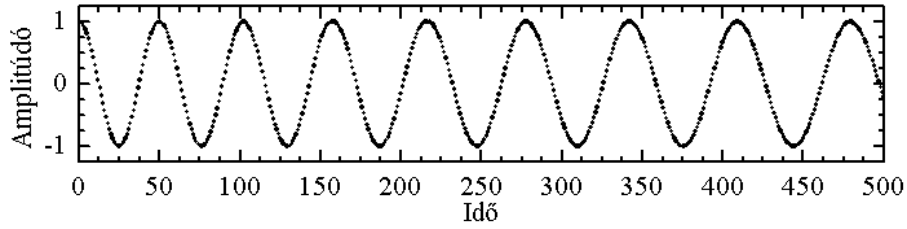


41. ábra. $\alpha_{CWD} = 1.0$, $\alpha_{ZAM} = 1.0$.



42. ábra. $\alpha_{WD} = 1.0$, $\alpha_{PWD} = 1.0$.

4.7. Folyamatos periódusváltozás

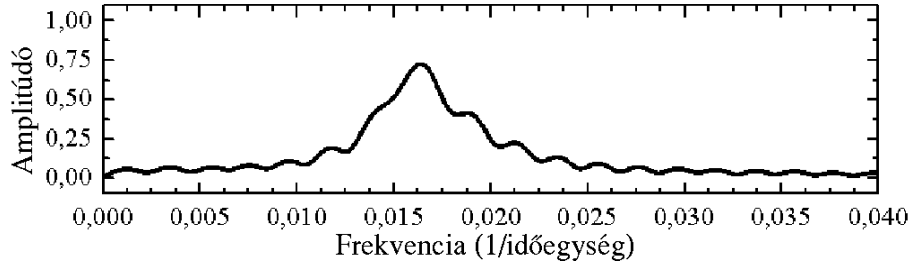


43. ábra. *Folyamatos periódusváltozás.*

$$m(t_i) = A \cos \left[\frac{2\pi(t_i - t_{max,k})}{P_k} \right] \quad (25)$$

- Kezdeti periódus: $P_0 = 50$
- Ciklusonkénti periódus: $P_k = P_{k-1}(1 + \Delta P/P)$
- Periódusváltozás: $\Delta P/P = 0.05$

Szinte mindegyik változócsillag típusnál esetenként megfigyelhető a periódus változása, melynek kimutatására O-C diagramot⁷ használunk.



44. ábra. *Folyamatos periódusváltozás Fourier-transzformáltja.*

Észrevételek:

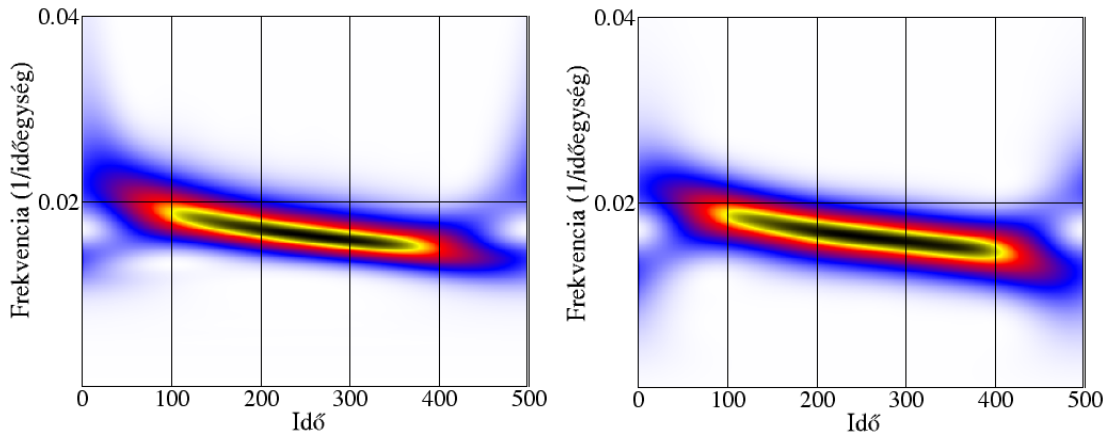
1. A Fourier-transzformált csúcsa eltolódott és kiszélesedett.
2. A valódi effektus az idő-frekvencia térképeken látszik: a folyamatosan változó frekvencia mellett az amplitúdó konstans marad.
3. A wavelet-transzformált (45. ábra bal oldala) főgerincének szélessége az alacsonyabb frekvenciák felé egyre csökken.

⁷O-C diagram:

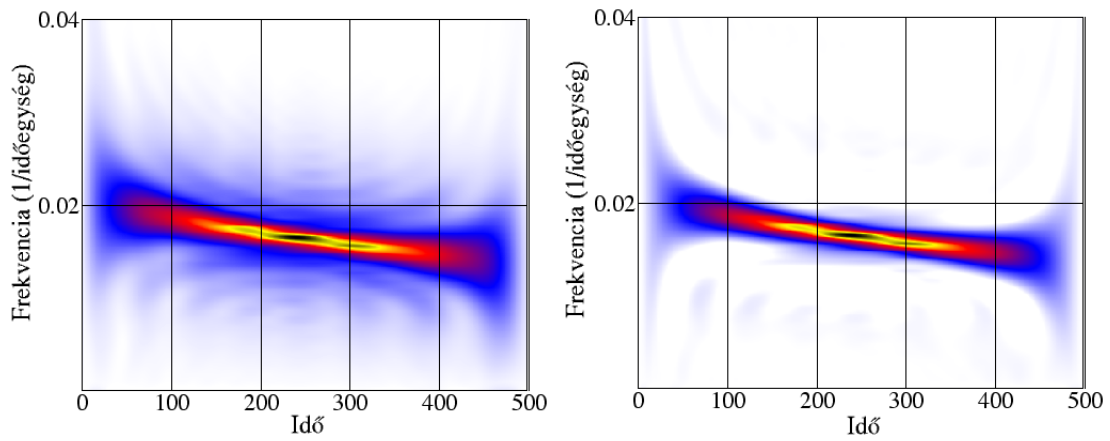
O = obszervált maximum/minimumidőpont

C = kalkulált maximum/minimumidőpont = $epocha(JD_0) + n \cdot P_{pr}$,

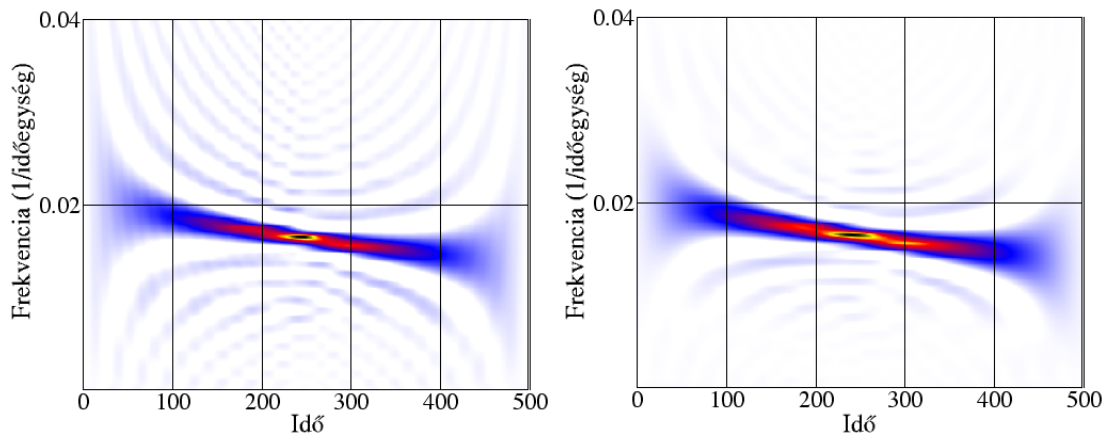
ahol az *epocha* a legkorábbi maximumidőpontot (Julián-dátumban), n a ciklusszámot, P_{pr} pedig az alkalmazott próbaperiódust jelöli.



45. ábra. $\alpha_{WAVL} = 1.0$, $\alpha_{STFT} = 0.2$.



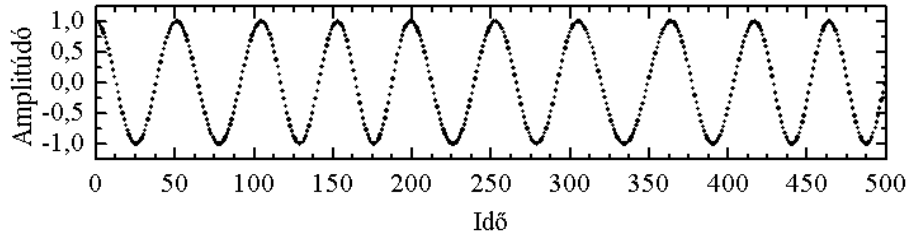
46. ábra. $\alpha_{CWD} = 1.0$, $\alpha_{ZAM} = 1.0$.



47. ábra. $\alpha_{WD} = 1.0$, $\alpha_{PWD} = 1.0$.

4. A CWD, ZAM, WD és PWD eloszlások közepén amplitúdó-maximumot mutatnak, emiatt ebben az esetben (elsősorban az adatsorok rövideége miatt) alkalmazásuk kevésbé eredményes.

4.8. Random periódusváltozás

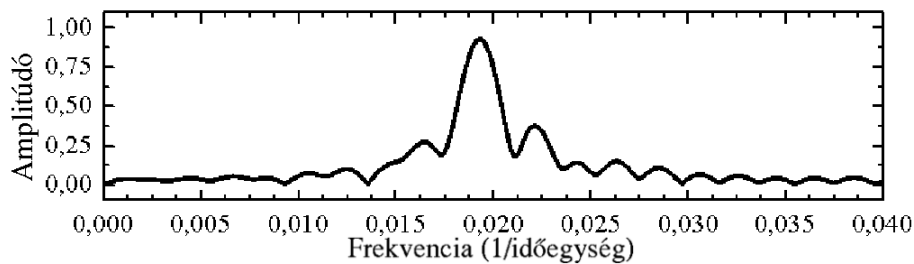


48. ábra. *Random periódusváltozás ciklusról ciklusra.*

$$m(t_i) = \cos\left(\frac{2\pi(t_i - t_{0,k})}{P_k}\right) \quad (26)$$

- Periódusok: $P_0 = 50$, $P_k = P_0 + rnd$
- Ciklusszám: $k = 1, \dots, 10$
- A véletlenszám-generátor intervalluma: $rnd = [+5, -5]$

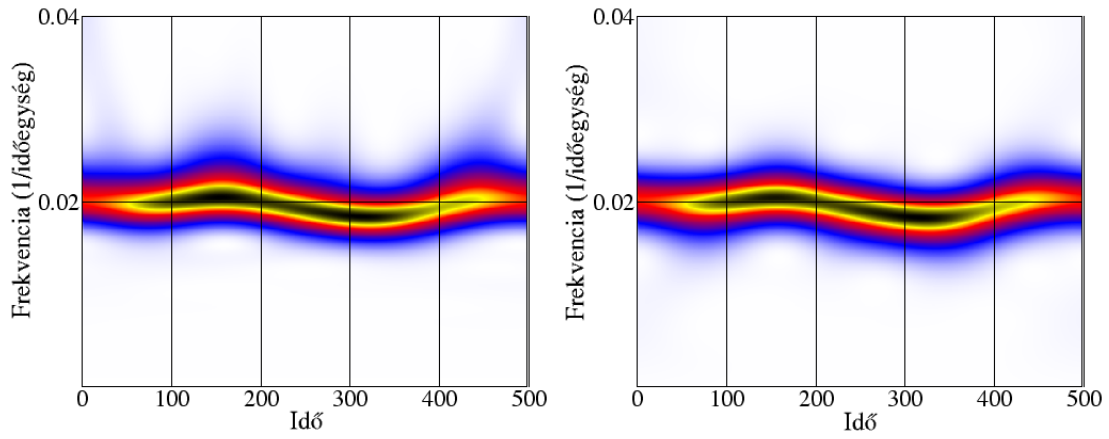
Kései típusú hosszú periódusú változóknál feltételezhető néhány olyan folyamat (pl. konvekció), mely kiszámíthatatlan módon és időközökben perturbálja a pulzációt.



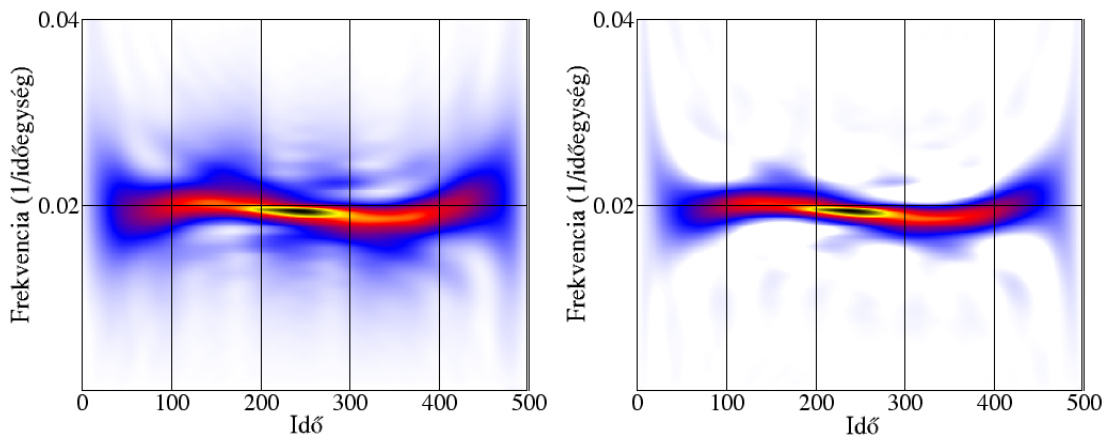
49. ábra. *Random periódusváltozás Fourier-transzformáltja.*

Észrevételek:

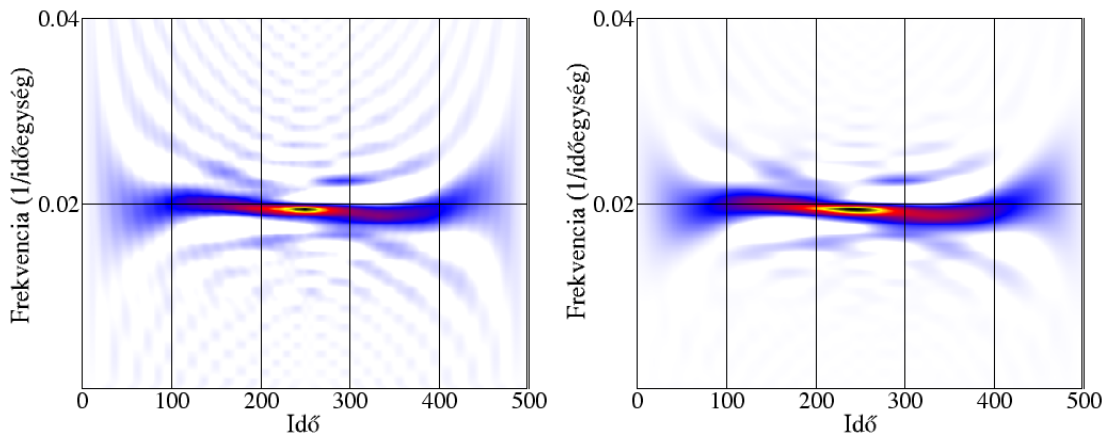
1. A Fourier-spektrumon mellékcúcsok jelennek meg.
2. A lokális változásokra érzékeny wavelet-transzformált megfelelően mutatja a periódus időbeli alakulását. Ilyenkor a legrövidebb periódust a legegyszerűbb megtalálni, mivel azokban az időpontokban jelennek meg a legmagasabb peremek a nagyobb frekvenciák felé.



50. ábra. $\alpha_{WAVL} = 1.0$, $\alpha_{STFT} = 0.2$.

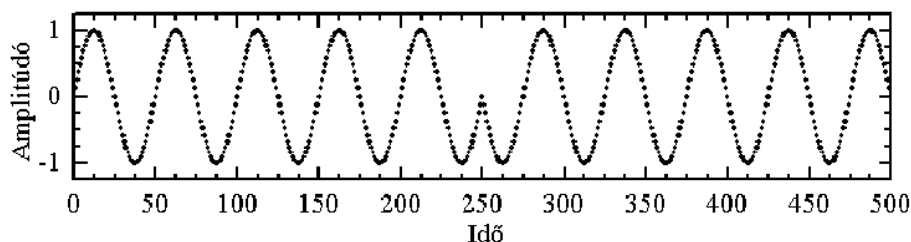


51. ábra. $\alpha_{CWD} = 1.0$, $\alpha_{ZAM} = 1.0$.



52. ábra. $\alpha_{WD} = 1.0$, $\alpha_{PWD} = 1.0$.

4.9. Fázisugrás



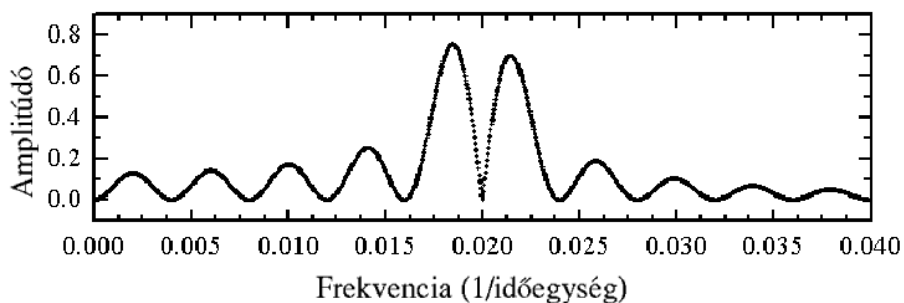
53. ábra. *Fázisugrás.*

Az adatsor közepétől ($i = 251 \dots 500$):

$$s(t_i) = A \cos\left(\frac{2\pi t_i}{P} + 2\pi\phi\right) \quad (27)$$

- Fázis: $\phi = 0.5$

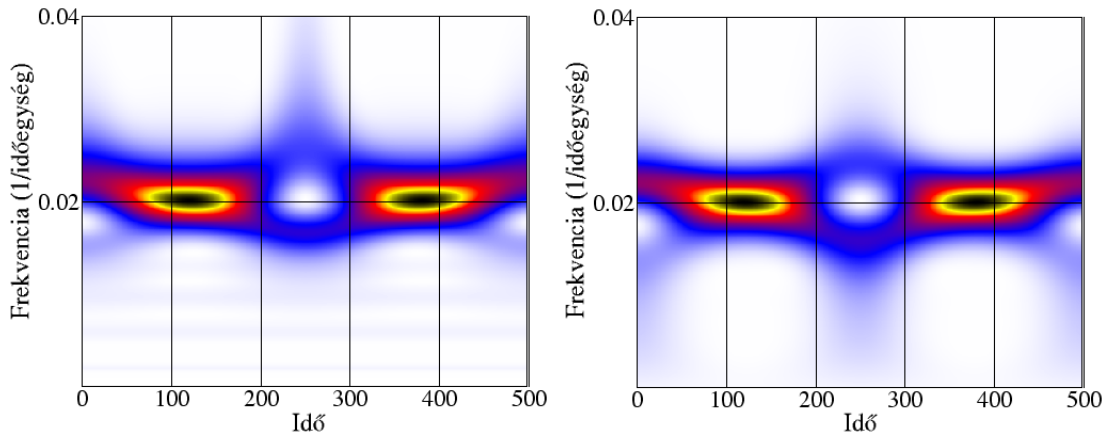
Változócsillagok esetében a fázisugrások a pulzáció, illetve a kettős rendszerek természetéről hordozhatnak információt. Többnyire nehezen kimutatható, bizonyos esetekben azonban megtehető $O - C$ diagram alkalmazásával (Szabados, 1977).



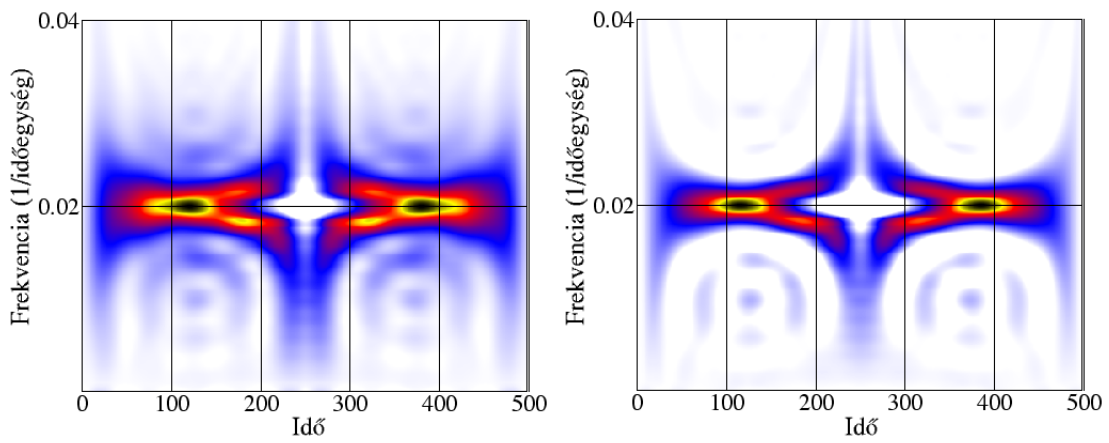
54. ábra. *Fázisugrás Fourier-transzformáltja.*

Észrevételek:

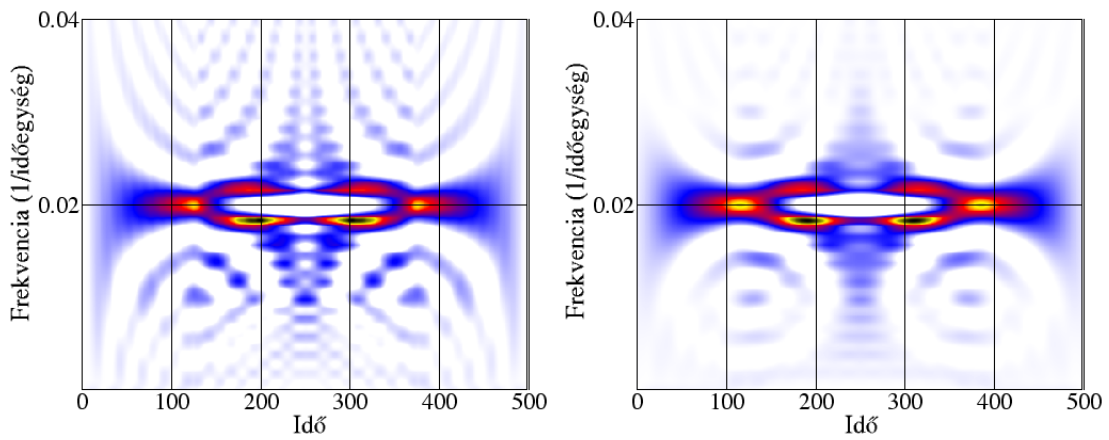
1. A Fourier-transzformált csúcsa a fázisugrás mértékének megfelelően felhasadt, és eltolódott.
2. A wavelet-térképen (55. ábra bal oldala) az ugrás környezetében perem jelenik meg a magasabb frekvenciák felé.
3. Az idő-frekvencia eloszlások felülete csakis a fázis megváltozásának mértékétől függ.



55. ábra. $\alpha_{WAVL} = 1.0$, $\alpha_{STFT} = 0.2$.

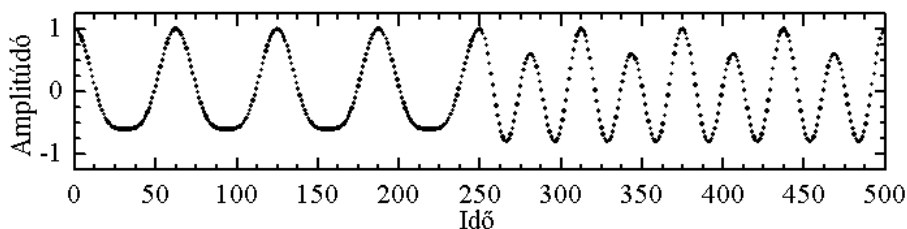


56. ábra. $\alpha_{CWD} = 1.0$, $\alpha_{ZAM} = 1.0$.



57. ábra. $\alpha_{WD} = 1.0$, $\alpha_{PWD} = 1.0$.

4.10. Módusváltás



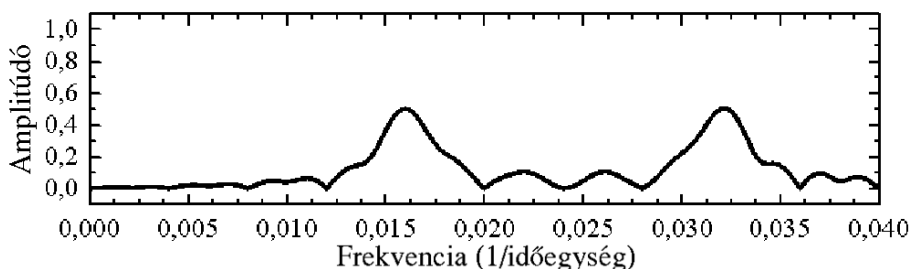
58. ábra. *Módusváltás.*

$$0 < t < 250, \quad s(t_i) = A_1 \cos\left(\frac{2\pi t_i}{P_1}\right) + A_2 \cos\left(\frac{2\pi t_i}{P_2}\right), \quad (28)$$

$$250 < t < 500, \quad s(t_i) = A_2 \cos\left(\frac{2\pi t_i}{P_1}\right) + A_1 \cos\left(\frac{2\pi t_i}{P_2}\right) \quad (29)$$

- Amplitúdók: $A_1 + A_2 = 1$, $A_2/A_1 = 8/2$
- Periódusok: $P_1 = 31.25$, $P_2 = 62.5$

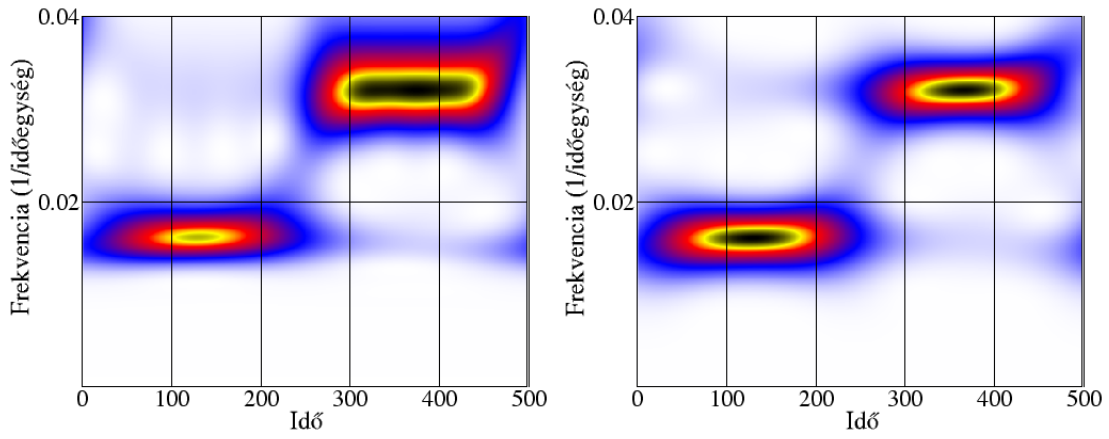
Pulzáló változók néha rezgési módot váltanak az alapfrekvencia és az első (vagy az első és a második) felhang között. Az tesz-adatsor periódusainak aránya 2, mivel a félszabályos változók esetében is 2 körüli értékek adódnak.



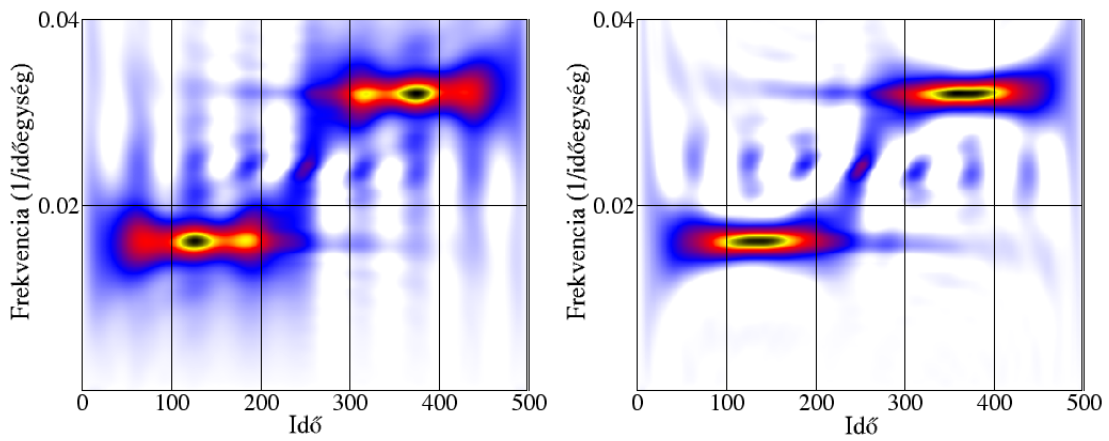
59. ábra. *Módusváltás Fourier-transzformáltja.*

Észrevételek:

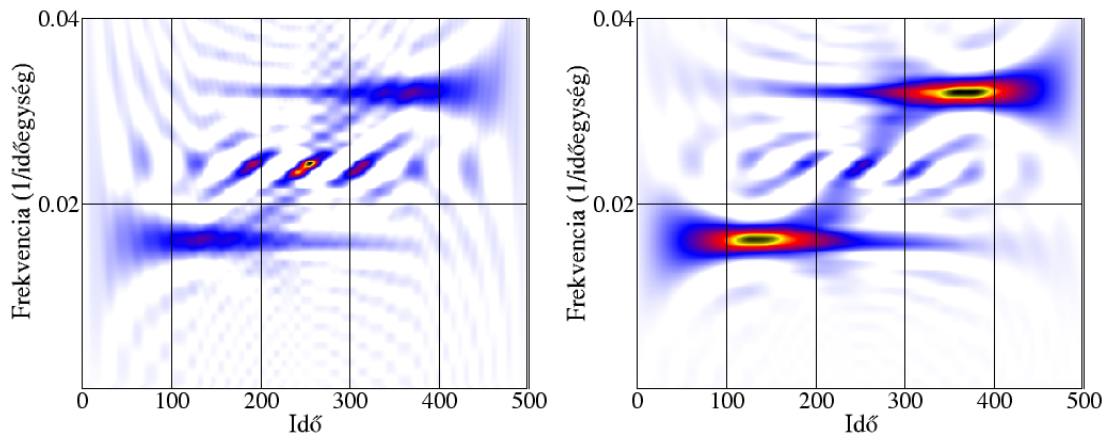
1. A Fourier-spektrum két kiszélesedett csúcs jelenik meg.
2. Az idő-frekvencia eloszlások mutatják a valódi jelenséget: az adatsor közepén felcserélődnek az amplitúdók, miközben a frekvenciák változatlanok maradnak.
3. Az eloszlásfüggvényeknél (CWD, ZAM, WD, PWD) fellépő kereszttagok amplitúdói a két frekvencia között félúton felerősödnek.



60. ábra. $\alpha_{WAVL} = 1.0$, $\alpha_{STFT} = 0.2$.

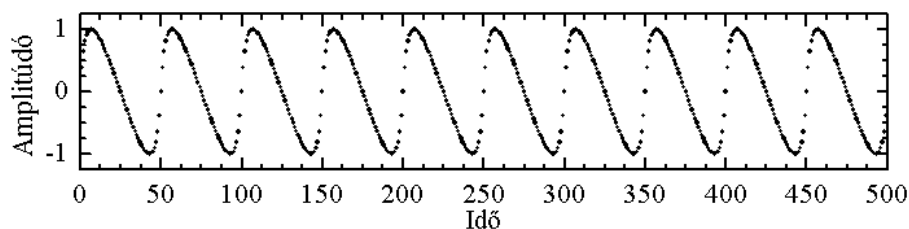


61. ábra. $\alpha_{CWD} = 1.0$, $\alpha_{ZAM} = 1.0$.



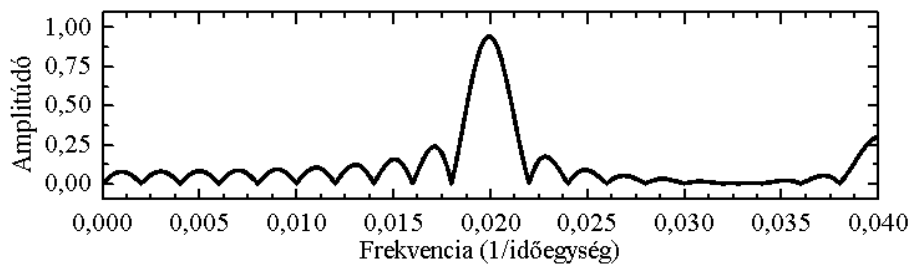
62. ábra. $\alpha_{WD} = 1.0$, $\alpha_{PWD} = 1.0$.

4.11. Aszimmetrikus cefeida-szerű fénygörbe



63. ábra. A δ Cephei típusú csillagok pulzációját szimuláló fénygörbe.

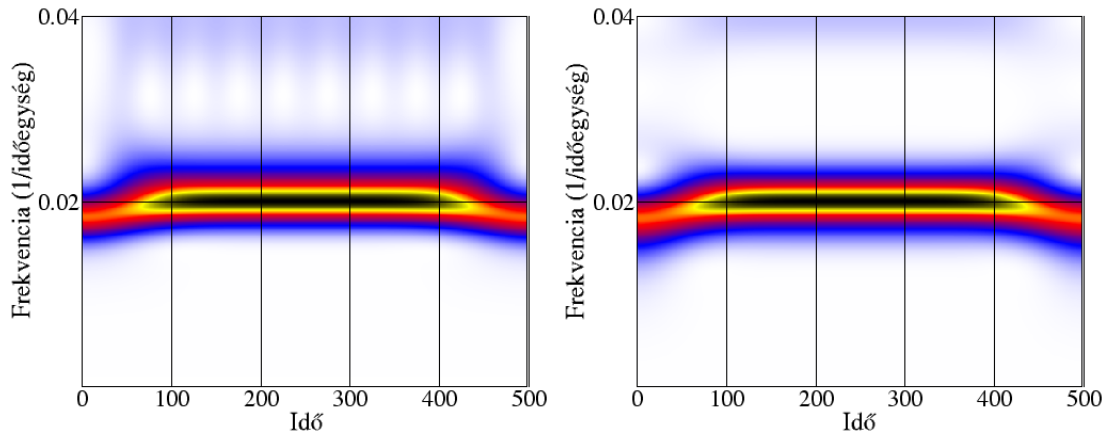
A δ Cephei típusú csillagok radiálisan pulzáló, luminózus égitestek. Periódusuk általában 1 és 135 nap közötti, vizuális tartományban mutatott fényességváltozásuk amplitúdója néhány századtól 2 magnitúdóig terjedhet. Felületi rétegeik legnagyobb mértékű kitágulása majdnem egybeesik a fényességmaximumokkal.



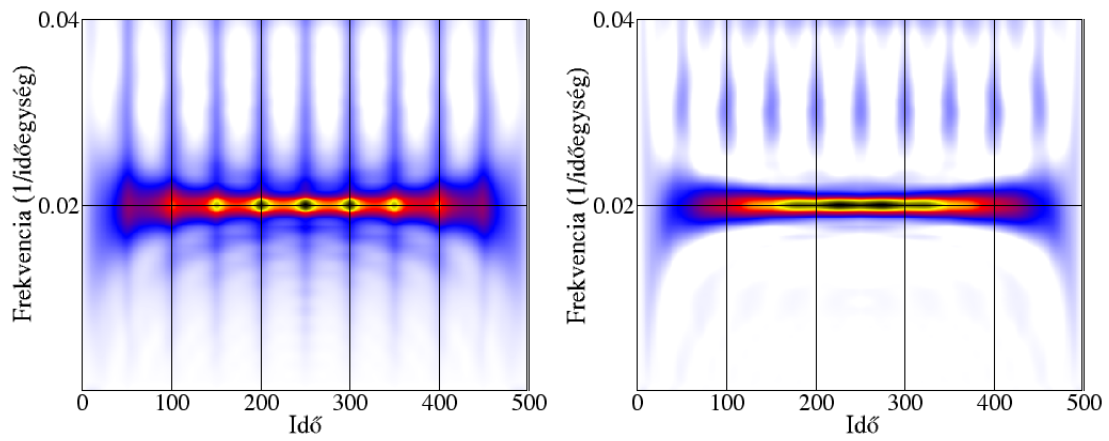
64. ábra. Cefeida-szerű szimulált fénygörbe Fourier-transzformáltja.

Észrevételek:

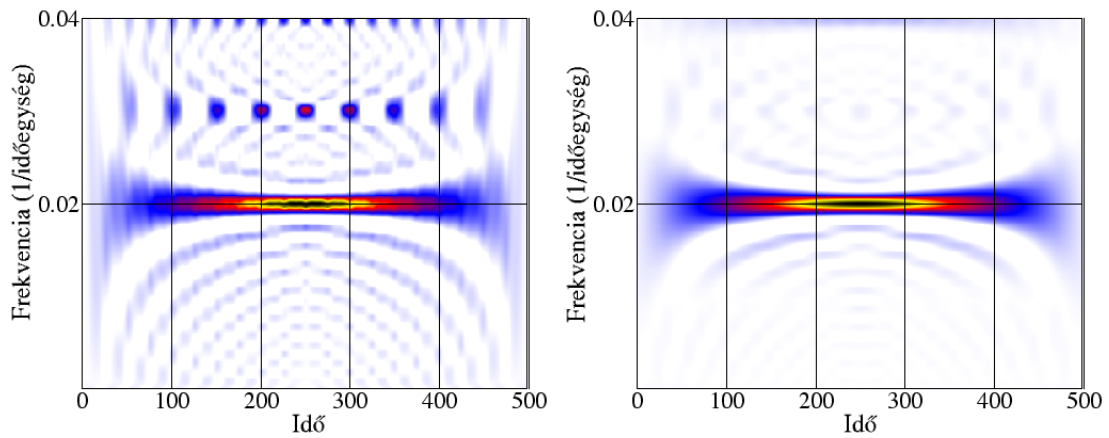
1. Az egyszerű koszinuszfüggvényhez képest harmonikus csúcsok jelennek meg az idő-frekvencia térképeken. A vizsgált görbe nem szinuszoidális, viselkedése mégis kissé ahhoz hasonló.
2. A wavelet-transzformáció (65. ábra bal oldala) az emelkedő szakaszon rövidebb, a csökkenő ágon pedig hosszabb periódust talál.
3. A fellépő felharmonikusok már nem látszanak ugyan az eloszlások frekvencia-intervallumán, mégis következtethetünk a jelenlétükre a kereszttagok $f = 0.03$ 1/időegység frekvenciánál megfigyelhető amplitúdónövekedéséből.



65. ábra. $\alpha_{WAVL} = 1.0$, $\alpha_{STFT} = 0.2$.

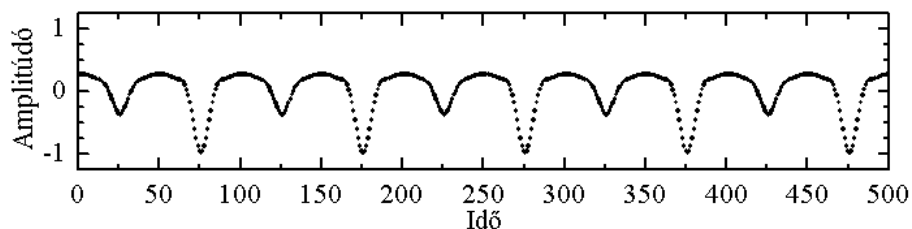


66. ábra. $\alpha_{CWD} = 1.0$, $\alpha_{ZAM} = 1.0$.



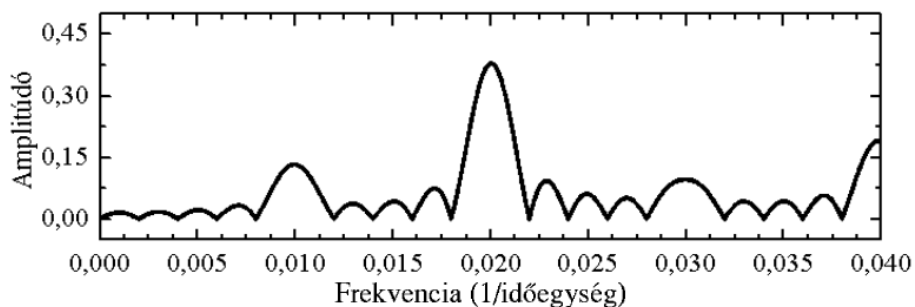
67. ábra. $\alpha_{WD} = 1.0$, $\alpha_{PWD} = 1.0$.

4.12. β Lyrae típusú fedési kettős fénygörbéje



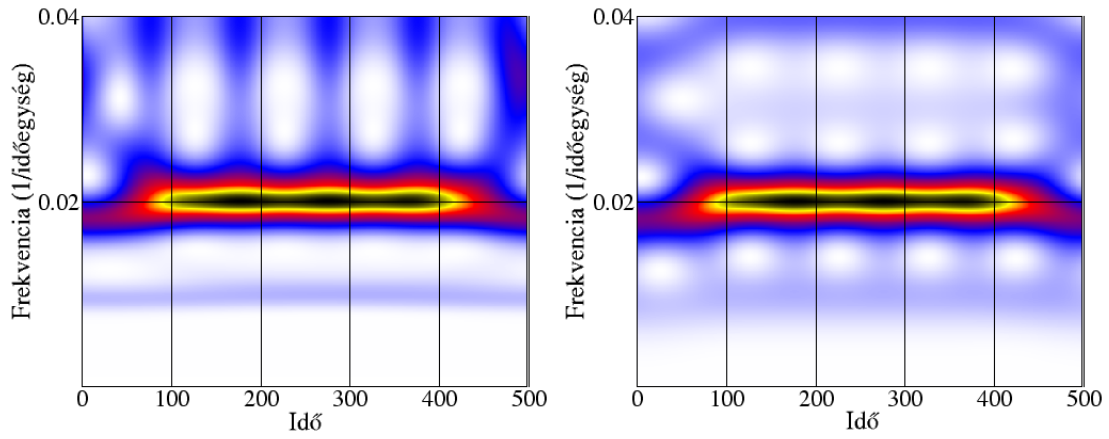
68. ábra. β Lyrae (EB) típusú fedési kettős szimulált adatsora.

A β Lyrae típusú kettős rendszerek látszó fényessége a fedések között folyamatosan változik; a másodlagos minimumok amplitúdója az elsődleges minimumokénál sokkal kisebb. Periódusuk többnyire hosszabb 1 napnál. Az egyes komponensek általában korai (B, A) színeképtípusúak, vizuális tartományban 2 magnitúdónál kisebb fényességváltozást mutatnak.

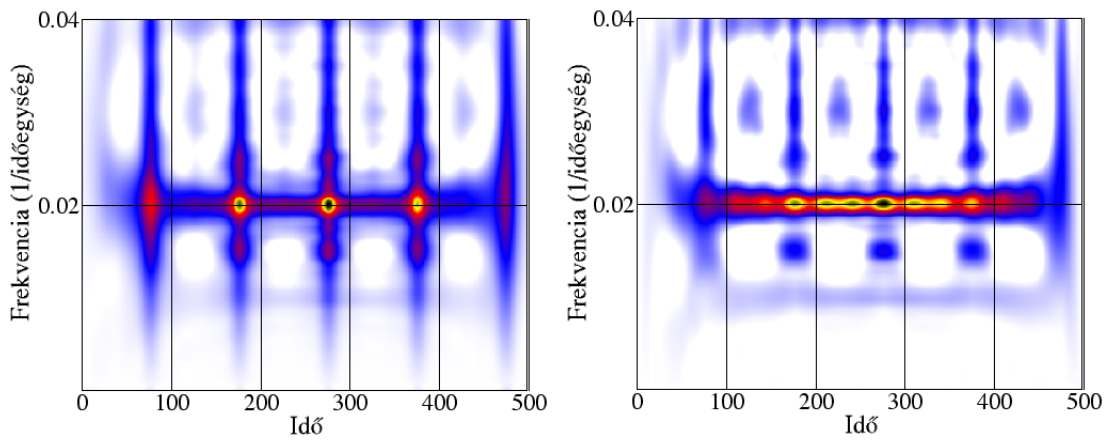


69. ábra. β Lyrae típusú fedési kettős szimulált adatsorának Fourier-transzformáltja.

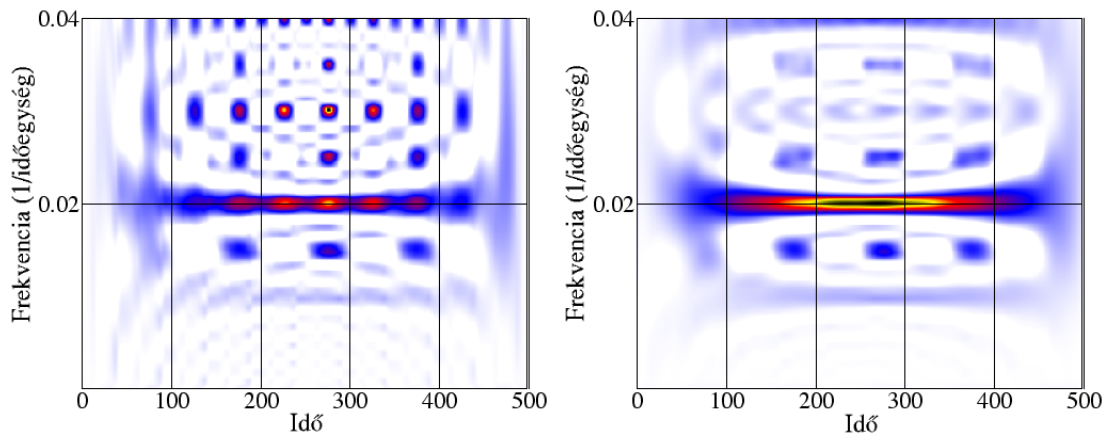
1. A fedési kettős fénygörbék vizsgálata még jobban kihangsúlyozza, hogy a wavelet-transzformáció milyen nagy mértékben érzékeny a jelek lokális alakjára.
2. Az elsődleges minimumok megjelenése éles csúcsokat eredményez a wavelet-térképeken.
3. Az idő-frekvencia eloszlásokon a kereszttagok amplitúdója a kétszeres frekvenciák felénél megnő.



70. ábra. $\alpha_{WAVL} = 1.0$, $\alpha_{STFT} = 0.2$.



71. ábra. $\alpha_{CWD} = 1.0$, $\alpha_{ZAM} = 1.0$.

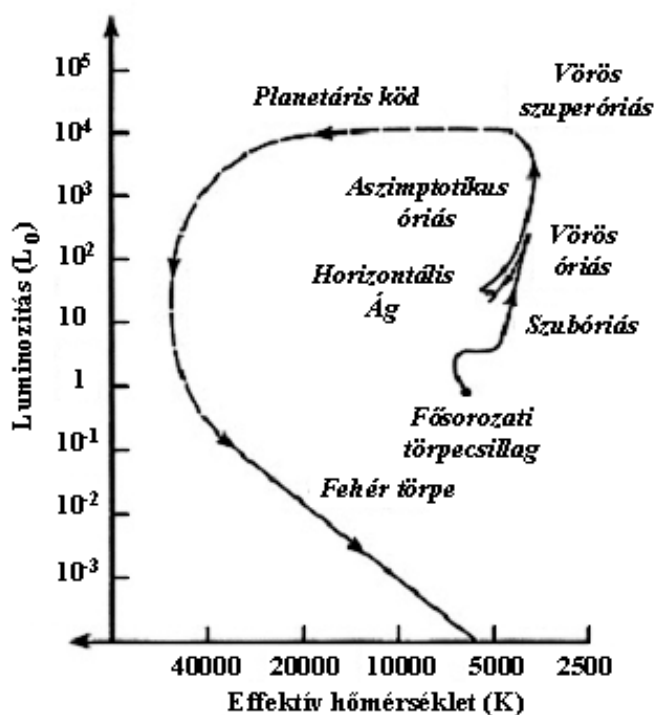


72. ábra. $\alpha_{WD} = 1.0$, $\alpha_{PWD} = 1.0$.

5. A TiFrAn csillagászati alkalmazásai

5.1. Az elemzett változócsillag-típusok bemutatása

Ebben a fejezetben a későbbiekben elemzett változócsillagok típusainak (Mira, félszabályos, RV Tauri) legfontosabb jellemzőit foglalom össze. A vizsgált csillagok pulzáló vörös változók, melyek a Hertzsprung-Russell diagram (HRD) (73. ábra) Aszimptotikus Óriáságán (AGB) foglalnak helyet. Választásukat az indokolja, hogy pulzációs ciklusaik több száz napos hossza révén megvalósíthatóvá válik a közel folytonos és ekvidisztáns mintavételezés.

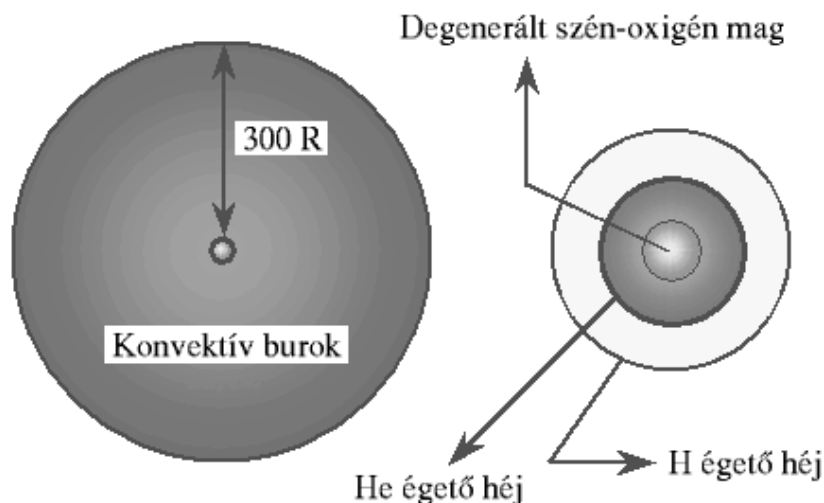


73. ábra. Kis és közepes tömegű csillagok fősorozat utáni evolúciós útja.

- **Asztrofizikai jellemzők:**

Tömegük általában néhány naptömeg, degenerált magjuk pedig - a korábbi nukleáris energiatermelő folyamatok révén - főként szénből és oxigénből áll. A magot hidrogén és hélium alkotta héjak veszik körül (74. ábra), melyekben ebben a stádiumban még zajlanak fúziós reakciók (3α -folyamat). A mag tömege a ráakódó nukleáris végtermékek következtében egyre növekszik, miközben a burok folyamatosan tágul; ezért a csillagok ennek az evolúciós fázisnak a végére vörös óriásokká, vagy szuperóriásokká

fejlődnek. Amikor a héjak energiatermelése is megszűnik, az összeroppanó mag és a csillagközi térbe távozó burokanyag planetáris ködöt hoz létre.



74. ábra. Az AGB-n tartózkodó csillagok belső felépítése.

- **Pulzációs mechanizmusok:**

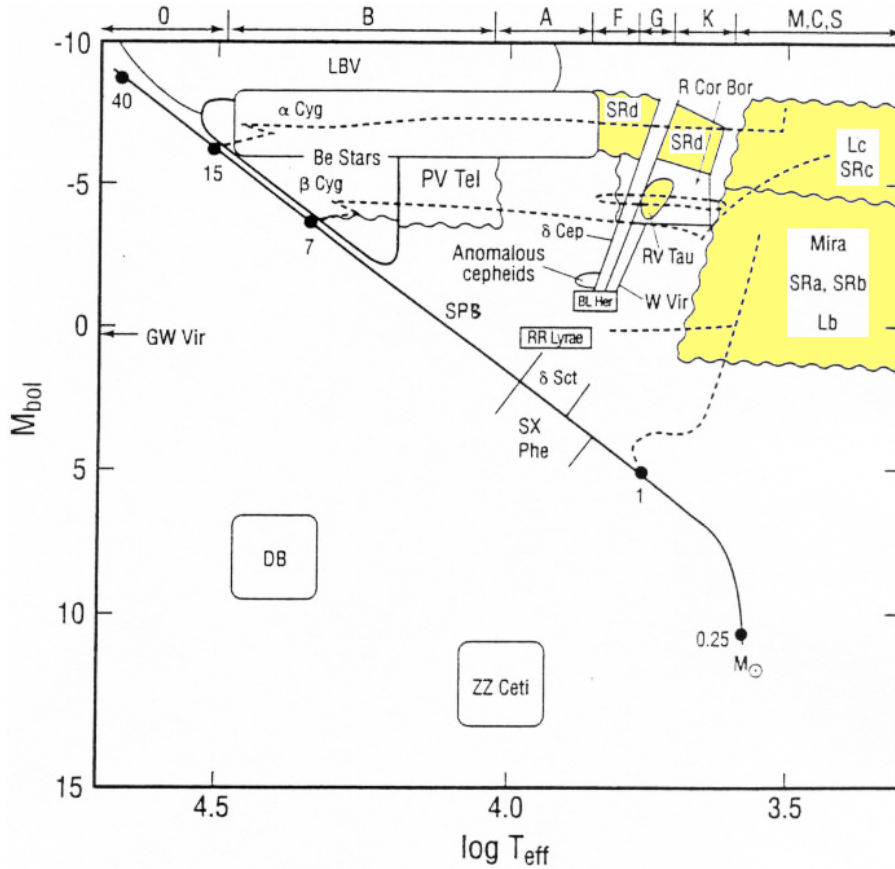
A pulzáló csillagok fényességváltozását a burok különböző rétegeinek periodikus mozgásai (tágulás, összehúzódás) okozzák. Ezek radiális - a csillag végig gömb alakú marad -, illetve nemradiális - a csillag alakja periodikusan eltér a gömbtől - elmozdulások lehetnek.

A pulzációs folyamatokat különféle asztrofizikai modellekkel írhatjuk le. Ezeknél kezdetben általában feltesszük, hogy a csillagok alapállapotban hidrosztatikai egyensúlyt valósítanak meg. Ebből külső, vagy belső hatások téríthetik ki, melyek energiája a csillag anyagának opacitásától függ. Ahhoz, hogy a rezgés néhány ciklus után ne csillapodjon le, visszacsatoló (ún. *kappa*-) mechanizmust is feltételeznünk kell, mely az elveszett energiát periódusonként pótolja. Ezt a szerepet a hélium, vagy - a csillagfejlődés végső állapotaiban - a konvektív zóna külső szélén található hidrogén ionizációs zónája tölti be, mivel ott az opacitás - hőmérsékletfüggése miatt - jelentősen változik (növekszik) az összehúzódás során. A kifelé áramló energia emiatt abban a zónában disszipálódik, így újabb tágulási folyamat veheti kezdetét.

- **Osztályozásuk:**

A Mira, a félszabályos (*szemireguláris, SR*) és az RV Tauri típusú csillagok a hosszú periódusú változók (*Long Period Variables, LPV*) osztályába tartoznak. Ciklus hosszuk elég széles intervallumon (25-től több ezer napig) vehet fel értéket és gyakran megfigyelhető több rezgési módus jelenléte, sőt esetenként módusváltás is.

A dolgozatban vizsgált változócsillag típusoknak a HRD-n elfoglalt pontos helyét a 75. ábrán színnel jelöltem meg.



75. ábra. *Pulzáló változók típusai a HRD-n.*

A hosszú periódusú pulzáló változók osztályozása során periódusukat, tömegüket, evolúciós státuszukat, és fénygörbéik alakját veszik figyelembe. Legfontosabb paramétereiket a 2. táblázatban foglaltam össze.

Típus	Periódus [nap]	Amplitúdó [mag]	Színképtípus	Tömeg M_{\odot}
Mira	80-1000	2.5-5.0	M, C, S	0.8-2
Félszabályos (SR)	30-több 1000	0.1-4.0	M, C, S, F, G, K	1-10
RV Tauri	30-100	3.0-ig	G, K	1-2

2. táblázat. *A hosszú periódusú változócsillagok típusai.*

A következőkben részletesebben is bemutatom a hosszú periódusú változók egyes típusait, majd rátérek a konkrét alkalmazásokra.

5.1.1. Mira típusú változócsillagok

A Mira típusú változók csillagászati viszonylatban alacsony hőmérsékletű, kis és közepes tömegű ($0.8-2 M_{\odot}$) pulzáló vörös óriások, melyek a HRD Aszimptotikus Óriáságának magasabb luminozításhoz tartozó részén helyezkednek el. A Naphoz viszonyítva ezek a csillagok kiterjedtebbek, luminózusabbak, azonban effektív hőmérsékletük és felszíni gravitációs gyorsulásuk a Napénál alacsonyabb. Fénygörbéiket nagy (vizuális tartományban 2.5 magnitúdónál nagyobb) amplitúdó és viszonylag stabil, monopériodikus, 100-tól több ezer napig terjedő hosszúságú ciklusok jellemzik (általában azonban 150-300 nap, Alard et al., 1996). Pulzációjukat tekintve jelenleg kétféle elképzelés - az alaplómodusú, illetve az első felhangban történő rezgés⁸ - ismeretes, melyekre vonatkozóan jelenleg még csak feltételezéseink lehetnek.

A Mirák belső felépítése meglehetősen összetett; degenerált, szénből és oxigénből álló magjukat hélium-héj veszi körül, mely fölött hidrogén-héj helyezkedik el. Az AGB csúcsán való áthaladásuk több százezer évig tart, melynek során az evolúciót döntően két folyamat jellemzi:

(1) A hidrogén-héj fúziója az alatta fekvő hélium-héjat folyamatosan héliummal dúsítja, melyben emiatt időnként termális instabilitások (*fellobbanások*, "*shell flashes*") lépnek fel. Ezek során a csillag luminozitása megváltozik, így - a pulzáló változók periódus-fényesség relációjának értelmében - periódusának is módosulnia kell (Wood & Zarro, 1981). Az egyes fellobbanási ciklusok karakterisztikus ideje (magtömegtől függően) néhány tízezer év.

(2) A külső rétegekben a pulzáció lökéshullámai és az alacsony felszíni gravitáció folyamatos tömegvesztést idéz elő, melynek révén a csillag majd eléri a fehér törpe állapotot. Az erős csillagszél ekkor nagy mennyiségű anyagot juttat a környező térbe, mely sokszor kimutatható cirkumsztelláris héjakban gyűlik össze (Habing, 1996).

5.1.2. Félszabályos változócsillagok

A félszabályos változók (SR) alacsony effektív hőmérsékletű vörös óriás- és szuperóriás csillagok. Fényességváltozásuk amplitúdója 2.5 magnitúdónál kisebb, pulzációs periódusuk néhányszor tíz naptól és több ezer napig terjedhet. A General

⁸Alaplómodus esetén feltesszük, hogy a csillag belsejében nincs csomófelület, első felhangnál azonban $2/3$ csillagsugár környékén lehet egy olyan régió, amely mentén a burokanyag ellentétes fázisban mozog. Amennyiben ilyen különbségtétel lehetséges lenne, a két csoport képviselői között azonos periódusok mellett jelentős abszolút fényesség-beli eltérések adódnának.

Catalogue of Variable Stars (GCVS) az SR csillagoknak a következő négy altípusát sorolja fel:

- **SRa:** Fényességváltozásuk szabályos, amplitúdója kisebb mint 2.5 magnitúdó. Ciklushosszuk 35-től 2300 napig terjedhet, spektrális tulajdonságaik alapján pedig az M, a C, vagy az S színeképosztályokba soroljuk őket.
- **SRb:** Az SRa-knál kevésbé szabályosak, periódusuk 20 és 2300 nap közé esik. Vizuális fényességváltozásuk amplitúdója általában 3 magnitúdó körüli érték, színeképük alapján pedig az M, a C, vagy az S osztályok tagjai.
- **SRc:** Pulzációs ciklusaik hossza 30-tól több ezer napig terjedhet, általában 1 magnitúdós fényességváltozással. Kései spektráltípusú (M, C, S), az SRd altípusnál luminózusabb csillagok.
- **SRd:** Színeképosztályuk F, G, vagy K lehet, fényváltozásuk amplitúdója 0.1 és 4 magnitúdó közötti érték. Az SRc-khez képest magasabb hőmérsékletű égitestek. Egyes megfigyelések szerint az SR csillagoknál is zajlanak tömegvesztési folyamatok, ezáltal ezek az objektumok is nagymértékben hozzájárulnak a csillagközi anyag nehezebb elemekkel való feldúsításához. Hosszabb időskálán mutatott viselkedésüket még kevésbé ismerjük, ezért kutatásuk a jelenlegi evolúciós és pulzációs modellek igazolása szempontjából is fontos feladat.

5.1.3. RV Tauri típusú változócsillagok

Az RV Tauri változók csoportját viszonylag kevés sárga óriáscsillag alkotja. Ezeket az égitesteket általában az idősebb (fémszegényebb) II. populációs csillagok között fedezhetjük fel a galaktikus halóban, vagy a korong tartományában. Találtak már RV Taurikat gömbhalmazokban is, mely esetben a távolságukat is elég pontosan meg tudták határozni. A jelenlegi evolúciós modellek szerint (Jura, 1986) ezek lehetnek azok a kis tömegű, alacsony fémtartalmú csillagok, melyek az AGB és a fehér törpe állapotok közötti közvetlen átmenetet képviselik.

Az első, már az RV Taurikat is tartalmazó klasszifikációs rendszert 1928-ban Lunderdorff hozta létre. Mivel ez a típus meglehetősen inhomogén, osztályozásukat napjainkban döntően három paraméter alapján (fénygörbe alakja, periódus, színeképtípus) végzik. Fénygörbéiket mély (elsődleges) és sekély (másodlagos) minimumok váltakozása jellemzi, melyek amplitúdója akár 4 magnitúdó is lehet. Periódusukat a két elsődleges minimum között eltelt idővel definiálják - ez az úgynevezett *formális periódus* általában 30-150 napos. Színeképtípusuk maximum idején F-G, minimumkor pedig K és M közötti lehet.

Két további altípusa ismert (GCVS):

- **RVa:** Közel állandó átlagfényesség (tipikus képviselő az AC Her).
- **RVb:** Átlagfényességüket a V tartományban mintegy 2 magnitúdóval és 600-1500 napos periodicitással változtató csillagok. A jelenség pulzációs eredetű is lehet, azonban egyéb hatások sem zárhatók ki.

Spektroszkópai osztályozásuk (Preston et al., 1963) során három csoportot különítettek el:

- **A:** Változó erősségű CH és CN sávok, minimum idején TiO sávok jelennek meg. G-K színképtípus.
- **B:** Többnyire széngazdagok, gyenge fémabszorpcióval. Az elsődleges és a másodlagos maximum között erős CH és CN sávok látszanak.
- **C:** Spektrumaik a B típuséhoz nagyon hasonlóak, azonban a CH és a CN sávok maximum idején is fellépnek.

Az RV Tauri csillagok jelentős infravörös többletsugárzást mutatnak. A feltételezések szerint ez cirkumsztelláris porhéjak jelenlétével hozható összefüggésbe, melyek feltehetőleg a pulzáció lökéshullámai és a fokozatos tömegvesztés összjátékaként jöttek létre.

5.2. Alkalmazások

A vizsgált objektumok legfontosabb adatait a 3. táblázatban soroltam fel. Mivel ezek a csillagok 75-től több száz napig terjedő ciklushosszakkal rendelkeznek, napról napra történő észlelésük is csak töredéknyit árulna el rezgésük valódi természetéről. Megfigyelésüket azonban világszerte számos amatőr és hivatásos csillagász végzi, és a megállapított vizuális fényességadatokat továbbítják a nemzetközi adatbázisoknak. Az általam használt idősorok négy publikus forrásból származnak; a francia *Associ-*

Csillag	Koordináták			Típus	Színképtípus	Periódus [nap]
	Dec.	RA				
AC Her	14 29 45.27	+38 51 40.6		RV Tau	F4 Ib	75
AF Cyg	19 30 12.85	+46 08 52.1		SRb	M4	93
BH Cru*	12 16 16.79	-56 17 09.6		Mira	SC4.5-8e	540
LX Cyg*	21 55 57.03	+48 20 52.6		Mira	SC7/9e	580
R Aql*	19 06 22.25	+08 13 48.0		Mira	M7IIIe	293
R Cyg	19 36 49.38	+50 11 59.5		Mira	S6/6e	429
R Hya	13 29 42.78	-23 16 52.8		Mira	M7 IIIe	380
R Sct	18 47 28.95	-05 42 18.5		RV Tau	K0 Ib	144
RS Cyg	20 13 23.66	+38 43 44.5		SRa	C8.2e	417
R UMi	16 29 57.90	+72 16 49.2		SRb	M7IIIe	326
RX UMa	09 14 26.20	+67 15 36.0		SRb	M5	195
RY Dra	12 56 25.91	+65 59 39.8		SRb	C4.5	200
RY UMa	12 20 27.33	+61 18 34.7		SRb	M3 III	306
S Ori*	05 29 00.89	-04 41 32.7		Mira	M7e	420
SX Her	16 07 27.25	+24 54 29.9		SRd	K2	102
T Cep	21 09 31.78	+68 29 27.2		Mira	M7IIIe	393
T UMi*	13 34 40.50	+73 25 56.0		Mira	M5.5e	215
UX Dra	19 21 35.52	+76 33 34.5		SRa.	C7.3	168
V Boo	14 29 45.27	+38 51 40.6		Mira	M6e	258
V CVn	13 19 27.76	+45 31 37.7		Mira	M4e-M6eIIIa	192
W Cyg	21 36 02.50	+45 22 28.5		SRb	M4e-M6eIII	131
W Dra*	18 05 35.00	+65 57 20.0		Mira	M3e	290
Y Per	03 27 42.39	+44 10 36.5		Mira	C4.3e	249
Z UMa	11 56 30.23	+57 52 17.7		SRb	M5IIIe	196

3. táblázat. *A vizsgált csillagok adatai.*

ation Francaise des Observateurs d'Étoiles Variables- (AFOEV⁹) a japán *Variable Star Observer's League in Japan-* (VSOLJ¹⁰) és a *Variable Star Network*-től (VS-

⁹<ftp://cdsarc.u-strasbg.fr/pub/afoev>

¹⁰vsnet.kusastro.kyoto-u.ac.jp/vsnet/VSOLJ/vsolj.html

NET¹¹), valamint egy Java-alkalmazás (Dexter) segítségével sikerült az amerikai *American Association of Variable Star Observers* (AAVSO) adatainak egy részéhez is hozzájutnom. A 3. táblázatban *-al jelölt objektumok ciklushossza napjainkban folyamatosan változik - a feltüntetett periódusértékek a jelenlegi állapotoknak felelnek meg. Mivel a TiFrAn program ekvidisztáns mintavételezésű¹² jelekkel dolgozik,

Csillag	Átlag [nap]	N	AFOEV	VSOLJ	AAVSO	VSNET	Epocha [JD-2400000]
AC Her	5	5889	9020	11465	-	-	23200
AF Cyg	5	6037	17597	12561	-	-	22460
BH Cru	10	1212	141	-	547	-	40530
LX Cyg	10	721	474	28	-	241	45500
R Aql	10	2976	4641	3687	-	-	22880
R Cyg	10	3005	9303	7282	-	-	22600
R Hya	10	3703	1578	2770	2371	-	15520
R Sct	5	4949	28215	16786	-	-	14460
RS Cyg	10	2963	7391	3396	-	-	23020
R UMi	10	2982	3443	1850	-	-	22810
RX UMa	10	3493	4680	64	-	-	17690
RY Dra	10	3503	6450	1026	-	-	17630
RY UMa	10	2805	9853	497	-	-	24610
S Ori	10	2678	503	1810	975	-	25600
SX Her	5	5575	2149	1782	-	-	24735
T Cep	10	3377	19459	7889	-	1006	18980
T UMi	10	2977	4062	891	3213	-	22700
UX Dra	5	1017	2223	35	-	-	47560
V Boo	5	5954	14395	2877	-	-	18070
V CVn	5	5729	4575	2538	-	-	23980
W Cyg	5	7048	19119	15106	-	-	17405
W Dra	10	2821	1921	632	-	-	24050
Y Per	10	2960	6726	5516	-	-	23050
Z UMa	10	3285	22118	9635	-	-	19800

4. táblázat. *Az adatsorokra vonatkozó információk.*

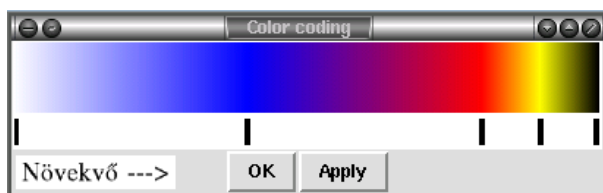
a számolásokhoz használt idősorok - a csillagok periódusértékeinek megfelelően - 5 és 10 napos intervallumokra eső fényességátlagokat tartalmaznak. A 4. táblázatban az átlagolt file-ok adatpárjainak számát N -nel jelöltem, melyeknél az észlelési ürköt a csillagok teljes adatsorra vonatkozó átlagfényességeivel töltöttem fel - ezeket az értékeket a program nem veszi figyelembe a számolás során.

¹¹<http://www.kusastro.kyoto-u.ac.jp/vsnet/gcvs>

¹²Az adatsorban ürr nem lehet.

Az AC Herculis esetében a TiFrAn-nal meghatározható idő-frekvencia eloszlások mindegyikét bemutatom, a többi csillagra vonatkozóan azonban - a terjedelmi korlátok miatt - csak a wavelet-transzformáltakat, a ZAM és a CWD eloszlásokat alkalmaztam. A TiFrAn-nal a Fourier-transzformációt is el lehet végezni, így lehetséges a kétféle periódusvizsgáló módszer fontos tulajdonságainak összehasonlítása. Az FFT kalkulációk az egyes csillagok adatsoraira vonatkozóan az idő-frekvencia eloszlások jobb oldalain láthatók.

Az egyes rezgési komponensek kiemeléséhez Tcl-szkripteket¹³ használtam, melyekkel a paraméterek kalibrálását is el lehetett végezni. Az amplitúdók értékének alakulása a 76. ábrán látható színskála alapján értelmezhető.



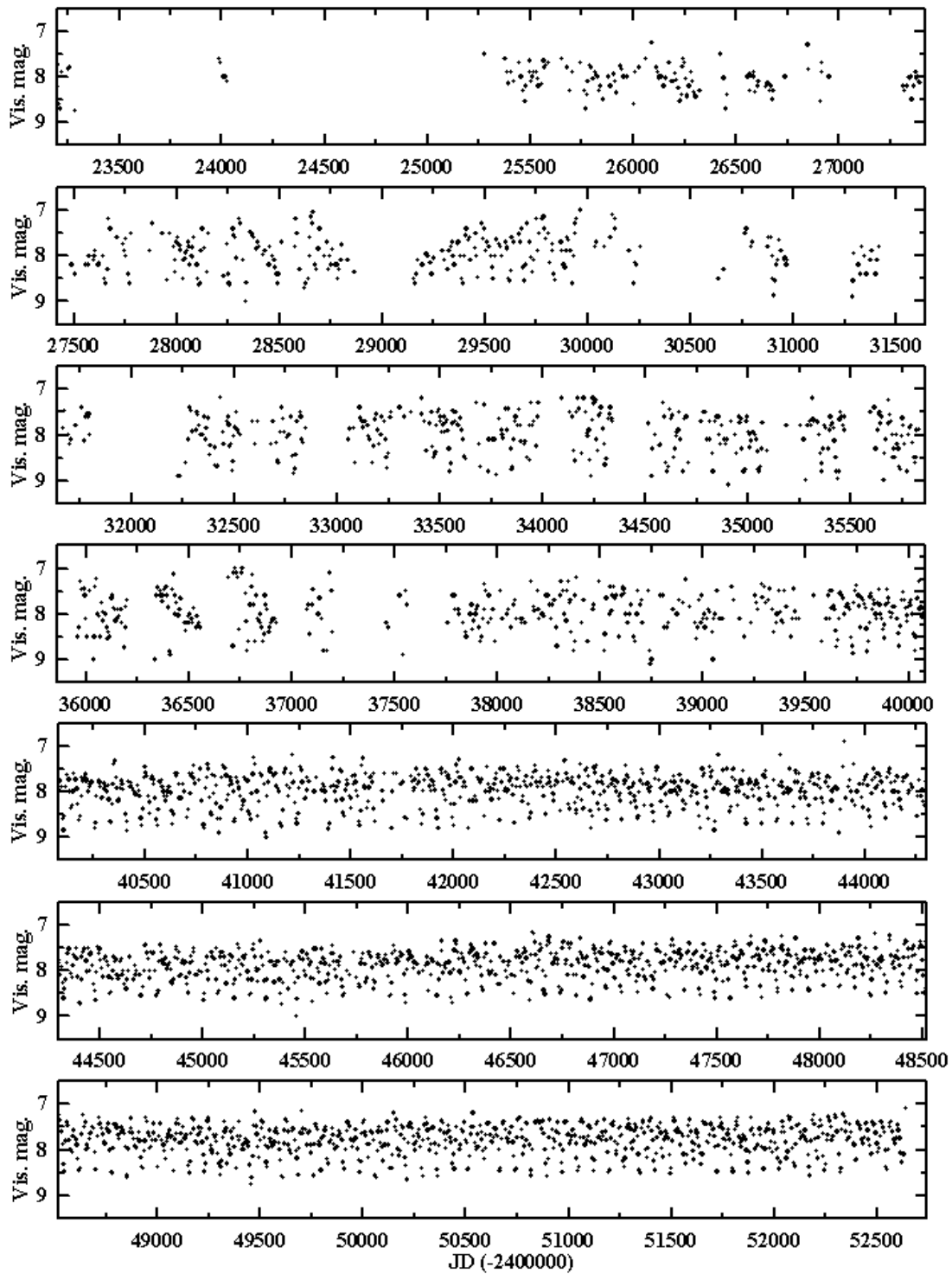
76. ábra. A *TiFrAn* amplitúdóértékeket jelző, kalibrálható színskálája.

A vizsgált objektumok közül hat csillaggal¹⁴ egy korábbi munkám, TDK dolgozatom (Bebesi, 2002) keretében részletesebben is foglalkoztam, az akkori számolások eredményeit a megfelelő fejezetekben említés szintjén ismertetem.

¹³Tcl-szkriptekkel lehet szabályozni a frekvenciaintervallumot, az idő- és frekvenciafelbontást, az analízáló ablakok szélességét, és az egyes komponensek amplitúdóinak szűrőzését. Az alkalmazott szkriptekkel a kimeneti postscript file-ok tengelyeinek beállításai és a Fourier-transzformáltak amplitúdóinak skálázása is elvégezhető.

¹⁴BH Cru, R Aql, R Hya, S Ori, T UMi, S Ori.

5.2.1. AC Herculis



77. ábra. Az AC Her 5 napos fényességátlagokat tartalmazó adatsora.

Az AC Herculis az RV Tauri csillagok, azon belül is az RVa típus jellegzetes képviselője. Fénygörbéjén (77. ábra) váltakozó mély és sekély minimumok figyelhetők meg, melyeket általában két, 2:1 arányú pulzációs periódus jelenlétével szoktak magyarázni. A csillag fényessége 6.8 és 9 magnitúdó között változik, ciklushossza 75 nap körüli érték.

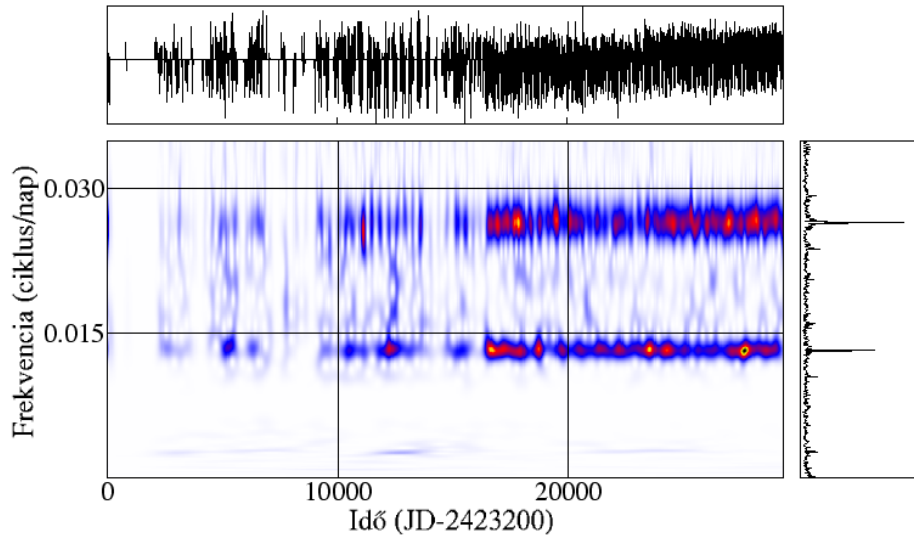
Az AC Her-t Buchler és munkatársai több publikációban (Buchler et al. 2001, Buchler & Kolláth, 2001) elemezték, nagy hangsúlyt fektetve többek között a csillag kaotikus viselkedésére. A kaotikus folyamatok nemlineáris dinamikai rendszerekben lépnek fel, melyeket a szerzők változócsillagok esetében a globális fázistér rekonstrukció módszerével¹⁵ (Serre et al., 1996) vizsgálták. Ezzel az eljárással az AC Her fényességváltozását négy dimenziós leképezéssel modellezték, melynek eredményeként feltételezhető, hogy az észlelt irregularitás háttérében két pulzációs módus kölcsönhatása áll.

A Fourier-transzformáció és az idő-frekvencia módszerek egyik legfontosabb különbsége - a spektrális összetevők nyomon követhetősége mellett - az amplitúdók változásának kimutatása. A TiFrAn a 76. ábra skálájának színeivel mutatja a komponensek amplitúdóinak alakulását, melyet a wavelet-transzformált felső ablakában feltüntetett adatsor mentén időben is végigkísérhetünk.

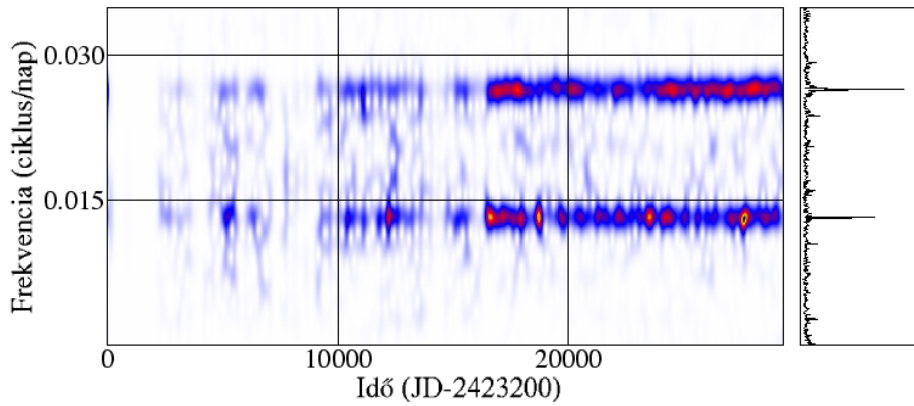
Az AC Her 5 napos átlagolt adatsorának idő-frekvencia eloszlásait a TiFrAn program mindegyik módszerével analizáltam, a számolások során 0.0135 és 0.027 ciklus/nap értékeknél végeztem a tcl-szkriptekkel amplitúdókiemelést.

A csillag wavelet- és Gábor transzformáltjai a 78. és a 79. ábrákon láthatók. Ez a két idő-frekvencia térkép a pulzációs frekvencia (0.013 ciklus/nap) környezetében hasolónak mutatkozik - melyet az ablakfüggvények közel azonossága garantál az adott frekvencián -, azonban a Gábor-transzformált a harmonikusokra vonatkozóan határozottan jobb feloldást biztosít. Ennek oka a wavelet-transzformáció kedvezőtlenebb időfelbontása a magasabb frekvenciákon. A Choi-Williams eloszlás (80. ábra) még jobban kiemeli a harmonikusokat, melyet tovább lehet fokozni a tcl-szkript megfelelő szűrő-beállításával. Ez az eloszlásfüggvény különösen alkalmas a rövid időskálájú jelenségek és az éles csúcsok kimutatására. A Wigner és a Choi-Williams eloszlásoknál az analizáló ablakok szélessége nem volt megfelelő ennél az adatsornál, ezért értékeiket a korábbi számolásokhoz képest az 1/10-ére csökkentettem.

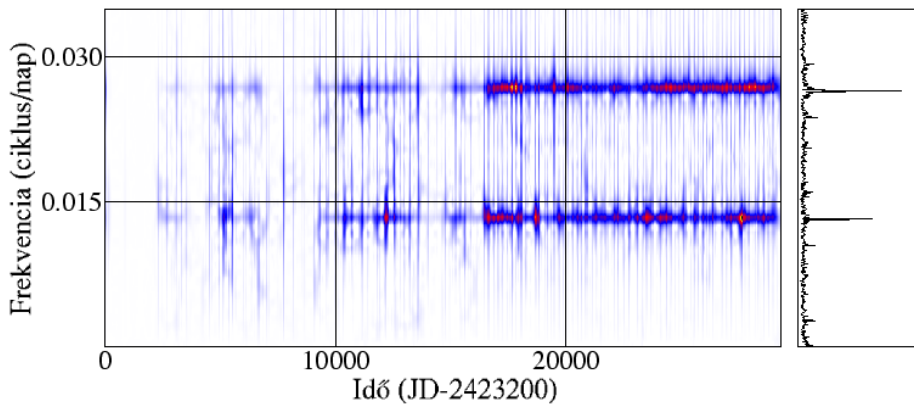
¹⁵A fénygörbéknek viszonylag egyszerű nemlineáris leképezéssel leírható többdimenziós időeltolódásán alapuló rekonstrukciója.



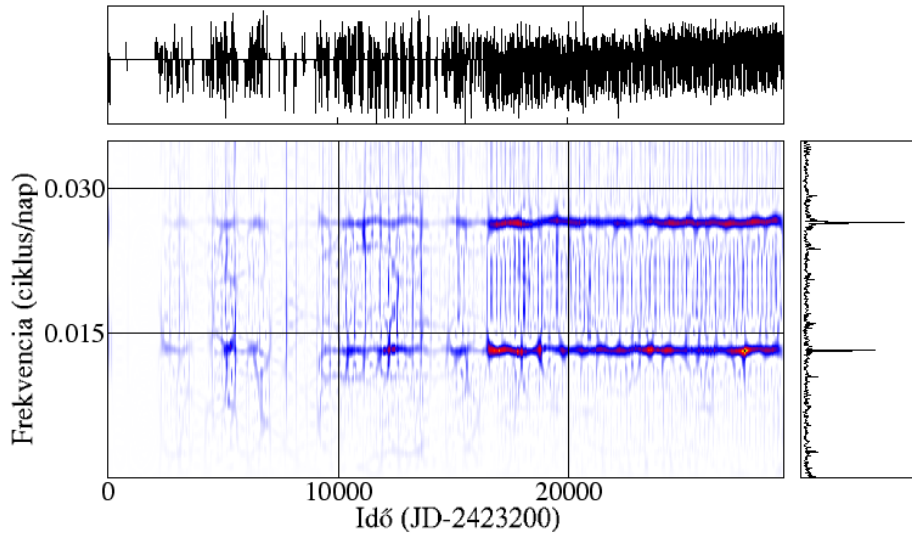
78. ábra. Az *AC Her* adatsorának wavelet-transzformáltja: $\alpha = 2.2$.



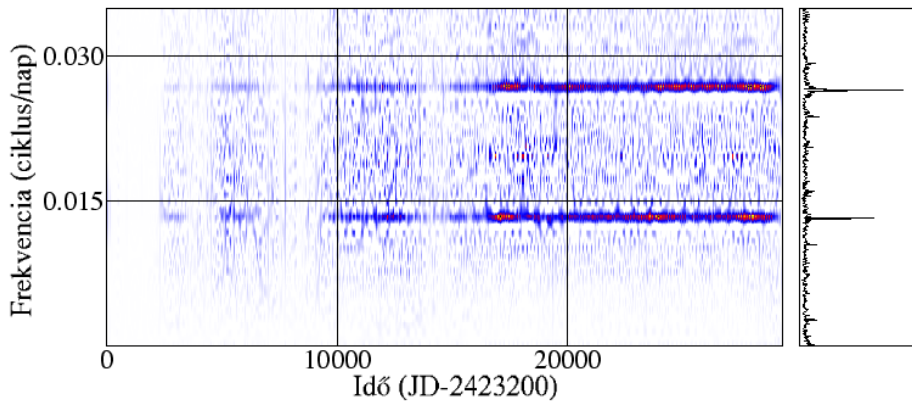
79. ábra. Az *AC Her* adatsorának Gábor-transzformáltja: $\alpha = 0.45$.



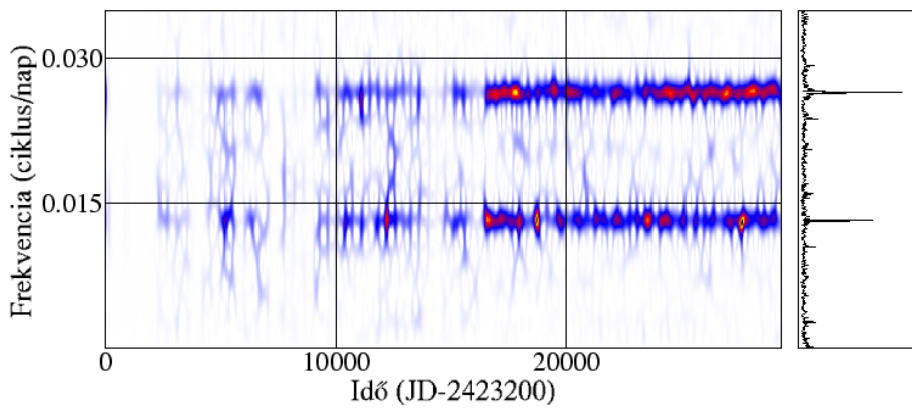
80. ábra. Az *AC Her* adatsorának Choi-Williams eloszlása: $\alpha = 0.5$.



81. ábra. Az AC Her adatsorának Zhao-Atlas-Marks eloszlása: $\alpha = 1.0$.

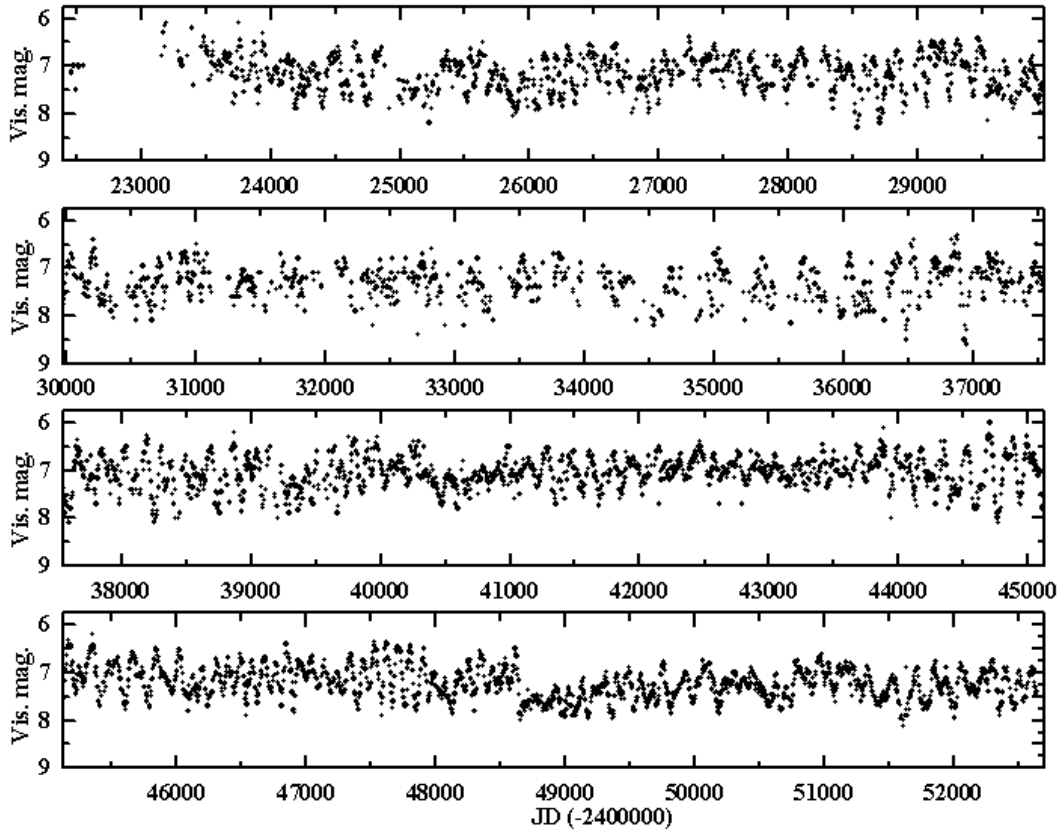


82. ábra. Az AC Her adatsorának Wigner eloszlása: $\alpha = 0.1$.



83. ábra. Az AC Her adatsorának pseudo-Wigner eloszlása: $\alpha = 0.5$.

5.2.2. AF Cygni

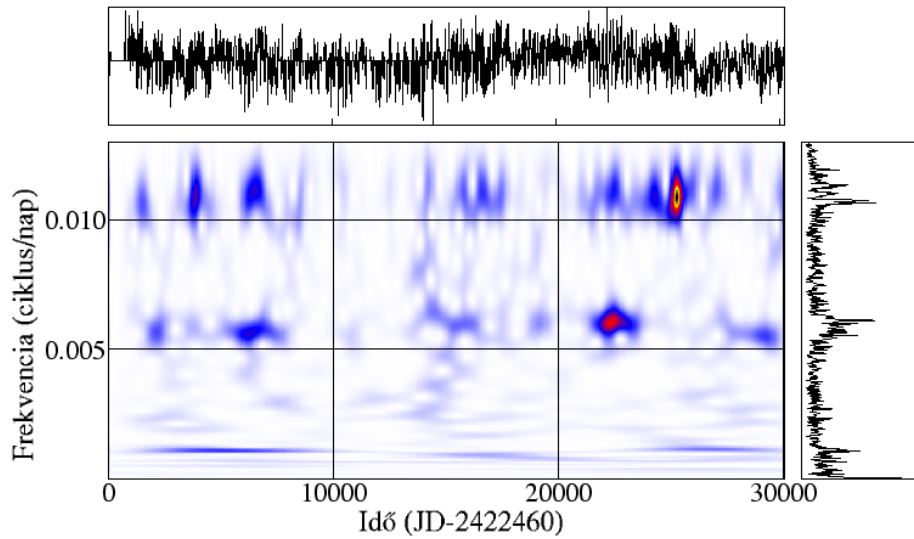


84. ábra. Az AF Cyg 5 napos fényességátlagokat tartalmazó adatsora.

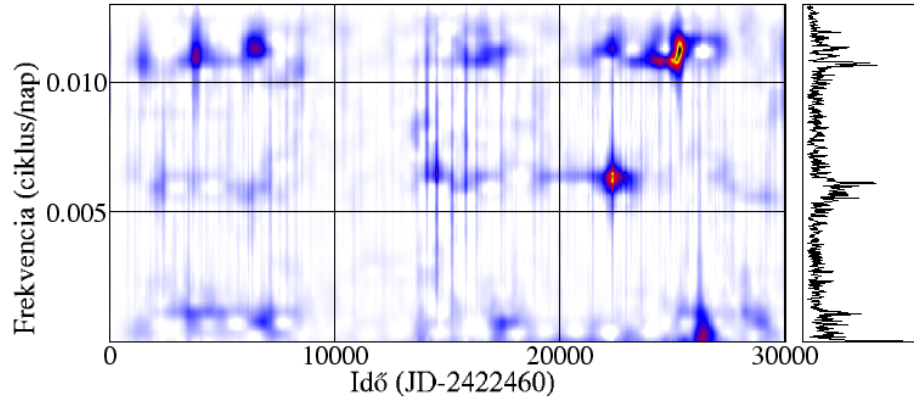
Az AF Cygni SRb típusú változó, a félszabályos objektumok között talán az egyik legkedveltebb megfigyelési célpont. Látszó fényessége 6.2 és 8.1 magnitúdó között változik, spektruma alapján az M4 színképosztály tagja. 2000-ben ez a csillag is részét alkotta annak az analízisnek, melyet Kiss és munkatársai végeztek. Ennek során a félszabályos változók multiperiodikus viselkedését tanulmányozták, és az AF Cyg pulzációjában néhány száz napos ciklusonként ismétlődő módusváltásokat fedeztek fel.

A csillag periódusára vonatkozóan a szakirodalom 93 napos értéket ad, ezért az eredeti adatsor 5 napos fényességátlagjaival számoltam. Idő-frekvencia síkon - az egyes komponensek amplitúdójának kiemeléséhez - $f_0 = 0.0065$ és $f_1 = 0.011$ 1/nap frekvenciaértékeknél alkalmaztam szűrést. A módszerek által meghatározott periódusok hozzávetőlegesen $P_0 = 150$ és $P_1 = 91$ nap körüli értékeknek adódtak.

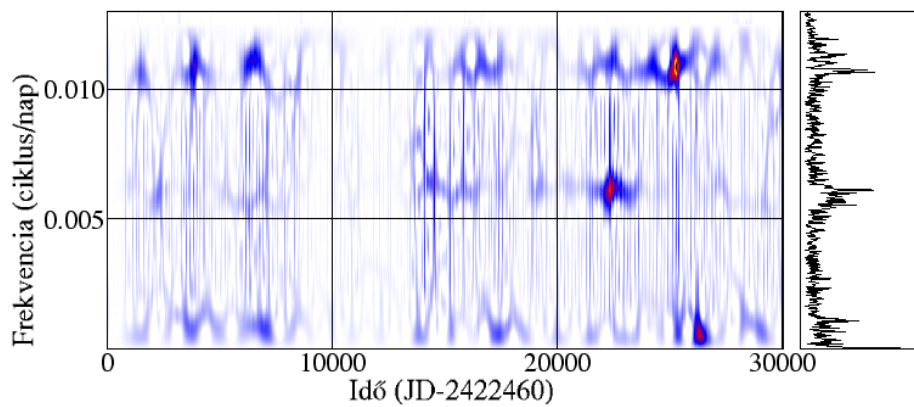
Az idő-frekvencia eloszlások jobb oldalain látható FFT kalkulációk alapján megállapítható, hogy az egyes frekvenciakomponensek nem sokkal emelkednek a zaj-



85. ábra. Az *AF Cyg* adatsorának wavelet-transzformáltja: $\alpha = 2.2$.



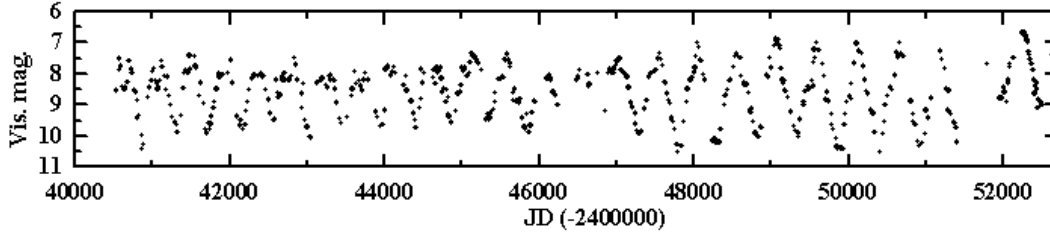
86. ábra. Az *AF Cyg* adatsorának Choi-Williams eloszlása: $\alpha = 0.3$.



87. ábra. Az *AF Cyg* adatsorának Zhao-Atlas-Marks eloszlása: $\alpha = 1.0$.

szint fölé. Az AF Cyg idő-frekvencia analízisének eredményeként legalább egy szembetűnő váltás megfigyelhető az alapl módus és az első felhang között. A csillag wavelet-transzformáltjának (85. ábra) és a Zhao-Atlas-Marks eloszlásának (87. ábra) kiszámításakor ugyanazokkal az ablakhosszokkal számoltam, a Choi-Williams eloszlás esetében azonban ezt csökkenteni kellett.

5.2.3. BH Crucis



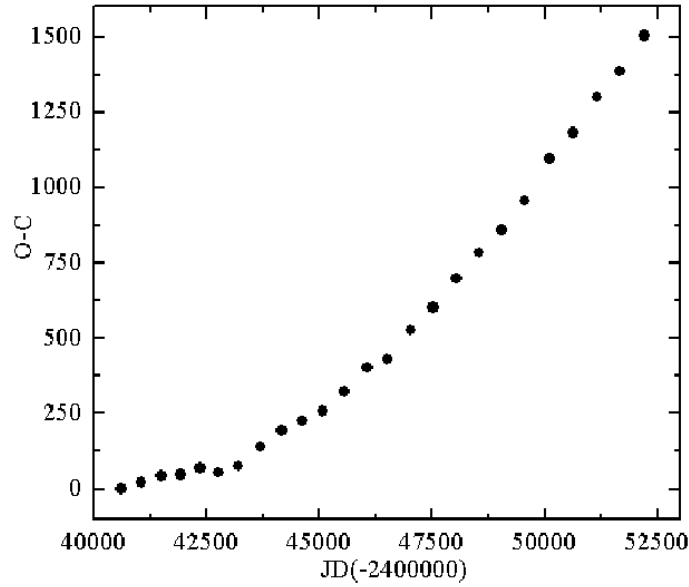
88. ábra. A *BH Cru* 10 napos fényességátlagokat tartalmazó adatsora.

A BH Crucis a déli égbolt Crux csillagképében található, emiatt viszonylag kevés adat áll róla rendelkezésre. Mira típusú csillag, emellett növekvő periódust mutat, mely hélium-héj fellobbanásra utal. Wood és Zarro 1981-es modellje alapján a BH Crucis a fellobbanási ciklus kezdeti, felfelé ívelő szakaszán tartózkodik; ekkor kezd a hélium-héjban felszabadult energia a felszín felé diffundálni. A csillag átlagolt adatsorán (88. ábra) amplitúdóváltozás is látszik, mely a fényességmaximumok környékén szisztematikusnak tűnik. Valószínűsíthető, hogy ezt az égitestet porfelhő veszi körül - infravörös megfigyelések megerősítik a porködök jelenlétét egyes Mirák környezetében -, vagy esetleg foltos és ez váltotta ki a különleges hatást.

A csillag O-C diagramjának (89. ábra) meghatározásakor 420 napos próbaperiódust alkalmaztam, kezdőpontként pedig $JD_0 = 40624$ -t. A periódusváltozás ütemét parabola illesztésével állapítottam meg, mely a másodfokú tag együtthatójából a

$$(O - C) = 0.5 \frac{1}{P} \frac{dP}{dt} t^2 \quad (30)$$

összefüggés alapján (Breger & Pamyatnikh, 1998) számítható ki. A BH Cru periódusváltozásának éves mértékére (dP/dt) ennek alapján 1.5 ± 0.054 nap/év adódott. Az észlelt legkorábbi (JD2440624) ciklus hossza 441 napos, a legutolsó pedig (JD2452209) 540 napos volt. Az idő-frekvencia eloszlásokon látszanak a szakadások helyei az adatsorban, melyek főleg a magasabb frekvenciatartományt formálják át.



89. ábra. A *BH Cru* *O-C* diagramja: $C = 40624 + n \cdot 420(\text{nap})$.

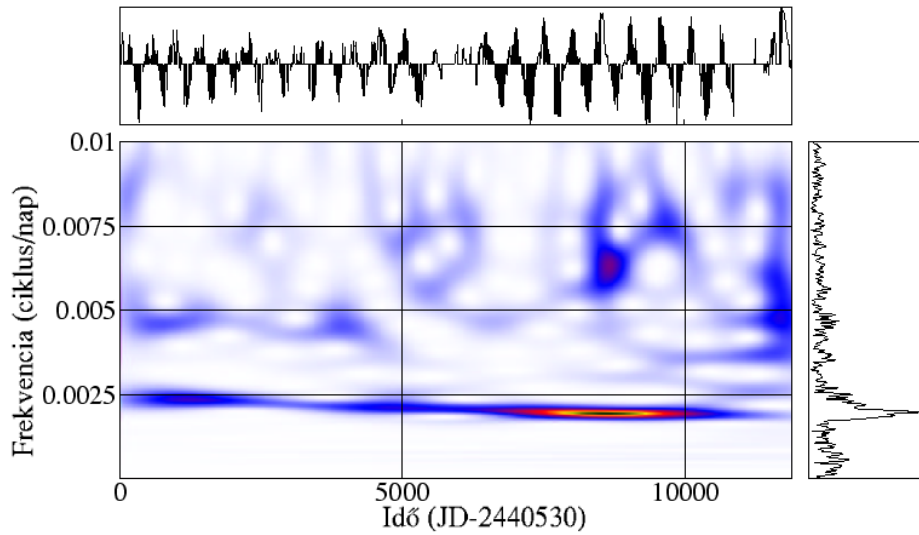
A Wood és Zarro-féle 1981-es modell szerint számolt luminozitásváltozásra illetve a csillag észlelt periódusváltozási ütemét számos fizikai paramétert (tömeg, sugár, távolság) is meg lehet határozni. Ezek az értékek a *BH Cru*-ra vonatkozóan a 5. táblázatban láthatók, melynél az r távolság kiszámításakor az interstelláris extinkciót (Hakkila et al., 1997; Berdnikov & Pavlovskaya, 1991; Arenou et al., 1992; Fitzgerald, 1968) is számításba vettem. Ezek az értékek azonban inkább becslés jel-

r [pc]	M_c/M_\odot	R/R_\odot	M/M_\odot (F)	M/M_\odot (1H)
740 ± 150	0.83	540 ± 110	3.4	1.8

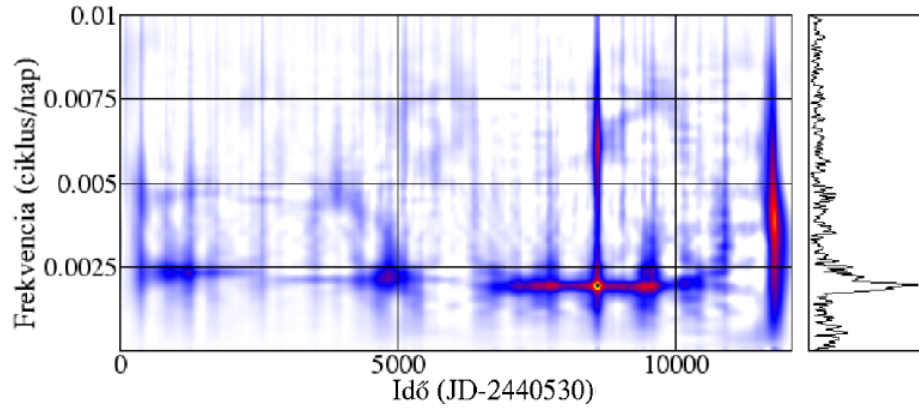
5. táblázat. A *BH Cru* fizikai paramétereit.

legűek, mivel a Wood-Zarro modell empirikus paramétereket is alkalmaz. A csillag tömegét - a felszíni gravitációs gyorsulásra vonatkozó összefüggések alapján¹⁶ - alaplómódusra és első felhangra is meghatároztam. Eszerint - feltéve, hogy a Mirák tömege hozzávetőlegesen 0.8 és $2 M_\odot$ közötti érték - a *BH Cru* esetében valószínűsíthető az első felhangban történő pulzáció.

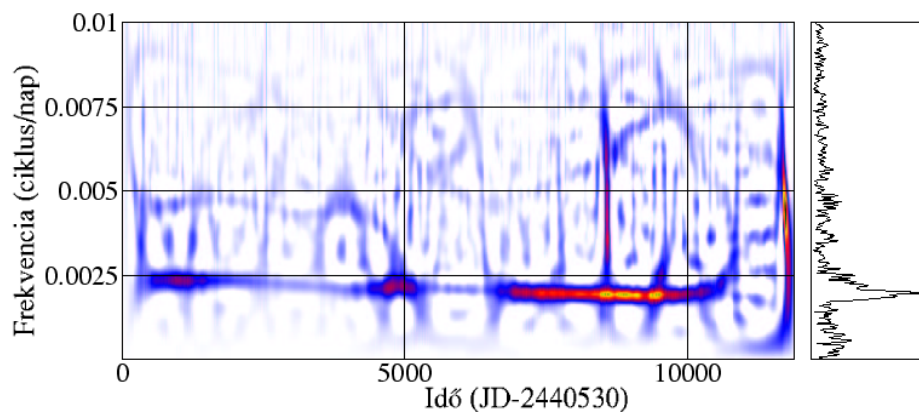
¹⁶Alaplómódusra: $\log g = 2.62 \pm 0.035 - (1.142 \pm 0.43) \cdot \log P(\text{nap})$, (Ferne, 1995),
Első felhangra: $\log g = 2.3 - 1.142 \log P(\text{nap})$, (Szatmáry & Kiss, 2002).



90. ábra. A *BH Cru* adatsorának wavelet-transzformáltja: $\alpha = 2.0$.

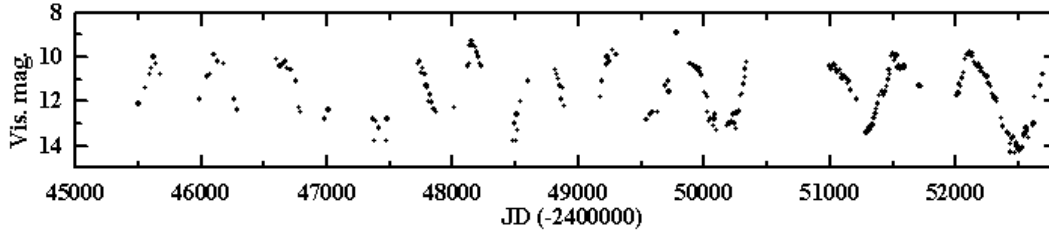


91. ábra. A *BH Cru* adatsorának Choi-Williams eloszlása: $\alpha = 0.3$.



92. ábra. A *BH Cru* adatsorának Zhao-Atlas-Marks eloszlása: $\alpha = 0.2$.

5.2.4. LX Cygni

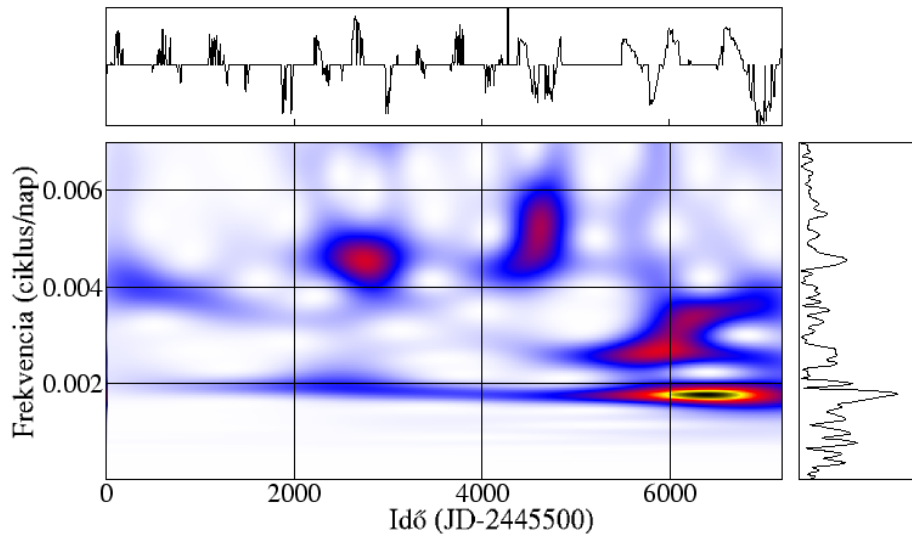


93. ábra. Az *LX Cyg* 10 napos fényességátlagokat tartalmazó adatsora.

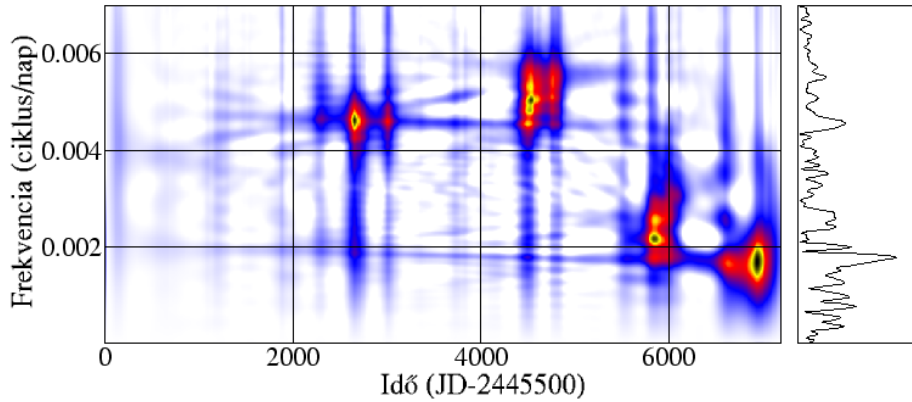
Az *LX Cygni* Mira típusú változó, spektrumát tekintve az S osztály tagja. Periódusa napjainkban növekszik, melyre vonatkozóan az AAVSO adatok vizsgálatának eredményeit Templeton és munkatársai 2003 januárban tették közzé. A csillag evolúciós státuszát tekintve valószínűsíthető, hogy ciklushosszának változását - a BH Cru-hoz hasonlóan - a magot körülvevő hélium-héj nukleáris fellobbanása váltotta ki (Wood & Zarro, 1981). Amennyiben növekvő periódusának hátterében valóban a shell flash folyamata áll, akkor az *LX Cyg* feltehetőleg éppen abban a fázisban lehet, amikor a hélium-héjban felszabadult energia - a konvekció révén - megjelenik a felszínen.

Ezt az objektumot eddig viszonylag kevesen észlelték, nem kizárt ezért, hogy perióduscsökkenése Templeton-ék legkorábbi adatánál (JD 2439800) jóval régebben kezdődött. Vizsgálataik szerint a csillag periódusa 460 napról a jelenlegi 580 napra növekedett, mely nem csekély ütemet sejtet.

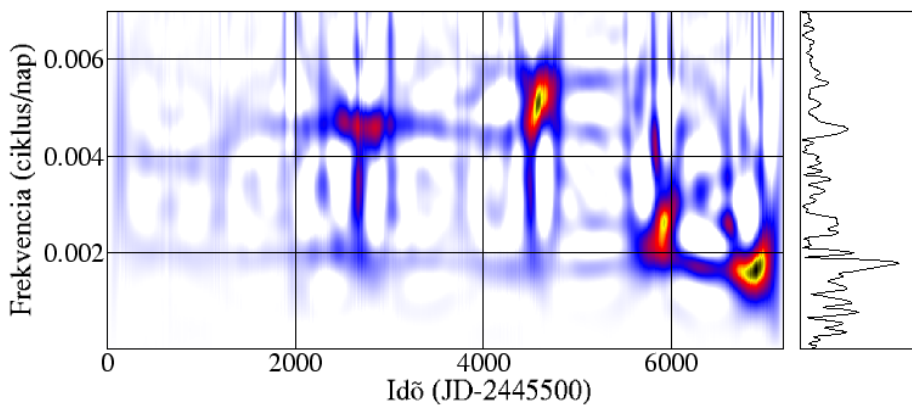
Az általam számolt idő-frekvencia eloszlásokon erősen megmutatkozik az adatok hiányossága, melyből fakadóan a felharmonikus alig vehető ki az észlelési űrökből fakadó zaj magasabb frekvenciájú járulékaiból. Az alapfrekvencia csökkenése legjobban talán a wavelet-transzformálton (94. ábra) mutatkozik meg, a másik két eloszlás - elsősorban a kereszttagok fellépése miatt - ebben az esetben kevésbé alkalmazható. Talán a legfontosabb megállapítás, melyet az *LX Cyg* hiányos adatsorának vizsgálata során tenni lehet az, hogy a frekvenciacsökkenéssel párhuzamosan amplitúdóváltozás is megfigyelhető - ez a jelenség a többi AGB-csillagnál is fellép hasonló esetben.



94. ábra. Az *LX Cyg* adatsorának wavelet-transzformáltja: $\alpha = 1.5$.

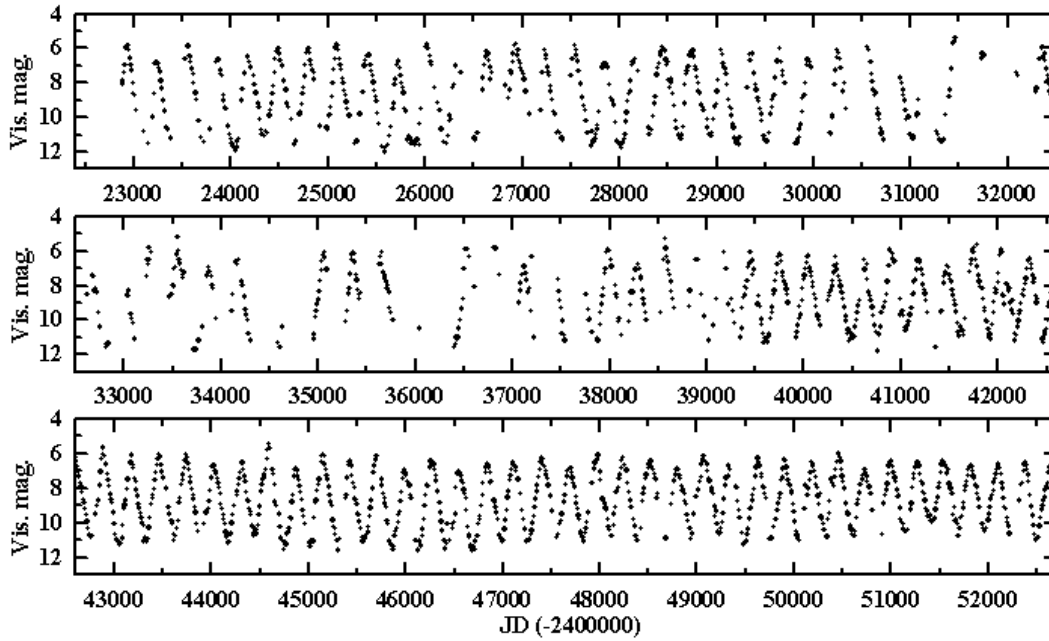


95. ábra. Az *LX Cyg* adatsorának Choi-Williams eloszlása: $\alpha = 0.6$.



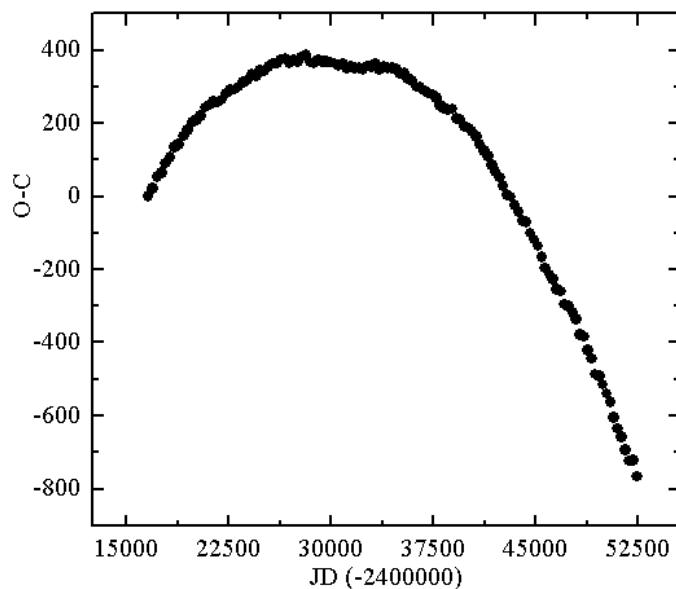
96. ábra. Az *LX Cyg* adatsorának Zhao-Atlas-Marks eloszlása: $\alpha = 0.4$.

5.2.5. R Aquilae



97. ábra. Az *R Aql* 10 napos fényességátlagokat tartalmazó adatsora.

A Mira típusú *R Aquilae* jól ismert objektum, a kutatók figyelmét főként hosszú ideje tartó perióduscsökkenésével vonta magára. Változó mivoltára 1856-ban, a bonni obszervatóriumban derült fény. A múlt század folyamán sokan észlelték ezt a csillagot, periódusára vonatkozóan a legtöbb szakirodalmi forrás 293 nap körüli értéket említ. Látszó fényessége 5.5 és 12.2 magnitúdó között változik, eközben színképtípusa is folyamatosan M5-ről M9-re vált át. A századforduló óta a csillag periódusa viszonylag nagy ütemben (átlagosan 0.4 nap/ciklus, Greaves & Howarth, 2002) csökkent, mely az O-C diagramon (98. ábra) jól megfigyelhető. A T UMi-val ellentétben az *R Aql*-val kapcsolatos változás viszonylag régóta, egyenletesen zajlik. A rendelkezésre álló minimumidőpontokat felhasználva kiszámítottam a csillag O-C diagramját (98. ábra), melyhez 320 napos próbaperiódust alkalmaztam. A számolás kezdőpontja JD2416600. A diagramra illesztett parabola másodrendű tagjának együtthatója $-2.225 \cdot 10^{-6} \pm 1.57 \cdot 10^{-8}$ nap/nap, ebből a (30) egyenlet értelmében a periódusváltozás relatív ütemére $((1/P)dP/dt)$ $4.45 \cdot 10^{-6} \pm 3.14 \cdot 10^{-8}$ nap/nap adódik. Ennek megfelelően a derivált $0.52 \pm 3.67 \cdot 10^{-3}$ nap/évvel lesz egyenlő, azaz a pulzációs ciklus csökkenésének egy évre vonatkozó mértékével - ami csak mintegy tizede a T UMi-nál észlelt éves ütemnek. A csillag legkorábbi maximumidőpontjakor (JD2416932) számolt periódusérték 323, a legutóbbi (JD2452376) alkalmával pedig



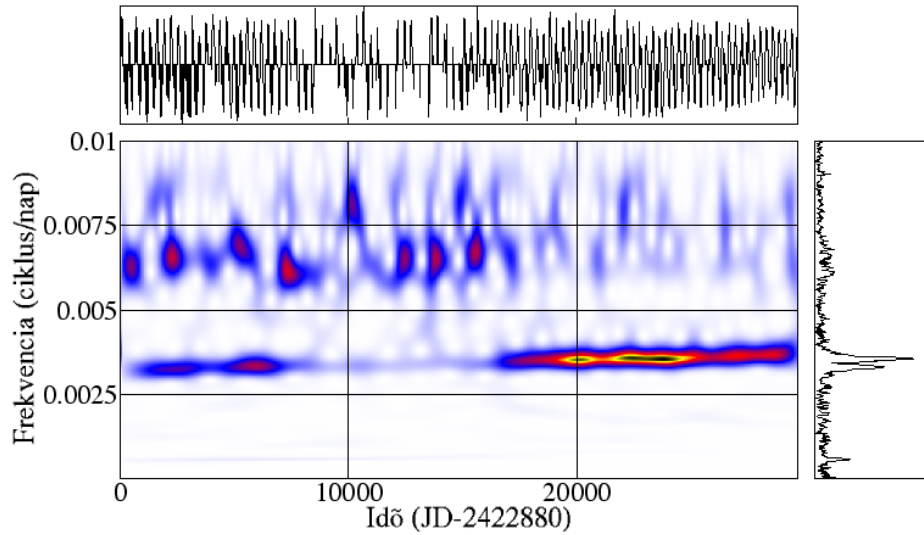
98. ábra. Az *R Aql* O-C diagramja: $C = 16600 + n \cdot 320$ (nap).

már csak 259 nap volt.

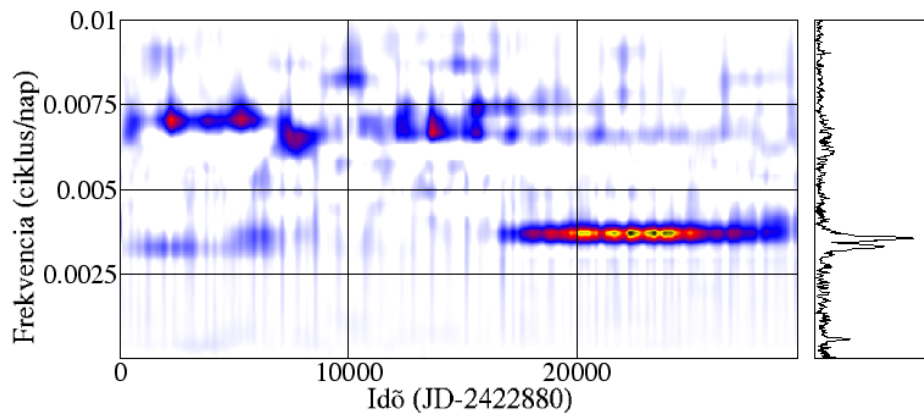
r [pc]	M_c/M_\odot	R/R_\odot	M/M_\odot (F)	M/M_\odot (1H)
340 ± 80	0.689	371 ± 80	3.2	1.5

6. táblázat. Az *R Aql* fizikai paramétereit.

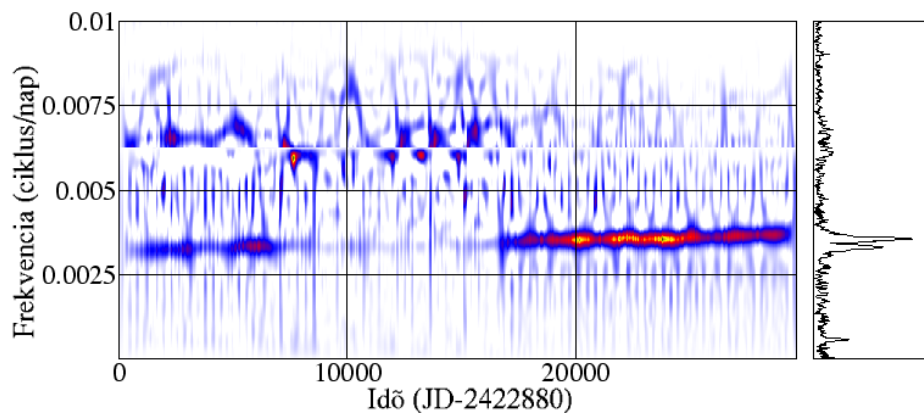
Az *R Aql* egyike volt azoknak az objektumoknak, melyek periódusváltozását Wood és Zarro is elemezte 1981-ben a hélium-héj fellobbanásra vonatkozó modellszámításai bemutatása során. Empírikus összefüggéseik alapján a számolt luminositás értékekből pulzációelméleti egyenletekkel az 6. táblázatban feltüntetett paramétereket határoztam meg (Bebesi, 2002). A kiszámított tömegértékek alapján - a BH Cru-nál elmondottak miatt - az *R Aql* esetében is valószínűbbnek tekinthető az első felhangban történő pulzáció.



99. ábra. Az *R Aql* adatsorának wavelet-transzformáltja: $\alpha = 2.0$.

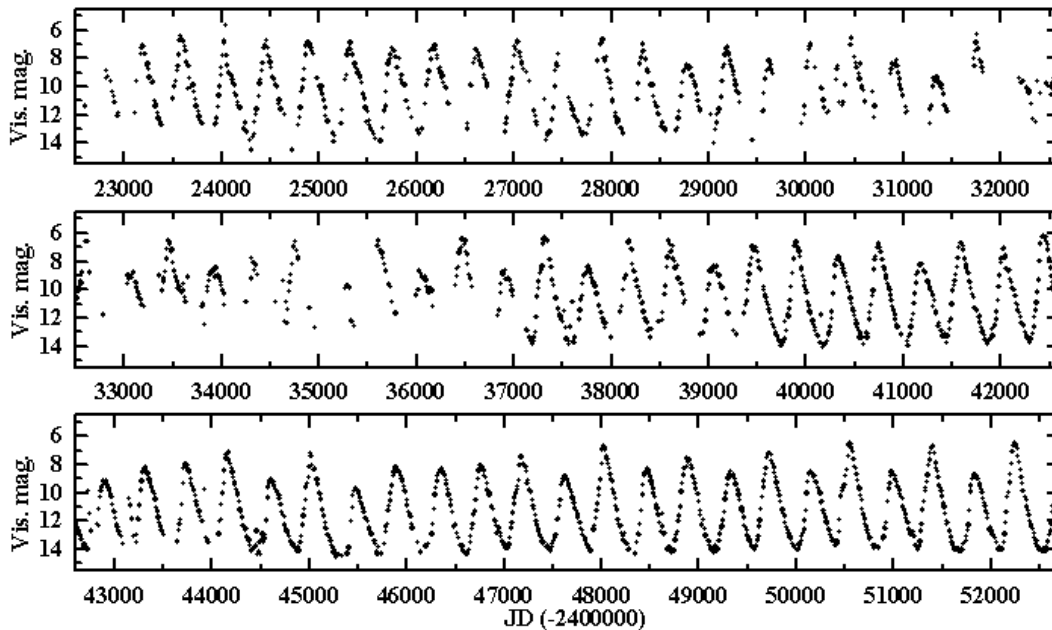


100. ábra. Az *R Aql* adatsorának Choi-Williams eloszlása: $\alpha = 0.3$.



101. ábra. Az *R Aql* adatsorának Zhao-Atlas-Marks eloszlása: $\alpha = 0.3$.

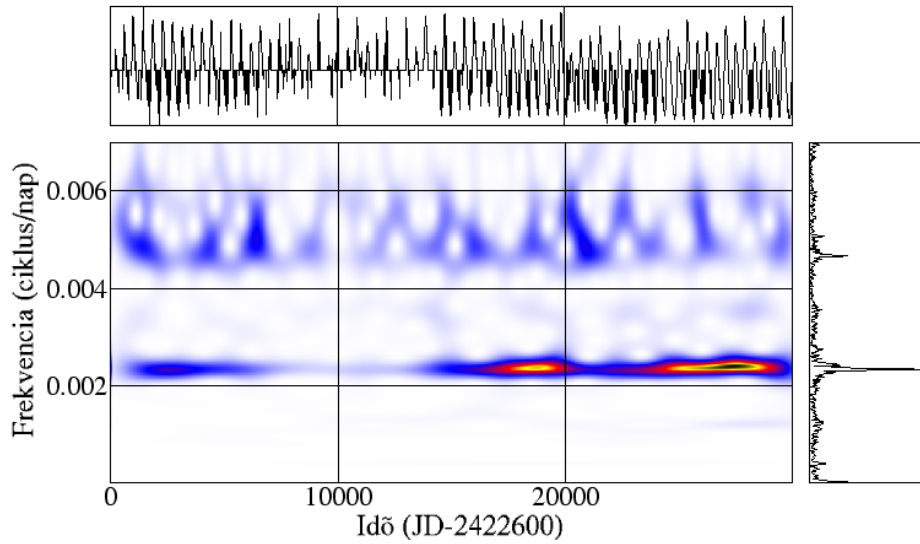
5.2.6. R Cygni



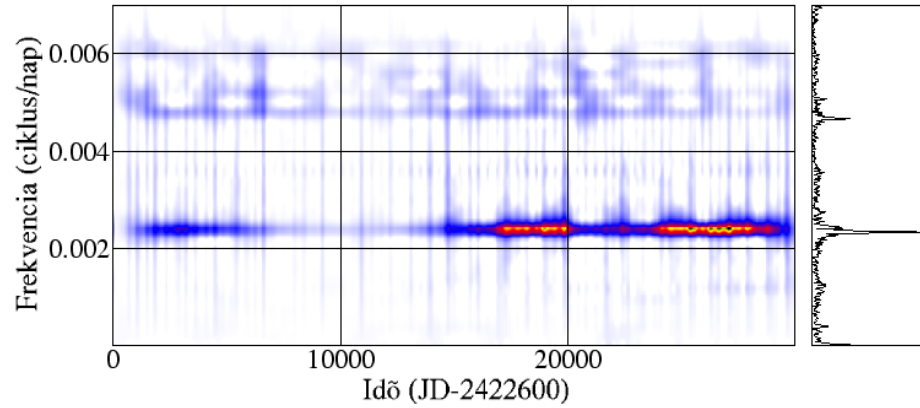
102. ábra. Az *R Cyg* 10 napos fényességátlagokat tartalmazó adatsora.

A Mira típusú *R Cygni* vizuális fényessége 7.5 és 13.9 magnitúdó között változik, periódusa 429 nap. Az *R Cyg* esetében is megmutatkozik a Mirákra jellemző fényesség-ingadozás, melynek során ciklusról ciklusra kismértékben a periódus is változhat. A csillag fénygörbéjén (102. ábra) fényes és halvány minimumok figyelhetők meg. Egy tanulmány szerint (Wallenstein et al., 1985) a minimum idején mért fényesség és az előző pulzációs ciklus hossza között korreláció fedezhető fel. Ennek alapján úgy tűnik, hogy a halványabb maximum a normális periódus alapján várt időpontnál később következik be, melyet azonnal követ egy, az átlagperiódusnál hamarabb fellépő következő maximum. A megfigyelések szerint a csillag minimumfényessége is változik, de korántsem olyan mértékben, mint amilyen ütemet a maximumokkal kapcsolatosan kimutattak.

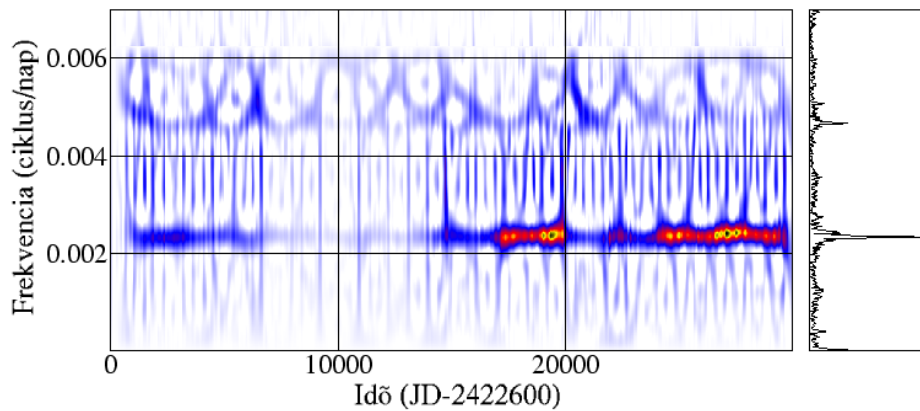
2002-ben (Kiss & Szatmáry) lineáris és nemlineáris módszerekkel vizsgálták az *R Cyg* 1901 és 2001 közötti fényességadatait, melynek során elsősorban sztochasztikus és kaotikus folyamatokra utaló jeleket kerestek. Érdekes eredményeik egyike a csillag hosszú távú viselkedésében kimutatott perióduskétszerezési jelenség. Eredete káosz jelenlétével értelmezhető, mely szerint a rezgés oda-vissza oszcillál a kétszeres periódus és egy kaotikus állapot között. Az *R Cyg* fényességváltozásának elemzése azért is különleges feladat tehát, mivel ez az első olyan eset, amikor Mira típusú



103. ábra. Az *R Cyg* adatsorának wavelet-transzformáltja: $\alpha = 2.2$



104. ábra. Az *R Cyg* adatsorának Choi-Williams eloszlása: $\alpha = 0.6$.

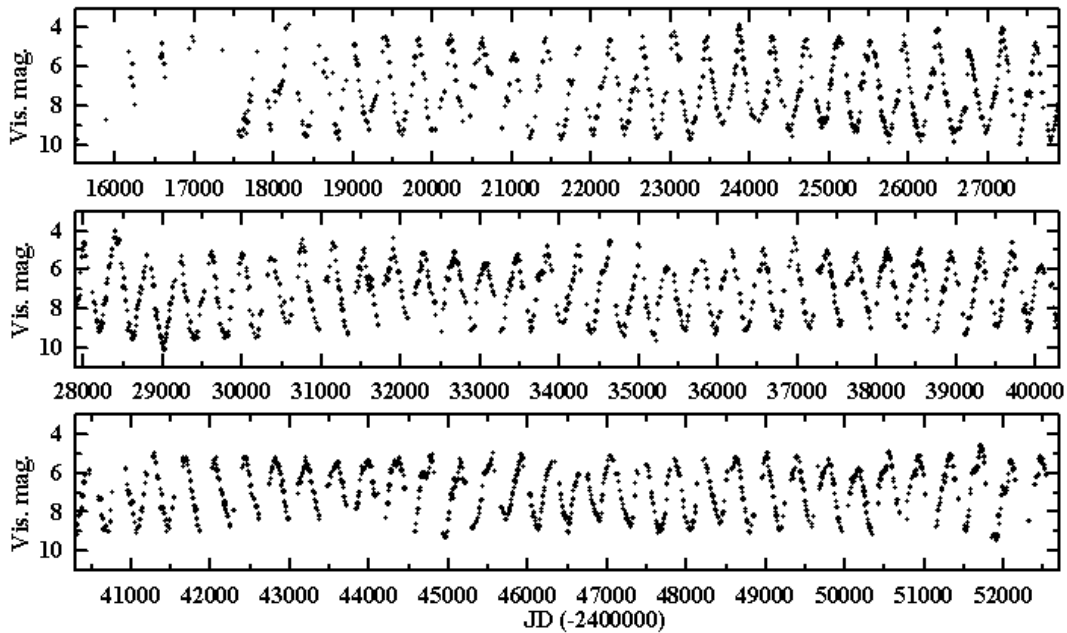


105. ábra. Az *R Cyg* adatsorának Zhao-Atlas-Marks eloszlása: $\alpha = 0.2$.

csillagnál sikerült káoszra utaló jeleket felfedezni.

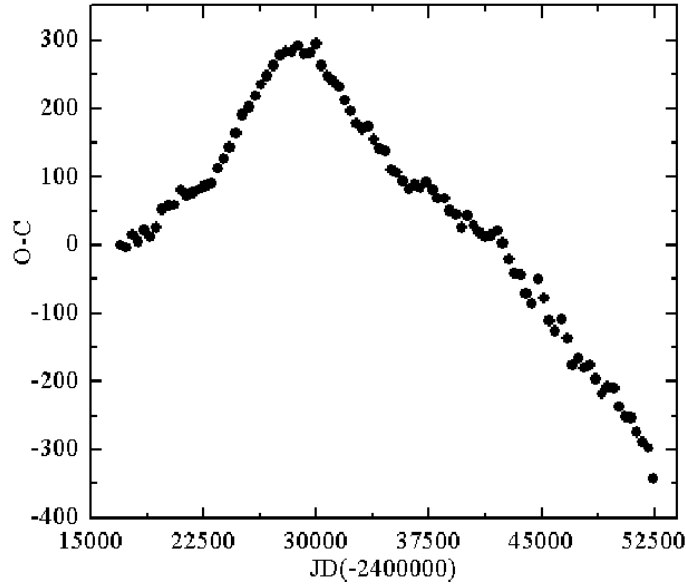
A számolt idő-frekvencia eloszlásokon az alaprezgés és az első felharmonikus amplitúdómaximumainak váltakozását figyelhetjük meg, mely a csúcsokra érzékenyebb Choi-Williams eloszláson (104. ábra) látszik a legjobban. A Zhao-Atlas-Marks eloszlás (105. ábra) kereszttagjainak a két frekvencia között fellépő amplitúdónövekedése ez esetben valós tagtól is kaphat járulékot, mivel mind az FFT-n, mind a wavelet-transzformálton (103. ábra) megjelennek a halvány többletkomponensek.

5.2.7. R Hydrae



106. ábra. Az *R Hya* 10 napos fényességátlagokat tartalmazó adatsora.

A Mira típusú R Hydrae-ra a kutatók leginkább csökkenő periódusa kapcsán figyeltek fel, melynek háttérben feltehetőleg hélium-héj fellobbanás áll. A Zijlstra és szerzőtársai (2002) által vizsgált adatok szerint 1700 körül ezt a csillagot még 495 napos periódus jellemezte, mely az azt követő száz év során 480-ra csökkent. Ezután a változás üteme tovább fokozódott, végül 1950-re felvette a ma is viszonylag stabilnak mondható 380 nap körüli értékét. A perióduscsökkenés ütemét lineárisnak találták, melynek értéke évente 0.58 nap. A periódusváltozással párhuzamosan amplitúdócsökkenés is megfigyelhető, mely gyakran jár együtt ezekkel a folyamatokkal. A csillag O-C diagramjának (107. ábra) meghatározásához 398 napos próbaperiódust alkalmaztam, kezdeti időpontja (JD_0) JD2416980. A legelső és a legutolsó



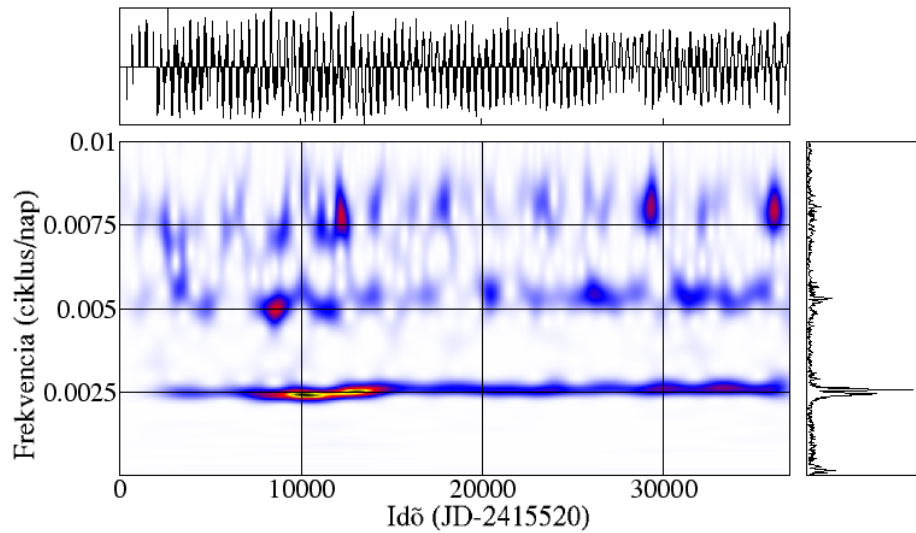
107. ábra. Az *R Hydrae* *O-C* diagramja: $C = 16980 + 398 \cdot n$.

maximumidőpontkor észlelt pulzációs ciklus 394, illetve 353 nap hosszúságúnak mutatkozott. Az *R Hya* Fourier-transzformáltjának felhasadása és kiszélesedése sajátos módon jelzi a periódusváltozást, mely az idő-frekvencia eloszlásokon is megmutatkozik. A 0.025 1/nap frekvencián mutatkozó szétválást az adatsor első harmadánál (JD2429000 környékén) fellépő ugrás és hirtelen amplitúdónövekedés okozza. Érdekes módon ezt követően vette kezdetét a periódusban észlelt változás is, mintha az amplitúdó utánozná a pulzációs ciklus evolúcióját. A csillag idő-frekvencia eloszlásain jól megfigyelhetők a Fourier-transzformáltnál említett jelenségek, vagyis az amplitúdó átlagának mintegy 5000 napon keresztül észlelhető növekedése, mely - mint ahogy az adatsor is mutatja - azt követően - a periódussal gyakorlatilag szinkronban - napjainkra jelentős mértékben lecsökkent.

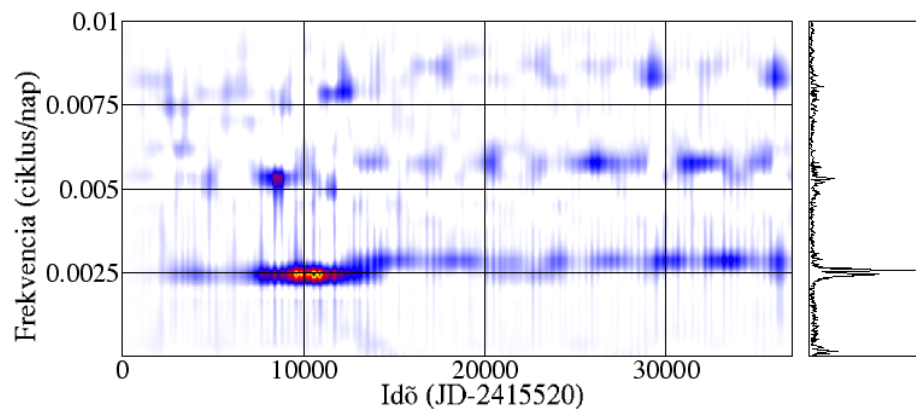
r [pc]	M_c/M_\odot	R/R_\odot	M/M_\odot (F)	M/M_\odot (1H)
235 ± 50	0.653	297 ± 55	1.6	0.74

7. táblázat. Az *R Hya* fizikai paramétereit.

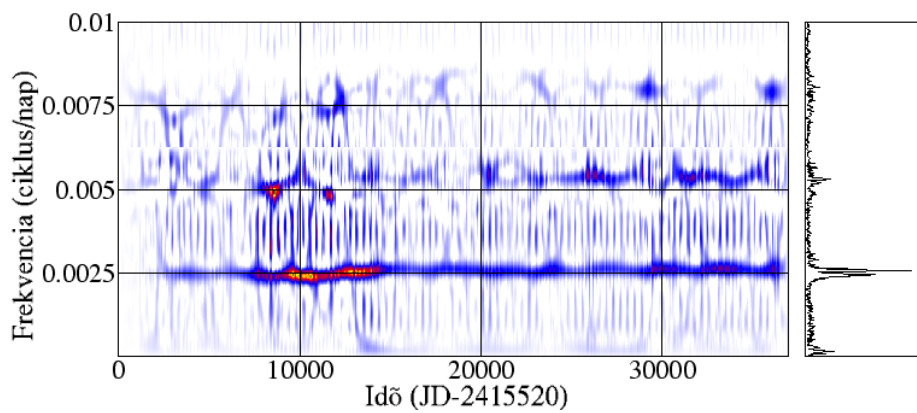
A Wood- és Zarro-féle modell (Wood & Zarro, 1981) alapján számolt luminozitásokból meghatároztam az *R Hya* fontosabb fizikai paramétereit (7. táblázat) is. A tömegekre tekintve valószínűsíthetjük, hogy ez a csillag alpmódusú pulzációt végez, mivel más esetben magtömegére adódó $0.653 M_c/M_\odot$ érték mellett nem rendelkezne a hélium-héj fellobbanáshoz elegendő burokanyaggal.



108. ábra. Az *R Hya* adatsorának wavelet-transzformáltja: $\alpha = 2.0$.

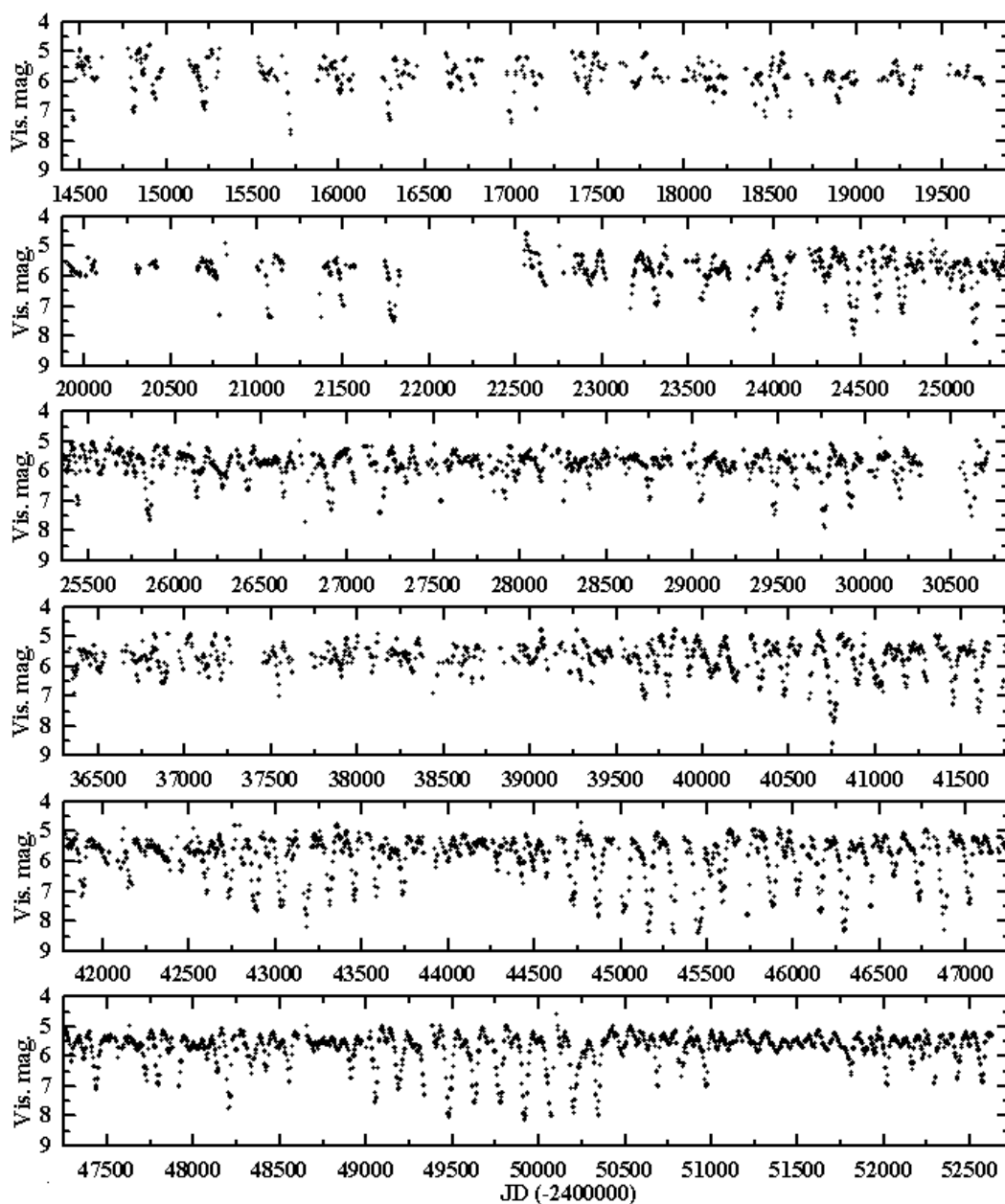


109. ábra. Az *R Hya* adatsorának Choi-Williams eloszlása: $\alpha = 0.6$.



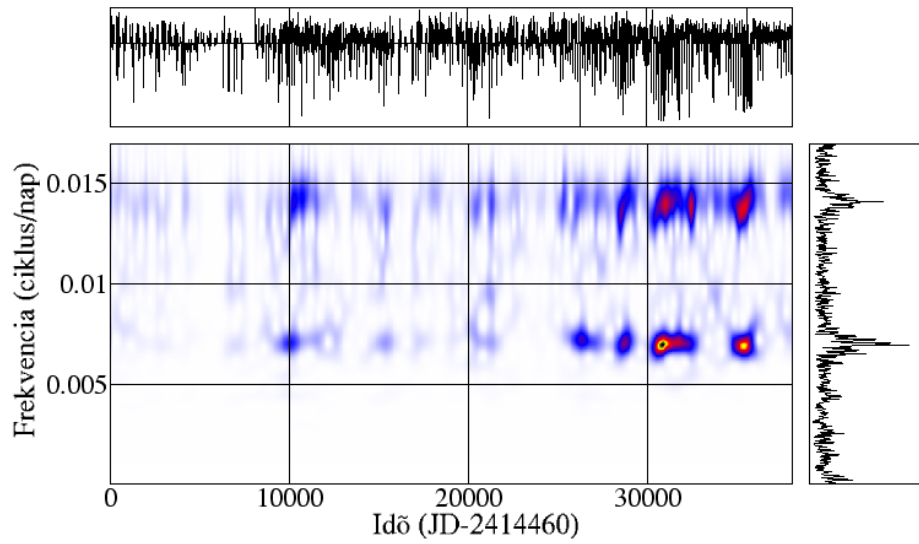
110. ábra. Az *R Hya* adatsorának Zhao-Atlas-Marks eloszlása: $\alpha = 0.2$.

5.2.8. R Scuti

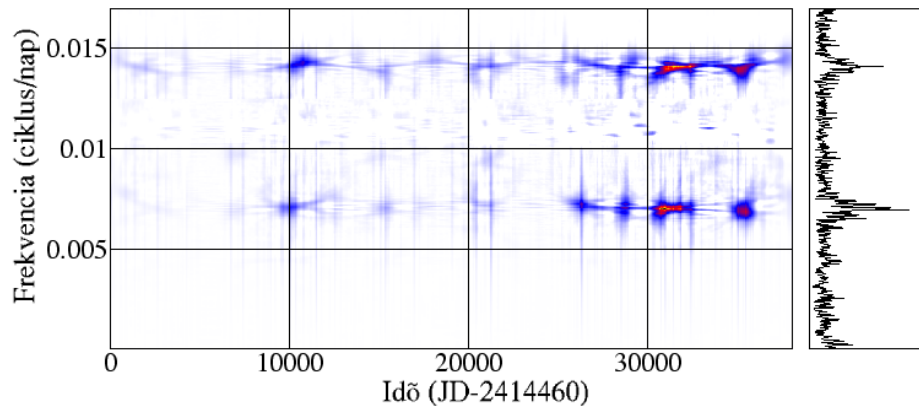


111. ábra. Az *R Sct* 5 napos fényességátlagokat tartalmazó adatsora.

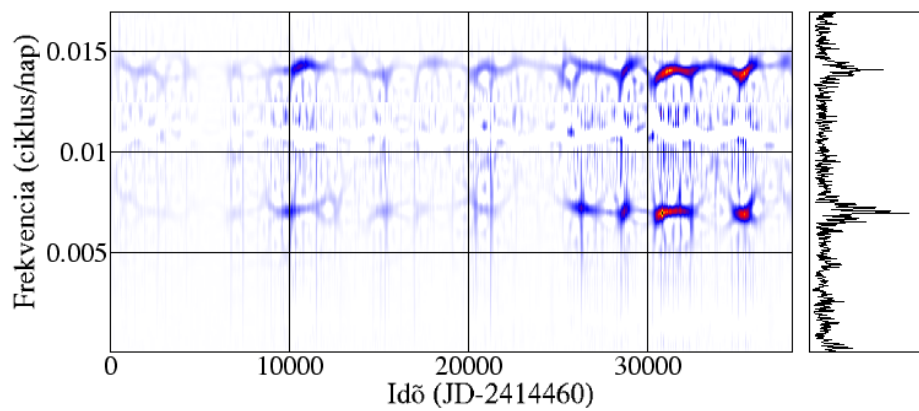
Az RV Tauri típusú *R Scuti*-t az angol E. Piggot fedezte fel 1795-ben - abban az időszakban, amikor változócsillagokat még csak elenyésző számban ismertek. Az égbolton a Scutum csillagcsoport északi peremén, az M11-halmaztól (NGC 6705) körülbelül 1 fokkal északnyugatra helyezkedik el. Maximális látszó fényessége 4.5 magnitúdó körüli érték, tehát ekkor szabad szemmel is megfigyelhető, minimumának



112. ábra. Az *R Sct* wavelet-transzformáltja: $\alpha = 2.2$.



113. ábra. Az *R Sct* Choi-Williams eloszlása: $\alpha = 0.5$.

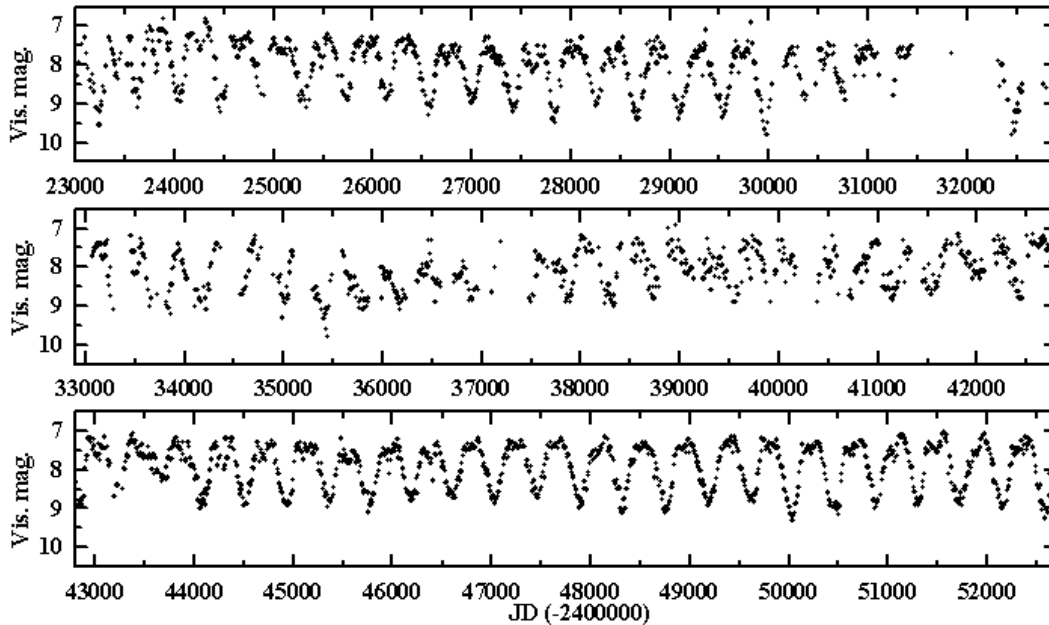


114. ábra. Az *R Sct* Zhao-Atlas-Marks eloszlása: $\alpha = 0.3$.

idején pedig 8.8 magnitúdóig csökken a fényessége. Az R Sct a legfényesebb RV Tauri csillag, ezen belül is fotometriai és spektroszkópai tulajdonságai alapján az RVa osztály tagja. Elsődleges periódusa 144 nap, és a többi RVa típusú objektumhoz hasonlóan nem mutat nagy időskálájú változásokat. Fényességadatait számos esetben elemezték már, főként Buchler és munkatársai (Buchler et al., 2001, Buchler & Kolláth, 2001) értek el érdekes eredményeket; a globális fázistér rekonstrukció módszerét alkalmazva négy dimenziós térben modellezték a csillag oszcillációit. Vizsgálataik során arra a következtetésre jutottak, hogy az észlelt irregularitások alapján feltételezhető kaotikus folyamatok háttérében két rezgési módus kölcsönhatása áll. Az R Sct adatsorának idő-frekvencia eloszlásain 0.007 és 0.016 ciklus/napos frekvencia-összetevők figyelhetők meg. Látszik az egyes komponensek amplitúdó-modulációja, továbbá az alapregés és a kétszeres frekvencia fellépésének egymáshoz viszonyított eltolódásai is. A Choi-Williams eloszlás (113. ábra) a másik két idő-frekvencia módszernél sokkal jobban felfedi a csillag pulzációjának valódi sajátosságait. Buchler és munkatársai (2001) szerint az alacsonyabb frekvenciájú módus lineárisan instabil (öngerjesztett), és növekszik az amplitúdója. Az $f_2 = 2f_1$ rezonanciafeltétel teljesülése miatt ez a komponens a második - lineárisan stabil - móddal nemlineáris kapcsolatban áll; e második módus normális esetben csillapodásra törekedne. A megfigyelt alternáló viselkedés háttérében tehát feltehetőleg ez a jelenség áll.

Az R Sct spektroszkópai sajátosságait is számos esetben tanulmányozták (Pollard et al. 1997, Howell et al. 1983), melynek eredményeként egyrészt a csillag halványodása során megerősödő TiO vonalakat, másrészt a maximum idején megjelenő emissziós hidrogénvonalakat észlelték. Az emissziós jelenség okának a szerzők a pulzáció elsődleges lökéshullámát tartották, míg a mélyebb minimum keskeny emissziós vonalát és erős TiO sávjaikat a csillagfelszín közelében zajló folyamatokkal magyarázták. Howell és szerzőtársai (1983) az R Sct viselkedését az R CrB csillagokéhoz hasonlították többek között azon feltételezések miatt is, melyek szerint mindkét típusra vonatkozóan erőteljes jelek utalnak cirkumsztelláris por jelenlétére.

5.2.9. RS Cygni

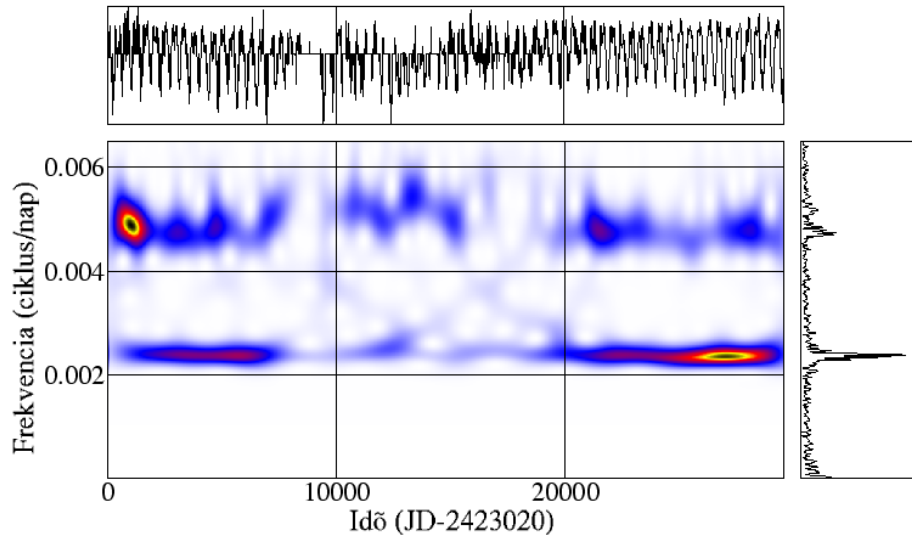


115. ábra. Az RS Cyg 10 napos fényességátlagokat tartalmazó adatsora.

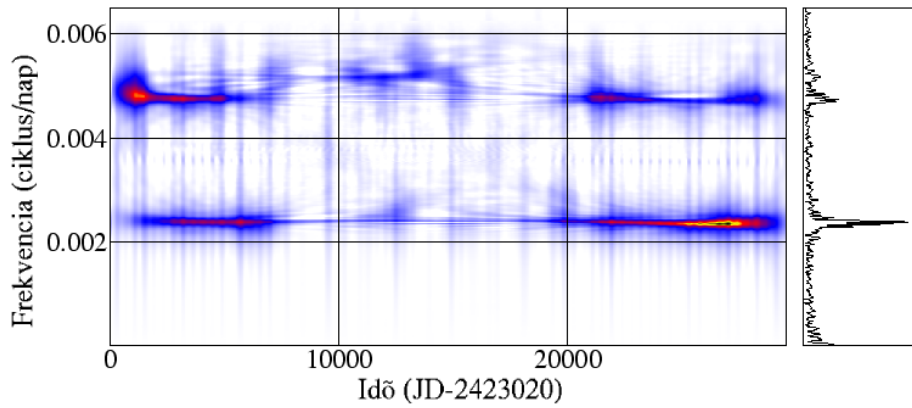
Az RS Cyg SRa típusú változó, spektruma alapján pedig a C, azaz a széngazdag csillagok osztályába tartozik. Vizuális fényessége 6.5 és 9.5 magnitúdó között változik, periódusa 417 nap.

A széngazdag csillagok létezését már a vatikáni Angelo Secchi atya (1818-1878) is megállapította, és korabeli spektrális rendszerében a IV. kategóriába sorolta ezeket a vörös színű objektumokat. Később a Harvard-on végzett vizsgálatok során létrehozták a N és R színképosztályokat, azonban a ma is használt C típust Morgan és Keenan¹⁷ (Morgan & Keenan, 1941, Keenan, 1942) vezette be a 40-es évek elején. Ezek a csillagok a távoli infravörös tartományban sugárzási többletet mutatnak (Thronson et al., 1987), mely feltehetőleg a korábbi oxigénben gazdag állapotok során zajló tömegvesztések során alakult ki. Az excesszus kiváltója minden bizonnyal nem más, mint az oxigéngazdag szilikátok alkotta porfelhők maradványa (Chan & Kwok, 1988). Feltételezhető, hogy a látható sávban sugárzó széncsillagok emisziós maximuma lassan az infravörös tartományba tevődik át, melynek során az úgynevezett "két héj rendszerének modellje" ("*two-shell system*") érvényesül. E-

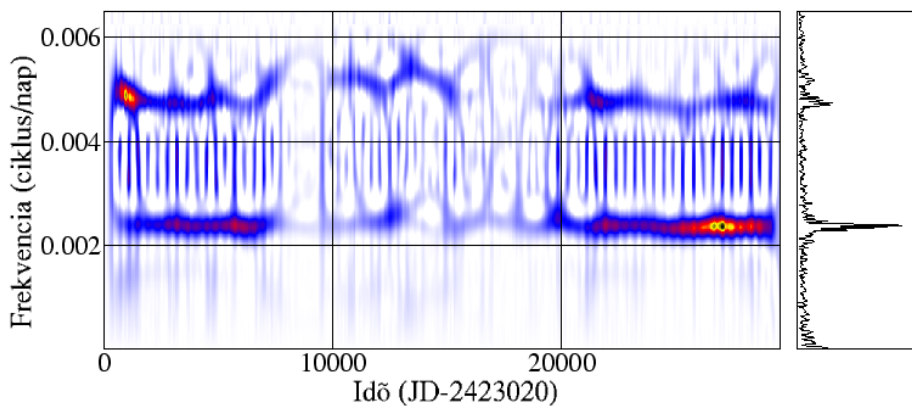
¹⁷Ebben az osztályozási sémában a széncsillagokat hőmérsékleti skálák szerint csoportosították. A korábbi R típusú objektumok számos spektrális peculiaritással bírnak, például erőteljesen megjelennek a CH molekula G-sávjai.



116. ábra. Az *RS Cyg* wavelet-transzformáltja: $\alpha = 2.0$.



117. ábra. Az *RS Cyg* Choi-Williams eloszlása: $\alpha = 0.2$.



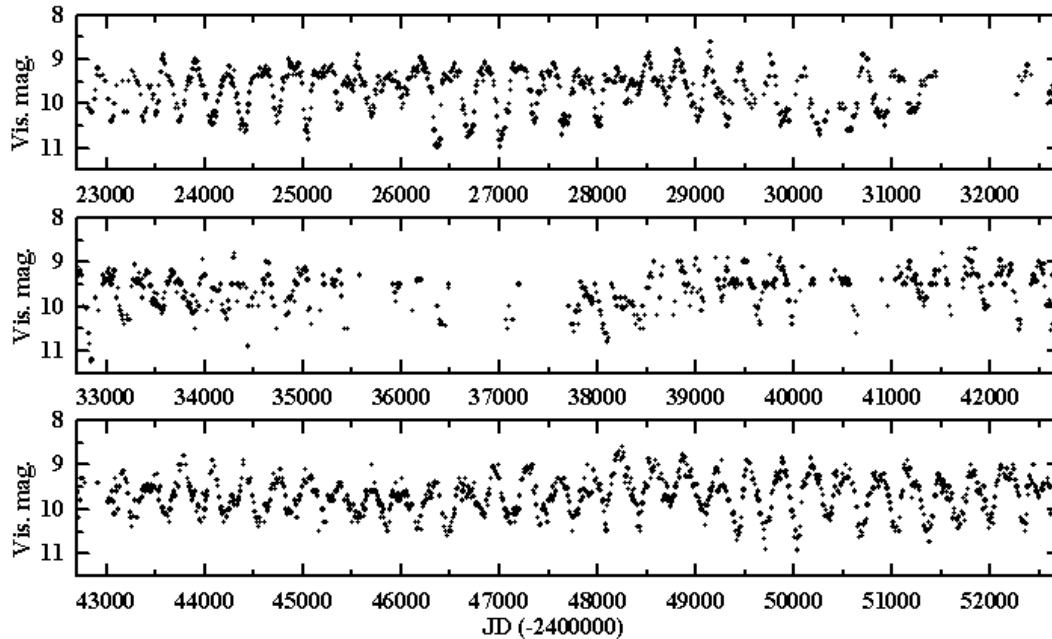
118. ábra. Az *RS Cyg* Zhao-Atlas-Marks eloszlása: $\alpha = 0.2$.

szerint a csillag környezetében egy leváló oxigéngazdag héj és az éppen kialakuló SiC porhéj van jelen.

Az RS Cyg idő-frekvencia térképein a két frekvencia-összetevő amplitúdóinak alternáló viselkedése figyelhető meg, mely esetleg - a korábbiakhoz hasonlóan - két rezgési módus kölcsönhatására utalhat.

A Choi-Williams eloszlás (117. ábra) mindkét komponenst jól feloldja, a wavelet-transzformált (116. ábra) azonban - a próbaperiódus és az ablakszélesség közötti fordított arányosság miatt - az magasabb összetevőnek csak egyfajta defókuszált változatát mutatja. A Zhao-Atlas-Marks eloszlással (118. ábra) elég jól feltérképezhető mindkét frekvenciagerinc, azonban a köztes tartományokat nagymértékben uralják a kereszttagok.

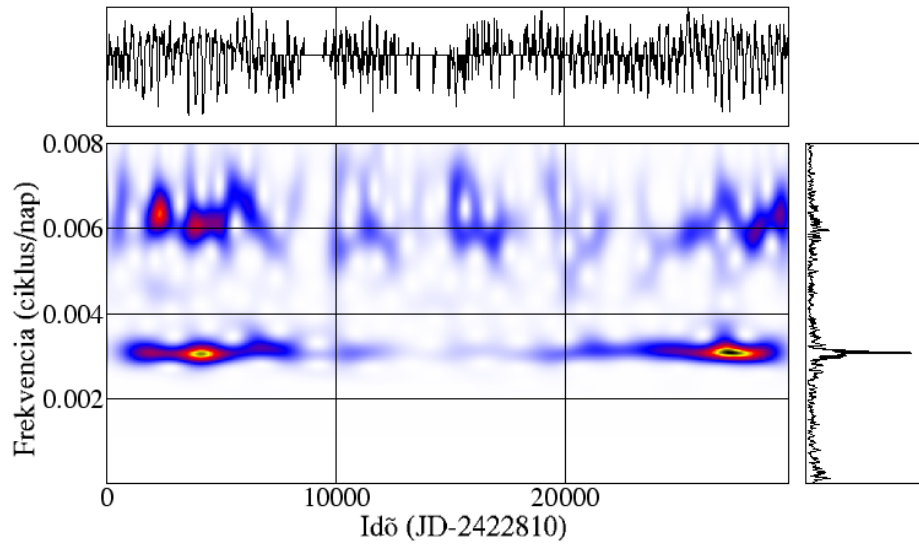
5.2.10. R Ursae Minoris



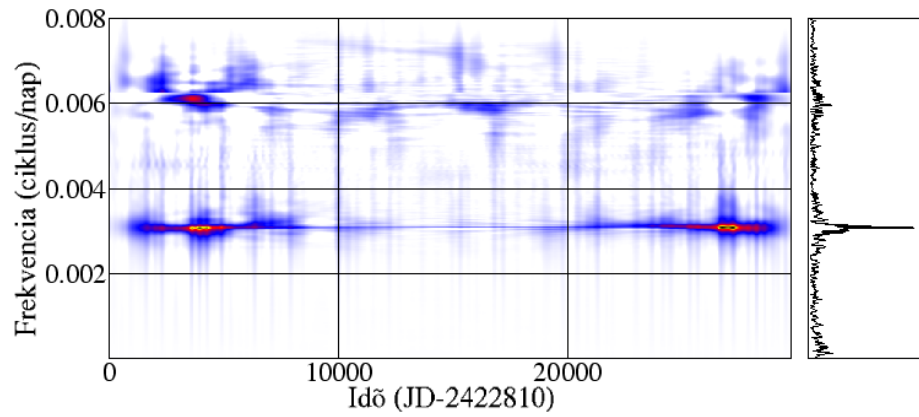
119. ábra. Az *R UMi* 10 napos fényességátlagokat tartalmazó adatsora.

Az *R Ursae Minoris* az SRb osztályba tartozó változócsillag. Vizuális fényessége 8.5 és 11.5 magnitúdó között ingadozik, átlagos periódusa 326 nap.

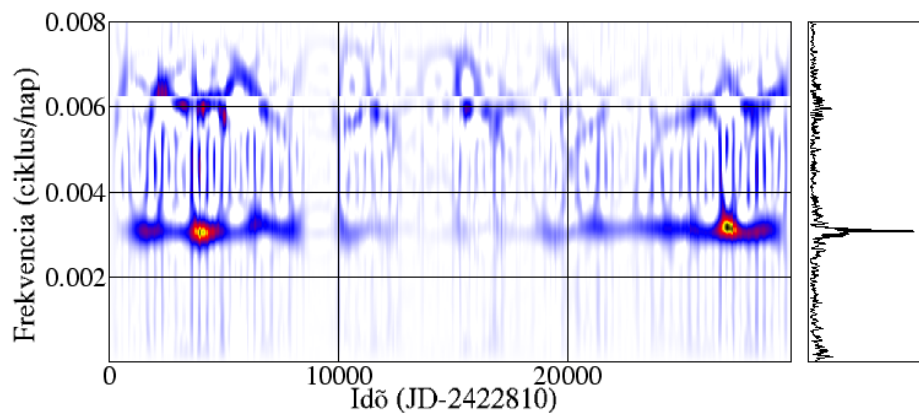
A csillag pulzációjának irreguláris megnyilvánulásait több esetben vizsgálták (Buchler et al., 2001, Buchler & Kolláth, 2001), melyek során a csillag 5500 nap hosszú - nem amatőr forrásokból származó, jobb minőségű - idősorát elemezték. A globális



120. ábra. Az R UMi wavelet-transzformáltja: $\alpha = 2.2$.



121. ábra. Az R UMi Choi-Williams eloszlása: $\alpha = 0.3$.

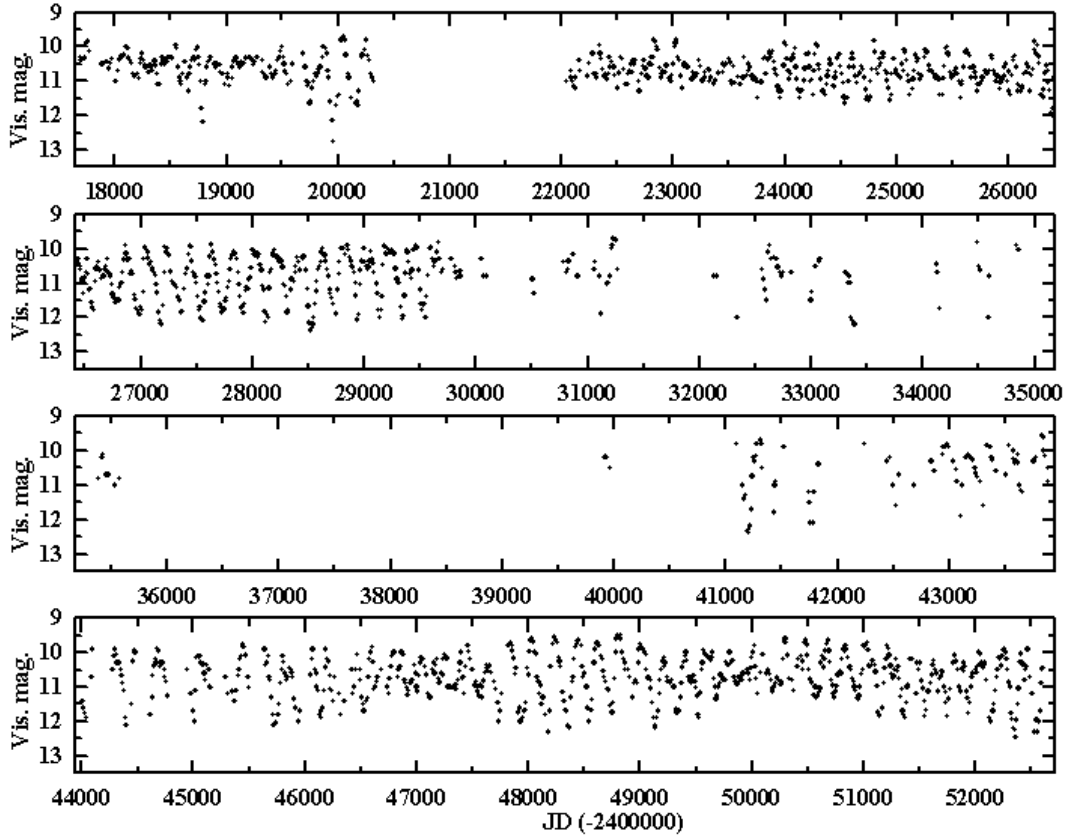


122. ábra. Az R UMi Zhao-Atlas-Marks eloszlása: $\alpha = 0.3$.

fázistér rekonstrukció módszerével a valódi időssorral megfelelő egyezést mutató szintetikus görbét állítottak elő, melyhez 4 dimenziós leképezésre volt szükség. Az általuk vizsgált adatsor azonban kevés ciklust tartalmazott, így nem lehetett teljesen sikeres rekonstrukciót megvalósítani, mivel a nagyobb időskálájú folyamatok kiestek a vizsgálható jelenségek köréből. Ennek ellenére mégis kimutattak olyan megnyilvánulásokat, melyek a pulzációt befolyásoló alacsony dimenziójú káosz jeleinek tekinthetők. Ezek kiváltó oka egyes feltételezett módusok nem adiabatikus volta. Az R Sct-hoz hasonlóan valószínűleg az R UMi-nál is lehetne rezonanciajelenséget találni, ha rendelkezésre állna egy hosszabb, elegendően pontos adatsor.

A nemzetközi adatbázisokból letölthető adatok hiányosságai főleg a minimumok környezetében zavaróak. Az R UMi Fourier-spektruma alapján első közelítésben monoperiodikusnak mutatkozik. A csillag idő-frekvencia eloszlásain viszonylag stabil alaprezgés, és oszcilláló első felharmonikust jelenik meg, melyet a Choi-Williams eloszlás még élesebben kiemel. Ezeknek a komponenseknek a viselkedése minden bizonnyal a fentiekben leírtakkal magyarázható, nem valószínű ugyanis, hogy a csillag foltossága, vagy a környező poranyag irreguláris tompító hatása váltaná ki ezeket a jelenségeket.

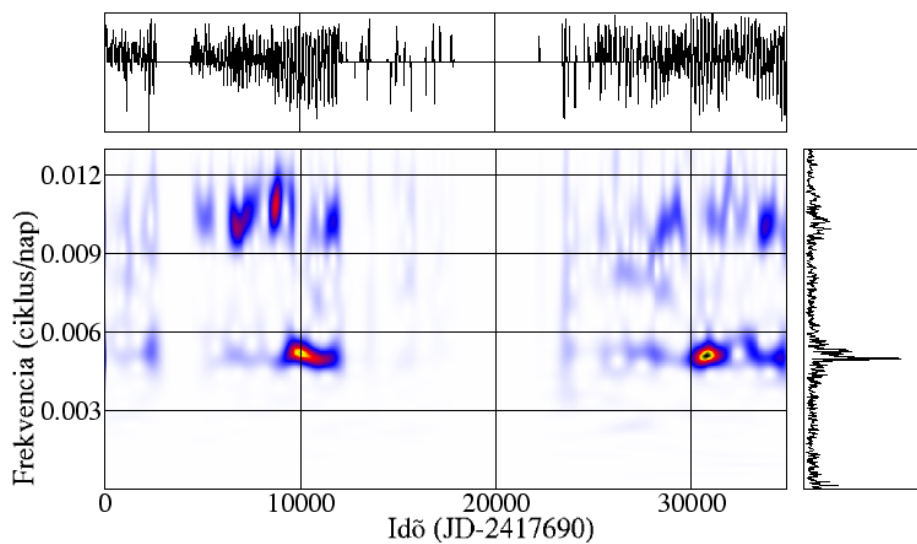
5.2.11. RX Ursae Majoris



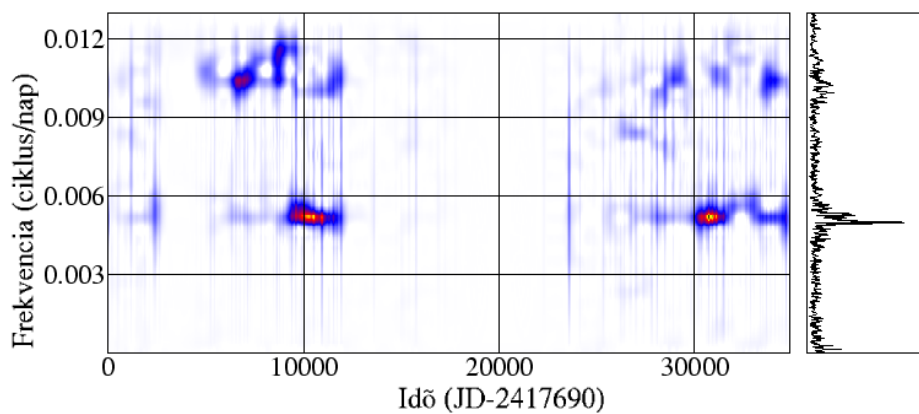
123. ábra. Az RX UMa 10 napos fényességátlagokat tartalmazó adatsora.

Az SRb típusú RX UMa esetében amplitúdómodulációs jelenséget figyelhetünk meg, mely - mivel a moduláló komponens frekvenciája az alaprezgéshez közeli érték - lebegést¹⁸ hoz létre. A változást két egyidejű, - a V CVn esetétől eltérően - stabil módus okozza, ezért a folyamatot jól meg tudjuk figyelni. Kiss és munkatársai (2000) több komponens illesztésével meghatározták az RX UMa pulzációját jellemző frekvenciakomponensek pontos értékeit és amplitúdóit: $f_0 = 0.005$ ciklus/nap, $A_0 = 0.37$ magnitúdó, $f_1 = 0.005288$ ciklus/nap, $A_1 = 0.26$ magnitúdó, $f_2 = 0.010236$ ciklus/nap, $A_2 = 0.16$ magnitúdó. A kapott frekvenciák arányaiból ($f_1/f_0 = 1.06$, $f_2/f_1 = 1.93$) pulzációs eredetre lehet következtetni, mivel az eredmények megfelelnek a félszabályos változóknál szokványos értékeknek (Kiss et al., 1999, Mattei et al. 1998). Az 1-hez közeli periódus-arányok magasabb (3-5-ik)

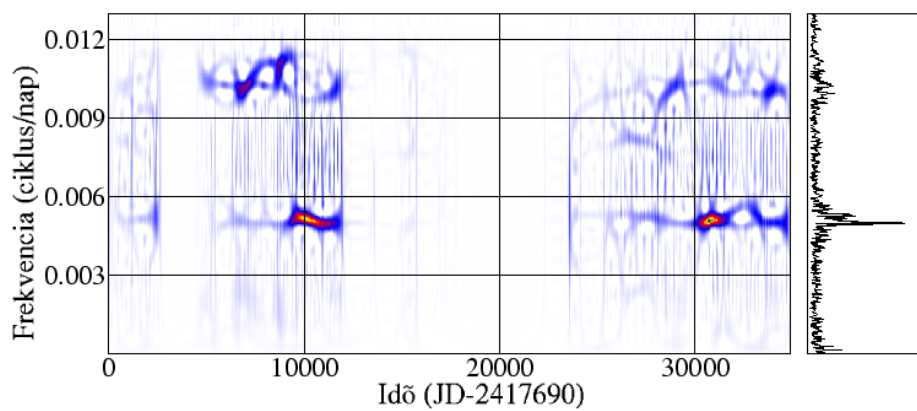
¹⁸A lebegési jelenség két közel azonos frekvenciájú rezgés összeadásakor lép fel; ekkor a két frekvencia különbségétől függően nő vagy csökken az összeg amplitúdója, az átlag azonban állandó marad



124. ábra. Az *RX UMa* wavelet-transzformáltja: $\alpha = 2.0$.



125. ábra. Az *RX UMa* Choi-Williams eloszlása: $\alpha = 0.5$.

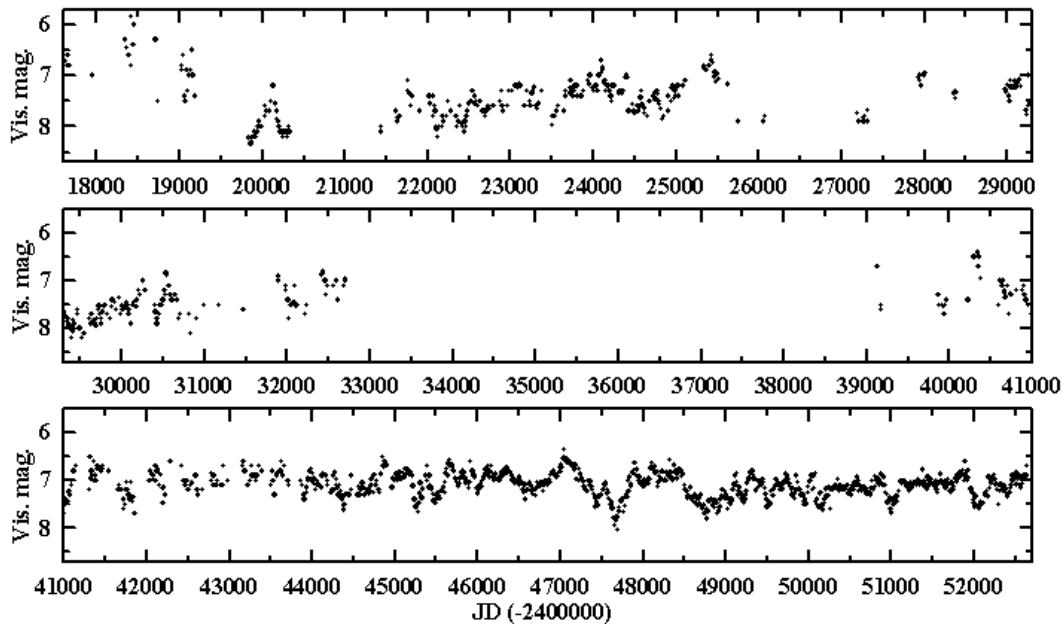


126. ábra. Az *RX UMa* Zhao-Atlas-Marks eloszlása: $\alpha = 0.2$.

felhangokra utalhatnak, azonban az elméleti számítások alapján ebben a módus-tartományban erős csillapításra lehet számítani (Xiong et al. 1998). Felmerült annak a lehetősége is, hogy az RX UMa észlelt frekvenciakomponenseinek egyike nemradiális módus megnyilvánulása, (Loeser et al. 1986), azonban a vörös óriáscsillagok nemradiális pulzációjának természete ma még kevésbé ismert.

Az RX UMa-ra vonatkozóan a nemzetközi adatbázisokban hosszú, azonban sok helyen észlelési ürökkel rendelkező adatsor áll rendelkezésre. A csillag idő-frekvencia eloszlásain megjelenik a magasabb komponens amplitúdójának hullámmása, mely az alapkomponeus amplitúdójával szemben alternáló viselkedést mutat. A második komponens tanulmányozására a wavelet-transzformálnál (124. ábra) sokkal alkalmasabbnak mutatkozik az éles csúcsokra érzékenyebb Choi-Williams eloszlás (125. ábra).

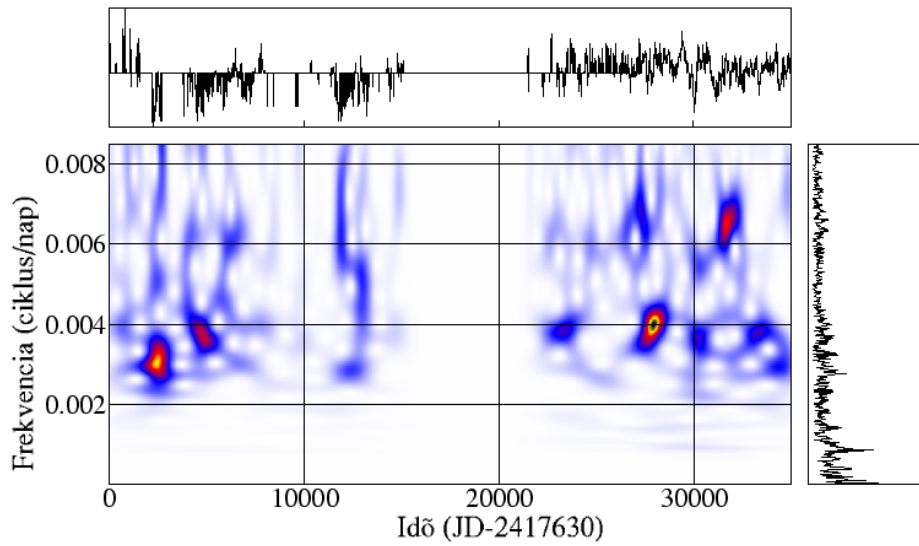
5.2.12. RY Draconis



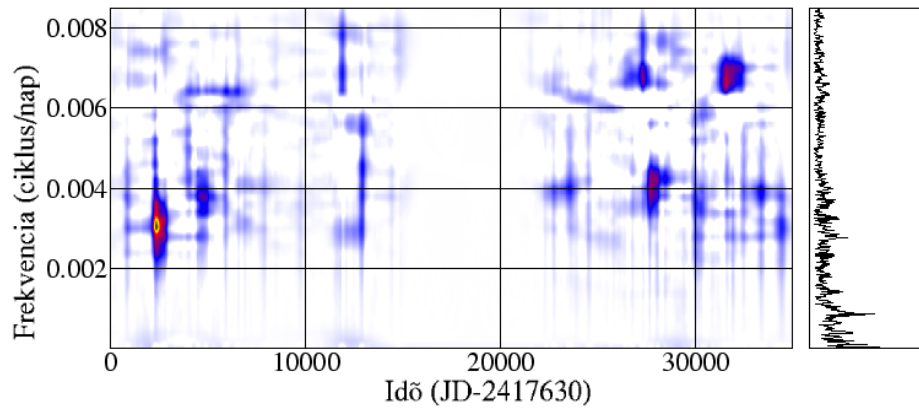
127. ábra. Az RY Dra 10 napos fényességátlagokat tartalmazó adatsora.

Az SRb típusú RY Dra a széngazdag csillagok egyik képviselője. Periódusa 200 nap körüli, látszó fényessége 5.6 és 8.3 magnitúdó között változik.

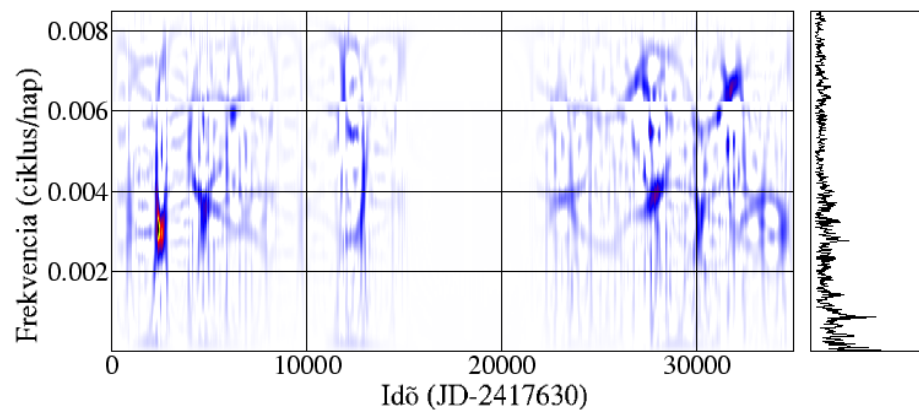
Ezeknek az égitesteknek a spektrálfénelvezéséről az RS Cyg-nél már esett szó. Az RY Dra feltehetőleg kistömegű (1-2 M_{\odot}) objektum, kihűlőben levő óriáscsillag, melynek külső héjai (vagy közvetlen sztelláris környezete) jelentős mennyiségű



128. ábra. Az *RY Dra* wavelet-transzformáltja: $\alpha = 2.0$.



129. ábra. Az *RY Dra* Choi-Williams eloszlása: $\alpha = 0.45$.



130. ábra. Az *RY Dra* Zhao-Atlas-Marks eloszlása: $\alpha = 0.2$.

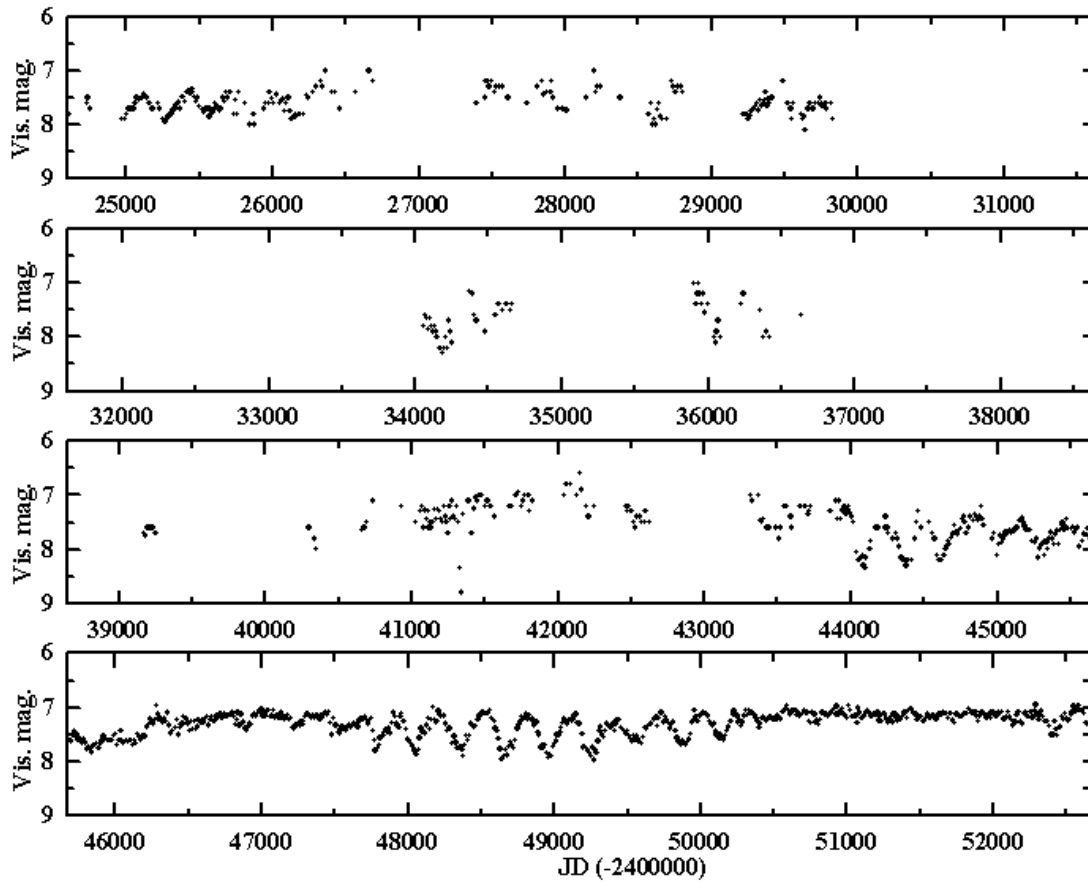
szenet tartalmaz. Felszíni hőmérséklete 2000-3000 K, mely energiatermelő folyamatainak legvégső stádiumát jelzi. A hozzá hasonló égitestek hamarosan megkezdik az összehúzódást, majd planetáris köd formájában végighaladnak a HRD fehér törpe állapotaiba tartó evolúciós ösvényein.

A sztelláris környezet és a csillagatmoszféra *C*- és *Si*-gazdagsága az asztrofizikában ismeretes felkeveredés¹⁹ folyamatával indokolható. Nemrég a széncsillagoknál is felfedeztek R CrB-szerű jelenségeket (Whitlock et al., 1997). A legújabb elméleti eredmények (Löbel et al., 2000) azt mutatják, hogy az R CrB csillagok kaotikus pulzációját radiális rezgések akkor is kiválthatják, ha a csillagok nem gömb alakúak. A kiterjedt burok mentén feltehetőleg nem koherens a pulzációs viselkedés és egy jobban kiemelkedő felületi szegmens hidegebbé, és hígabbá válhat a többi tartományhoz képest. Széncsillagoknál ezek az események - az R CrB-knél mintegy 20-szor kiterjedtebb burok miatt - nagyon lokalizáltak lehetnek, és a csillag felszínének mindössze egy kis részét borítják be, ennek ellenére hatásuk mégis megnyilvánulhat a fénygörbékben.

Az RY Dra-ról a nemzetközi adatbázisokban meglehetősen hiányos adatsor áll rendelkezésre. A csillag idő-frekvencia térképein ennek ellenére megfigyelhető az egyes módusok nem szabályos volta, mely feltehetőleg a felszínhez közeli tartományoknak a konvekciós folyamatok által indukált véletlenszerű mozgásaiból fakad.

¹⁹Felkeveredés, dredge-up: A csillagok fősorozat utáni evolúciójának során az energiatermelés szakaszosan tevődik át a magot körülvevő héjakra. Az egyes folyamatok hőmérsékleti skálái is különbözőek, emiatt a váltások során az energiatranszport módja megváltozik. A héjak nukleáris folyamatai által létrehozott végtermékei akkor kerülhetnek a felszínre, amikor az energiatermelés szüneteiben zajló összehúzódások során a konvekció behatol a korábbi fúziós zónákba.

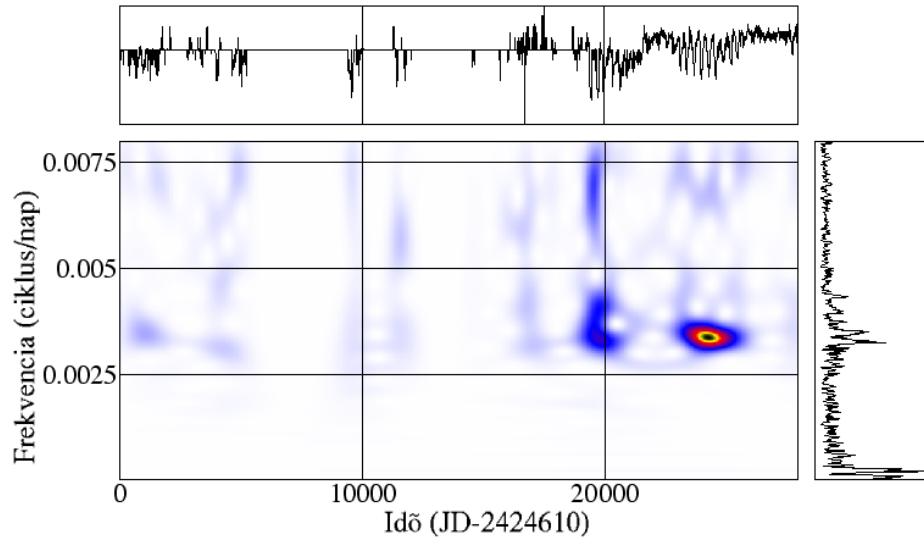
5.2.13. RY Ursae Majoris



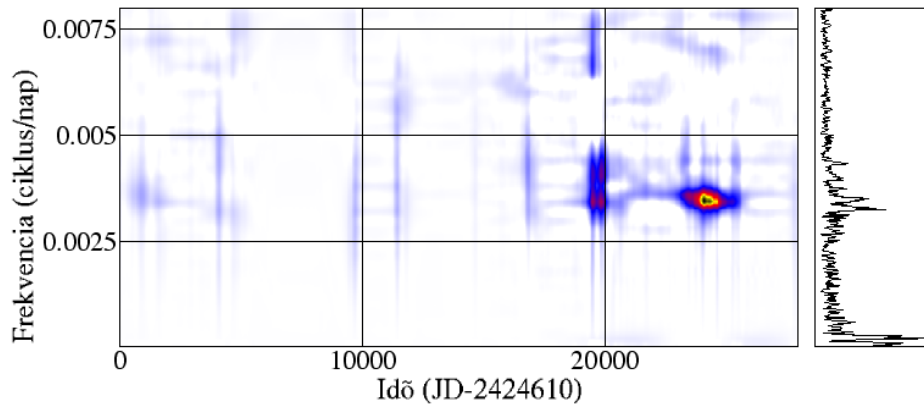
131. ábra. Az RY UMa 10 napos fényességátlagokat tartalmazó adatsora.

Az RY UMa SRb típusú változó, ciklushossza 306 nap. A csillag fényességváltozását hosszú periódusú amplitúdómoduláció jellemzi. Az elmúlt évtizedek során három jelentősebb amplitúdónövekedést lehetett megfigyelni (Kiss et al., 2000), jelenleg azonban éppen egy csökkenő fázis van folyamatban. Az RX UMa-hoz hasonlóan az RY UMa-nál is fellép lebegési jelenség; az átlagfényességgel párhuzamosan változik az amplitúdó is - mely az állandó maximumfényességek mellett megfigyelhető ingadozó minimumok következménye. Ehhez hasonló modulációt bizonyos RRab típusú csillagoknál figyeltek meg, melynek hátterében feltehetőleg a Blazsko-effektus²⁰ áll. Kiss és munkatársai ezt a mechanizmust az RY UMa-nál is hasonlóan

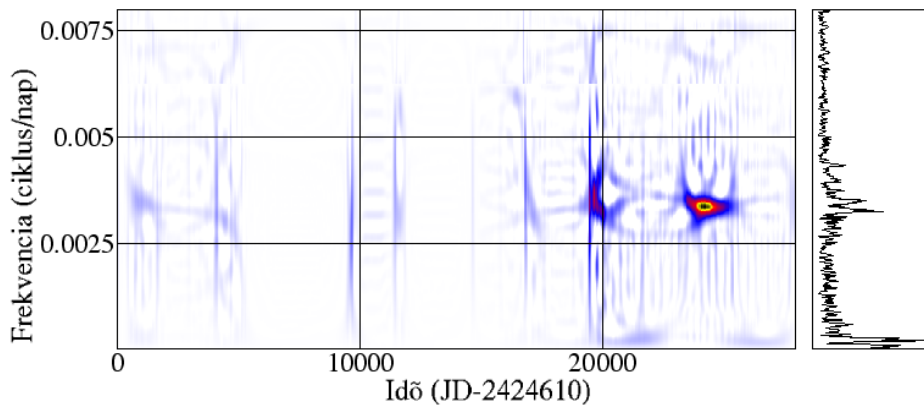
²⁰A Blazsko-periódus (30-250 napos amplitúdóváltozást okoz a fél nap periódusú pulzálóknál) elméletileg lehetséges magyarázata, hogy az amplitúdóváltozást az RR Lyrae csillag tengely körüli forgásának periódusa, és a forgó csillag nemradiális pulzációjának az összjátéka váltja ki (mivel a forgás miatt változik a rálátás, és ez további fényváltozást okoz).



132. ábra. Az *RY UMa* wavelet-transzformáltja: $\alpha = 2.2$.



133. ábra. Az *RY UMa* Choi-Williams eloszlása: $\alpha = 0.5$.

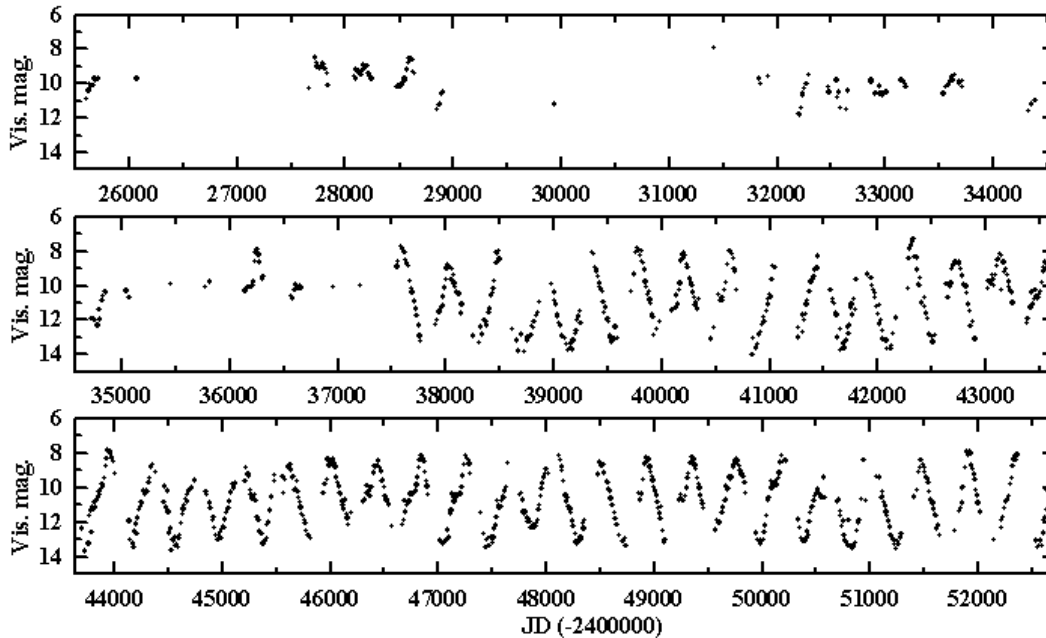


134. ábra. Az *RY UMa* Zhao-Atlas-Marks eloszlása: $\alpha = 0.1$.

próbálták értelmezni, melyhez a csillag vizuális észlelési adataira támaszkodtak. Az elmúlt időszakban az optikai leképezés javulását kiaknázva egyre több kiterjedt atmoszférával rendelkező luminózus csillag (pl. Mirák) alakú sajátosságait sikerült közvetlenül is megfigyelni. Az erre vonatkozó tapasztalatok szerint a megfigyelt objektumok alakja a gömbtől akár 25-30%-ban is eltérhet. Kiss és szerzőtársai a pulzációra vonatkozó feltételezések alapján generált fénygörbe spektrumát az eredetivel való összehasonlítás során nagyfokú hasonlóságot állapítottak meg. Az RY UMa lapultsága tehát igen valószínű. A csillagra vonatkozóan 9800 napos rotációs periódust feltételeznek (mely érdekes módon a 306-nak éppen 32-szerese); a fénygörbén mutatkozó sajátosságok kialakításában tehát feltehetőleg a csillag lapultsága és forgása egyidejűleg játszhat szerepet. A korábbi elméletnél nem vették figyelembe az AGB-csillagok esetleges rotációját, mivel a felfúvódott burok felszínének periódusa mindenképpen több ezer napos nagyságrendbe esik. A legújabb háromdimenziós hidrodinamikai modelleknél már nem vetik el a rotációnak a pulzációt befolyásoló szerepét, azonban az elméletek számos fontos körülményt figyelmen kívül hagynak. A felszíni hőmérséklet eloszlásának feltételezhető inhomogenitása például lényeges lehet, melynek feltérképezését az optikai színeképek bonyolultsága még jobban megnehezíti.

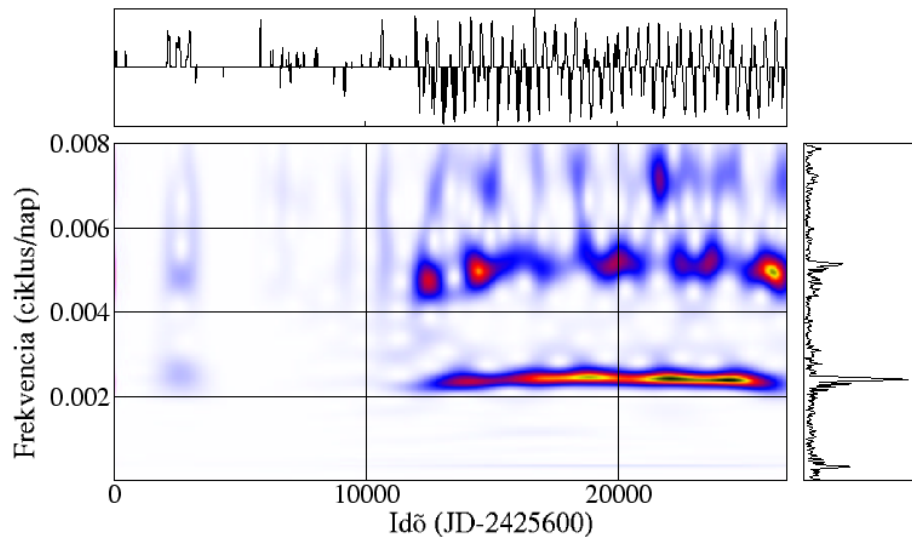
A publikus adatok erre a csillagra vonatkozóan is igen hiányosak, a kapott fénygörbét tehát alig lehet a pulzációs viselkedés vizsgálatához felhasználni. Az utolsó 5000 nap megfigyelései alapján azonban jól látható, hogy az RY UMa fényessége - a lebegési jelenség folytán - időről-időre ciklikusról kvázi konstanssá válik - majd a folyamat kezdődik előről. A csillag spektroszkópiai vizsgálata révén esetleg fény derülhetne ennek a viselkedésnek a konkrét okára, ezért mindenképp érdemes az RY Dra további megfigyelése.

5.2.14. S Orionis

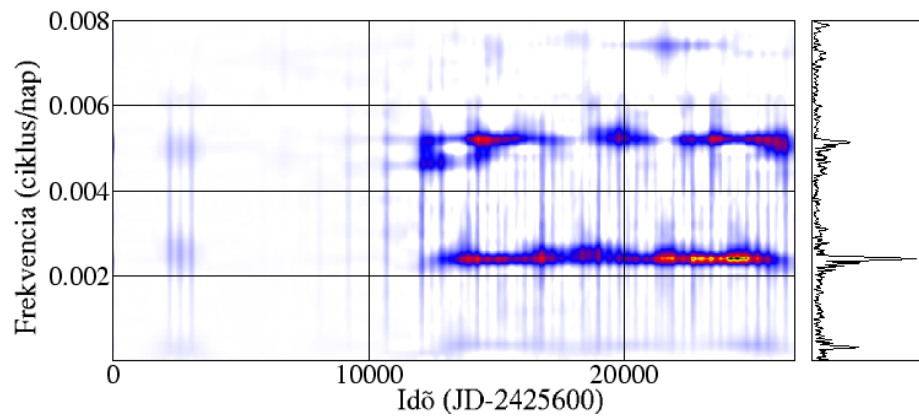


135. ábra. Az *S Ori* 10 napos fényességátlagokat tartalmazó adatsora.

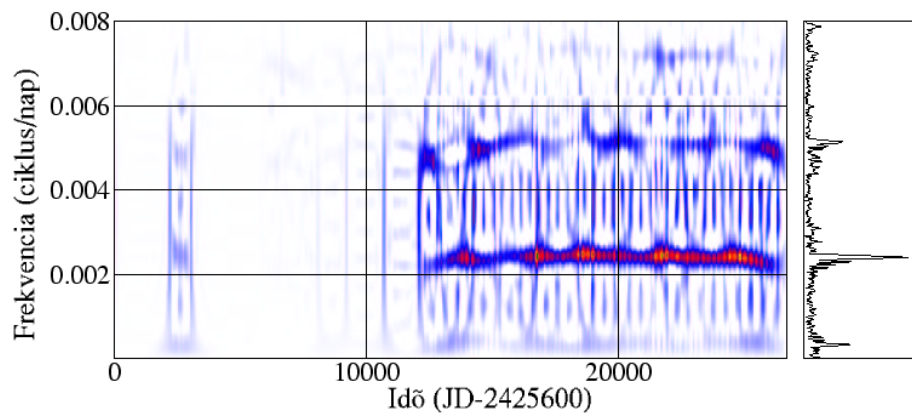
Az Mira típusú S Orionis periódusváltozásával kapcsolatban nemrég megjelent egy részletes elemzés (Benítez és Vargas, 2002), melyben a csillag megfigyelhető periódusváltozásait szintén lehetséges hélium-héj fellobbanással magyarázták. Azonban a shell flash-re vonatkozó modell (Wood & Zarro, 1981) alapján az S Ori által mutatott hullámzó hosszúságú pulzációs ciklusok inkább cáfolják ezt az elgondolást. Ez az objektum alkalmas arra, hogy a Miráknál tapasztalható, a korábbiaktól eltérő viselkedés is bemutatásra kerüljön. A szerzők 71 évet felölelő adatsort vizsgálva úgy találták, hogy a csillag korábbi 445 nap körüli periódusa JD 2438000 és 2444000 között viszonylag nagy ütemben (0.007 nap/nap) 397-re csökkent. A változás mértéke túllépi a Mirák szokásos ingadozásainak határát, tehát mindenképp figyelemreméltó. A csillag Fourier-transzformáltjának alacsony frekvenciájú tartományán egy erős csúcsot figyelhetünk meg, mely esetleg egy hosszabb időskálájú változásra utal, azonban előfordulhat, hogy pusztán az adatsor hiányosságai következtében lép fel. A csillag O-C diagramjának meghatározásához 420 napos próbaperiódust alkalmaztam, kezdeti időpontként pedig 2400000 levonásával a legkorábbi fényességmaximum idejét ($JD_0 = 16587$). A megfigyelhető hullámzás az idő-frekvencia eloszlásokon is megjelenik, melyet a kétszeres frekvenciakomponens is erőteljesen produkál - ennek alapján inkább számolásból fakadó (fűrészfogregzés)



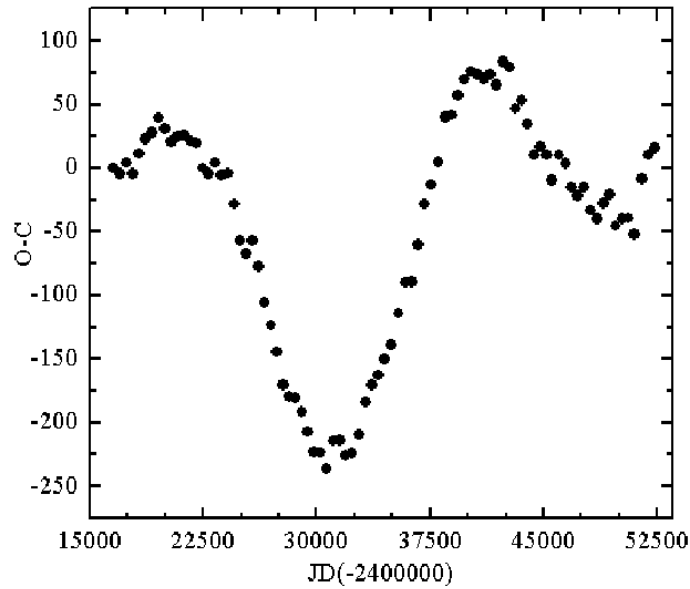
136. ábra. Az *S Ori* wavelet-transzformáltja: $\alpha = 2.2$.



137. ábra. Az *S Ori* Choi-Williams eloszlása: $\alpha = 0.6$.



138. ábra. Az *S Ori* Zhao-Atlas-Marks eloszlása: $\alpha = 0.2$.

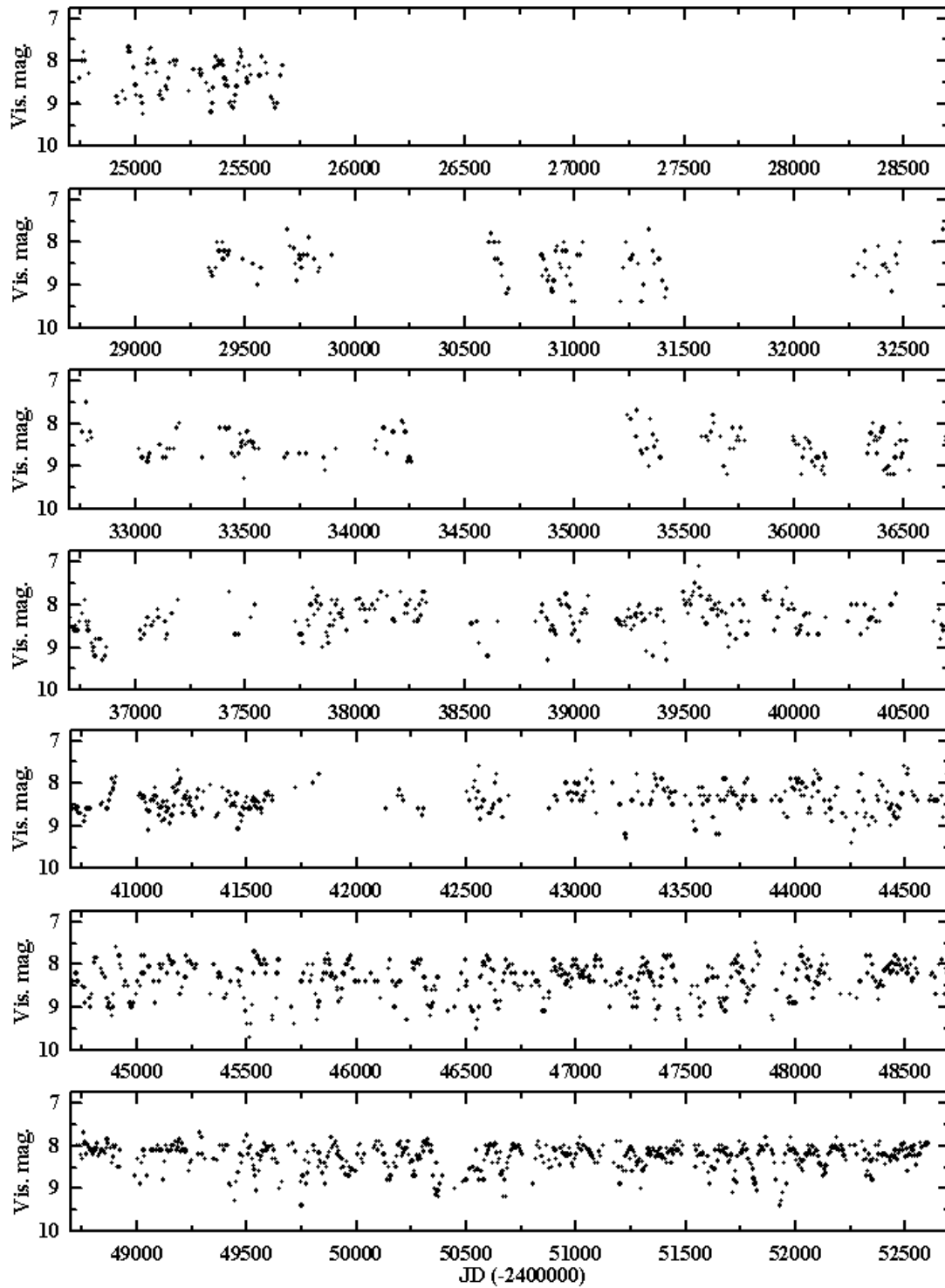


139. ábra. Az *S Ori* *O-C* diagramja: $C = 16587 + n \cdot 420(\text{nap})$.

összetevőre következtethetünk. A Fourier-transzformálton fellépő alacsony frekvenciás csúcs egy hosszabb időskálán megmutatkozó modulációra - esetleg lapultságra, foltosságra - utalhat.

Mivel a hélium-héj fellobbanásra vonatkozó Wood-Zarro modell (Wood & Zarro, 1981) alkalmazása során a csillagok észlelt periódusváltozását feleltetjük meg lumenitászváltozásnak, és a modellkarakteristikák szinuszos periódusváltozóra nem illeszthetők. Sajátos viselkedése ellenére ezért az *S Orionis* esete azt illusztrálja, hogy a Mirák periódusának nagyobb intervallumon történő változásai sem minden esetben utalnak hélium-héj fellobbanásra.

5.2.15. SX Herculis



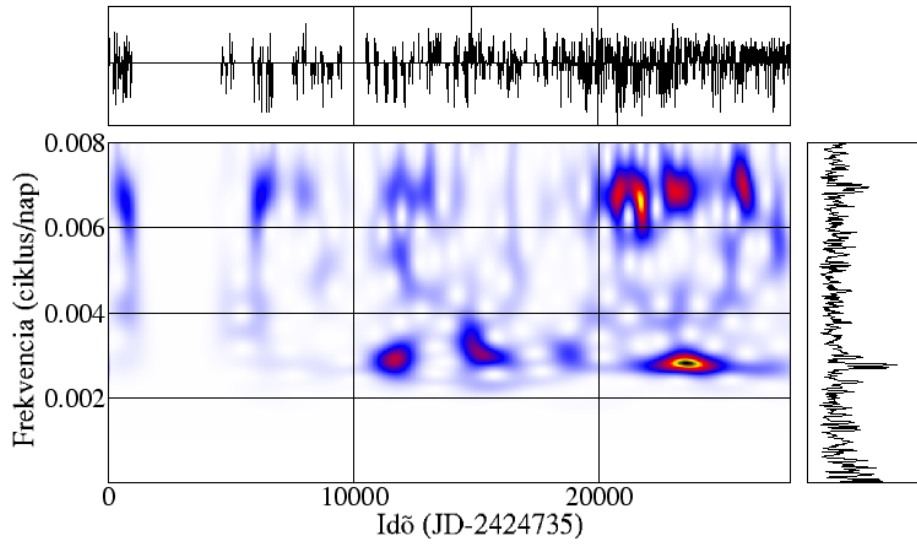
140. ábra. Az SX Her 5 napos fényességátlagokat tartalmazó adatsora.

A meglehetősen irreguláris változásokat mutató SX Herculis a felszabályos objektumok SRd altípusát képviseli. Pulzációs periódusa 102 nap, vizuális fényességváltozásának amplitúdója 2.3 magnitúdó. A többi félszabályos csillagtól eltérően az SRd típus sokkal korábbi színképosztályba tartozó objektumokat jelöl, voltaképpen sok esetben a Naphoz hasonló égitesteket. Feltételezik, hogy az RV Tauri típusú égitestekhez hasonlóan az SRd-k is kistömegű ABG csillagok, melyek időnként "kék hurkokat" írnak le a HRD-n²¹.

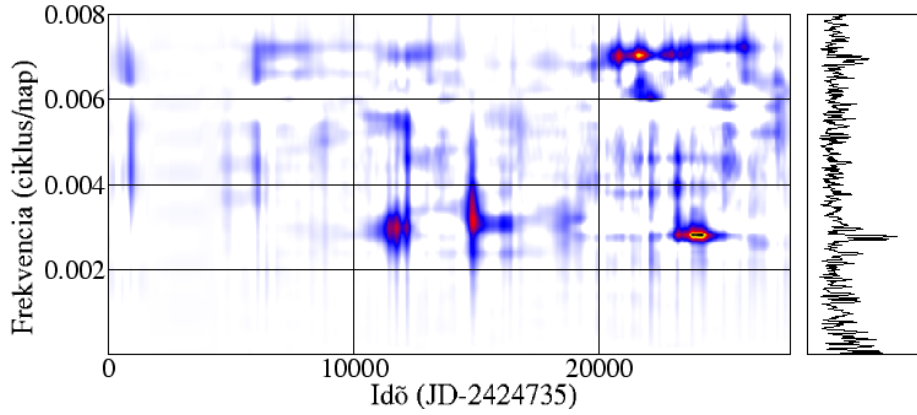
Az SX Her fényességváltozását többek között Buchler és munkatársai (Buchler et al. 2001, Buchler & Kolláth, 2001) vizsgálták, melynek során a csillag pulzációjában kaotikus megnyilvánulásokat kerestek. A globális fázistér rekonstrukció eljárását alkalmazva az SX Her 5500 napot lefedő hosszúságú, 1 napos mintavételezett adatsorát elemezték. Eredményeik erre a csillagra vonatkozóan hasonlóak az R Sct esetéhez; a növekvő f_0 alapl módus és a második, csillapodó rezonáns módus ($\sim 2f_0$) között feltehetőleg folyamatosan alternáló energiátadás zajlik. Mivel a csillag adata sora elég rövid volt, a hosszabb időskálájú eseményekre ezeknek a vizsgálatoknak a révén nem derült fény. Percy és Kollin 2000-ben a Hipparcos mérései alapján elkészítette az SX Her O-C diagramját, mellyel a csillag periódusváltozásának éves ütemére 0.0175 nap adódott. A periódus ciklusról ciklusra vonatkozóan 2 napos ingadozást is mutat.

Az SX Her idő-frekvencia eloszlásain két rezgési komponens látszik, melyek - a korábbiakban leírtak alapján - feltehetőleg valódi módusok. A Fourier-spektrum meglehetősen zajos, melyen az alacsony frekvencián megjelenő csúcs hosszú periódusú modulációra utalhat. A wavelet-transzformált (141. ábra) elmossa a második komponenst, melyet a Choi-Williams eloszlás (142. ábra) megfelelő felbontással kimutat. A csillag Zhao-Atlas-Marks eloszlásán (143. ábra) számos olyan járulékos összetevő jelenik meg (kereszttagok), melyek a wavelet-en nem lépnek fel - pulzációs eredetük tehát ebből kifolyólag kizárt.

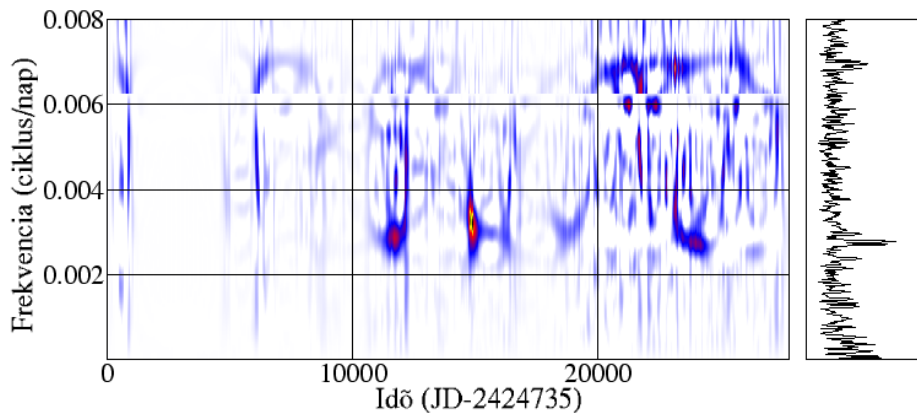
²¹A "kék hurkok" evolúciós kitérők, melyekre a csillagok az óriásági fejlődés során - az energiatermelő héjak fellobbanásai következtében - időnként rátérnek. Ekkor átmenetileg bekerülnek a HRD sárga óriásokat és szuperóriásokat tartalmazó régiójába



141. ábra. Az *SX Her* wavelet-transzformáltja: $\alpha = 2.0$.

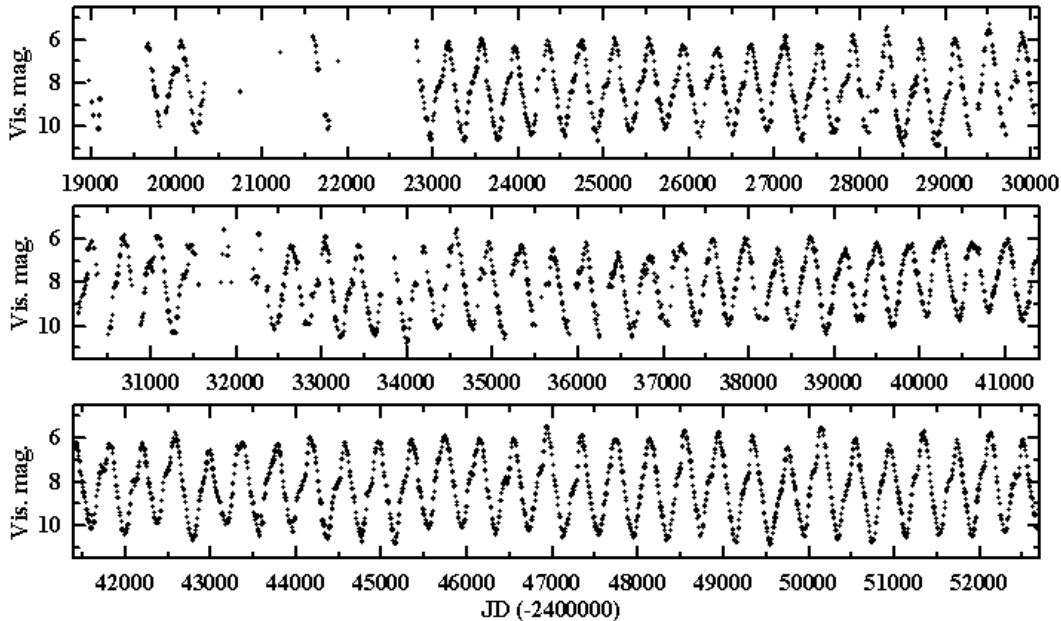


142. ábra. Az *SX Her* Choi-Williams eloszlása: $\alpha = 0.45$



143. ábra. Az *SX Her* Zhao-Atlas-Marks eloszlása: $\alpha = 0.3$.

5.2.16. T Cephei

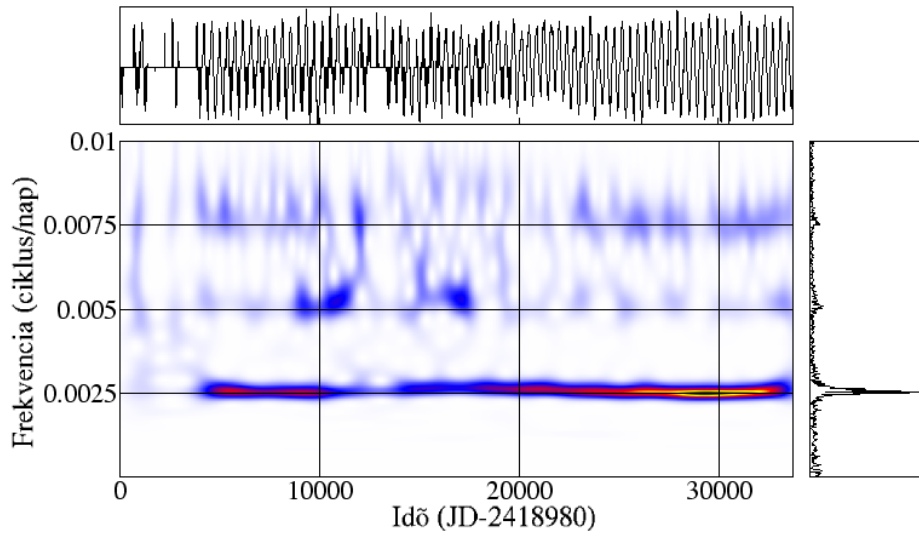


144. ábra. A *T Cep* 10 napos fényességátlagokat tartalmazó adatsora.

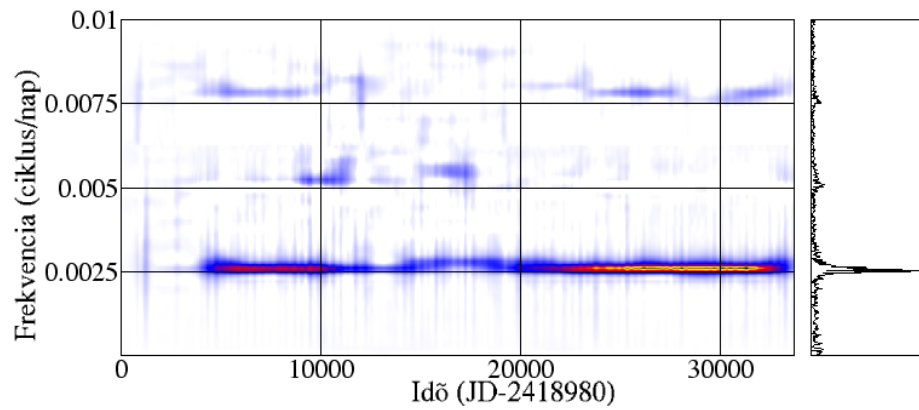
A Mira típusú T Cephei átlagperiódusa 393 nap, látszó fényessége 6 és 10.3 magnitúdó között változik. Erről a csillagról sok adat áll rendelkezésre, mivel cirkumpoláris, és meglehetősen fényes is. Pulzációs ciklusai elég stabilnak mutatkoznak.

A kései típusú csillagok környezetében és atmoszférájában megtalálhatók a korábbi fúziós folyamatok végtermékei, melyet a T Cep esetében Yamamura és szerzőtársai (1999) az ISO (Infrared Space Observatory) mérései alapján elemeztek. Ennek során a csillag spektrumában SO_2 gáz rotációs-vibrációs átmeneteit mutatták ki, mely az első ilyen természetű eredmény alacsony hőmérsékletű vörös óriáscsillagokra vonatkozóan. A SO_2 gerjesztési hőmérséklete 600 K körüli, és úgy találták, hogy ez a molekula a T Cep többszörös csillagsugárnyi körzetében megjelenik. A csillag színeképekének a fázistól való függését a szerzők az SO_2 molekuláknak a lágy UV fotonok által végbemenő fotodisszociációjával magyarázták. A infravörös tartományban a T Cep viselkedése eltér a vizuálistól, annál sokkal hosszabb időskálájú változásokat mutat. Egyes jelek arra utalnak, hogy porképződési folyamatok a fényességminimumok idején mennek végbe.

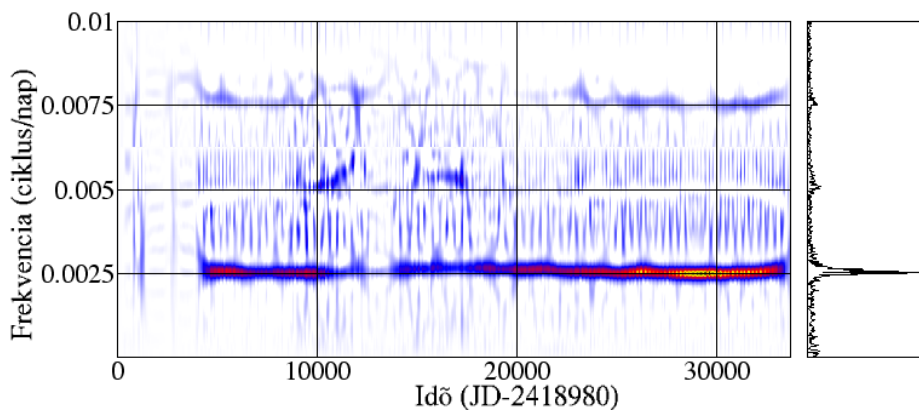
Whitelock és munkatársai (1997) a Hipparcos méréseit felhasználva a T Cep-re vonatkozóan 24.3 ezred ívmásodperces (mas, milli arc second) szögátmérőt állapí-



145. ábra. A *T Cep* wavelet-transzformáltja: $\alpha = 2.0$.



146. ábra. A *T Cep* Choi-Williams eloszlása: $\alpha = 0.4$

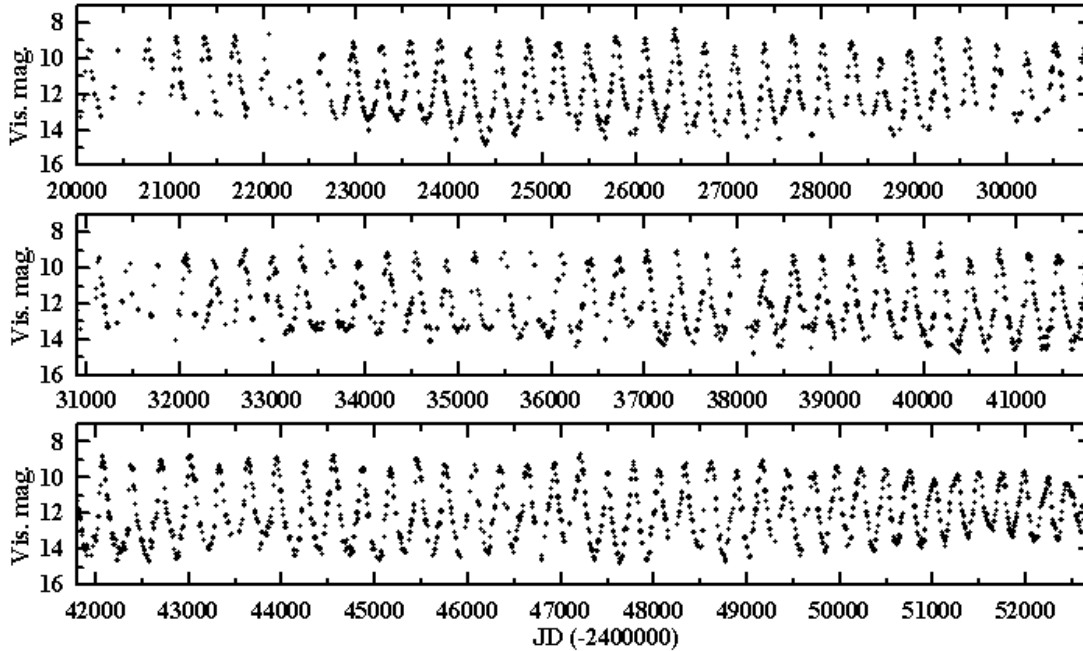


147. ábra. A *T Cep* Zhao-Atlas-Marks eloszlása: $\alpha = 0.2$.

tottak meg.

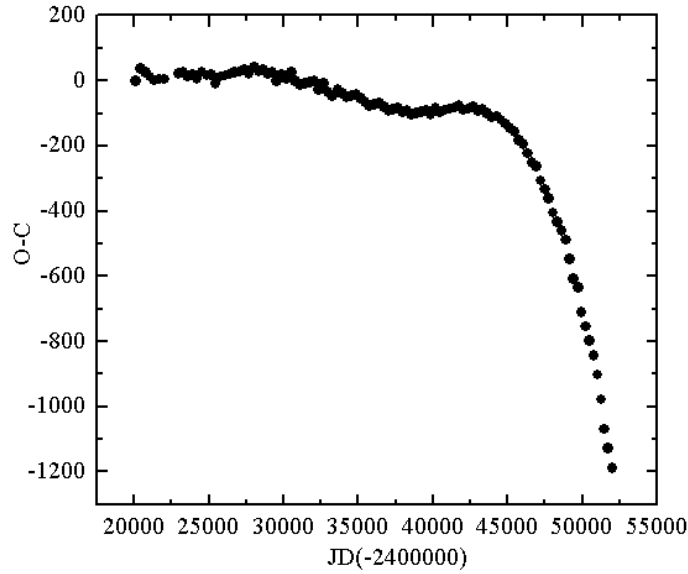
A csillag idő-frekvencia eloszlásain stabil alaprezgés látható, valamint megjelennek a fénygörbe kevésbé szinuszos alakja miatt fellépő felharmonikusok is a kétszeres és a háromszoros frekvencián. Az adatsor JD 2432000 környékén hiányos; ez indokolja az eloszlásokon is megfigyelhető látványos amplitúdócsökkenést.

5.2.17. T Ursae Minoris



148. ábra. A T UMi 10 napos fényességátlagokat tartalmazó adatsora.

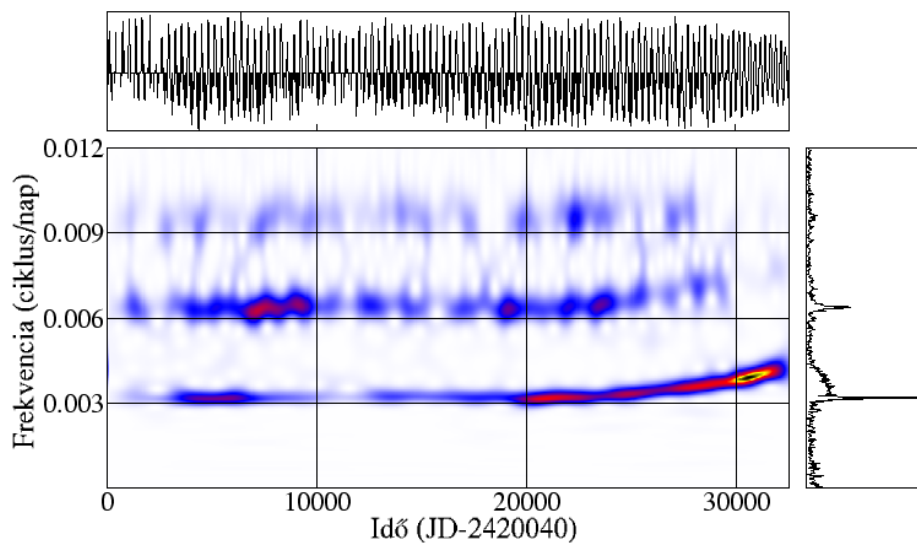
A Mira típusú T Ursae Minoris napjainkban igen különleges objektumnak számít. Periódusa a 70-es évek végén kezdett látványosan csökkenni, mely a korábbiakhoz hasonlóan (BH Cru, R Aql, R Hya) hélium fellobbanására utal a csillag magját körülvevő héjakban. A T UMi-nál tapasztalt drasztikus változási ütemet még egy hozzá hasonló ismert objektum sem produkálta korábban. A csillag ciklushosszának csökkenésével kapcsolatban nemrég két tanulmány is született (Gál & Szatmáry, 1995; Szatmáry, Kiss & Bebesi, 2003), melyek alapján a T UMi periódusa az elmúlt 30 év során a korábbi 314.5-ről 215 napra esett vissza; a folyamat azóta is tart. A csillag adatsorának Fourier-transzformáltján látszanak ugyan a domináns frekvencia-összetevők, azonban a főkomponens aszimmetrikus kiszélesedésén kívül semmi sem utal időbeli változásra. A kétszeres frekvencián jelentkező csúcsot



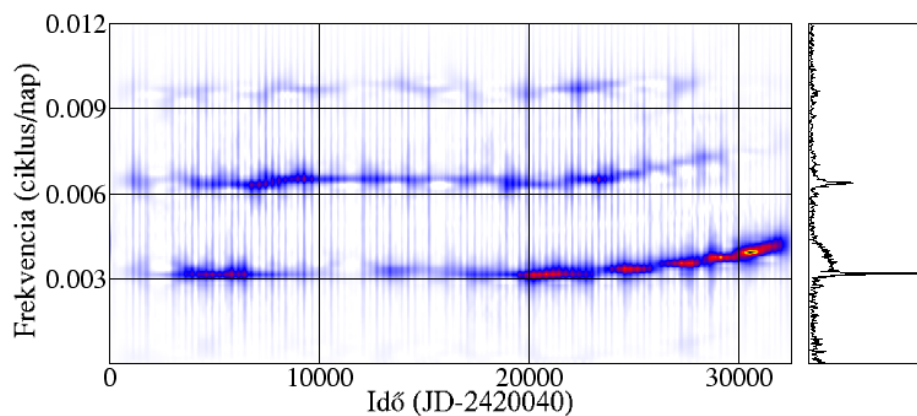
149. ábra. A *T UMi* O-C diagramja: $C = 17598 + n \cdot 315$ (nap).

feltehetőleg a fénygörbe fűrészfogrezgésre emlékeztető maximumai hozzák létre a spektrumon. A 149. ábrán a *T UMi* O-C diagramja látható, melynek megszerkesztésekor alkalmazott próbaperiódus értékének a csökkenést megelőző 315 napos ciklushosszat választottam, kezdőpontként (JD_0) pedig a rendelkezésre álló legkorábbi fényességmaximum idejét ($JD_{2417598}$). A periódusváltozás ütemét parabola illesztésével állapítottam meg, mely a másodfokú tag együtthatójából ($-1.789 \cdot 10^{-5} \pm 0.064 \cdot 10^{-5}$ nap/nap) az (30) egyenlet alapján számítható ki. Ennek relatív értékére $(1/P)dP/dt = 3.578 \cdot 10^{-5} \pm 0.128 \cdot 10^{-5}$ nap/nap adódik, ahol P az O-C diagram meghatározásakor alkalmazott próbaperiódus. A dP/dt derivált értéke 4.116 ± 0.147 nap/évvel lesz egyenlő, ez jelenti a ciklushossz rövidülésének egy évre vonatkozó mértékét. A rendelkezésre álló maximumidőpontok alapján a legkorábbi rezgési periódus hossza 320, a legutóbbi pedig 220 napos volt.

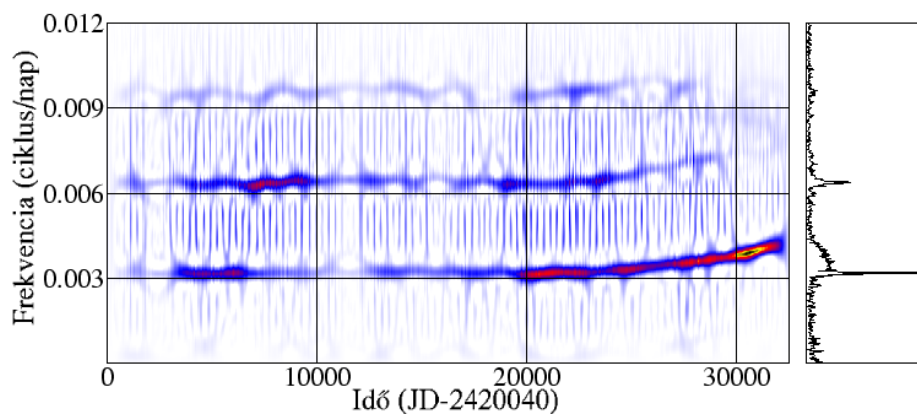
Az idő-frekvencia eloszlásokon az egyes komponensek kiemeléséhez három különböző mértékben szűrt részre (0.0025, 0.005, és 0.009 ciklus/napnál) bontottam a vizsgált tartományt. A ZAM eloszlás időfelbontása a másik módszerrel szemben erre a frekvenciatartományra kevésbé kedvező, fellépnek a szokványos kereszttagok is. Az észlelt komponensek mindegyike megjelenik a Fourier-transzformálton is, azonban az időbeli változások egybemosódnak a pillanatnyi értékekkel. A második és harmadik harmonikust a Choi-Williams eloszlás (151. ábra) emeli ki a legjobban.



150. ábra. A *T UMi* wavelet-transzformáltja: $\alpha = 2.2$.



151. ábra. A *T UMi* Choi-Williams eloszlása: $\alpha = 0.45$.



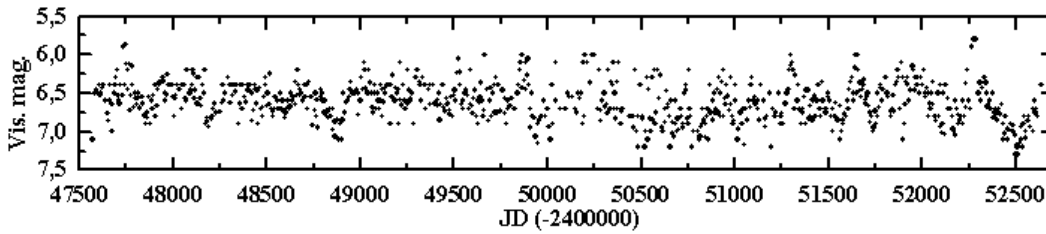
152. ábra. A *T UMi* Zhao-Atlas-Marks eloszlása: $\alpha = 0.2$.

r [pc]	M_c/M_\odot	R/R_\odot	M/M_\odot (F)	M/M_\odot (1H)
2570 ± 500	0.78	447 ± 95	5.1	1.7

8. táblázat. *A T UMi fizikai paramétereit.*

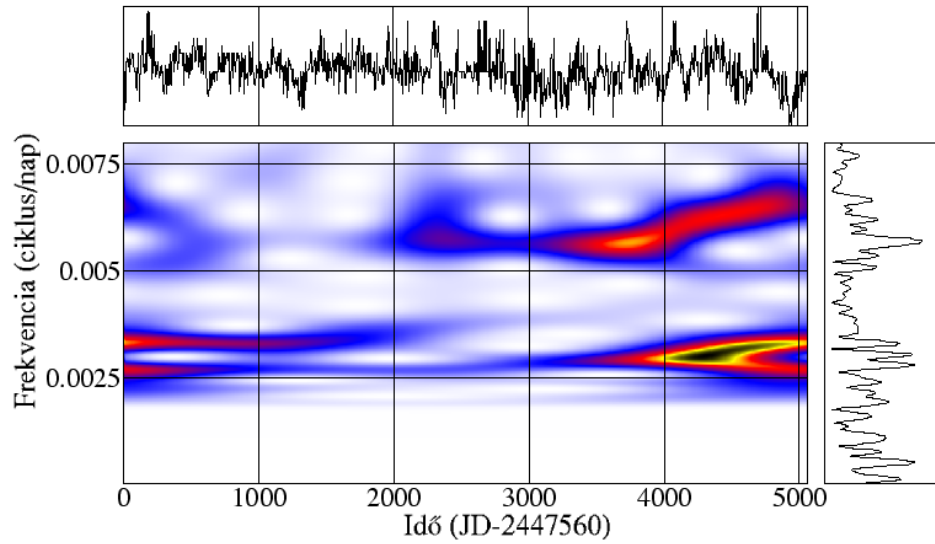
A T UMi esetében a hélium-héj fellobbanásra vonatkozó modell (Wood & Zarro, 1981) luminozítás értékei alapján a 8. táblázatban felsorolt paramétereiket határoztam meg (Bebesi, 2002). A korábban - a BH Cru, az R Aql és az R Hya esetében - említették okán a T UMi-nál első felhangban történő pulzáció feltételezhető.

5.2.18. UX Draconis

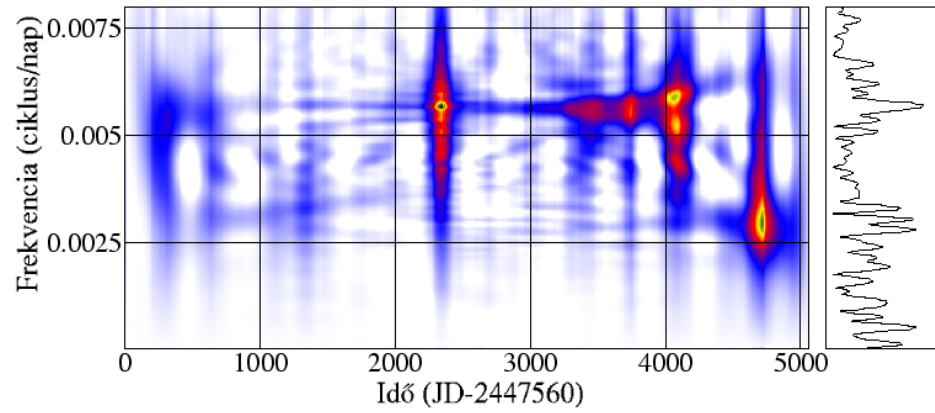


153. ábra. *Az UX Dra 5 napos fényességátlagokat tartalmazó adatsora.*

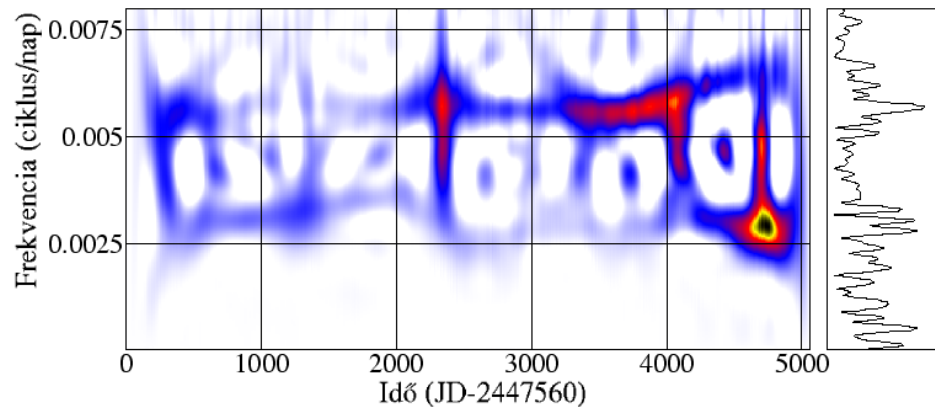
Az UX Dra kis amplitúdójú (5.8-7.3 magnitúdó), luminózus, szénben gazdag vörös óriáscsillag. Egyike azoknak az objektumoknak, melyek spektrumán Tc nyomait fedezték fel (Little et al., 1987). Melyről a nemzetközi adatbázisokból megszerezhető idősornak csak egy mindössze 5000 napos szakasza szolgáltatott információt a csillag pulzációs tulajdonságairól. Az UX Dra irodalmi forrásokban fellelhető periódusa 168 nap körüli érték. A rendelkezésre álló korábbi minimumidőpontok alapján (Vetesnik, 1983) lassú periódusnövekedésre utaló jelek mutatkoztak, azonban a hosszabb időintervallumot felölelő fotometriai vizsgálatok alapján a ciklushossznak ez a 155 és 185 nap közötti ingadozása hosszabb - mintegy 5000 napos - időskálán zajlik. Korábban felmerült esetleges egy kísérőcsillag jelenlétének elgondolása is (Vetesnik, 1982). Lloyd és West (2001) a csillag 3000 napos adatsorára 178 és 359 napos periódusú kétmódusú görbét illesztve megfelelő egyezést találtak, melynek alapján valószínűsíthető, hogy a csillag fényességváltozásának háttérében többszörös periodicitás áll.



154. ábra. Az *UX Dra* wavelet-transzformáltja: $\alpha = 2.2$.

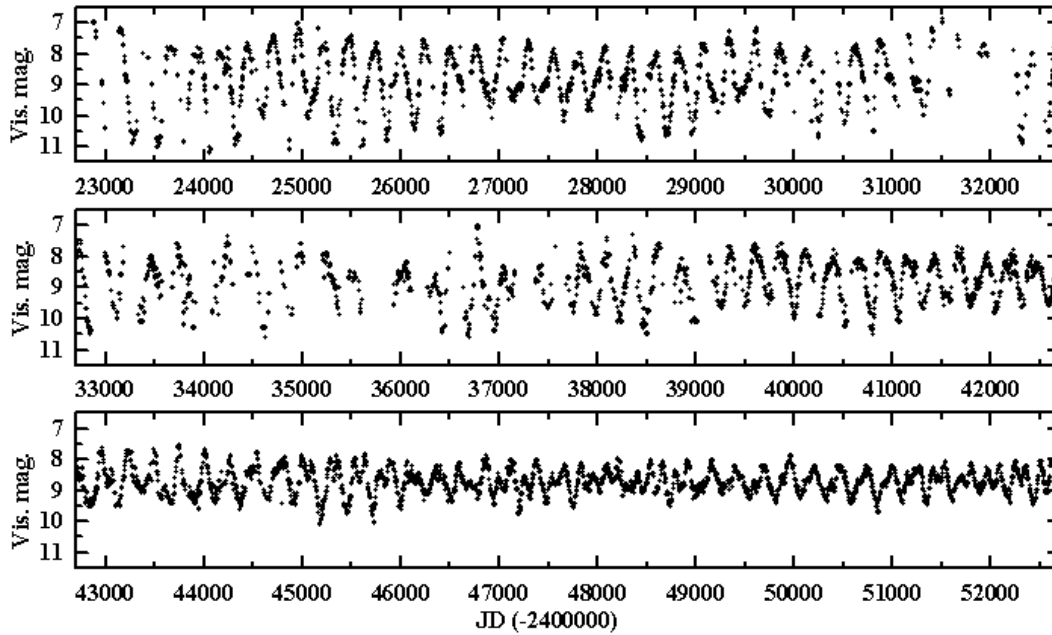


155. ábra. Az *UX Dra* Choi-Williams eloszlása: $\alpha = 0.6$.



156. ábra. Az *UX Dra* Zhao-Atlas-Marks eloszlása: $\alpha = 0.5$.

5.2.19. V Bootis

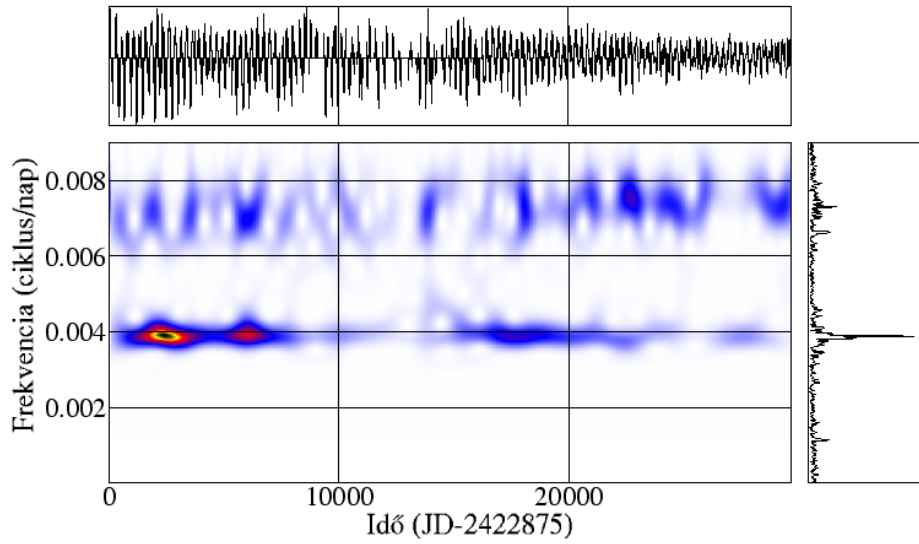


157. ábra. A *V Boo* 5 napos fényességátlagokat tartalmazó adatsora.

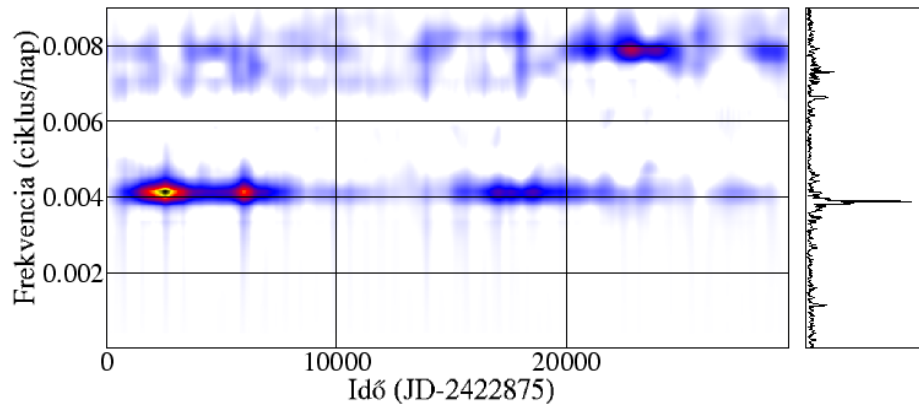
A V Bootis SRa típusú félszabályos csillag, látszó fényessége 7 és 12 magnitúdó között változik. Ez az objektum régóta tartó amplitúdócsökkenésével hívta fel magára a kutatók figyelmét, melynek érdekes aspektusa, hogy mind az átlagfényesség (8.7 magnitúdó), mind a periódus állandó maradt a folyamat során. A jelenségre számos esetben próbáltak már elfogadható magyarázatot találni. Graves és Howarth (2000) a csillag körüli anyag jelenlétét okolták, azonban erre utaló jelek kevésbé mutatkoztak²² a fénygörbén. A szerzők egy 10000 napos adatsor elemzése során a rezgési komponensek félamplitúdóinak értékeire (P_0 -ra 0.46, P_1 -ra 0.17) inkább az SRb csillagokra jellemző arányokat kaptak. Az amplitúdócsökkenéssel kapcsolatban elképzelhetőnek tartják, hogy a főperiódus (257.8 nap) fenntartásáért felelős ionizációs zónában csillapodás²³ lép fel. Próbálkoztak már a V Boo esetleges kaotikus viselkedésének kimutatásával is (Mattei et al., 1990), de nem jártak sikerrel. A V Boo periódusa nem mutat folyamatos változást, inkább csak a félszabályos csillagoknál gyakori ciklusonkénti fluktuációk jelentkeznek, melyeket valószínűleg a fel-

²²Amennyiben a háttérben cirkumsztelláris anyagfelhő állna, akkor az a csillag átlagfényességét is bizonyosan befolyásolná.

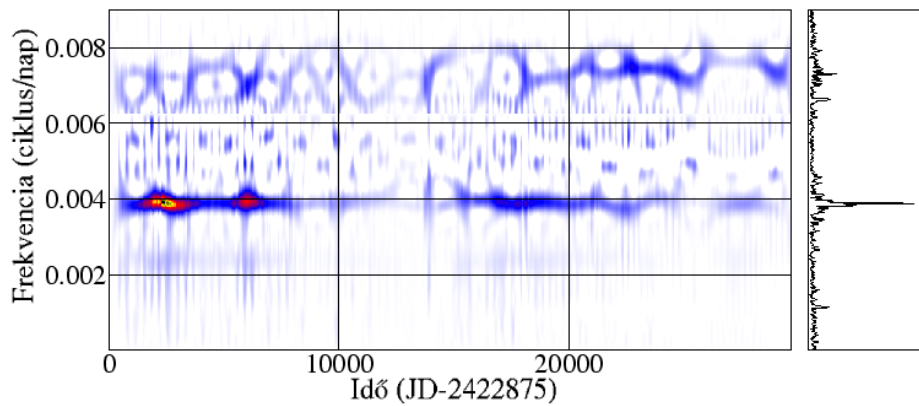
²³A maganyag felkeveredése révén fémes szennyezés éri a sugárzási atmoszféra alapjainál elhelyezkedő ionizációs zónákat, olyan instabilitásokat okozva ezáltal, melyek a későbbiek folyamán konvekciós struktúrák kialakulásához vezetnek.



158. ábra. *A V Boo* wavelet-transzformáltja: $\alpha = 2.2$.



159. ábra. *A V Boo* Choi-Williams eloszlása: $\alpha = 0.2$.



160. ábra. *A V Boo* Zhao-Atlas-Marks eloszlása: $\alpha = 0.2$.

színi rétegekben zajló véletlenszerű folyamatok váltanak ki. Szatmáry és munkatársai (1995) a vörös óriások elméleti modelljeit (Fox & Wood, 1982, Ostlie & Cox, 1986) felhasználva megpróbálták azonosítani az egyes rezgési módusokat. Problémát jelent, hogy ezek modellek nem veszik tekintetbe a komponensek amplitúdóváltozását, továbbá a csillag külső légkörében lévő molekulák mennyiségét és opacitását sem ismerjük. A V Boo esetében azonban nem valószínű, hogy az opacitás változása lenne felelős az amplitúdó viselkedéséért. Szatmáry és szerzőtársai (1995) a fénygörbe alapján meghatározták a csillag fizikai paramétereit²⁴ is (9. táblázat).

P_0	P_1	R/R_\odot	M/M_\odot	M_{bol}	T_{eff}
[nap]	[nap]			[mag]	[K]
258	137	290 ± 20	2.0 ± 0.3	-4.3 ± 0.3	2700 ± 300

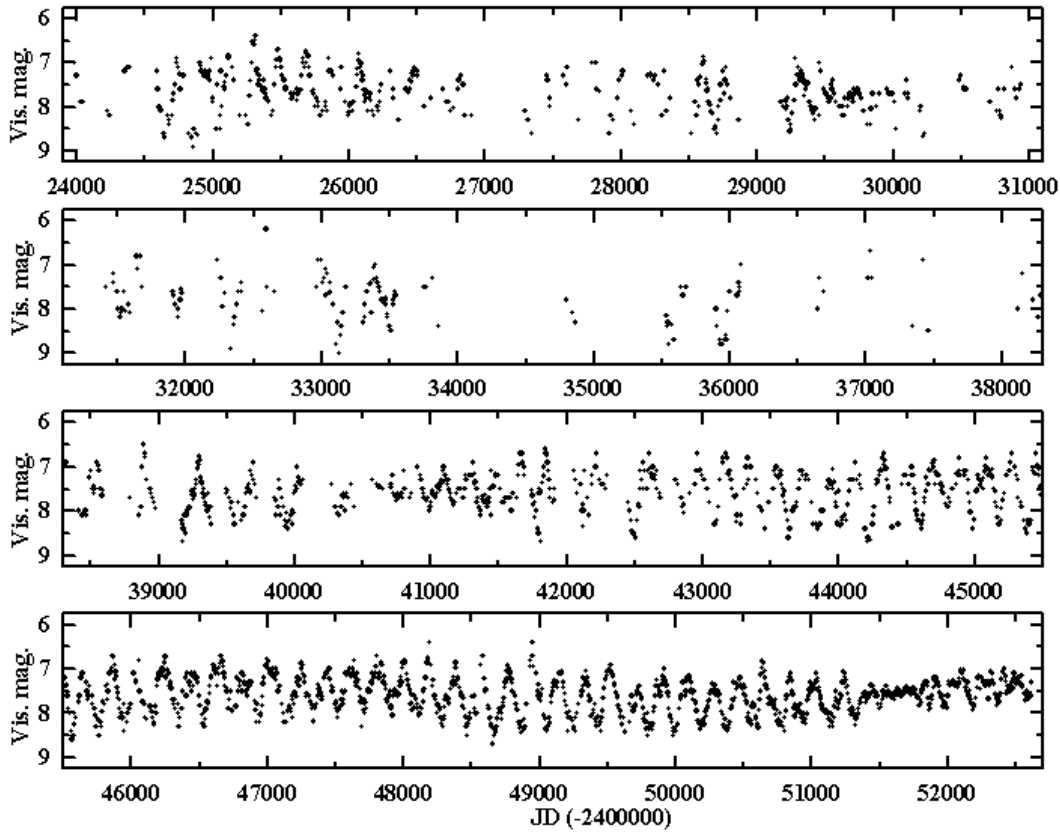
9. táblázat. *A V Boo fizikai paramétereit.*

Az amplitúdó periodikus modulációját két közel azonos hosszúságú pulzációs ciklus jelenléte is okozhatja (lebegés), a V Boo esetében azonban ezt kizárhatjuk.

Kerschbaum & Hron (1992) infravörös adatok elemzése során az SRa és az SRb változók jellemzőit a Mirákéval vetették össze, és úgy találták, hogy ezeknek a típusoknak igen hasonló a galaktikus eloszlása. Eszerint elképzelhető, hogy az AGB elején ezek a csillagok első vagy magasabb felhangban pulzálnak, majd a folyamatos tömegvesztés következtében már csak az elsőben. Az alaprezgés 100000 év alatt alakul ki, és az SR csillagok átkerülnek a Mira állapotba. A V Boo esetében ez a folyamat fordítottan látszik; Mira szerű fényváltozását félszabályos viselkedés váltotta fel. A módusok azonosításával kapcsolatban még nincs teljesen elfogadott elmélet. Egyesek szerint (Kerschbaum & Hron, 1992, Jura & Kleinmann 1992) az SR csillagokra első felharmonikus, a Mirákra pedig alaprezgés a jellemző, azonban az újabb csillagsugár mérések alapján (Tuthill et al., 1994, Haniff et al., 1995) a $P = 280 - 430$ nap periódusú Mira csillagok első felharmonikusban pulzálnak.

²⁴Az abszolút fényességet a Mirák periódus-fényesség relációjából (Whitelock 1990), az effektív hőmérsékletet pedig a sugár és a luminozitás értékei alapján a Stefan-Boltzmann törvény felhasználásával számították ki.

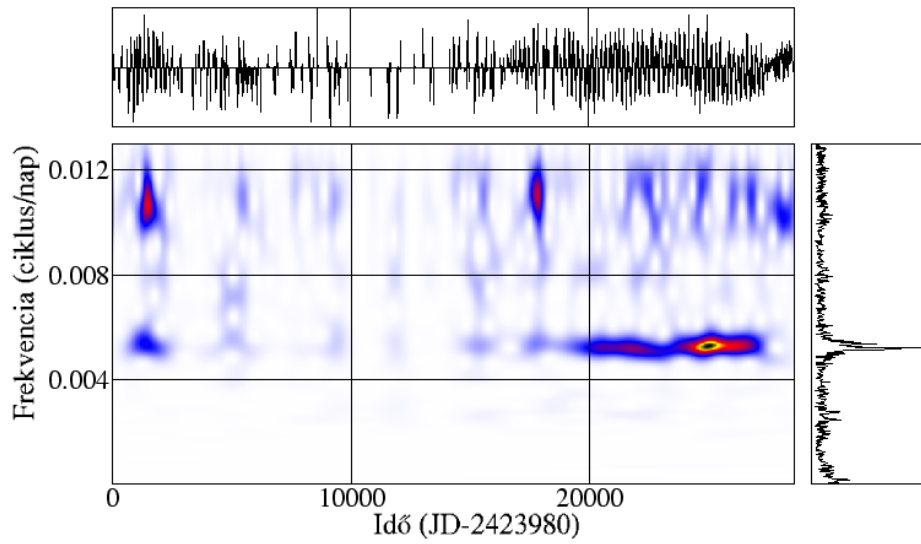
5.2.20. V Canes Venatici



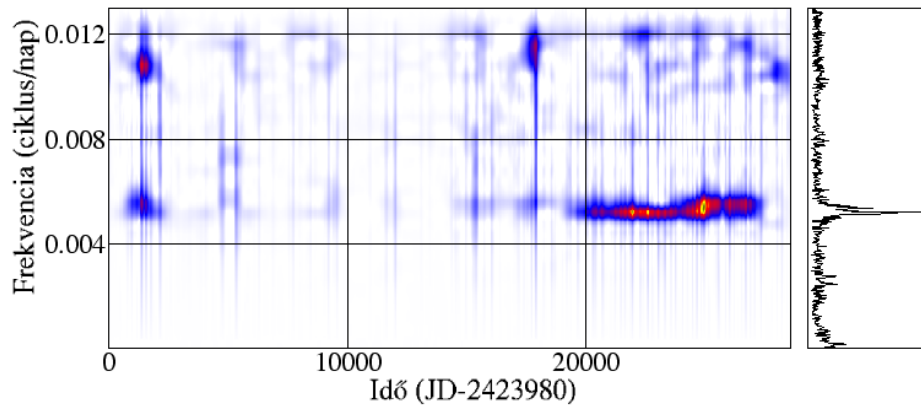
161. ábra. A V CVn 5 napos fényességátlagokat tartalmazó adatsora.

A V CVn SRa típusú csillag, látszó fényessége 6.5 és 8.6 magnitúdó között változik. Az irodalmi források erre az objektumra vonatkozóan 192 napos periódust említeneek.

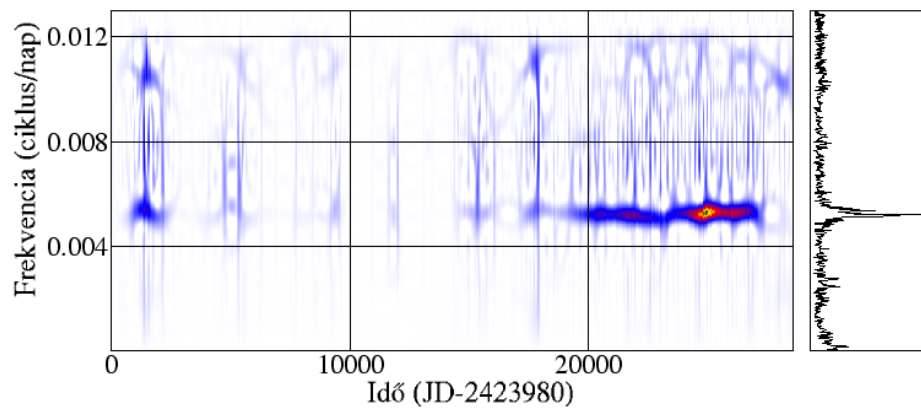
Kiss és munkatársai (2000) tanulmányukban a V CVn fényességének amplitúdóváltozásait is vizsgálták, melynek során - az RX UMa-hoz hasonlóan - ennél a csillagnál is felfigyeltek a két közeli rezgési frekvencia által okozott lebegési jelenségre. Megállapították, hogy a lebegést mutató fénygörbék esetében a periódusok arányai 1.03 és 1.1 közötti értékek lehetnek, melyek alapján egyrészt magasabb felhangok jelenlétére, illetve nemradiális pulzációs módusra is lehet következtetni. A V CVn esetében a két detektált ciklushossz értéke 194 ($f_0 = 0.00515$ ciklus/nap), és 186 nap ($f_1 = 0.0053$ ciklus/nap). Ha az ezeknek megfelelő rezgések pulzációs eredetűek, akkor arányaik ($f_1/f_0 = 1.06$ és $f_2/f_1 = 1.93$) információval szolgálhatnak a pulzációs módust illetően. Az 1.9-es periódusarány igen gyakori a félszabályos csillagoknál. Az 1-hez közeli periódusarányok magasabb (3-5-ik) felhangok jelenlétére utalhatnak, azonban



162. ábra. *A V CVn* wavelet-transzformáltja: $\alpha = 2.2$.



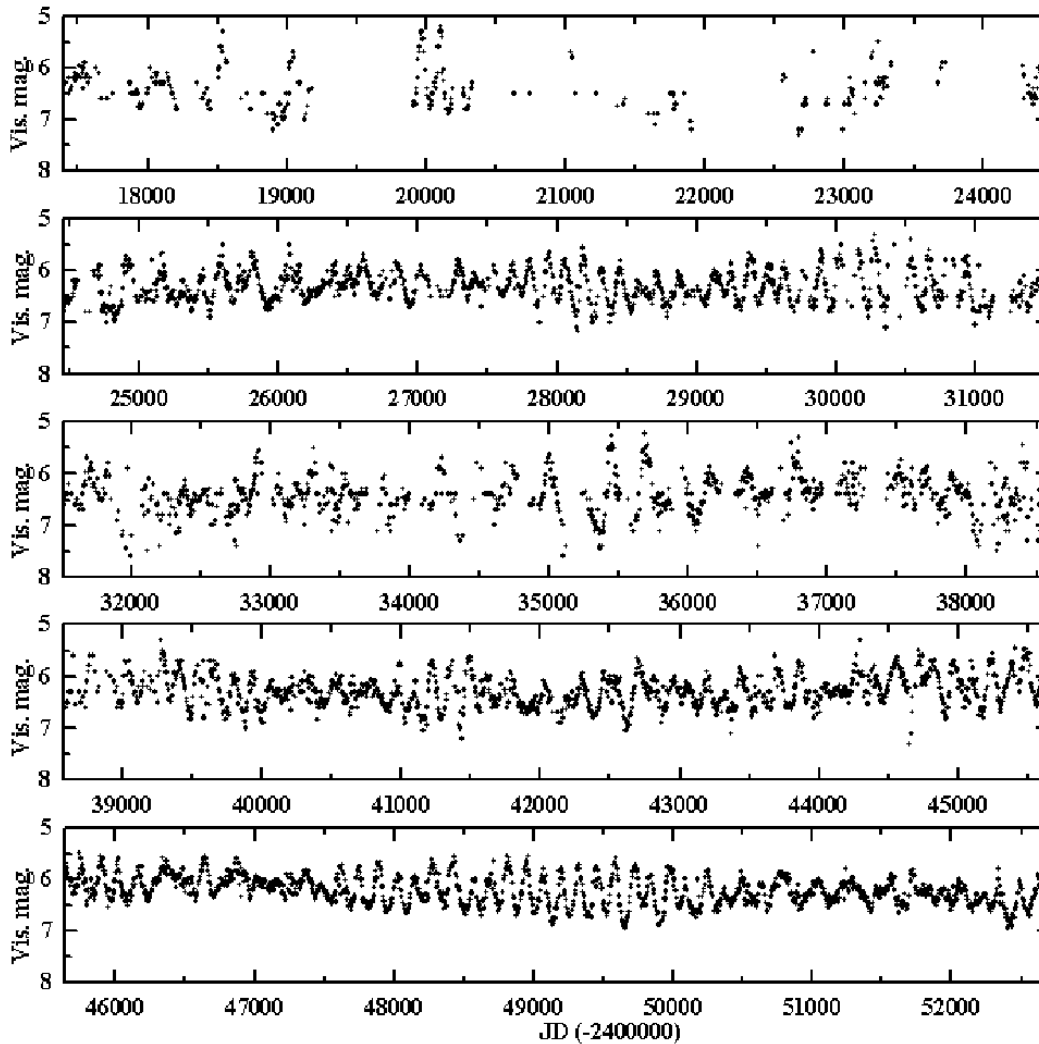
163. ábra. *A V CVn* Choi-Williams eloszlása: $\alpha = 0.5$.



164. ábra. *A V CVn* Zhao-Atlas-Marks eloszlása: $\alpha = 0.5$.

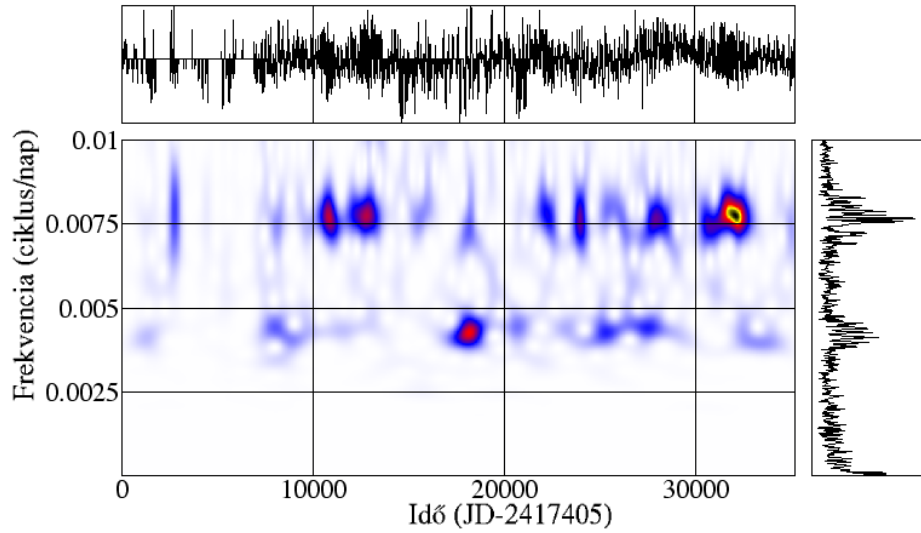
az elméleti számítások abban a módustartományban erőteljes csillapítást jósolnak (Xiong et al., 1998). Ennél az objektumnál az egyes komponensek amplitúdói elég különbözőek, ezért a lebegési jelenség nem látszik olyan tisztán.

5.2.21. W Cygni

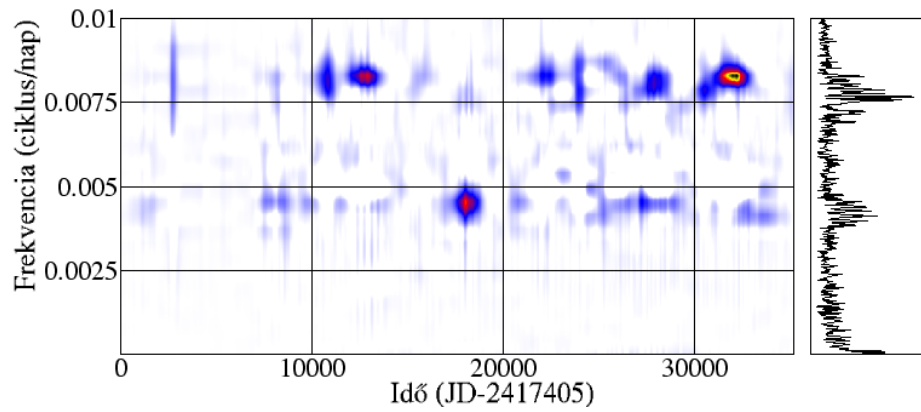


165. ábra. A *W Cyg* 10 napos fényességátlagokat tartalmazó adatsora.

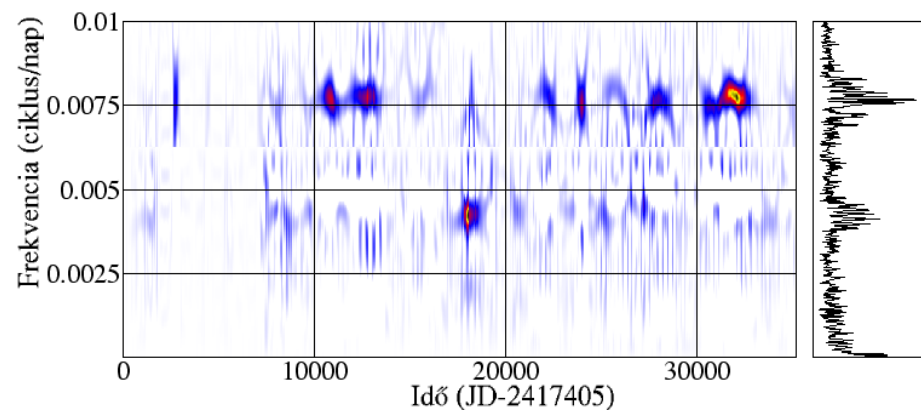
A *W Cygni* SRb típusú csillag, látszó fényessége 5.3 és 7.8 magnitúdó között változik. Az AF *Cyg*-hez hasonlóan igen kedvelt megfigyelési célpont. Ez az égitest pulzációjának során ismétlődő módusváltásokat produkál (Kiss et al., 2000), melyek során az egyes módusok néhány száz napos időskálán ki-be kapcsolnak. Az ehhez hasonló jelenség egyébként a feltételezések szerint elég gyakori a felszabályos vál-



166. ábra. A *W Cyg* wavelet-transzformáltja: $\alpha = 2.2$.



167. ábra. A *W Cyg* Choi-Williams eloszlása: $\alpha = 0.8$.



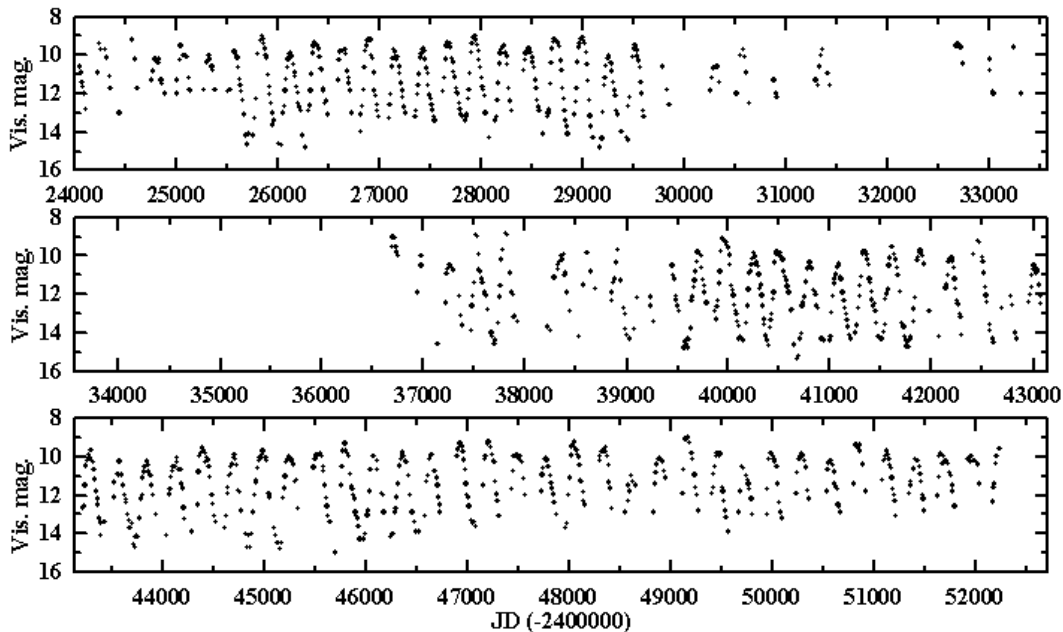
168. ábra. A *W Cyg* Zhao-Atlas-Marks eloszlása: $\alpha = 0.8$.

tozónál.

A fénygörbére (165. ábra) tekintve megállapítható, hogy a pulzáció természete időnként teljesen átalakul; valójában a ciklushosszak is, és az amplitúdók is változnak. A csillagnál kimutatható periódusok értékei 240 illetve 130 naposak.

Kiss és munkatársai (2000) wavelet-analízis segítségével vizsgálták a két módushoz tartozó frekvenciagerinc keresztmetszeti amplitúdóit, melynek változásában semmiféle periodicitást nem tudtak kimutatni. Mivel elég jól mintavételezett adatsorokkal dolgoztak, valószínűsíthető, hogy az észlelt ingadozások nem a számolásból fakadtak. A domináns módus ($P = 130$ nap) amplitúdója 2000-3000 napos időskálán változik, melynek során a pulzáció időnként - feltételezhetően valamilyen erős csillapító hatásnak köszönhetően - teljesen félbeszakad. Valódi kétmódusú állapot ennél a csillagnál csak ritkán figyelhető meg, azonban az egyes módusok amplitúdójának alternációja jól megmutatkozik az idő-frekvencia eloszlásokon.

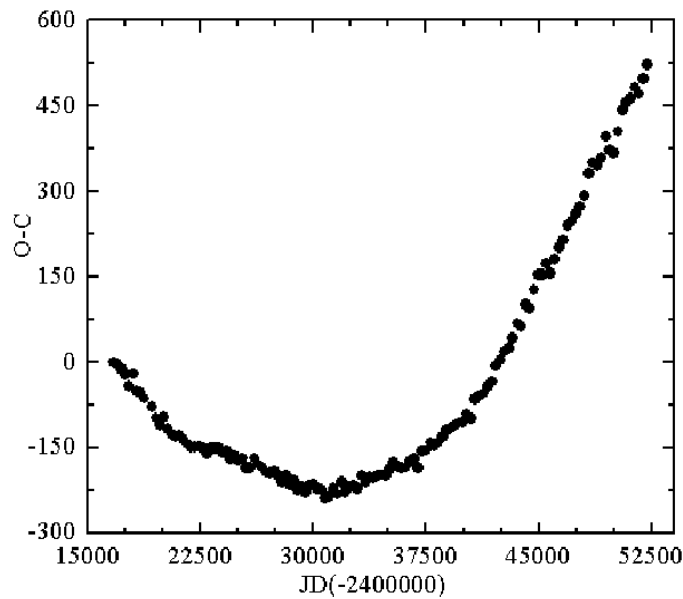
5.2.22. W Draconis



169. ábra. A *W Dra* 10 napos fényességátlagokat tartalmazó adatsora.

A Mira típusú *W Draconis* a *BH Crucis*-hoz hasonlóan növekvő periódust mutat, mely szerint hélium-héjának fellobbanási ciklusa még emelkedő fázisban van. Mivel ez a csillag viszonylag halvány - látszó fényessége 8.5 és 15.5 magnitúdó között változik -, minimumai környezetében meglehetősen hiányosak az adatsorok. A *W Dra*

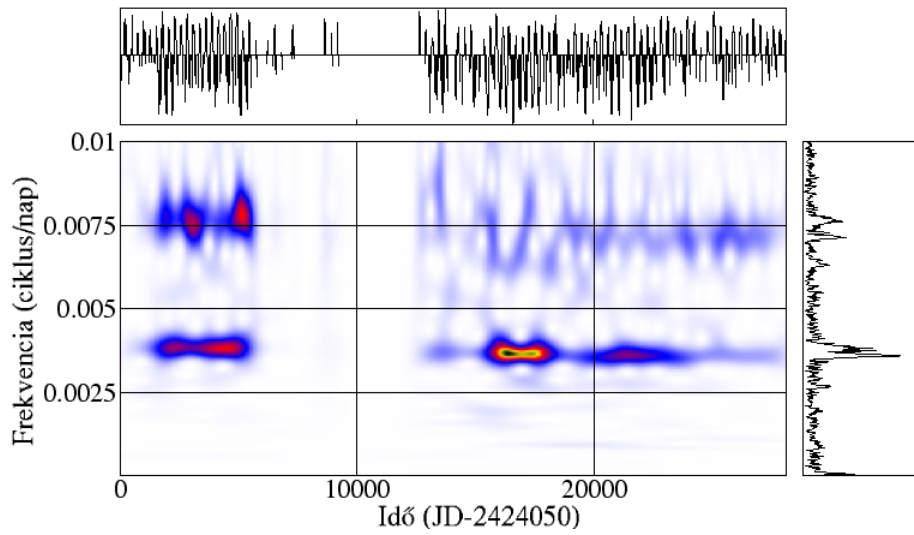
amplitúdója a korábban bemutatott objektumokhoz hasonlóan a periódusváltozással párhuzamosan észlelhető, erős csökkenést mutat. 10 napos átlagolt adatsorának Fourier-transzformáltján erős frekvenciafelhasadás figyelhető meg, melynek fő oka a JD2430000 és JD 2438000 közötti hiányos szakasz. Az O-C diagram megszerkesztéséhez 265 napos próbaperiódust alkalmaztam, melynek kezdetét (2400000 levonásával) a legkorábbi észlelt fényességmaximum időpontja ($JD_0 = 16750$) adja meg. A rendelkezésre álló legkorábbi észlelés idején a csillag ciklushossza 260 nap körüli értéket mutatott, manapság azonban már mintegy 290-re növekedett. A változási ütemet a korábbiakhoz hasonlóan parabola illesztésével határoztam meg. A másodfokú tag együtthatójára az $1.505 \cdot 10^{-6} \pm 1.752 \cdot 10^{-8}$ nap/nap érték adódott, mellyel a (30) összefüggés értelmében kiszámítottam a növekedés relatív ütemét: $7.525 \cdot 10^{-7} \pm 8.76 \cdot 10^{-9}$ nap/nap. Az egy évre vonatkozó növekedési ráta a korábbiak alapján $7.283 \cdot 10^{-2} \pm 8.479 \cdot 10^{-4}$ nap/év-vel egyenlő. Mivel az adatsorban ilyen sok szakadás található, az amplitúdóváltozásra vonatkozóan nehéz egyöntetű megál-



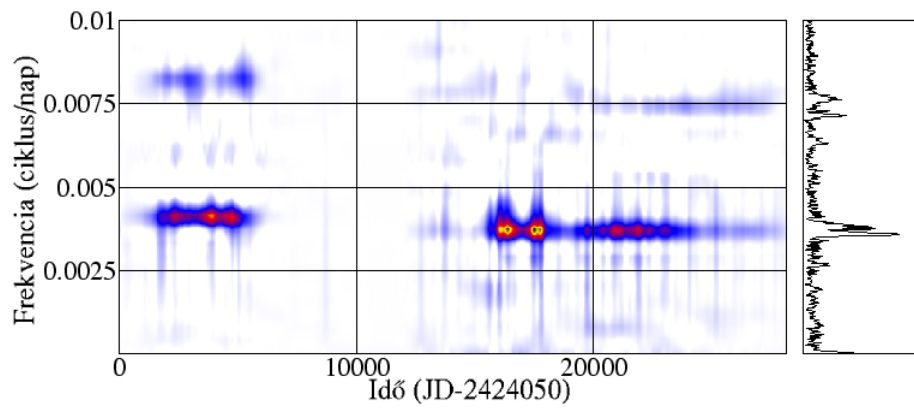
170. ábra. A *W Dra* O-C diagram: $C = 16750 + n \cdot 265(\text{nap})$.

lapítást tenni, azonban könnyen észrevehető az utóbbi tíz év során zajló csökkenő tendencia. A *W Draconis* adatsorának idő-frekvencia eloszlásain megfigyelhetjük, hogy az alapprofrendencia csökkenését követi az első felharmonikus, amiből (továbbá a fénygörbe alakjából) arra következtethetünk, hogy a kétszeres frekvencia pusztán a számolásból fakadóan lép fel.

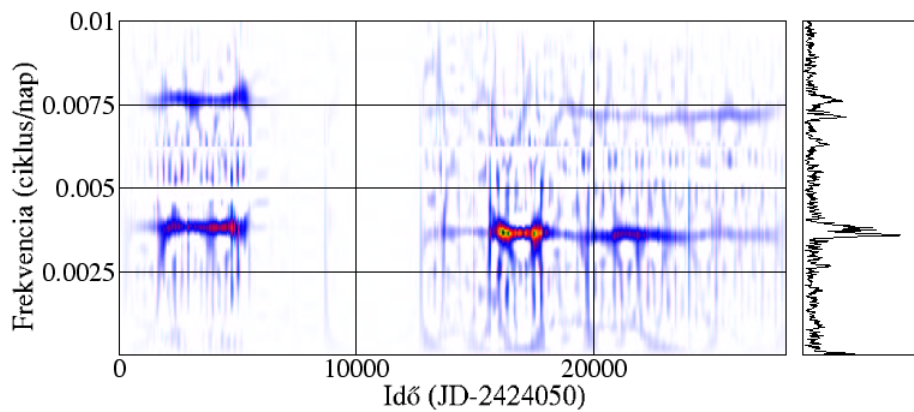
Erre a csillagra vonatkozóan a Wood-Zarro modell (1981) alapján a 10. táblázat-



171. ábra. A *W Dra* wavelet-transzformáltja: $\alpha = 2.2$.



172. ábra. A *W Dra* Choi-Williams eloszlása: $\alpha = 0.4$.



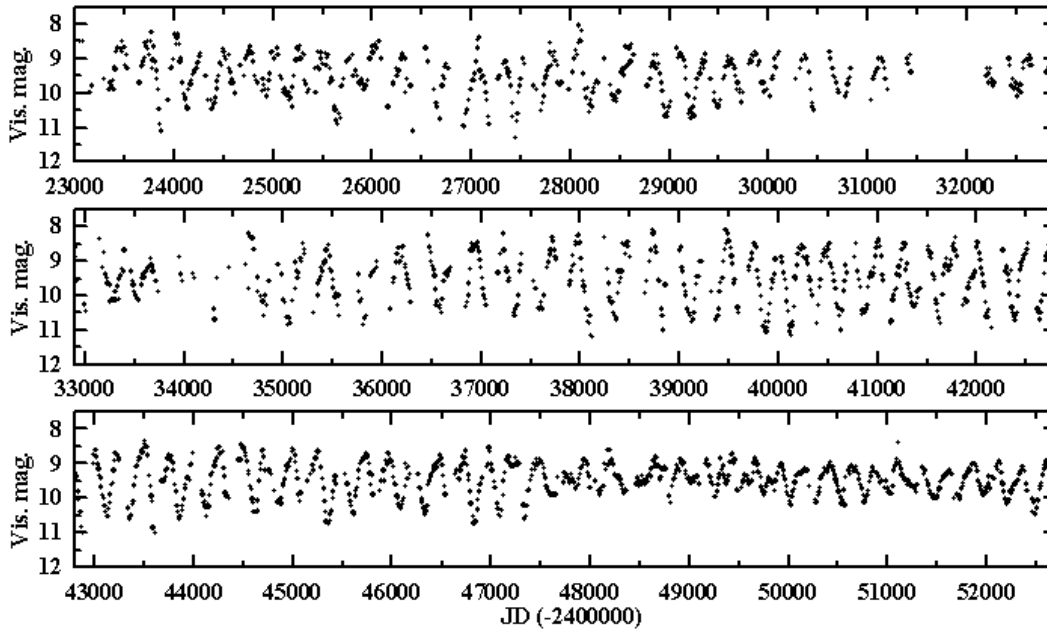
173. ábra. A *W Dra* Zhao-Atlas-Marks eloszlása: $\alpha = 0.2$.

r [pc]	M_c/M_\odot	R/R_\odot	M/M_\odot (F)	M/M_\odot (1H)
820 ± 220	0.5957	210 ± 35	1.1	0.52

10. táblázat. A *W Dra* fizikai paramétereit.

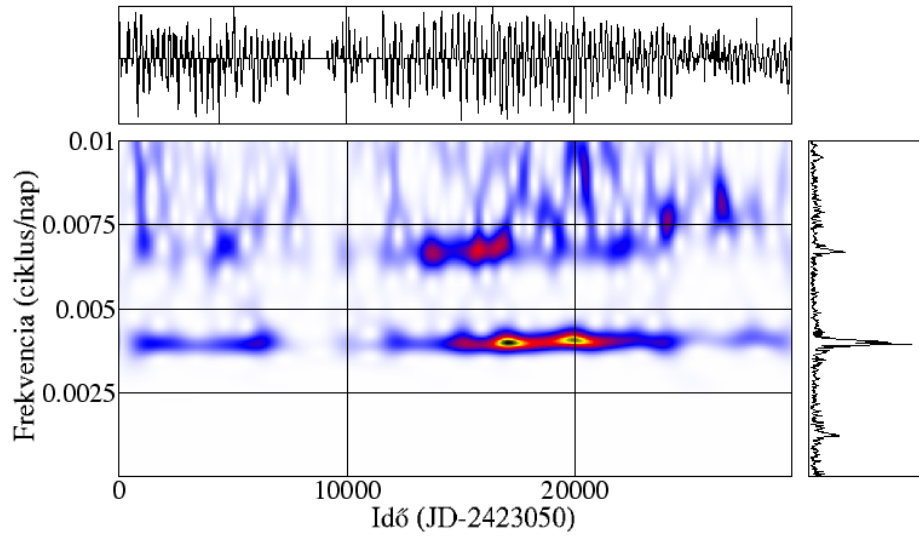
ban felsorolt paramétereket határoztam meg (Bebesi, 2002). Mivel az első felhangra kapott tömegérték meglehetősen kicsi (kisebb, mint a számolt magtömeg), valószínűsíthető az alaplódosú pulzáció.

5.2.23. Y Persei

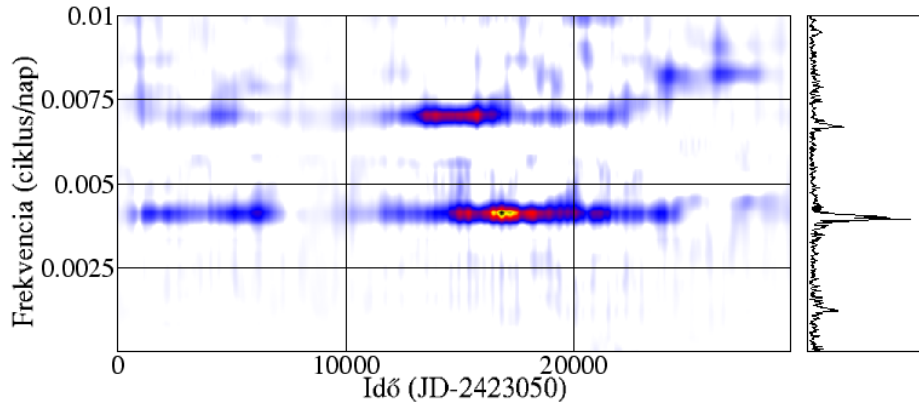


174. ábra. Az *Y Per* 10 napos fényességátlagokat tartalmazó adatsora.

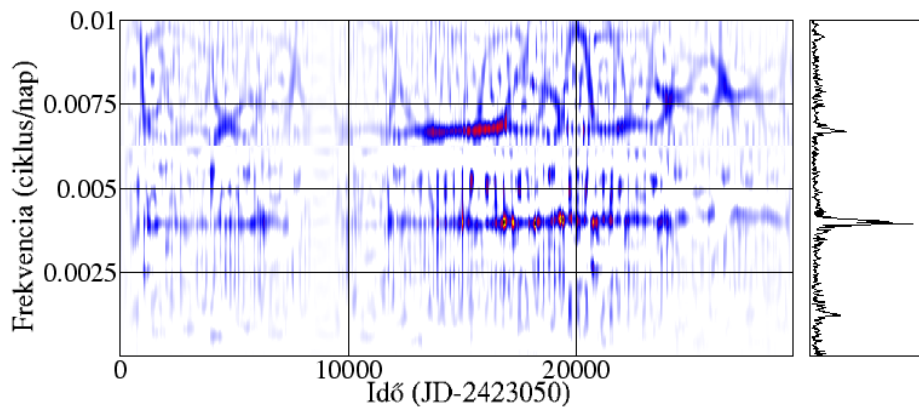
Az *Y Per* az ismert széngazdag Mira-típusú objektumok legrövidebb periódusú (250 nap) képviselője. Fényességváltozásának amplitúdója 1987-ben (JD 2447000 tájékán) hirtelen lecsökkent; egészen addig osztályának meglehetősen tipikus tagjaként tartották számon. Korábbi nagy (3 magnitúdó körüli) amplitúdójú, szabályosnak mondható oszcillációi 1 magnitúdós, kevésbé reguláris rezgésekre váltottak át. Kiss és szerzőtársai (1999) a csillag 28500 nap hosszúságú idősorát vizsgálták, melynek során az *Y Per* periódusát és amplitúdóját nemlineáris regressziós módszerrel is elemezték. Érdekes eredményük, hogy a csillag 1987-től mutatott periódusa (127 nap) a korábbi átlagos ciklushossznak (256 nap) éppen a fele. Ez utalhat kaotikus viselkedésre is, azonban mindenképpen valamilyen rezonanciát



175. ábra. Az *Y Per* wavelet-transzformáltja: $\alpha = 2.2$.



176. ábra. Az *Y Per* Choi-Williams eloszlása: $\alpha = 0.3$.

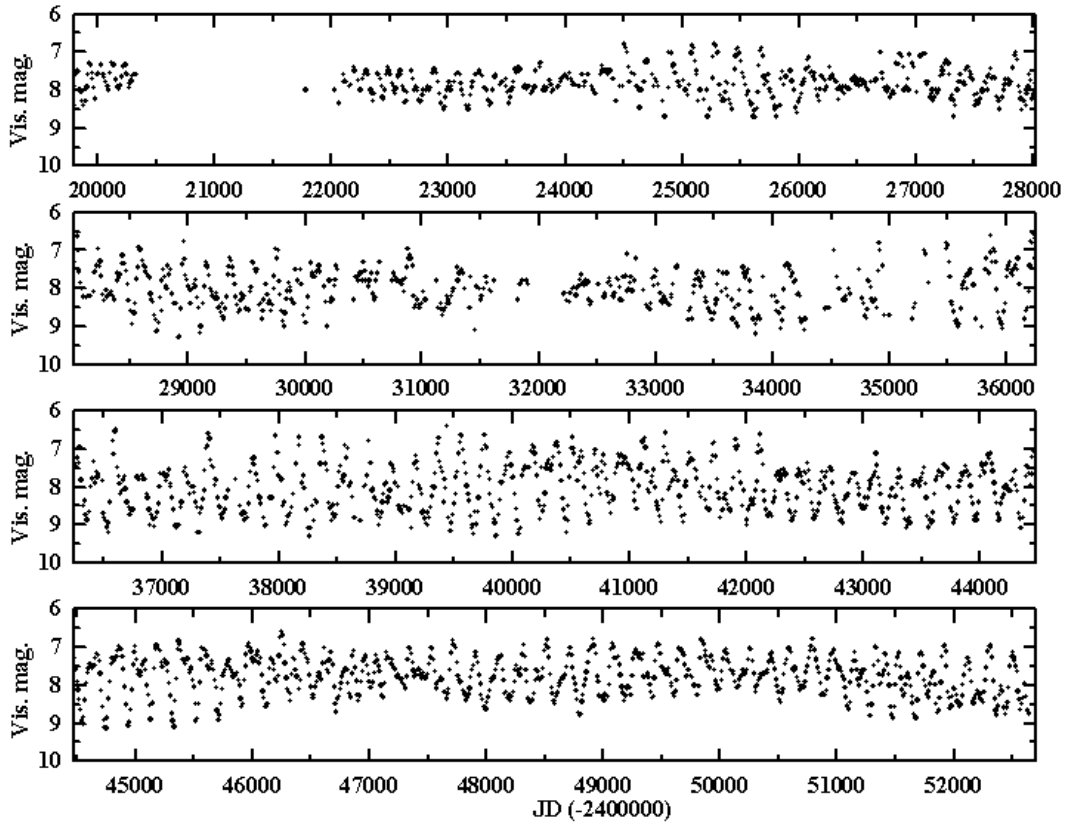


177. ábra. Az *Y Per* Zhao-Atlas-Marks eloszlása: $\alpha = 0.25$.

tételezhetünk fel. A változás igen gyorsan történt, mintegy 400 nap leforgása alatt - hasonló esetekben legalább 10 ciklusra volt szükség. A jelenség háttérében feltehetően egy újabb módus gerjedése áll, melyre vonatkozóan az elméleti modellek jelöltként az első és a harmadik radiális felhangot állítják. Amennyiben valóban erről van szó, akkor az Y Per belsejében több olyan csomófelület létezhet, melyek hatást gyakorolhatnak a sugárirányú kitérésekre. Az Y Per-hez hasonló objektumok belsejében erőteljes konvekciós mozgások²⁵ zajlanak, melyek hatásai csatoltan szintén megnyilvánulhatnak a pulzációs viselkedésben. Mivel az Y Per esetében a korábban már említett hirtelen változás mindössze 400 nap alatt történt, a konvekciós eredet - a hasonló időskálák miatt - valószínűsíthető.

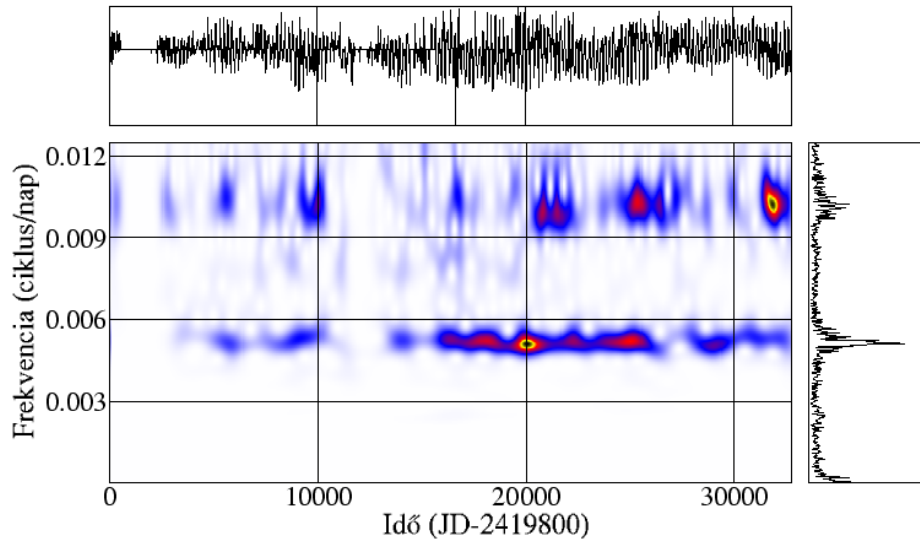
²⁵A konvekció során fellépő véletlenszerű mozgások megzavarhatják a csomófelületek mentén nyugvó gázt, átrendezhetik a belső régiókat.

5.2.24. Z Ursae Majoris

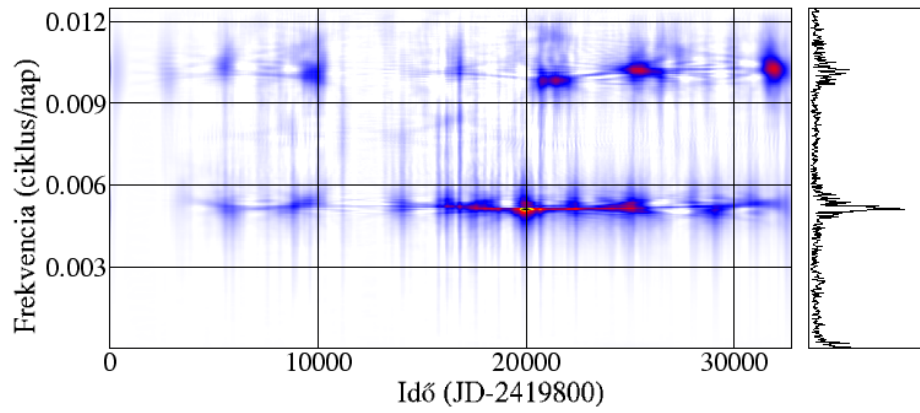


178. ábra. A Z UMa 10 napos fényességátlagokat tartalmazó adatsora.

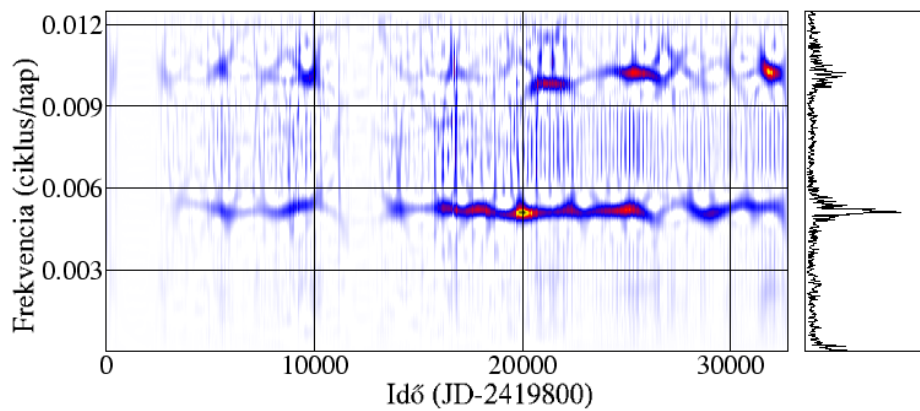
Az SRb típusú Z UMa fénygörbéjén (178. ábra) jól látható, hogy átlagfényessége folyamatosan (7.2 és 8.9 magnitúdó között) változik. Irodalmi forrásokban fellelhető átlagperiódusa 195 nap, azonban számos jel utal a csillag multiperiodikus mivoltára. Ez esetben a többszörös periodicitás a magasabb módusokat is érinti, sőt lebegési és rezonancia jelenségekre utaló jelek is kimutathatók. Suchko (1980) az AAVSO adatait elemezve úgy találta, hogy a Z UMa-nak alapvetően két rezgési komponense van; az elsődleges 195.5 és a kevésbé definiált 205 nap hosszúságú másodlagos ciklus. A szerző szerint ennek a két periódusnak a kölcsönhatása okoz lebegési jelenséget, továbbá még egy hosszú (4200 napos) ciklus is kimutatható. Isles (1998), Kiss és munkatársai (1999), valamint Percy és Polano (1998) szerint a Z UMa multiperiodicitása a gerjesztett módusok egyidejű pulzációjának az eredménye. Eszerint a csillag az alaplómódusban és a felharmonikusokban egyszerre oszcillál. Az észlelt irregularitások az említett hatásokon kívül egyéb tényezőkből - foltosság, lapultság, kísérőcsillag jelenléte - is fakadhatnak.



179. ábra. *A Z UMa* wavelet-transzformáltja: $\alpha = 2.2$.



180. ábra. *A Z UMa* Choi-Williams eloszlása: $\alpha = 0.1$.



181. ábra. *A Z UMa* Zhao-Atlas-Marks eloszlása: $\alpha = 0.25$.

6. Konklúziók

Dolgozatomban a napjainkban egyre szélesebb körben ismertté váló idő-frekvencia analízis egyik speciális, csillagászati alkalmazását mutattam be. A Fourier-transzformációval szemben ez a vizsgálati módszer nem stacionárius spektrális komponensekkel rendelkező adatsorok esetében is megfelelően tükrözi a rezgések valódi természetét. Munkám során - az idő-frekvencia eloszlások kiszámításához - a Magyar Tudományos Akadémia Konkoly-Thege Miklós Csillagászati Kutatóintézetének munkatársai (Kolláth Zoltán, Csabry Zoltán) által létrehozott, és jelenleg is fejlesztés alatt álló szoftvert, a TiFrAn-t (Time-Frequency Analyser) használtam.

Bevezetéként röviden áttekintettem az idő-frekvencia módszerek matematikai hátterét, valamint bemutattam a TiFrAn-nal meghatározható eloszlásfüggvények legfontosabb tulajdonságait. Az egyes módszereknek a periódusanalízis elvégzése során mutatott hatékonyságát először 14 szimulált adatsoron teszteltem. Ezek kiválasztása és paraméterezése kifejezetten a változócsillagok esetében fellépő jelenségeknek felel meg (Szatmáry et al., 1994); például amplitúdó- és fázismoduláció, kétmódusú oszcilláció, módusváltás.

Az idő-frekvencia analízis különböző módszereit valódi égitestek esetében 24 pulzáló vörös változónál alkalmaztam, melyek a hosszú periódusú csillagok három jellegzetes típusának (félszabályos, Mira, RV Tauri) a képviselői. Ezek az objektumok általában több száz napos ciklushosszakkal rendelkeznek, ezért esetükben lehetővé válik a számolásokhoz szükséges közel folytonos és ekvidisztáns mintavételezés. Észlelésüket világszerte számos amatőr és hivatásos csillagász végzi, megfigyeléseik a nemzetközi adatbázisokból bárki számára elérhetők. A 24 változó adatait 3 publikus (AFOEV, VSOLJ, VSNET), és egy közvetett úton - a leközölt fénygörbék alapján - hozzáférhető (AAVSO) forrásból gyűjtöttem össze.

A vizsgált égitestek a csillagfejlődés legvégső állapotaiban járnak, ezért pulzációjuk során gyakran irreguláris ingadozásokat, sőt kaotikus viselkedést is mutatnak. Ezek hátterében a jelenlegi elméleti modellek szerint számos tényező - konvekció, foltosság, lapultság, forgás, porképződés - állhat, melyeknek a csillagok fényességére gyakorolt hatásai az idő-frekvencia módszerek révén a korábbiakhoz képest részletesebben tanulmányozhatók. Az észlelt rezgési sajátosságokat - a rendelkezésre álló szakirodalmi forrásokra támaszkodva - az egyes objektumok esetében külön-külön vizsgáltam, keresve a folyamatok hátterében húzódó fizikai okokat.

Néhány Mira típusú csillag az utóbbi időszakban folyamatos periódusváltozást muta-

tott, melyet feltehetőleg a magot körülvevő hélium-héj nukleáris fellobbanása (Wood & Zarro, 1981) váltott ki. Erre vonatkozóan a korábbi eredményekből A&A publikáció is született, (Szatmáry, Kiss & Bebesi, 2003) melyben a T Ursae Minoris néhány évtizede tartó drasztikus perióduscsökkenését elemeztük.

7. Köszönetnyilvánítás

Ezúton szeretném kifejezni köszönetemet témavezetőmnek, dr. Szatmáry Károlynak a szakmai konzultációs lehetőségekért, valamint a Magyar Tudományos Akadémia Konkoly-Thege Miklós Csillagászati Kutatóintézet munkatársának, dr. Kolláth Zoltánnak TiFrAn-nal kapcsolatos kérdésekben nyújtott szívélyes segítségéért. Köszönettel tartozom dr. Vinkó Józsefnek, az SZTE Optikai és Kvantumelektronikai Tanszék docensének, és Csák Balázs PhD hallgatónak, amiért időnként segítettek az informatika-programozás terén adódó kezdei nehézségek leküzdésében.

8. Irodalomjegyzék

1. Alard C., Terzan A., Guibert J., 1996, Light curves and periods of Mira variables. *Astronomy and Astrophysics Supplement*, 120, 275.
2. Arenou F., Grenon M., Gomez A., 1992, A tridimensional model of the galactic interstellar extinction. *A&A* 258, 104.
3. Bebesi Zs., 2002, Kistömegű vörös óriáscsillagok hélium-héjának fellobbanására utaló periódusváltozás vizsgálata. TDK dolgozat
4. Bedding T. R., Conn B. C., Zijlstra A. A., 1999, Studies of Mira and semiregular variables using visual databases. *IAU Colloquium*, 176
5. Benítez P. M., Vargas M. J., 2002, S Orionis: A Mira-type variable with a marked period decrease. *A&A* 386, 244
6. Berdnikov L. N., Pavlovskaya E. D., 1991, Interstellar Extinction at Galactic Longitudes 65-165DEG. *SvAL*, 17, 215.
7. Breger M., Pamyatnykh A. A., 1998, Period changes of δ Scuti stars. *A&A* 332, 958.
8. Buchler J. R., Kollath Z., 2001, "Nonlinear Analysis os Irregular Variables", in *Nonlinear Studies of Stellar Pulsation*, Eds. M. Takeuti & D. D. Sasselov, ASS Libr. Ser., 257, 185.
[[http : //xxx.lanl.gov/abs/astro - ph/0003341](http://xxx.lanl.gov/abs/astro-ph/0003341)].
9. Buchler J. R., Kollath Z., Cadmus R., 2001, Chaos in the Music of the Spheres. *Proceedings of CHAOS 2001*, July 22-26, Potsdam, Germany.
[[http : //xxx.lanl.gov/abs/astro - ph/0106329](http://xxx.lanl.gov/abs/astro-ph/0106329)].
10. Cohen L., 1966, Generalized phase-space distribution functions, *Math. Phys.* 7, 781
11. Chan S. J., Kwok S. J., 1988, The transition from oxygen-rich to carbon stars. *ApJ*, 334, 362
12. Csubry Z., 2002, Time-frequency analysis of variable star light curves - The program package TiFrAn. Publication of the Astronomy Department of the

- Eötvös University, 12, 117.
"2nd Workshop of Young Researchers in Astronomy and Astrophysics",
ed. E. Forgács - Dajka.
13. Feast M. W., 1996, The pulsation, temperatures and metallicities of Mira and semiregular variables in different stellar systems. MNRAS 278, 11.
 14. Fernie J. D., 1995, The period-gravity relation for radially pulsating variable stars. AJ 110, 2361.
 15. Fitzgerald, M. P., 1968, The Distribution of Interstellar Reddening Material. AJ, 73, 983.
 16. Fox M. W., Wood P. R., 1982, Theoretical growth rates, periods, and pulsation constants for long-period variables. Ap.J. 259, 198.
 17. Gál J., Szatmáry K., 1995, T Ursae Minoris: a Mira star with rapidly decreasing period. A&A 297, 461.
 18. Greaves J., Howarth J. J., 2000, V Boötis, a semiregular variable of declining amplitude. JBAA, 110, 2.
 19. Greaves J., Howarth J. J., 2000, Further investigations of R Aquilae. JBAA 110, 3.
 20. Habing H. J., 1996, Circumstellar envelopes and asymptotic giant branch stars. Astron. Astrophys. Rev., 7, 97.
 21. Hakkila J., Myers J. M., Stidham B. J., 1997, A computerized model of large-scale visual interstellar extinction. AJ, 114 (5), 2043.
 22. Haniff C.A., Scholz M., Tuthill P. G., 1995, New Diameter Measurements of 10 Mira Variables - Implications for Effective Temperatures Atmospheric Structure and Pulsation Modes. MNRAS 276, 640.
 23. Isles J. E., June 1998, Big Dipper Variables. Sky and Telescope, 98.
 24. Jura M., Kleinmann S.G., 1992, Short- and intermediate-period oxygen-rich Miras. ApJS, 79, 105.
 25. Keenan P. C., Morgan W. W., 1941, The classification of the red carbon stars. ApJ, 94, 501.

26. Keenan P. C., 1942, The Spectra of CH Stars. APJ, 96, 101.
27. Kerschbaum F., Hron J., 1992, Semiregular variables of types SRa and SRb - Basic properties in the visual and the IRAS-range. A&A, 263, 97.
28. Kiss L. L., Szatmáry K., Cadmus Jr. R. R., Mattei J. A., 1999, Multiperiodicity in semiregular variables. A & A, 346, 542.
29. Kiss L. L., Szatmáry K., Szabó Gy., 2000, Az Y Persei és RY Ursae Majoris fényváltozása. Meteor 2000/7-8. szám 79-86.o.
30. Kiss L. L., Szatmáry K., 2002, Period-doubling events in the light curve of R Cygni: Evidence for chaotic behaviour. A&A 390, 585.
31. Kolláth Z., Buchler J. R., 1995, Time-Frequency Analysis of Variable Star Light Curves.
Eleventh Annual Florida Workshop in Nonlinear Astronomy and Physics. Annals of the New York Academy of Sciences, 808, 116-124
32. Kolláth Z., Buchler J. R., 1995, Nonlinear Analysis of Irregular Variables. Astrophysics and Space Science Library 257, 185-213
33. Little S.J., Little-Marenin I.R., Bauer W.H., 1987, Additional late-type stars with technetium. AJ, 94, 981.
34. Lloyd C., West K., 2001, Photoelectric observations of the complex low-amplitude red variable, UX Dra. IBVS No. 5202.
35. Löbel A., Dupree A. K., Gilliland R.L., 2000. American Astronomical Society Meeting 195, 45.03
36. Mattei J. A., Foster G., Hurwitz L.A. et al. 1998, in the Proceedings of the ESA Symposium "Hipparcos - Venice'97", ESA SP-402, p.269.
37. Paczynsky B., 1970, Evolution of single stars. I. Stellar evolution from main sequence to white dwarf or carbon ignition. Acta. Astronomica, 20, 47.
38. Percy J. R., Kollin D. L., 2000, Studies of yellow semiregular (SRd) variables. JAAVSO, 28, 1.
39. Percy J. R., Polano S. 1998, Pulsation Modes in M Giants. ASP Conference Series, Vol. 135, 249-253.

40. Pollard K. R., Cottrell P. L., Lawson W. A., Albrow M. D., Tobin W., 1997 "RV Tauri Stars - II. A Spectroscopic Study." MNRAS, 286, 1.
41. Reimers D., 1975, Problems in Stellar Atmospheres and Envelopes. W. H. Kegel & G. Traving (Berlin, Srpinger), 229. Ed. B. Bashenk.
42. Schwarzschild M., Härm R., 1967, Hydrogen Mixing by Helium-Shell Flashes. ApJ, 150, 961.
43. Serre T., Kollath Z., Buchler J. R., 1996, Search for low-dimensional nonlinear behavior in irregular variable stars. The global flow reconstruction method. A&A, 311, 833.
44. Suchko M. K., 1980, "The Periodicities of Z Ursae Majoris. The Journal of the AAVSO, 9, No.2, 74.
45. Szabados L., 1977, Photoelectric UBV Photometry of Northern Cepheids I. Commun. Konkoly Obs. Hungarian Academy of Sciences, Budapest, No.70
46. Szatmáry K., Vinkó J., Gál J., 1994, Application of wavelet analysis in variable star research. I. Properties of the wavelet map of simulated variable star light curves. A&A Supplement Series 108, 377.
47. Szatmáry K., Gál J., Kiss L.L., 1995, V Boo 1915-1995, Egy szemireguláris csillag amplitudócsökkenése, Meteor 25. No.10. 32-39.
48. Szatmáry K., Kiss L.L., 2002, Period-gravity relation for semiregular stars, in Proc. IAU Colloquium 185 "Radial and Nonradial Pulsations as Probes of Stellar Physics", 26-31 July 2001, Leuven, Belgium, eds. C. Aerts, T. Bedding and J. Christensen-Dalsgaard, ASP Conf. Series 259, 566-567.
49. Szatmáry K., Kiss L. L., Bebesi Zs., 2003, He-shell flash in action: T Ursae Minoris revisited. A&A 398, 277.
50. Templeton M. R., Mattei J. A., Price A., 2003, LX Cygni: A Mira Variable with a Drastic Period Increase. IBVS 5367.
51. Thronson H. A., Latter W. B., Black J. H., Bally J., Hacking P., 1987, Properties of evolved mass-losing stars in the Milky Way and variations in the interstellar dust composition. ApJ, 322, 770

52. Tuthill P.G., Haniff C.A., Badwin J.E., 1994, in: Very high angular resolution imaging, Robertson J.G. and Tango W.J. (eds). Kluwer, p. 395
53. Vassiliadis E., Wood P. R., 1993, Evolution of low- and intermediate-mass stars to the end of the Asymptotic Giant Branch with mass loss. AJ 413, 641.
54. Vetesnik M., 1982, Is UX Dra a carbon binary star? IBVS No. 2225.
55. Vetesnik M., 1983, The period variations of UX Dra. IBVS No. 2329.
56. Whitelock P. A., van Leeuwen F., Feast M. W., 1997, The luminosities and diameters of Mira variables from HIPPARCOS parallaxes.
[[http : //xxx.lanl.gov/abs/astro - ph/9706096](http://xxx.lanl.gov/abs/astro-ph/9706096)].
57. Wood P. R., Cahn J. H., 1977, Mira variables, mass loss, and the fate of red giant stars. Ap.J. 211, 499.
58. Wood P. R., Whiteoak J. B., Hughes S. M. G., Bessell M. S., Gardner F. F., Hyland A. R., 1992, OH/IR stars in the Magellanic Clouds. ApJ, 397, 552.
59. Wood P. R., Zarro D. M., 1981, Helium-shell flashing in low-mass stars and period changes in Mira variables. Ap.J. 247, 247.
60. Xiong D. R., Deng L., Cheng Q. L. 1998, Turbulent Convection and Pulsational Stability of Variable Stars. I. Oscillations of Long-Period Variables. ApJ 499, 355.
61. Yamamura I, de Jong T., Onaka T., Cami T., Waters L.B.F.M., 1999, Detection of warm SO₂ gas in oxygen-rich AGB stars. A&A, 341, L9-L12.
62. Zijlstra A. A., Bedding T. R., Mattei J. A., 2002, The evolution of the Mira variable R Hydrae. MNRAS 334, 498.